

11. *Ueber einige neuere Beobachtungen von magneto-optischen Wirkungen; von W. Voigt.*

1. Die merkwürdigen Beobachtungen des Hrn. Corbino über magnetische Drehung der Polarisationssebene in den Absorptionsstreifen des Natriumdampfes¹⁾ habe ich seiner Zeit mit den Resultaten der Theorie verglichen und letzterer entsprechend gefunden.²⁾ Dabei musste ich mich an die vom Beobachter gegebene Beschreibung des Phänomens halten und mich auf den Nachweis beschränken, dass etwas dieser Beschreibung Entsprechendes von der Theorie verlangt wird. Neuere Mitteilungen des Hrn. Corbino³⁾ über weitere Beobachtungen machen es sicher, dass die von ihm wahrgenommene Erscheinung etwas anders aufgefasst werden muss, als seiner Zeit geschehen ist; ich werde aber zeigen, dass sie sich der Theorie auch dann noch völlig zwanglos fügt.

Es ist offenbar sehr schwierig, eine wenig markierte Erscheinung so zu beschreiben, dass in der Beschreibung nicht bereits eine Deutung enthalten ist. Die wenige Zeilen umfassende Schilderung, die Hr. Corbino von dem fraglichen Phänomen gegeben hat, enthält von einer solchen doch genug, um die Vorstellung des Lesers in eine bestimmte Richtung zu lenken. Er spricht davon, dass die Interferenzfransen, die er bei seiner früher beschriebenen Anordnung in den Absorptionsstreifen beobachtet, bei Erregung des Magnetfeldes „geradlinig und horizontal bleiben und sich bei wachsender Feldstärke sehr wenig nach oben verschieben“, — die Theorie ergab dies alles als notwendig; und wenn sie zugleich verlangte, dass bei schwachen Feldstärken zunächst eine starke Bewegung des centralen Teiles der Streifen „nach unten“ stattfinden müsste, so konnte man sich gegenüber dem Schweigen über eine solche

1) O. M. Corbino, Rend. R. Acc. dei Lincei (5) 10. p. 137. 1901.

2) W. Voigt, Ann. d. Phys. 6. p. 784. 1901.

3) O. M. Corbino, Nuovo Cim. (5) 3. p. 1. 1902.

Wirkung darauf berufen, dass dieser Vorgang sich nach der Theorie in dem Bereich zwischen den bei schwachen Feldstärken noch gar nicht gesonderten Componenten des Zeeman'schen Duplets abspielen und demnach der Wahrnehmung entziehen müsste. Bedenken konnte nur erregen, dass die schliesslich wahrnehmbaren Streifen immer eine Lage besaßen, wie sie einer Drehung der Polarisationssebene um 0° , $\pm 180^\circ$, $\pm 360^\circ$, ... (die alle durch dieselbe Lage des Streifens ausgedrückt sind) entsprechen.

Die neuen Beobachtungen des Hrn. Corbino, die von kleinsten Feldstärken ausgehend anscheinend nichts anderes als eine continuirliche schwache Verschiebung der Streifen nach oben geliefert haben, mussten mir jene Auffassung künstlich und bedenklich erscheinen lassen. Ganz gleichzeitig eingegangene Photogramme, die Hr. Zeeman von dem Phänomen bei genauer Einhaltung der Corbino'schen Versuchsbedingungen erhalten hatte, wirkten in demselben Sinne, denn die Erscheinung sah hier doch erheblich anders aus, als ich nach der Beschreibung vermutet hatte. Keine einfache Verlängerung der Interferenzfransen ausserhalb der Absorptionsstreifen, sondern tiefe diffuse Schatten von der 4—6fachen Breite von jenen, die in D_2 liegenden überdies durch eine ganz schwache, aber vollkommen deutliche Aufhellung in zwei verticale Streifen, jeder wenig breiter als die Interferenzfransen ausserhalb, geteilt. Dass es sich hier nicht um „geradlinige horizontale“ Fransen handelte, war ohne weiteres klar.

Um die bei der Corbino'schen Anordnung überhaupt beobachtbaren Vorgänge richtig zu beurteilen, ist ein ganz wesentlicher Punkt zu beachten, der seiner allgemeineren Bedeutung halber etwas ausführlicher auseinandergesetzt werden soll, nämlich die Zusammenwirkung der verschiedenen einander parallel durch die im Magnetfeld befindliche Flamme hindurchgegangenen Strahlen bei allen derartigen Beobachtungen.

In Bezug auf die Verschiebung der Absorptionsstreifen, also in Bezug auf den sogenannten inversen Zeeman effect, verhalten sich diese Strahlen (soweit das Feld als homogen gelten kann) sämtlich gleich, denn die Entfernung der Componenten des Zeeman'schen Duplets wird durch Temperatur und Dichte des absorbirenden Dampfes anscheinend ebenso wenig beeinflusst,

wie durch die Länge des von dem Lichte in dem absorbirenden Medium zurückgelegten Weges. Alle diese Umstände influiren aber zum Teil in quantitativ feststehender, zum Teil in noch unbekannter Weise auf die Drehung der Polarisationssebene, und wenn also ein Lichtbündel von einiger Ausdehnung die Flamme durchsetzt, so werden seine verschiedenen Teile im allgemeinen verschiedene Interferenzcurven hervorbringen, und das wahrgenommene Phänomen wird deren Superposition sein. Dabei werden diejenigen Teile der Interferenzfigur, die innerhalb des wirksamen Strahlenbündels *wenig* variiren, sich relativ *scharf*, diejenigen, die *stark* variiren, sich *unscharf* bis zur Unkenntlichkeit darstellen.

