nicht nur die möglichst einfache, sondern zugleich die natürlichste ist, die man haben kann. Es leuchtet auch von selbst ein, dass sie sich auf die Integration der Gleichung (2) anwenden lässt, ohne dass im Princip etwas abgeändert werden muss. Ich wage zu glauben, dass sie auch in diesem Falle wenigstens ebenso rasch zum Ziele führt, wie die Gyldén'sche.

Wäre nun diese meine zweite Methode, wie Professor Gyldén behaupten zu können glaubt, nicht neu, so könnte man sich wahrlich wundern, dass sie nicht früher zur Anwendung gekommen ist. Nur in einer ersten Approximation, z. B. auf die Laplace'sche Differentialgleichung für die Störung des Radiusvectors angewandt, würde sie zu dem Resultate geführt haben, dass in dieser Coordinate keine säculären Aenderungen vorhanden sind, was doch vor dem Erscheinen der Gyldén'schen Theorie ein bemerkenswerther Fortschritt gewesen wäre. Ausserdem spielen Gleichungen von der Form (2) in so vielen und wichtigen theoretisch-physicalischen Fragen eine Rolle, dass eine derartig einfache Integrationsmethode gewiss nicht übersehen wäre. Der Umstand, dass die von Prof. Gyldén in seiner »Erwiderung« erwähnte Grösse $\Delta\beta$ ihrer Bedeutung nach sich mit meiner v_1 deckt, bestärkt mich in der Vermuthung, dass nur die Unvollständigkeit meiner in Nr. 2465 gegebenen Darstellung zu seiner für meine Methode unvortheilhaften Aeusserung die Veranlassung gewesen ist.

Ich will noch hinzufügen, dass es niemals meine Absicht gewesen ist, auf die Gyldén'sche Theorie im Allgemeinen einen Schatten zu werfen. Im Gegentheil glaube ich, dass Jeder, auch nach einer ganz oberflächlichen Beschäftigung mit derselben, ihre wahrhaft fundamentale Bedeutung einsehen wird; um so mehr aber muss jeder Versuch, sie in einzelnen Stücken zu vereinfachen, den Astronomen willkommen sein, und besonders in dem hier behandelten Fall kann man behaupten, dass die Einführung der elliptischen Functionen nicht der Natur der Sache entspricht, sondern dass man es vielmehr den genialen Bestrebungen Gyldén's, welche die Hindernisse aus dem Wege geräumt, zu verdanken hat, wenn man auf diesem Wege das Ziel hat erreichen können.

Dorpat 1882 November 22.

And. Lindstedt.

Ueber die Eigenbewegungen der Fixsterne.*)

Unterzeichneter hat auf Anregung des Herrn Professor Gyldén in Stockholm einige Untersuchungen über die Eigenbewegungen der Sterne vorgenommen, von welchen Untersuchungen der grösste Theil in einer Inauguraldissertation vorkommt. Da aber ein Theil der in obengenannter Abhandlung erhaltenen Resultate durch einen Rechenfehler entstellt worden ist, habe ich von Neuem diese Untersuchungen geprüft, und da sie vielleicht von etwaigem Interesse sein werden, nehme ich mir die Freiheit, dieselben hier kurzgefasst mitzutheilen.

Das für diese Untersuchungen angewendete Material ist: 1) die von Argelander in »Bonner Beobachtungen Bd. VII« hergeleiteten Eigenbewegungen von 250 Sternen; 2) die von Dr. Leo de Ball in seiner Inauguraldissertation hergeleiteten Eigenbewegungen von 80 südlichen Sternen.

