

## 7. Über die innere Reibung des Eises. II; von Boris Weinberg.

1. In meinem ersten Aufsatz<sup>1)</sup> über die innere Reibung des Eises entging mir (wegen der geringeren Zahl der Versuche) die Feststellung einer Beziehung zwischen dem Koeffizienten  $\eta$  der inneren Reibung und der Scherungswinkelgeschwindigkeit  $\alpha'$  — einer Beziehung, welche einem interessanten Zusammenhang mit der Relaxationstheorie von Maxwell<sup>2)</sup> und Schwedoff<sup>3)</sup> entspricht. Diese Beziehung — eine Verminderung von  $\eta$  mit wachsender  $\alpha'$  — war durch einen zweifachen Einfluß der Temperatur auf die Torsionsgeschwindigkeit  $\varphi'$  des Ende des Zylinders versteckt. In der Tat macht die Erhöhung der Temperatur  $\theta$  den Koeffizienten  $\eta$  kleiner, und deswegen steigt die Geschwindigkeit  $\varphi'$ ; dieser Zuwachs von den Scherungsgeschwindigkeiten  $\alpha'$  von koaxialen zylindrischen Schichten macht seinerseits die entsprechenden Werte von  $\eta$  noch kleiner und deswegen steigt die Torsionsgeschwindigkeit  $\varphi'$  noch. Diese beiden Wirkungen von Temperatur — die unmittelbare und die mittelbare — wurden nur dann getrennt, wenn ich die aus meinen Versuchen ermittelten Werte von  $\eta$  nicht nur nach der Temperatur  $\theta$ , sondern auch nach den Werten von der endgültigen mittleren Scherungsgeschwindigkeit  $\psi'$  (gleich  $\frac{2}{3}(r/l)\varphi'$ , wo  $r$  der Halbmesser und  $l$  die Länge des tordierenden Zylinders) bei nahe liegenden Temperaturen geordnet habe.

Bei solch einer Zusammenstellung sollte man aus den Werten von  $\eta$ , welche sich auf fast gleiche Werte von  $\theta$  und  $\psi'$

1) B. Weinberg, Ann. d. Phys. 18. p. 81. 1905.

2) J. C. Maxwell, Phil. Trans. 157. p. 49. 1868 oder Phil. Mag. (4) 35. p. 129 u. 185. 1868.

3) Th. Schwedoff, Journ. de Phys. (2) 8. p. 341. 1889; (2) 9. p. 34. 1890 oder Séanc. Soc. Franç. p. 134 u. 186. 1889.

und auf die Wirkung desselben Torsionsmomentes an demselben Zylinder beziehen, nur *einen* Mittelwert nehmen. Die Zusammenstellung *aller* Werte von  $\eta$  wäre für die Beantwortung der Frage, ob  $\eta$  von  $\psi'$  abhängt oder nicht, von keiner Bedeutung, da bei konstantem Torsionsmoment der berechnete Wert von  $\eta$  dem beobachteten Werte von  $\psi'$  umgekehrt proportional ist.

In der Tab. I sind entsprechende Werte von  $\theta$  ( $^{\circ}$  C.),  $\psi'$  (in  $10^{-8}$ . 1/sec) und  $\eta$  (in  $10^{13}$  g/cm. sec) für Newaeis gegeben. Die Bedeutung von  $\eta_{\text{ber.}}$  wird später erklärt. In der Kolumne „Nr.“ bedeuten die Nummern I—V die Tabellen von meinem ersten Aufsatz, IIIa einen ziemlich schlechten Versuch, welchen ich da nicht angeführt hatte, und VI einen zehntägigen Versuch derselben Art, welchen ich diesen Winter unter etwas besserer Anordnung ausführte. Die Zahlen weichen etwas von den in meinem Aufsätze gegebenen ab — hauptsächlich wegen der Berücksichtigung der äußeren Reibung und der Berichtigung eines Fehlers in den Temperaturangaben: alle Temperaturen, welche da als  $^{\circ}$  C. bezeichnet sind, waren in Wirklichkeit  $^{\circ}$  R.

Tabelle I.