Um von dieser Bemerkung die Anwendung auf den vorliegenden Fall zu machen, sei zunächst an das Resultat der Theorie erinnert. Bezeichnet man mit n_1, n_2 die Brechungsindices der beiden circularpolarisirten Wellen in der Flamme, mit χ den Drehungswinkel der Polarisationssebene, mit k einen Parameter, der der Länge l des in der Flamme durchmessenen Weges proportional ist und im übrigen (wie n_1 und n_2) in nicht bekannter Weise von der Temperatur und der Dichte des Dampfes abhängt, bedeutet ferner R die magnetische Feldstärke, c die magneto-optische Constante des Dampfes für die betreffende Absorptionslinie, δ die Abweichung der reducirten Schwingungsperiode $\vartheta = \tau/2\pi$ an der betrachteten Stelle von der $\vartheta_0 = \tau_0/2\pi$, die dem Absorptionsstreifen ursprünglich zukam, endlich ϑ_1 eine dem Absorptionsstreifen unter der gegebenen Temperatur und Dichte individuelle Grösse, so gilt, wie seiner Zeit gezeigt¹⁾:

$$(1) \quad \chi \frac{\sqrt{n_1 n_2}}{k} = \frac{P(\Delta^2 - P^2 - 1)}{(\Delta^2 + P^2 + 1)^2 - 4\Delta^2 P^2},$$

wobei

$$(2) \quad \frac{cR}{\vartheta_1} = P, \quad \frac{2\delta}{\vartheta_1} = \frac{2(\vartheta - \vartheta_0)}{\vartheta_1} = \Delta$$

gesetzt ist.

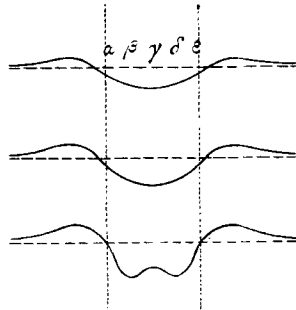
Die Absorptionsmaxima, die den Componenten des Zeeman'schen Duplets entsprechen, liegen nahe bei $\Delta = P$; diese

1) W. Voigt, l. c. p. 786. Formel (8). Ich bemerke, dass in Formel (10) ebenda und auch fünf Zeilen weiter eine Klammer falsch steht; es muss heissen, wie sich weiter unten richtig findet, $4(\sqrt{P^2 + 1} \pm 1)$.

Stellen fallen nach dem oben Gesagten für alle wirksamen Strahlen merklich zusammen; als Variable kommt sonach in unserem Falle Δ/P in Betracht, das mit Θ vertauscht werden mag. Demgemäss schreiben wir die obige Formel, indem wir zugleich $1/P = \Pi$ setzen:

$$(3) \quad \chi \frac{\sqrt{n_1 n_2}}{k} = \frac{\Pi(\Theta^2 - 1 - \Pi^2)}{(\Theta^2 + 1 + \Pi^2)^2 - 4\Theta^2}.$$

Construirt man die rechte Seite dieser Formel als Function von Θ für von etwa 0,5 bis 5,0 wachsende P , d. h. von 2 bis 0,2 abnehmende Π , so erhält man Curven, die successive die in der nebenstehenden schematischen Figur verzeichneten Typen durchlaufen. Die verticalen Geraden α, ε entsprechen dabei den Absorptionsmaximis der beiden Wellen, bez. den Componenten des Zeeman'schen Duplets.



Soweit $\sqrt{n_1 n_2}/k$ als constant betrachtet werden darf, geben diese Curven zugleich die Formen der Interferenzcurven bei der Corbino'schen Anordnung wieder. Die Veränderlichkeit der beiden Factoren $\sqrt{n_1 n_2}$ und k macht sich in zwei verschiedenen Weisen geltend: k beeinflusst die absolute Grösse der Ordinaten in einer durch den Weg des Strahles in der Flamme bedingten Weise für alle Abscissen gleichmässig, $\sqrt{n_1 n_2}$ bringt dagegen, da es in der Umgebung des Absorptionsstreifens ziemlich schnell von kleineren zu grösseren Werten übergeht, eine Unsymmetrie in die Erscheinung, derart, dass die kleinen Wellenlängen entsprechenden Ordinaten vergrössert, die grösseren entsprechenden verkleinert werden. Wir wollen von dieser Unsymmetrie zunächst absehen; dann können wir trotz der Unbekanntschaft mit der Art des Einflusses der Temperatur und der Dichte des Dampfes auf die verschiedenen Parameter der Formel doch jedenfalls das Folgende aussagen.

Bei einer gegebenen Flamme wird bei einer gegebenen Feldstärke ein continuirliches System der in der Figur construirten Curven (bez. der ihnen entsprechenden Interferenzstreifen) mit

je in verschiedener, aber continuirlicher Weise veränderten Coordinaten zur gemeinsamen Wirkung gelangen. Alle diese Curven passiren in der Nähe von α und ϵ in steilem Fall, der in Wirklichkeit, wo im Vergleich mit der Figur die verticalen Coordinaten gegenüber den horizontalen sehr stark vergrößert sind, sich meist nur wenig von einem senkrechten unterscheidet. Es werden daher nahezu in den Absorptionsmaximis (α und ϵ) der beiden Wellen dunkle Flecke in der Nähe der Abscissenaxe erscheinen, die wegen des steilen Einfallendes der Interferenzfransen erheblich breiter erscheinen, als die letzteren ausserhalb des Absorptionsstreifens. Eine absolute Verdunkelung ist in jenen Theilen deshalb aber unmöglich, weil die beiden interferirenden Wellen hier sehr verschiedene Intensität besitzen und sich deshalb nicht zu lineärem Licht zusammensetzen.

Bei wachsender Feldstärke wächst auch P , d. h., alle Curven werden successive mit den (in der Figur nach unten) ihnen folgenden vertauscht; dabei rücken ersichtlich die beschriebenen dunkeln Flecke nach oben, denn die grösseren P entsprechenden Curven schneiden die Geraden α und ϵ in höheren Punkten.