Mittelst der bekannten Formeln:

$$(A)\qquad \begin{aligned} \cos\delta'(\alpha'-\alpha) &= p(\sin\alpha . x - \cos\alpha . y) \\ \delta'-\delta &= p(-\cos\delta . z + \sin\delta\cos\alpha . x + \sin\delta\sin\alpha . y)\ , \end{aligned}$$

wo p die Parallaxe des Sterns bezeichnet, habe ich die Grösse und Richtung der Bewegung unseres Sonnensystems im Raume, aus sowohl den Argelander'schen, wie aus den de Ball'schen Eigenbewegungen hergeleitet. Von den in dem Argelander'schen Verzeichniss vorkommenden Sternen sind zwei, nämlich o Ceti und 1830 Groombridge, sowohl in dieser Untersuchung wie auch in den folgenden ausgeschlossen worden; jener, weil eine Hypothese über seine Parallaxe, mit derjenigen übereinstimmend, die bei den Uebrigen gemacht worden, bei ihm nicht möglich ist, dieser, weil seine enorme Eigenbewegung durchaus nicht aus der Bewegung des Sonnensystems erklärt werden kann.

Die Annahmen, betreffend die Parallaxen der Sterne, sind in Uebereinstimmung mit der von Prof. Hugo Gyldén in der »Vierteljahresschrift der Astronomischen Gesellschaft« Bd. XII Heft 4 dargestellten Hypothese gemacht. Bei sämmtlichen Berechnungen habe ich die Eigenbewegungen in Rectascension und Declination abgesondert behandelt. Die von Argelander hergeleiteten Eigenbewegungen in AR' geben folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} 27.5647x + 2.4219y - 3.5910 &= 0 \\ 2.4219x + 51.3333y + 32.5659 &= 0 \end{aligned}$$

woraus

$$\begin{aligned} x &= 0.1868 \pm 0.067199 \\ y &= -0.6988 \pm 0.048335 \end{aligned}$$

und

$$A = 284^\circ 58'.0.$$

Die Bewegungen in der Declination geben:

$$\begin{aligned} 22.5884x - 1.5343y + 5.2330z - 9.6503 &= 0 \\ -1.5343x + 8.7442y - 0.0422z + 7.6516 &= 0 \\ -5.2330x - 0.0422y + 50.3867z - 34.4282 &= 0 \end{aligned}$$

woraus

*) Dieser Aufsatz war von dem Herrn Verfasser bereits seit längerer Zeit niedergeschrieben worden, weshalb die wichtigen Bemerkungen, die Prof. Schönfeld in der V. J. S. der A. G. 17 pag. 256 über obigen Gegenstand mitgetheilt hat, unberücksichtigt geblieben sind. Auch zu der Zeit, als der Aufsatz eingesandt wurde, war das betr. Heft dem Verfasser noch nicht zu Händen gekommen. *Kr.*

$$x = +0.2176 \pm 0.050848$$
$$y = -0.8336 \pm 0.081715$$
$$z = +0.6600 \pm 0.034260$$

und somit

$$A = 284^\circ 37'.8$$
$$D = +37\ 27.1$$
$$\mu = 10.85 \text{ Radien der Erdbahn.}$$

(μ ist die lineäre Bewegung des Sonnensystems).

Die von Dr. de Ball hergeleiteten Eigenbewegungen dagegen geben:

Die Bewegungen in AR.

$$29.4871x + 2.6670y + 0.2926 = 0$$
$$2.6670x + 48.6979y + 19.7116 = 0$$

woraus

$$x = + 0.0268 \pm 0.033250$$
$$y = - 0.4062 \pm 0.025874$$

und somit

$$A = 273^\circ 46'.6.$$

Die Bewegungen in der Declination geben:

$$34.9789x + 0.7817y + 9.5149z + 5.6905 = 0$$
$$0.7817x + 10.6042y + 0.0199z + 4.3190 = 0$$
$$9.5149x + 0.0199y + 21.7542z - 1.1642 = 0,$$

woraus

$$x = - 0.1913 \pm 0.029484$$
$$y = - 0.3935 \pm 0.053550$$
$$z = + 0.1375 \pm 0.039799$$

und somit

$$A = 244^\circ\ 4'.1$$
$$D = +17\ 27.1$$
$$\mu = 4.59 \text{ Radien der Erdbahn.}$$

Diese zuletzt angeführten Resultate weichen nicht unbedeutend ab, sowohl von denjenigen, die aus den Argelander'schen Eigenbewegungen hergeleitet sind, als auch von denen, zu welchen Dr. de Ball in seiner Abhandlung gekommen ist.