Nr.	$\theta$	$\psi'$	$\eta$	$\eta_{\text{ber.}}$	Nr.	$\theta$	$\psi'$	$\eta$	$\eta_{\text{ber.}}$
I	-14,0	2,61	10,14	10,32	I	-1,5	14,4	1,93	2,07
I	-11,4	3,36	7,99	7,60	III	-1,9	9,80	2,52	2,35
VI	-11,2	0,36	18,38	19,85	V	-2,0	3,28	5,84	3,37
I	-8,6	5,02	5,34	5,33	IV	-2,6	1,88	4,76	4,68
VI	-8,6	0,45	14,90	15,44	II	-2,1	1,19	8,48	6,08
I	-7,3	5,65	4,70	4,58	VI	-2,6	0,94	7,03	7,34
I	-5,9	6,14	4,42	3,90	I	-0,7	19,9	1,38	1,74
III a	-5,0	1,82	8,43	5,51	III	-0,8	12,1	2,07	1,93
II	-5,7	0,85	12,32	8,93	VI	-1,1	1,65	3,57	4,65
VI	-6,4	0,66	9,16	10,85	II	-1,0	1,54	6,51	4,78
VI	-5,7	0,56	11,32	11,93	VI	-0,8	1,50	4,71	4,86
I	-3,8	8,84	3,11	2,94	I	-0,1	27,7	1,00	1,33
III	-3,5	7,91	3,07	2,91	III	-0,3	14,7	1,72	1,65
IV	-4,4	1,37	6,66	6,21	II	0,0	4,18	1,59	2,15
III a	-4,4	1,06	13,45	7,28	II	0,0	2,95	3,65	2,66
II	-4,0	0,92	10,98	7,87	VI	0,0	2,83	2,52	2,72
VI	-3,7	0,83	7,11	8,36	II	-0,1	1,64	6,11	4,29
VI	-4,1	0,71	9,35	9,51					

2. Analoge Abnahme von  $\eta$  mit Steigerung von  $\psi'$  und von  $\theta$  ergibt auch — obgleich nicht so deutlich — die Tab. II, die die Resultate von Messungen enthält, welche ich an dem grobkörnigen Eis der Gletscher der Oetztalalpen (Hintereisferner, Kesselwandferner und Hochjochferner) im Juli-August 1905 aufgestellt hatte.<sup>1)</sup> In dieser Tabelle haben  $\theta$ ,  $\psi'$  und  $\eta$  dieselbe

1) Dazu dienten zwei besondere Apparate, von welchen jeder wesentlich aus einem doppelwandigen Eisenblechgefäß besteht. In den Zwischenraum legte ich Schnee mit Salz (um die Beobachtungen bei Lufttemperaturen über  $0^\circ \text{C.}$  zu ermöglichen) und in den Innenraum stellte ich den zu tordierenden Eiszylinder. Fig. 1 stellt in  $\frac{1}{6}$ -Naturgröße den vertikalen Schnitt des Gefäßes und Fig. 2 das Gefäß von oben dar.

Bei der Konstruktion sollte die Kältemischung und besonders der Eiszylinder vor Wärmezufuß geschützt sein und gleichzeitig der Innenraum für die Manipulationen während der Einstellung des Eiszylinders und nachdem für die Beobachtungen der Torsionswinkel und für die Wirkung der Torsionsmomente zugänglich werden. Für diesen Zweck war das Gefäß aus zwei Hälften gemacht, deren eine abnehmbar war. Jede Hälfte war von oben offen und endete unten durch eine Ausflußröhre. Um den Zwischenraum vor dem Zufuß der äußeren Luft zu schützen, stellte man auf die beiden Hälften des Gefäßes eine zylindrische Schale  $NN$  und legte in diese auch Schnee mit Salz.  $NN$  war mit den oberen Teilen der beiden Hälften des Gefäßes durch