Verglichen mit den markirten Flecken nahe α und ϵ werden die Bereiche β und δ nur verwaschene Interferenzstreifen zeigen, denn hier erleiden die Curven mit wachsendem P enorme Aenderungen; dagegen wird in der Mitte bei γ eine schärfere Ausbildung der Interferenzstreifen Platz greifen können, weil hier die Ordinaten mit wachsendem P ein Maximum erreichen und dann wieder abnehmen.

Um nach diesen allgemeinen Bemerkungen auf die von Hrn. Corbino angestellten Beobachtungen zurückzukommen, so ist zu bemerken, dass er mit Sonnenlicht operirte, bei dem die der Stelle γ entsprechende Farbe wegen der Na-Linien in dem Sonnenspectrum fehlte, dass er sehr dichten Na-Dampf benutzte (die Absorptionsstreifen hatten eine Breite gleich dem vierten Theile des Abstandes der beiden D -Linien) und demgemäss wegen der notwendigen Stärke des einfallenden Lichtes den Spalt nicht gar zu fein machen durfte. Es fehlte somit die Partie bei γ überhaupt, die Erscheinung bei β und δ war diffus, die bei α und ϵ in horizontaler Richtung verbreitert,

— jedenfalls erklärt sich auf diese Weise die unter analogen Umständen von Hrn. Zeeman photographirte Erscheinung, die eine leichte Aufhellung in der Mitte zeigte, vollständig, und es ist sehr wahrscheinlich, dass die Corbino'schen Beobachtungen nichts irgend wesentlich Verschiedenes betroffen haben.

Ist somit erwiesen, dass jene Beobachtungen der Theorie nicht widersprechen, so ist andererseits zuzugeben, dass sie für dieselbe eine nur wenig befriedigende Bestätigung enthalten, insofern sie von dem theoretisch geforderten Verlauf nur einen kleinen Abschnitt und diesen obendrein in verwischter Form wiedergeben. Ich wandte mich daher an Hrn. Zeeman mit der Bitte, die Erscheinung in dem Falle zu verfolgen, dass der Dampf nur geringe Dichte und zugleich das Feld eine so bedeutende Stärke besitzt, dass die Componenten des Duplets sich deutlich voneinander und von der zwischen ihnen auftretenden umgekehrten Linie der Lichtquelle sondern. Ich gebe nachstehend den vorläufigen Bericht (vom 23. Mai) über diese Beobachtungen, den Hr. Zeeman mir freundlichst zur Veröffentlichung überlassen hat.

„Bei den Versuchen, bei deren Ausführung Hr. Hallo mich in eifrigster Weise unterstützt hat, benutzte ich ebenso wie Corbino Interferenzstreifen, welche mit Hülfe eines Quarzkeilsystems mit horizontalen Keilkanten erzeugt wurden. Dieses System stellte ich dicht vor den Spalt des Spectralapparates (Rowland-Gitter, 6,5 m Radius, 14400 Linien pro inch). Hinter dem Spalte, zwischen diesem und dem Gitter war ein kleiner Nicol aufgestellt. Die Gitteraufstellung war die von Runge und Paschen angegebene¹⁾, wobei paralleles Licht auffällt. Als Lichtquelle diente bei der Mehrzahl der Versuche Bogenlicht, in einigen Fällen Sonnenlicht. Die Distanz der durchbohrten Pole betrug bei den Versuchen, die ich in erster Linie beschreiben will, etwa 4 mm und das dabei erzeugte Feld ungefähr 18000 C.G.S. In dieses Feld wurde eine Gas-Sauerstoffflamme gestellt. Nach Entfernung des polarisirenden Nicols und des Quarzkeilsystems, und nachdem mit einem Glasstabe die Flamme gefärbt war, erschienen im Ge-

1) H. Kayser, *Spectralanalyse* 1. p. 482. 1900.

sichtsfelde die zwei Componenten der Duplets, worin die *D*-Linien unter Einwirkung des Feldes aufgelöst werden. Zwischen den Linien des Duplets zeigten sich die sehr feinen Absorptionslinien, die der Lichtquelle angehören. Nach Einsetzen des polarisirenden Nicols und des Quarzkeilsystems wurden im Gesichtsfelde horizontale Interferenzstreifen erzeugt. Bei D_1 wurden nun folgende Erscheinungen beobachtet, wenn die Dichte des Natriumdampfes continuirlich geändert, das Feld aber constant gehalten wurde.“

a) „Solange der Natriumdampf äusserst verdünnt war, zeigte sich an der Stelle der umgekehrten Natriumlinie eine sehr kleine Ausbiegung des Interferenzstreifens — sagen wir nach unten —, zu gleicher Zeit erschienen die Linien des Duplets etwas stärker wie vor Einschaltung des Keilsystems. Gerade oberhalb des Interferenzstreifens waren dieselben am stärksten, nach oben nahmen sie rasch an Stärke ab.“

„Wurde nun die Dichte des Dampfes vergrössert (obgleich noch immer sehr verdünnt gehalten), dann hoben sich die an die beiden Componenten grenzenden äusseren Teile des Interferenzstreifens weiter nach oben; zu gleicher Zeit löste sich gleichsam der innere Streifen los, wodurch der innere und die äusseren Streifen der Verbindung entbehrten. Die äusseren Teile des inneren Streifens schienen nach unten verschoben.“

„Bei zunehmender Dichte des Dampfes sank der innere Streifen rasch nach unten, die Form des Streifens war ähnlich derjenigen eines Pfeiles mit nach oben gerichteter Spitze. Die äusseren Teile des inneren Streifens verschwanden ganz. Die äusseren Streifen hoben sich immer mehr. Endlich verschwand auch der pfeilförmige Teil des inneren Streifens, während der Streifen weiter herabsank. Es schien jetzt der ganze innere Raum zwischen den äusseren Streifen gleichmässig schwach erhellt, nur die umgekehrte Natriumlinie der Lichtquelle blieb dunkel. Eine weitere Vergrösserung der Dampfdichte verdunkelte das Gesichtsfeld allmählich mehr (vgl. unten d).“

„In einem Felde von 18000 Einheiten konnte die Bewegung des inneren Streifens nach unten über einen Bereich von etwa drei Streifendistanzen verfolgt werden. Dies entspricht einer negativen Drehung von fast $3 \times 180^\circ$, sagen

wir rund 500°. Durch geeignete Regulirung der der Flamme zugeführten Quantität Natrium konnte jedes der beschriebenen Stadien längere Zeit hindurch beobachtet werden“.