Da sich in beiden angewandten Verzeichnissen von Eigenbewegungen mehrere vorfinden, welche bedeutend grösser sind, als die übrigen, und somit verhältnissmässig stark auf die Resultate der Rechnungen einwirken, habe ich dies dadurch zu beseitigen gesucht, dass ich die Gleichungen solchermaassen abgeändert habe, dass ich $\frac{1}{p}$ als Factor des linken Gliedes in den Gleichungen A habe auftreten lassen, anstatt das p als Factor des rechten Gliedes angewandt wurde. Nach der Gyldén'schen Hypothese hat ein Stern mit grösserer Eigenbewegung auch eine grössere Parallaxe, und somit ist die starke Einwirkung der grossen Eigenbewegungen auf das Resultat nicht unbedeutend vermindert. Von den in dieser Weise transformirten Gleichungen habe ich folgende Resultate deducirt:

Die Argelander'schen Eigenbewegungen in AR. geben:

$$103.6655x - 8.5132y - 14.8436 = 0$$
$$8.5132x + 144.3462y + 121.7720 = 0$$

woraus

$$x = + 0.07718 \pm 0.103434$$
$$y = - 0.89324 \pm 0.087578$$

und somit

$$A = 275^\circ 15'.2.$$

Die Argelander'schen Eigenbewegungen in Declination geben:

$$55.5297x + 2.5336y + 4.4830z - 15.3121 = 0$$
$$2.5336x + 43.0403y - 3.3343z + 34.3257 = 0$$
$$4.4830x - 3.3343y + 152.3901z - 109.7913 = 0$$

woraus

$$x = + 0.25412 \pm 0.086198$$
$$y = - 0.75854 \pm 0.097938$$
$$z = + 0.69639 \pm 0.052041$$

und somit

$$A = 288^\circ 31'.3$$
$$D = +41\ \ 2.4$$
$$\mu = 10.61 \text{ Radien der Erdbahn.}$$

Die de Ball'schen Eigenbewegungen in AR. aber geben:

$$40.6153x - 3.7636y - 5.9866 = 0$$
$$-3.7636x + 40.9091y + 21.3210 = 0$$

woraus

$$x = + 0.09995 \pm 0.059625$$
$$y = - 0.511990 \pm 0.059546$$

und somit

$$A = 281^\circ\ 2'.8.$$

Die Eigenbewegungen in Declination dagegen geben:

$$18.3820x + 0.4342y - 0.6854z + 7.3545 = 0$$
$$0.4342x + 15.2410y - 0.5135z + 10.4011 = 0$$
$$-0.6854x - 0.5135y + 46.0142z - 8.0336 = 0$$

woraus

$$x = - 0.37833 \pm 0.123430$$
$$y = - 0.66623 \pm 0.135562$$
$$z = + 0.16152 \pm 0.0780142$$

und somit

$$A = 240^\circ 24'.5$$
$$D = +11\ 54.3$$
$$\mu = 7.83 \text{ Radien der Erdbahn.}$$

Der einzige durch obengenannte Transformation gewonnene Vortheil ist somit eine grössere Uebereinstimmung zwischen den aus den verschiedenen Serien von Eigenbewegungen hergeleiteten Werthen der lineären Bewegung des Sonnensystems im Raume.

Da die Bewegung des Sonnensystems die Eigenbewegungen der Sterne nicht allein zu erklären vermag, liegt es nahe, an andere Bewegungen zu denken, welche gemeinsam für eine grössere Menge von Sternen sein könnten, und somit störend auf die Rechenresultate einwirken würden, wenn man die Eigenbewegungen aus den Bewegungen unseres

Sonnensystems zu erklären sucht. Ich habe sowie mehrere andere Astronomen eine solche Uebereinstimmung in Verbindung mit der Anhäufung der Sterne um die Milchstrasse herum gesucht, und habe Anfangs eine gemeinsame Bewegung parallel der Ebene der Milchstrasse zu finden mich bemüht. Dabei habe ich folgendermaassen verfahren.