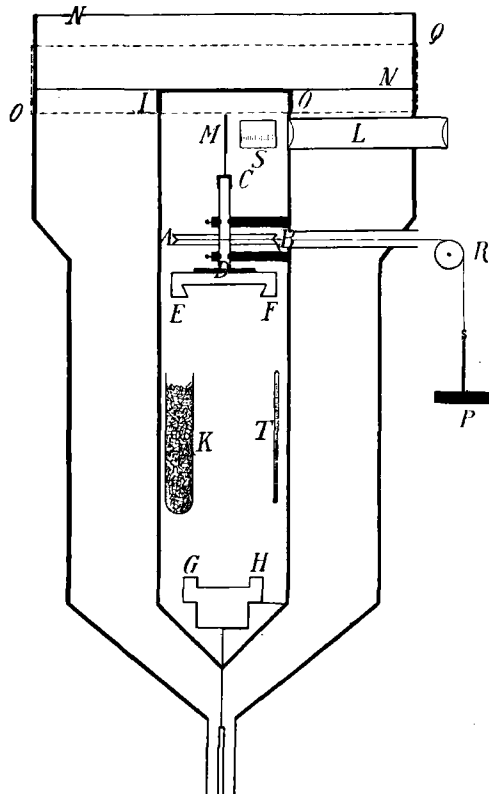


Fig. 1.

Bedeutung als in der Tab. I; Nr. I—IX bedeutet einen von den 9 untersuchten Zylindern.

einen Kautschukgürtel  $Q Q$  verbunden. Die unteren Ausflußröhren führten etwa bis zum Boden von einem besonderen Gefäß, in welches auch eine Ausflußröhre aus den *oberen* Teilen mündete. Um den Innenraum zu isolieren, diente eine Kautschukkappe  $J O$ . Das doppelwandige Blechgefäß war an den Seiten mit Baumwolle und Leinentuch bedeckt und in einem doppelwandigen Holzkasten befestigt. Die vorderen, hinteren und oberen Seiten der Holzkästen waren beweglich und man öffnete dieselben nur während der Beobachtungen, beim Einstellen oder Messung der Eiszyylinder und zum Auflegen von Schnee.

Die unbewegliche Hälfte des Innenraumes trug oben zwei Zapfenmuttern, an welchen eine vertikale Achse  $CD$  gedrückt werden konnte;

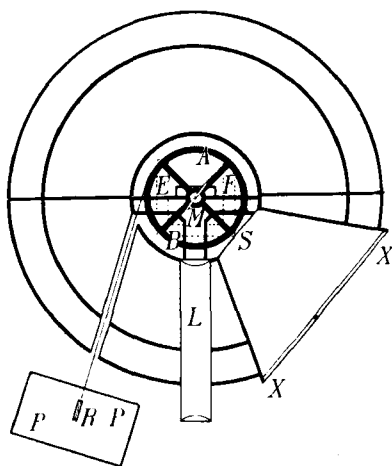


Fig. 2.

unten war ein Halbkästchen aus Eisenblech angelötet, in welches eine besondere Holzfassung  $GH$  für die Befestigung des unteren Endes des Eiszylinders eingesteckt wurde. Auf die Achse  $CD$  setzte man von oben eine Fassung mit dem Spiegel  $M$ , in der Mitte war eine Torsionsscheibe  $AB$  und von unten eine Holzfassung  $EF$  befestigt. Diese Holzfassung war an einer Seite offen und hatte einen Ausschnitt, welcher sich nach unten verengte und diente zum Aufnehmen einer Eisplatte. In diese Eisplatte wurde eine Vertiefung gemacht für das Ende des zu tordierenden Eiszylinders. Eine andere solche Eisplatte war der Fassung  $GH$  angepaßt und auch

mit einer Vertiefung versehen. Die Enden des Eiszylinders brachte ich in diese Vertiefungen und schob die obere Eisplatte und die untere Holzfassung  $GH$  in die obere Holzfassung  $EF$  und in das untere Holzkästchen ein und kittete alle Berührungsstellen mit nassem Schnee oder mit geriebenem Eise.

Um die Winkelverschiebungen der Torsionsscheibe zu verfolgen, diente eine in zehntel Millimeter geteilte Skala  $S$  und ein Fernrohr  $L$ ; mittels des Okulars desselben beobachtete man das im Spiegel  $M$  reflektierte Bild der Skala, welches das Objektiv des Fernrohres gab. Zur Beleuchtung der Skala befand sich in den Wänden des Gefäßes eine keilförmige Öffnung, welche durch eine Glasplatte  $XX$  gedeckt war; die Beleuchtung geschah durch eine elektrische Taschenlampe.