„Bei D_2 verlief die Erscheinung im wesentlichen auf dieselbe Weise. Nur zeigte die Erscheinung einen eigenen Charakter. Ich erwähne hier allein die etwas andere Form des inneren Streifens, sowie ein schnelleres Verschwinden desselben als bei D_1 .“

b) „Wurde die Dampfdichte, soviel möglich, constant gehalten, so konnte constatirt werden, dass die negative Drehung bei wachsender Feldstärke *abnimmt*. Diese Verkleinerung der Drehung war ohne Messungen direct zu beobachten, wenn man die Feldstärke z. B. von 18000 auf 25000 ansteigen liess. Diese Aenderung war gerade dann sehr deutlich, wenn die negative Drehung gross war. War dieselbe klein, so konnte constatirt werden, dass dieselbe Aenderung des Feldes eine viel kleinere Aenderung der Drehung zum Vorschein rief.“

c) „Die in a) und b) angeführten Beobachtungen sind in schönster Uebereinstimmung mit der Theorie. Die enorme Grösse der negativen Drehung und die Richtung, in der bei wachsender Feldstärke die Drehung sich ändert, wurden von derselben voraus gesagt. Man braucht zur Vergleichung von Theorie und Beobachtung in der letzteren Beziehung nur den Wert von P zu kennen, wofür die Vergleichung stattfinden soll. Nach dem Aussehen der Erscheinung konnte ich in jedem Falle durch Vergleichung mit der Voigt'schen Figur beurteilen, welches P zu wählen war. Mit den grösseren der in a) beobachteten negativen Drehungen correspondiren Werte des P , die man zu 5 oder 7 anschlagen kann. Den kleinsten leicht beobachtbaren Drehungen in dem starken Felde dürften wohl Werte in der Nähe von $P = 1,73$ entsprechen.“

d) „Mit sehr dichtem Natriumdampf, wobei also das in a) zuletzt genannte Stadium überschritten war, beobachtete ich Erscheinungen, die wohl mit den von Corbino beobachteten identisch waren. Es war bei meinen Versuchen dann notwendig, die Spaltbreite grösser zu machen, als bei den früheren (a) Beobachtungen, damit die Lichtstärke genügend gross wurde. Nahe der Mitte des Absorptionsstreifens sieht man einen horizontalen Abschnitt eines Interferenzstreifens,

der durch die Feldwirkung anscheinend sehr wenig nach oben verschoben ist. Der horizontale Abschnitt des Streifens ist viel verwaschener und kommt viel weniger zum Vorschein als der in a) beschriebene innere Streifen. Die Zahlenwerte der von mir gemessenen Verschiebungen sind von ganz derselben Grössenordnung wie die von Corbino mitgeteilten. Diese Erscheinungen sprechen wohl nicht gegen die Theorie. Die Umstände sind aber offenbar viel weniger einfach. Es liegen hier noch verschiedene Möglichkeiten zu einer Erklärung vor, und es dürfte daher wünschenswert sein, noch einige weitere Beobachtungen zur Beschränkung der Wahl anzustellen.“ —

2. Geleitet von dem Bestreben, ein magnetisches Analogon zu der von Kerr entdeckten elektrischen Doppelbrechung in festen und flüssigen Körpern zu finden, hat Hr. Majorana in Rom zahlreiche Versuche mit magnetisierbaren Flüssigkeiten angestellt, die ihn schliesslich zu sehr interessanten positiven Resultaten geführt haben. Hr. Majorana teilt mit¹⁾, dass, senkrecht zu den Kraftlinien des Magnetfeldes beobachtet, eine wässerige Lösung von Eisenchlörür spurenweise, eine solche von dialysirtem Eisen oder von Eisenoxyd in colloidalen Lösung sehr deutliche Doppelbrechung zeige, und dass insbesondere eine verdünnte Lösung der letzten Substanz, welche kaum mehr gefärbt erschien, auf einer Länge von 7 cm in einem Felde von ca. 18000 absoluten Einheiten für gelbes Licht einen Gangunterschied der beiden Wellen im Betrage von ungefähr $\frac{1}{4}$ einer Wellenlänge ergäbe. Nach einer brieflichen Mitteilung hat Hr. Majorana neuestens Präparate von einer etwa 50 mal so grossen Wirksamkeit dargestellt. Die Umkehrung der Richtung der magnetischen Kraft modificirt die Erscheinungen nicht merklich. Leider hängt die Constitution der benutzten Substanzen noch derartig von Zufälligkeiten bei der Herstellung ab, dass nicht nur die Grössenordnung, sondern auch der Sinn der Doppelbrechung von einem Präparat zum anderen variirt.

Entsinnt man sich, dass die Theorie der magneto-optischen Vorgänge, die ich entwickelt habe²⁾, selbst bei Beschränkung

1) Q. Majorana, Rend. R. Acc. dei Lincei 11. p. 374. 1902.