Zuerst habe ich die Positionen und Bewegungen obengenannter Sterne auf einen grössten Kreis bezogen, welcher ziemlich nahe mit der Milchstrasse zusammenfällt, und dabei die Coordinaten der solchermaassen erhaltenen Oerter der Sterne galactische Länge und Breite genannt, und darnach die Sterne, die zwischen $+30^\circ$ und -30° galactischer Breite liegen, und deren jährliche Eigenbewegung in galactischer Breite nicht $0''25$ übersteigt, einer besonderen Untersuchung unterworfen. Die für diese Berechnungen nöthigen Formeln habe ich durch folgendes Raisonnement hergeleitet:

Bezeichnen wir, wie gewöhnlich, mit α, δ, Δ, die AR., Decl. und Distanz eines Sternes, so werden die linearen Coordinaten desselben in Bezug auf dasselbe System:

$$\begin{cases} x = \Delta \cos\delta \cos\alpha \\ y = \Delta \cos\delta \sin\alpha \\ z = \Delta \sin\delta \end{cases}$$

Wird nun dies Coordinatensystem erst um die z-Axe um einen Winkel von $90^\circ+\Gamma$, und darnach um die x-Axe um einen Winkel von $90^\circ-\gamma$ gedreht und werden die Coordinaten des Körpers in dem neuen Systeme mit ξ, η und ζ bezeichnet, so erhält man folgende Relationen:

$$\begin{cases} \xi = -x\sin\Gamma + y\cos\Gamma \\ \eta = -(x\cos\Gamma + y\sin\Gamma)\sin\gamma + z\cos\gamma \\ \zeta = (x\cos\Gamma + y\sin\Gamma)\cos\gamma + z\sin\gamma \end{cases}$$

Wird nun die Winkelhöhe des betreffenden Körpers über der ξ-, η-Ebene mit σ und sein Winkelabstand von der ξ-Axe in derselben Ebene mit ω bezeichnet, so erhält man

$$\begin{cases} \xi = \Delta\cos\sigma\cos\omega \\ \eta = \Delta\cos\sigma\sin\omega \\ \zeta = \Delta\sin\sigma \end{cases}$$

woraus

$$(B)\begin{cases} \sin\sigma = \sin\delta\sin\gamma + \cos\delta\cos\gamma\cos(\alpha-\Gamma) \\ \cos\sigma\sin\omega = \sin\delta\cos\gamma - \cos\delta\sin\gamma\cos(\alpha-\Gamma) \\ \cos\sigma\cos\omega = \cos\delta\sin(\alpha-\Gamma) \end{cases}$$

Setzt man nun

$$\sin\delta = m\sin M$$
$$\cos\delta\cos(\alpha-\Gamma) = m\cos M$$

so erhält man

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{m\sin(M-\gamma)}{\cos\delta\sin(\alpha-\Gamma)}$$

$$\operatorname{tg}\sigma = \frac{m\cos(M-\gamma)}{\cos\delta\sin(\alpha-\Gamma)}.\cos\omega = \cot(M-\gamma)\sin\omega$$

Mittelst dieser Formeln kann man jetzt die Lage eines Himmelskörpers auf den genannten grössten Kreis bezogen berechnen. Hat man eine grosse Menge von Positionen zu berechnen, so kann diese Rechnung durch passende Hülfstafeln bedeutend erleichtert werden. Für die Herleitung solcher sind folgende Relationen zu empfehlen.