Der Innenraum hatte nur eine Verbindung mit äußerer Luft — ein

Tabelle II.

Nr.	$\theta$	$\psi'$	$\eta$	$\eta_{\text{ber.}}$	Nr.	$\theta$	$\psi'$	$\eta$	$\eta_{\text{ber.}}$
IV	-4,3	51,5	0,83	2,02	VII	-1,4	69,5	0,21	0,86
II	-5,0	9,85	0,28	2,52	VIII	-1,4	40,3	0,39	0,88
II	-4,5	6,70	2,46	2,23	VIII	-1,2	22,3	0,53	0,84
I	-4,5	0,97	3,98	2,94	IX	-1,0	18,2	0,47	0,79
VI	-3,0	13,8	0,99	1,44	II	-1,5	16,3	0,75	0,93
III	-3,4	8,14	2,57	1,65	IV	-1,2	14,9	1,00	0,86
III	-3,2	7,24	1,80	1,57	VI	-1,6	14,7	0,93	0,96
IV	-3,1	7,08	1,13	1,53	III	-1,2	12,1	1,24	0,87
VII	-3,1	6,47	0,77	1,54	IV	-1,1	10,4	0,78	0,85
II	-3,7	5,70	2,26	1,83	III	-1,7	9,81	1,54	1,03
I	-3,7	0,71	5,20	2,91	VIII	-1,4	7,84	1,11	0,96
IV	-3,1	0,67	2,87	2,61	V	-1,0	5,55	1,99	0,89
VIII	-2,5	55,1	0,27	1,20	V	-1,3	4,44	1,34	1,01
V	-2,3	43,5	0,27	1,14	V	-1,5	2,22	2,67	1,24
III	-2,2	16,0	0,72	1,14	VII	-1,4	2,19	2,67	1,22
VI	-2,6	14,2	0,97	1,28	VI	-1,2	1,18	4,96	1,48
II	-2,5	11,9	0,99	1,26	IV	-1,9	0,72	2,66	2,11
III	-2,1	11,2	1,32	1,13	IX	-1,6	0,14	2,98	6,62
III	-2,7	8,11	1,00	1,36	IX	-0,7	36,9	0,21	0,69
VIII	-2,0	7,92	1,19	1,13	IX	-0,1	29,7	0,25	0,49
III	-2,6	6,87	1,46	1,34	II	-0,4	29,3	0,50	0,61
II	-2,8	6,28	2,06	1,43	VI	-0,8	14,8	0,93	0,75
VII	-2,4	5,82	0,98	1,30					
III	-2,0	3,94	1,23	1,23					
IV	-2,5	0,65	2,92	2,42					
IX	-2,2	0,15	2,75	6,43					

3. Die Versuchsfehler waren bei der Untersuchung des Gletschereises noch größer, als bei der Untersuchung des Newaeises. Das rührte teils von dem Expeditionscharakter dieser Versuche, teils von den strukturalen Eigentümlichkeiten des Gletschereises, teils von meiner Voraussetzung, bei der Schmelztemperatur des Eises zu arbeiten. Diese Voraussetzung hatte

enges Rohr, durch welches eine Schnur von der Scheibe  $AB$  zur Rolle  $R$  ging; an diese Schnur wurden die Gewichte  $P$  angehängt. An der Wandung des Innenraumes hing ein Thermometer  $T$  und ein Probierglas  $K$  mit Chlorcalcium; das letzte diente dazu, um das Tauen der Skala, den Spiegel und die Gläser des Fernrohres, welches die Beobachtungen sehr erschwerte, etwas zu schwächen.

als Ziel eine Annäherung an die natürlichen Bedingungen der Bewegung des Eises in Gletschern, wo in jedem Punkt die dem Drucke des Eises entsprechende Schmelztemperatur herrscht.<sup>1)</sup> Sie konnte aber nicht erfüllt werden wegen des Einschmelzens der Holzfassungen in die Eisplatten, welche die Enden der Eiszyylinder befestigten.