2) W. Voigt, Wied. Ann. 67. p. 345. 1899.

auf die in der Feldstärke lineären Glieder der Differentialgleichungen für die Richtung normal zu den Kraftlinien eine Doppelbrechung proportional mit dem Quadrate der Feldstärke verlangt, die sich auch bei Na-Dampf direct nachweisen liess¹⁾, so möchte man zunächst vermuten, dass es sich hier um das analoge, von mir bei schwerem Flintglas fast vergeblich gesuchte²⁾ Phänomen bei einer Flüssigkeit handeln möchte.

Dem widerspricht indessen die Thatsache, dass nach der Theorie jene Doppelbrechung von derselben magneto-optischen Constanten abhängt, wie die Drehung der Polarisationssebene in der Richtung der Kraftlinien³⁾ (der Faradayeffect), und dass diese Constante bei den untersuchten Körpern nach den von Hrn. Majorana mir gemachten Mittheilungen nicht merklich grösser ist, als für Wasser, die des schweren Flintglases, bei dem die Doppelbrechung unter den günstigsten äusseren Umständen mindestens zweifelhaft blieb, somit längst nicht erreicht.

Ausserdem beobachtete aber Hr. Majorana normal zu den Kraftlinien mit dem beschriebenen Phänomen verbunden und dasselbe gelegentlich an Stärke übertreffend, eine seltsame Drehung der Polarisationssebene des hindurchgehenden (zunächst weissen) Lichtes, die bei Umkehrung des Feldes ihren Sinn beibehielt, die nur wirkte, wenn die einfallende Polarisationssebene gegen die Kraftlinien geneigt war und dann keine constante Richtung bewahrte, sondern je nach dem Präparat die Polarisationssebene entweder stets parallel oder aber stets normal zu den Kraftlinien zu stellen strebte.

Ueber die Natur dieses Phänomens kann meines Erachtens kaum eine Meinungsverschiedenheit herrschen; die vollständige Analogie mit den bei Reflexion an durchsichtigen Körpern beobachteten Drehungen weist darauf hin, dass es sich um eine verschiedene Schwächung der beiden Componenten handelt, die parallel und die normal zu den Kraftlinien polarisirt sind. Der gegebenen Anregung folgend, hat Hr. Majorana seit seiner ersten Publication diesen „magnetischen Pleochroismus“

1) l. c. p. 360.

2) l. c. p. 357.

3) l. c. p. 353.

durch die Beobachtung in der That festgestellt. Damit ordnet sich die Erscheinung ausser dem Kerrphänomen auch den Triplets (und den complicirteren Gebilden) des inversen Zeemaneffectes mit anormaler Intensitätsverteilung sehr nahe zu, und es ist von vornherein wahrscheinlich, dass eine Erweiterung der Theorie, analog derjenigen, die jene Phänomene erklärt, auch die Majorana'schen Beobachtungen darstellen wird.

Um nicht bei der Entwicklung der Theorie der magneto-optischen Erscheinungen durch die vielleicht doch nur unvollständig bekannten Gesetze über Elektronenwirkungen zu sehr gebunden zu sein, habe ich mich dabei auf den rein phänomenologischen Standpunkt gestellt, ohne denselben damit als den absolut genommen trefflichsten zu bezeichnen. That- sache ist, dass es *bis jetzt* nicht gelingt, aus den anderweit bewährten Gesetzen der Elektronenbewegung die complicirteren Fälle des Zeemaneffectes abzuleiten.¹⁾ Der verallgemeinerte Lorentz'sche Ansatz führt unter Umständen zu Gesetzen der *Schwingungszahlen*, die gewissen Beobachtungen entsprechen; es ist aber meines Wissens bisher nicht gelungen, auch nur in einem einzigen Falle die in jenem Ansatz enthaltenen Freiheitsgrade so zu deuten, dass sich einer der beobachteten complicirteren Effecte nach Polarisations- und Intensitäts- verhältnissen daraus ergibt. Doch mögen die, wie mir bekannt, im Gange befindlichen Versuche hier Fortschritte zeitigen; immerhin sind gerade in der hier erforderlichen Richtung Resultate nicht eben wahrscheinlich; denn der Lorentz'sche Ansatz beruht auf der Annahme, dass bei dem Zeemaneffect von dem äusseren Felde eine Arbeit nicht geleistet wird, während die Vorgänge, um die es sich hier handelt, anderer

1) Für die Herleitung der Quadruplets hat Hr. Lorentz (Phys. Zeitschr. 1. p. 39. 1899) bereits den strengen Standpunkt der Elektronen- hypothese aufgegeben und ähnlich, wie ich zuvor gethan, *hypothetische* Wechselwirkungen zwischen den Teilen eines Elektronenpaares herangezogen. Aber dieser eine Schritt reicht noch nicht aus, um zu den beobachteten Erscheinungen zu kommen. Diese verlangen vielmehr noch die weitere, mit der Elektronenhypothese schwer vereinbare Annahme, dass der eine der gekoppelten „Freiheitsgrade“, wie man sich möglichst neutral ausdrücken kann, *nicht strahlt*, d. h. directe optische Wirkung nicht übt. Die Hervorhebung dieses Resultates war einer der Haupt- punkte in meiner bez. Darlegung (Wied. Ann. 68. p. 356. 1899).

Art sein dürften. Zunächst erscheint aber jedenfalls der phänomenologische Weg als der aussichtsvollere, wobei nicht ausgeschlossen ist, dass, wie sich z. B. bei der Theorie des Kerrphänomens zeigen liess¹⁾, aus den so gewonnenen Gleichungen Folgerungen für die Elektronentheorie zu gewinnen sind.