Nimmt man $\sigma = 0$, und werden die entsprechenden Werthe von ω und δ mit ω_0 und δ_0 bezeichnet, so hat man:

$$\begin{aligned} 0 &= \sin\delta_0\sin\gamma + \cos\delta_0\cos\gamma\cos(\alpha-\Gamma) \\ \sin\omega_0 &= \sin\delta_0\cos\gamma - \cos\delta_0\sin\gamma\cos(\alpha-\Gamma) \\ \cos\omega_0 &= \cos\delta_0\sin(\alpha-\Gamma) \end{aligned}$$

und somit

$$\begin{aligned} \sin\omega_0\sin\gamma &= -\cos\delta_0\cos(\alpha-\Gamma) \\ \sin\omega_0\cos\gamma &= \sin\delta_0 \\ \cos\omega_0 &= \cos\delta_0\sin(\alpha-\Gamma) \end{aligned}$$

Setzt man nun

$$\begin{aligned} \sin\gamma &= \sin f\cos F \\ \cos\gamma\cos(\alpha-\Gamma) &= \sin f\sin F \\ \cos\gamma\sin(\alpha-\Gamma) &= \cos f\,, \end{aligned}$$

so erhält man

$$0 = \sin f\sin(\delta_0+F)$$

woraus

$$\delta_0 = -F\,.$$

Aus dem Vorhergehenden sind folgende Gleichungen leicht herzuleiten:

$$\begin{aligned} \sin\sigma &= \sin f\sin(\delta+F) \\ \cos\sigma\cos(\omega-\omega_0) &= \cos(\delta+F) \\ \cos\sigma\sin(\omega-\omega_0) &= \cos f\sin(\delta+F) \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\omega_0 &= -\cot(\alpha-\Gamma)\operatorname{cosec}\gamma \\ \operatorname{tg}\delta_0 &= -\cos(\alpha-\Gamma)\cot\gamma\,. \end{aligned}$$

Mit Hülfe der angeführten Gleichungen kann man sich leicht eine Tafel construiren, die mit dem Argumente $(\alpha-\Gamma)$ die Grössen ω_0, $\sin f$, $\cos f$ und F für bestimmte Werthe von Γ und γ giebt. Der grösste Kreis, dessen Lage durch die Werthe $\Gamma = 187^\circ$ und $\gamma = 30^\circ$ bestimmt wird, stimmt ziemlich nahe mit der Lage der Milchstrasse überein, und auf diese Ebene habe ich bei meiner Untersuchung über eine hypothetische galactische Bewegung die Positionen und Bewegungen der Sterne bezogen. Eine für die obengenannten Werthe von Γ und γ von Professor Gyldén berechnete Hülfstafel hat er für diese Untersuchungen gütigst zu meiner Verfügung gestellt.

Aus dem sphärischen Dreieck zwischen einem Stern, dem Pol der Milchstrasse und demjenigen des Aequators erhält man folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} -d\sigma &= -\cos P\,d\delta + \cos\delta\sin P\,d(\alpha-\Gamma) - \sin\omega\,d\gamma \\ \cos\sigma\,d\omega &= -\sin P\,d\delta - \cos\delta\cos P\,d(\alpha-\Gamma) + \sin\sigma\cos\omega\,d\gamma \end{aligned}$$

wo der Winkel P durch folgende Gleichungen bestimmt wird:

$$\begin{aligned}
\cos\sigma \sin P &= \cos\gamma \sin(\alpha - \Gamma) \\
\cos\sigma \cos P &= \sin\gamma \cos\delta - \cos\gamma \sin\delta \cos(\alpha - \Gamma) \\
\sin\sigma &= \sin\gamma \sin\delta + \cos\gamma \cos\delta \cos(\alpha - \Gamma)
\end{aligned}$$

Hieraus erhält man mit Hülfe des Vorhergehenden:

$$\begin{aligned}
\cos\sigma \sin P &= \cos f \\
\cos\sigma \cos P &= \sin f \cos(\delta + F) \\
\sin\sigma &= \sin f \sin(\delta + F)
\end{aligned}$$