Wegen dieser Voraussetzung aber habe ich vernachlässigt besondere Vorrichtungen zu treffen, welche Temperaturmessungen ohne Zutritt äußerer warmer Luft in den Innenraum erlaubt hätten (sogar passende Ersatzthermometer hatte ich nicht). Deswegen sind die Temperaturangaben von einem Fehler von  $0,2^{\circ}$ — $1,0^{\circ}$  (das letztere in Fällen, wo die Temperatur nur geschätzt und nicht gemessen war) begleitet, was 10—45 Proz. in dem Wert des Koeffizienten  $\eta$  der inneren Reibung des Gletschereises entspricht.

Eine Folge des Expeditionscharakters dieser Untersuchung war geringere Genauigkeit der Ablesungen (wegen des kleinen Abstandes von Spiegel und Skala), die Schwierigkeit derselben wegen des Taues, die mehr fehlerhafte Verfertigung und Einstellung der Eiszyylinder, weil ich infolge der hohen Lufttemperatur (zuweilen bis  $+15^{\circ}$  C.) bei diesen Operationen eilen mußte etc. Die Abweichungen der Form der Eisstäbe von einem Zylinder waren auch durch die grobkörnige Struktur des Gletschereises verursacht.

Diese Struktur war auch, meiner Meinung nach, die Ursache eines anderen Umstandes, welcher die Möglichkeit, genaue Resultate zu ermitteln, entzogen hat. Dieser Umstand ist eine Unstetigkeit der Torsionsgeschwindigkeit bei konstantem Torsionsmoment, bei beinahe konstanter Temperatur und nach dem Aufhören der unstationären Anfangsstadien der Bewegung. So z. B. tordierte sich unter der Wirkung von 972 g der Zylinder IX etwa 2 Stunden verzögernd (bis zu  $\psi' = 1 \cdot 10^{-7}$ ), nachher fing die Geschwindigkeit an zu wachsen und stieg in 12 Stunden auf das Drei- oder Vierfache ( $\psi' = 4 \cdot 10^{-7}$ ). Nach einem zweiten Anhängen desselben Gewichtes wurde die Geschwindigkeit zwischen etwa 2 Stunden ungemein groß ( $2 \cdot 10^{-6}$ ),

---

<sup>1)</sup> Vgl. H. Hess, „Die Gletscher“, p. 152. Braunschweig, Vieweg. 1904.

und nach 14 Stunden war dieselbe immer größer als ursprünglich ( $3 \cdot 10^{-7}$ ).

Dieser Umstand<sup>1)</sup>, welcher fast immer, wenn auch nicht in solch hervorragendem Maße, merklich war, kann dadurch erklärt sein, daß die allmähliche Deformation einzelner Körner durch relative Verschiebung jedes einzelnen Kornes, als einem Ganzen, gegen die anderen begleitet ist.

Alle diese störenden Umstände können leicht in die einzelnen Werte von  $\eta$  Fehler von 20—50 Proz. einbringen, welche doppelt so groß als entsprechende mögliche Fehler bei der Untersuchung des kristallinen Eises sind.

Ich kann noch bemerken, daß der Größe von  $\eta$  nach die kritische Geschwindigkeit der Eisströmung in einem Gletscherbette von der Ordnung der Lichtgeschwindigkeit sein soll und deswegen kann solche Strömung als eine wirbelfreie betrachtet werden. Diese Betrachtung<sup>2)</sup> läßt aus den Beobachtungen über die Geschwindigkeit des Eises in neun Querschnitten von Hinterseisferner annähernd einen Wert von  $\eta$  gleich  $(1,67 \pm 0,95) 10^{13}$  berechnen. Die Beobachtung gibt aber für dieselben mittleren Scherungswinkelgeschwindigkeiten einen zufällig äußerst naheliegenden Wert  $(1,74 \pm 1,10) 10^{13}$ .