Ich habe demgemäss bei der Entwicklung der Theorie einfach von „für die optische Wirkung der ponderablen Materie charakteristischen Vectorgrössen \mathfrak{R}_h “ gesprochen, die Eigenschwingungen auszuführen vermögen und mit der elektrischen Feldstärke K in lineären Beziehungen von der Form

$$(4) \quad \mathfrak{X}_h + a_h \frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t} + b_h \frac{\partial^2 \mathfrak{X}_h}{\partial t^2} = \varepsilon_h X$$

.

stehen, wobei $\mathfrak{X}_h, \mathfrak{Y}_h, \mathfrak{Z}_h$ die Componenten von \mathfrak{R}_h , wie X, Y, Z diejenigen von K , ausserdem a_h, b_h, ε_h Constanten bezeichnen. Ich nahm der Erfahrung gemäss an, dass diese Schwingungen von dem äusseren magnetischen Feld R mit den Componenten A, B, C beeinflusst werden, und erhielt dann bei der weiteren Hypothese, dass auch die vervollständigten Formeln in Bezug auf $\mathfrak{X}_h, \mathfrak{Y}_h, \mathfrak{Z}_h$ linear sind, sowie dass die Zusatzglieder keine Energie verzehren, unter Berücksichtigung der Symmetrieverhältnisse mit einer gewissen Notwendigkeit als Ergänzungsglieder erster Ordnung in Bezug auf die Feldstärke R das System

$$c_h \left(C \frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t} - B \frac{\partial \mathfrak{Z}_h}{\partial t} \right) \text{ etc.,}$$

welches bisher sämtliche magneto-optische Erscheinungen erklärt hat, die auf Absorptionslinien mit normalen Zeeman'schen Triplets beruhen oder sich in merklich durchsichtigen Bereichen abspielen.

Bezüglich der Ergänzungsglieder zweiter Ordnung hat man nur wenig mehr Wahlfreiheit. Bei Benutzung der früheren Annahmen und bei Einführung neuer Parameter d_h, d'_h müssen sie nach den Symmetrieverhältnissen lauten

$$(d_h A^2 + d'_h B^2 + d''_h C^2) \mathfrak{X}_h + (d_h - d'_h) A (B \mathfrak{Y}_h + C \mathfrak{Z}_h) \text{ etc.,}$$

oder es müssen an Stelle von $\mathfrak{X}_h, \mathfrak{Y}_h, \mathfrak{Z}_h$ gerade Differentialquotienten dieser Functionen nach der Zeit stehen. Nimmt

1) W. Voigt, Ann. d. Phys. 4. p. 197. 1901.

man an, dass wie die Glieder erster, so auch die zweiter Ordnung im Zustande der *Ruhe* verschwinden (also, anschaulicher in der Sprache der atomistischen Hypothese ausgedrückt, nur *bewegte* Elektronen magnetischen Kräften unterliegen), so ist der einfachste Ansatz der, welcher die *zweiten* Differentialquotienten enthält. Wir wollen denselben hier verfolgen. Ihm entspricht ein Anteil an der Energie

$$\frac{1}{8\pi} \left\{ (d_h A^2 + d_h' B^2 + d_h' C^2) \left(\frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t} \right)^2 + \dots + \dots \right. \\ \left. + 2(d_h - d_h') \left(B C \frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t} \frac{\partial \mathfrak{Z}_h}{\partial t} + \dots + \dots \right) \right\},$$

während die Glieder erster Ordnung einen solchen Anteil überhaupt nicht ergeben.

Fällt die *Z-Axe* mit der Richtung der magnetischen Kraftlinien zusammen, so nehmen die so vervollständigten Gleichungen (4) die Gestalt an

$$(5) \quad \begin{cases} \mathfrak{X}_h + a_h \frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t} + (b_h + d_h' R^2) \frac{\partial^2 \mathfrak{X}_h}{\partial t^2} + c_h R \frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t} = \varepsilon_h X, \\ \mathfrak{Y}_h + a_h \frac{\partial \mathfrak{Y}_h}{\partial t} + (b_h + d_h' R^2) \frac{\partial^2 \mathfrak{Y}_h}{\partial t^2} - c_h R \frac{\partial \mathfrak{X}_h}{\partial t} = \varepsilon_h Y, \\ \mathfrak{Z}_h + a_h \frac{\partial \mathfrak{Z}_h}{\partial t} + (b_h + d_h' R^2) \frac{\partial^2 \mathfrak{Z}_h}{\partial t^2} = \varepsilon_h Z. \end{cases}$$

Das Medium wird also beim Fehlen der Wirkungen erster Ordnung durch diejenigen zweiter Ordnung in gewöhnlicher Weise doppeltbrechend und pleochroitisch. Wir wollen uns im Anschluss an die Majorana'schen Beobachtungen, wo die c_h fast unmerklich waren, auf den Fall verschwindender c_h beschränken.

Für eine ebene Welle, die senkrecht zu den Kraftlinien fortschreitet, erhält man die Werte der Brechungs- und Absorptionsindices n und κ , je nachdem die elektrischen Schwingungen senkrecht oder parallel zu den Kraftlinien liegen,

$$(6) \quad \begin{cases} n_s^2 (1 - \kappa_s^2) = 1 + \sum \frac{\varepsilon_h \vartheta^2 A_h'}{N_h'}, & 2 n_s^2 \kappa_s = \sum \frac{\varepsilon_h a_h \vartheta^3}{N_h'}, \\ n_p^2 (1 - \kappa_p^2) = 1 + \sum \frac{\varepsilon_h \vartheta^2 A_h}{N_h}, & 2 n_p^2 \kappa_p = \sum \frac{\varepsilon_h a_h \vartheta^3}{N_h}, \end{cases}$$

wobei:

$$(7) \quad \begin{cases} A_h = \vartheta^2 - (b_h + d_h R^2), & A_h' = \vartheta^2 - (b_h + d_h' R^2), \\ N_h = A_h^2 + a_h^2 \vartheta^2, & N_h' = A_h'^2 + a_h^2 \vartheta^2. \end{cases}$$