Aus den Gleichungen (B) erhält man aber:

$$\begin{aligned}
\cos\delta \sin(\alpha - \Gamma) &= \cos\sigma \cos\omega \\
\cos\delta \cos(\alpha - \Gamma) &= \sin\sigma \cos\gamma - \cos\sigma \sin\gamma \sin\omega
\end{aligned}$$

und wenn man diese mit Rücksicht auf α, δ und ω differentiirt, so wird:

$$\begin{aligned}
\cos\delta\, d\alpha &= -[\sin\omega \cos(\alpha - \Gamma) \\
&\qquad - \cos\omega \sin(\alpha - \Gamma) \sin\gamma] \cos\sigma\, d\omega \\
\cos\delta\, d\delta &= \cos\gamma \cos\omega \cos\sigma\, d\omega
\end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned}
\cos\delta\, d\alpha &= \cos P \cos\sigma\, d\omega \\
d\delta &= \sin P \cos\sigma\, d\omega\ .
\end{aligned}$$

Unter den Sternen, deren Eigenbewegungen den Gegenstand dieser Untersuchungen ausgemacht haben, giebt es 106, die zwischen $\sigma = +30^\circ$ und $\sigma = -30^\circ$ liegen und deren Eigenbewegungen in der σ-Coordinate $0''25$ nicht übersteigen. Für die Eigenbewegungen derselben habe ich folgende Relationen aufgestellt:

$$\begin{aligned}
\frac{\cos\delta(\alpha' - \alpha)}{p} &= x \sin\alpha - y \cos\alpha + \frac{\cos P \cos\sigma\, d\omega}{p} \\
\frac{\delta' - \delta}{p} &= x \sin\delta \cos\alpha + y \sin\delta \sin\alpha - z \cos\delta + \frac{\cos P \cos\sigma\, d\omega}{p}
\end{aligned}$$

wo $d\omega$ eine der Ebene der Milchstrasse parallele Bewegung bezeichnet, und so habe ich folgende Gleichungen für die Bestimmung sowohl der Bewegung unseres Sonnensystems, als auch eine für die Sterne gemeinschaftliche, der Ebene der Milchstrasse parallele, Bewegung erhalten; nämlich aus den Bewegungen in AR:

$$\begin{aligned}
57.2292x - 0.0556y + 7.8133d\omega - 17.9028 &= 0 \\
-0.0556x + 55.8158y - 44.8575d\omega + 39.8784 &= 0 \\
7.8133x - 44.8575y + 1703.4844d\omega - 128.5478 &= 0
\end{aligned}$$

woraus

$$\begin{aligned}
x &= +0.30447 \pm 0.07024 \\
y &= -0.66879 \pm 0.07113 \\
d\omega &= +0.05645 \pm 0.01288
\end{aligned}$$

somit

$$A = 294^\circ 28'7$$

und aus den Bewegungen in Declination:

$$\begin{aligned}
29.2078x + 1.3723y - 21.4428z + 6.8031d\omega + 9.6009 &= 0 \\
1.3723x + 23.8125y - 5.9825z + 10.1751d\omega + 22.4262 &= 0 \\
-21.4428x - 5.9825y + 50.2238z + 3.2014d\omega - 29.1770 &= 0 \\
6.8031x + 10.1751y + 3.2014z + 1422.4256d\omega - 27.8851 &= 0
\end{aligned}$$

woraus

$$\begin{aligned}
x &= +0.08379 \pm 0.10224 \\
y &= -0.82699 \pm 0.11324 \\
z &= +0.51676 \pm 0.09397 \\
d\omega &= +0.02385 \pm 0.01464
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A &= 275^\circ 47'9 \\
D &= +31\ 52.1 \\
\mu &= 9.79 \text{ Radien der Erdbahn.}
\end{aligned}$$

Die aus den Bewegungen in AR. und in Declination erhaltenen Werthe von $d\omega$ zeigen eine so grosse Uebereinstimmung, dass genauere und mehr eingehende Untersuchungen über eine gemeinschaftliche und der Ebene der Milchstrasse parallele Eigenbewegung der Sterne wahrscheinlich Resultate geben würden, die geeignet wären, uns einen richtigeren Begriff von der Natur der Eigenbewegungen der Sterne zu geben. Ich hoffe in einer baldigen Zukunft auf diese Frage zurückkommen zu können.

Brahestad in Finland 1882 Nov.

Freyvid Rancken.