Beachtet man, dass $b_h = \vartheta_h^2$ das Quadrat der reducirten Eigenschwingungsdauer des Vectors \mathfrak{R}_h bezeichnet, so erkennt man, dass die Einwirkung der Ergänzungsglieder sich darauf beschränkt, für die s - und die p -Welle *diese* Schwingungsdauer in verschiedener Weise zu verändern und somit die für n und $n\kappa$ charakteristischen Curven in fast ungeänderter Form innerhalb der Scala der Wellenlängen um mit R^2 proportionale Beträge zu verschieben. Bei Anwesenheit sehr feiner Absorptionslinien würden also Duplets von der für elektro-optische Wirkungen signalisirten Art¹⁾ entstehen können, aber die Componenten würden ihre Intensitäten im wesentlichen beibehalten. Pleochroismus und Doppelbrechung sind dabei wesentlich Wirkungen jener Verschiebungen; wenn dieselben also bei den von Hrn. Majorana untersuchten Substanzen (im Gegensatz zu dem bei dem analogen elektro-optischen Phänomen Gefundenen) bedeutende Beträge erreichen, so wird man daraus auf beträchtliche Werte d_h und d'_h schliessen müssen.

In den von Hrn. Majorana untersuchten Fällen ist κ^2 neben Eins zu vernachlässigen und auch $n_s - n_p$ sehr klein neben $n_s + n_p$. Demnach kann man hier schreiben

$$(8) \quad \begin{cases} n_s - n_p = \frac{1}{2n_0} \sum \frac{\varepsilon_h \vartheta^2 (A'_h N_h - A_h N'_h)}{N_h N'_h}, \\ n_s \kappa_s - n_p \kappa_p = \frac{1}{2n_0} \sum \frac{\varepsilon_h a_h \vartheta^3 (N_h - N'_h)}{N_h N'_h}, \end{cases}$$

oder bei Vernachlässigung von $\vartheta^4 d_h^2 R^4$ neben $(\vartheta^2 - b_h)^2 = \Theta_h^2$

$$(9) \quad \begin{cases} n_s - n_p = \frac{R^2 \vartheta^2}{2n_0} \sum \frac{\varepsilon_h (\Theta_h^2 - a_h^2 \vartheta^2) (d'_h - d_h)}{N_h N'_h}, \\ n_s \kappa_s - n_p \kappa_p = \frac{R^2 \vartheta^3}{n_0} \sum \frac{\varepsilon_h a_h \Theta_h (d'_h - d_h)}{N_h N'_h}. \end{cases}$$

Den Quotienten aus diesen beiden Werten darf man als *das Verhältnis von Doppelbrechung und Pleochroismus* für das bestimmte, dem Feld ausgesetzte Medium und die bestimmte Wellenlänge bezeichnen.

Alle Formeln werden hervorragend einfach, wenn das Medium in seinem optischen Verhalten (wie häufig wenigstens

1) W. Voigt, Wied. Ann. **69**. p. 312. 1899; Ann. d. Phys. **4**. p. 197. 1901.

angenähert zutrifft) durch *nur einen* im Ultraviolett gelegenen Absorptionsstreifen allein oder hervorragend bestimmt wird, in welchem Fall wir einfach die Indices h beseitigen. Insbesondere wird hier

$$(10) \quad \frac{n_s - n_p}{n_s \kappa_s - n_p \kappa_p} = \frac{\Theta^2 - a^2 \vartheta^2}{2 a \Theta \vartheta}.$$

Nun ist unter den vorausgesetzten Umständen ausserhalb des Magnetfeldes

$$(11) \quad \frac{n_0^2 - 1}{2 n_0^2 \kappa} = \frac{\Theta}{a \vartheta};$$

setzt man also

$$(12) \quad \frac{2 n_0^2 \kappa_0}{n_0^2 - 1} = \operatorname{tg} \varphi,$$

so ergibt sich

$$(13) \quad \frac{n_s \kappa_s - n_p \kappa_p}{n_s - n_p} = \operatorname{tg} 2 \varphi.$$

Wegen des im Falle der Majorana'schen Beobachtungen stets positiven $n_0^2 - 1$ und des äusserst kleinen κ_0 ist hier auch φ sehr klein positiv; gleiches gilt sonach auch für das Verhältnis des Pleochroismus zur Doppelbrechung.

Besitzt die einfallende linear polarisirte Welle für die elektrischen Schwingungen gegen die Kraftlinien ein Azimut ψ , die austretende das Azimut χ , so ist

$$(14) \quad \operatorname{tg} \chi = \operatorname{tg} \psi e^{\frac{2\pi l}{\lambda} (n_s \kappa_s - n_p \kappa_p)},$$

wobei l die Länge des Lichtweges in dem activen Medium und λ die Wellenlänge in Luft bezeichnet. Zugleich ist die Verzögerung der austretenden s - gegen die p -Komponente

$$(15) \quad \delta = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_s - n_p).$$

Die Combination der Formeln (14), (15) und (16) ergibt

$$(16) \quad \operatorname{tg} \chi = \operatorname{tg} \psi e^{\delta \cdot \operatorname{tg} 2 \varphi},$$

und damit eine merkwürdige Beziehung zwischen den verschiedenen, bei dem Phänomen vorkommenden Grössen, die natürlich, wie ähnlich erhaltene Beziehungen aus den Gliedern erster Ordnung, wegen der der Wirklichkeit höchstens in einiger Annäherung entsprechenden Voraussetzungen im besten Falle nur angenähert erfüllt sein kann.

Immerhin darf man die Resultate, die im Vorstehenden für Medien mit nur einem im Ultraviolett liegenden Ab-

sorptionsstreifen entwickelt sind, als Fingerzeige für sehr wahrscheinliche qualitative oder angenäherte quantitative Gesetze ansehen.

In Bezug hierauf ist nun ein brieflicher Bericht, den ich von Hrn. Majorana erhielt, bevor jener noch von den Resultaten der Theorie wusste, von hervorragendem Interesse. Derselbe lautet in Bezug auf eine wässrige Lösung von dialysirtem Eisen folgendermaassen:

1. Je nach der Lösung kommt vor: a) positive Doppelbrechung, b) negative Doppelbrechung, c) eine Doppelbrechung, die bei sehr schwachen Feldern positiv ist, bei wachsender Feldstärke durch Null hindurchgeht und dann negativ bleibt.

Die Fälle a) und c) sind die häufigsten.

2. Die Doppelbrechung ist dem Quadrate der Feldstärke proportional (mit Ausnahme der kleinen anfänglichen Anomalie des Falles c), indirect proportional mit dem Quadrat der Wellenlänge und direct proportional der Concentration.

3. Einige Substanzen des Typus c) zeigen eine sehr starke Doppelbrechung. In einem Felde von 18000 C.G.S. gab eine Lösung von der Dichte 1,001 in einem Trog von 7 cm Länge für grünes Licht eine Phasendifferenz von 12 Wellenlängen.

In Bezug auf die Absorption einfallenden natürlichen Lichtes verhalten sich die Substanzen von den Typen a) und c) verschieden.

Typus a). Bei Beobachtung ohne Analysator ergibt sich für Fortpflanzung sowohl \parallel als \perp zu den Kraftlinien Aufhellung und Verbreiterung des Spectrums. Bei Beobachtung mit einem Nicol in der Richtung \perp zu den Kraftlinien zeigt sich Aufhellung und Verbreiterung, wenn dessen Hauptschnitt \perp , Verdunkelung und Zusammenziehung, wenn er \parallel zu den Kraftlinien liegt.

Typus c). Während der Periode negativer Doppelbrechung giebt die Beobachtung ohne Analysator \perp zu den Kraftlinien Aufhellung, \parallel dazu Verdunkelung. Bei Beobachtung mit einem Nicol \perp zu den Kraftlinien zeigt sich Aufhellung, wenn dessen Hauptschnitt \parallel , Verdunkelung, wenn dessen Hauptschnitt \perp zu den Kraftlinien liegt.

Was die Vergleichung dieser Erfahrungsthatfachen mit der Theorie angeht (wobei von der anfänglichen Anomalie im Falle c) vorerst abgesehen werden mag), so kommt zunächst die erste

Formel (9) für die Grösse der Doppelbrechung in Betracht. Die Proportionalität mit R^2 ist Folge unseres Ansatzes, die Proportionalität mit der Concentration ergibt sich für alle analogen optischen Eigenschaften verdünnter Lösungen aus der That-
sache, dass unter diesen Voraussetzungen die schwingenden Teile der gelösten Substanz nicht aufeinander einwirken, und demgemäss die Parameter a_h , b_h , c_h , d_h von der Concentration unabhängig sind, ϵ_h aber der Concentration proportional ist. Die (angenäherte) Proportionalität mit $1/\lambda^2$ bez. $1/\vartheta^2$ ergibt sich aus der betreffenden Formel, weil in dem Falle, dass (wie fast immer) die maassgebenden Absorptionsstreifen weit im Ultravioletten liegen, Θ_h mit ϑ^2 , N_h und N_h' mit ϑ^4 angenähert proportional sind.

Bezüglich der Absorption sagt die Formel (13) aus, dass senkrecht zu den Kraftlinien der Welle mit grösserem Brechungsindex auch die grössere Absorption zukommt, und man erkennt leicht, dass dies gerade der Inhalt der Majorana'schen Beobachtungen mit einem Nicol ist. Daneben ergeben die letzteren aber auch das merkwürdige Resultat entgegengesetzter Vorzeichen der Parameter d_h und d_h' . Eine Aufklärung über das Verhältnis von deren absoluten Werten liefern die Beobachtungen ohne Nicol; denn bei diesen kommen in der Richtung normal zu den Kraftlinien beide Absorptionen gleichzeitig zur Geltung. Diese Resultate haben aber zunächst noch keine theoretische Bedeutung.

Es ist nicht ohne Interesse, dass die Angaben des Hrn. Majorana sich in einer so glücklichen Weise ergänzen, dass sie zusammengenommen so ziemlich jede Willkürlichkeit in dem p. 883 gemachten Ansatz beseitigen. Würde man statt der zweiten Differentialquotienten die nullten oder ersten benutzen (wo im letzteren Falle die Ergänzungsglieder die Dämpfung der Schwingungen vermehren würden), so ginge dabei die allseitige Uebereinstimmung der Theorie mit der Beobachtung verloren. Nachdem aber diese Uebereinstimmung hervorgetreten ist, kann man sich meines Erachtens bei weiteren Beobachtungen vertrauensvoll von den vervollständigten Formeln (5) leiten lassen.

Abschliessend mag noch ein Blick auf die Bedeutung dieser Gleichungen geworfen werden. Dieselben unterscheiden

sich von dem Ansatz, der die bekannten elektro-optischen Erscheinungen erklärt¹⁾, nur durch die Vertauschung der elektrischen mit den magnetischen Feldcomponenten und der in sie multiplicirten \mathfrak{X}_h , \mathfrak{Y}_h , \mathfrak{Z}_h mit den $\partial^2 \mathfrak{X}_h / \partial t^2$, $\partial^2 \mathfrak{Y}_h / \partial t^2$, $\partial^2 \mathfrak{Z}_h / \partial t^2$. Während also, nach den Vorstellungen der Elektronentheorie gedeutet, das *elektrische* Feld die *quasielastischen Kräfte* polar verändert — was sich auch innerhalb des Kreises jener Vorstellungen vollständig begründen lässt —, so verändert das *magnetische* Feld gemäss den Ergänzungsgliedern zweiter Ordnung die scheinbare *Masse* der Elektronen polar.

Göttingen, Anfang Juni 1902.

1) W. Voigt, Wied. Ann. 69. p. 310. 1899.

(Eingegangen 8. Juni 1902.)