4. Die Resultate der Tab. II und besonders der Tab. I (mittlere Abweichungen 16 bez. 33 Proz.) können ziemlich gut — wenn man sich erinnert, daß es sich um mehr als zehnfache Änderungen von  $\eta$  handelt — durch eine Formel vom Typus

$$(1) \quad \eta_{\theta, \psi'} = \eta_{0, \infty} \left( a - \frac{b}{\theta} \right)^{\theta} + \frac{c}{\psi'}$$

dargestellt sein.

Die Koeffizienten  $\eta_{0, \infty}$ ,  $a$ ,  $b$  und  $c$  konnten für die Daten der Tab. I nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, für die Daten der Tab. II nur auf graphischem Wege bestimmt werden. Die erhaltenen Werte dieser Koeffizienten gibt die Tab. III.

1) Mc Connell u. Kidd (Proc. Roy. Soc. 44. p. 331. 1888), welche Versuche über allmähliche Verlängerung der Gletschereisstäbe unter Wirkung einer konstanten Kraft angestellt hatten, klagen über die „extraordinary variability“ auch dieser Erscheinung.

2) Vgl. meinen Aufsatz in der Zeitschr. f. Gletscherkunde 2. 1907.

Tabelle III.

	$\eta_0, \infty$	$a$	$b$	$c$
Gletschereis	$0,38 \cdot 10^{13} \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}}$	1,32	0,65	$0,8 \cdot 10^5 \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^2}$
Flußeis	$0,95 \cdot 10^{13} \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}}$	1,12	0,54	$5,0 \cdot 10^5 \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^2}$

5. Die Formel (1) von dem Zusammenhang zwischen  $\eta$  und  $\psi'$  läßt sich auf eine interessante Weise durch Relaxationstheorien ableiten.

Nach der von Schwedoff (l. c.) verallgemeinerten Theorie von Maxwell (l. c.) nimmt die Kraft bei einer konstanten Deformation — um die Ideen zu präzisieren, werden wir von einfacher Scherung sprechen — nach dem Gesetze

$$(2) \quad f = N\lambda + (f_0 - N\lambda)e^{-t/T}$$

ab, wo  $N$  der Scherungsmodul ist,  $\lambda$  die Grenzdeformation, unter welcher das Material als vollkommen elastisch betrachtet sein kann,  $f_0$  der Wert der Kraft für  $t=0$ ,  $t$  die Zeit und  $T$  die sogenannte Relaxationszeit oder Relaxationsmodul. Maxwells Theorie unterscheidet sich von der Schwedoffschen durch die Annahme

$$(3) \quad \lambda = 0;$$

folglich nach Maxwell

$$(4) \quad f = f_0 e^{-t/T}.$$

Aus Formel (2) folgt, daß bei konstanter Scherungsgeschwindigkeit  $\alpha'$  das Gesetz der Änderung der Kraft mit der Zeit ist

$$(5) \quad f = f_0 e^{-t/T} + (NT\alpha' + N\lambda)(1 - e^{-t/T})$$

und folglich bei dem endlich eintretenden stationären Zustand

$$(6) \quad \eta = NT + \frac{N\lambda}{\alpha'}.$$

In Maxwells Theorie ist die Formel (6) ersetzt durch

$$(7) \quad \eta = NT.$$

Die Beobachtungen von Schwedoff<sup>1)</sup> über die  $\frac{1}{2}$ - u. 1-proz. wässerigen Lösungen von Gelatine beweisen für diese Substanzen die Gültigkeit der Formeln (2) und (6). Zahlreiche

1) Th. Schwedoff, l. c. p. 358 und p. 46.



Beobachtungen von Reiger<sup>1)</sup> über das Verschwinden von zeitlicher Doppelbrechung in Kolophonium und Gelatine (auch mit Beimischungen) stellen sich gut durch Gleichung (4) dar, ebenso ein Teil der Versuche von De Metz<sup>2)</sup> über Kopallack. Aber einige Versuchsreihen von Reiger und De Metz, welche der Maxwell'schen Annahme nicht gehorchen, lassen sich besser durch Schwedoffs Formel (2) darstellen. Die annähernde Unabhängigkeit von  $\eta$  von der Deformationsgeschwindigkeit, welche durch die Versuche von Obermayer<sup>3)</sup> und Trouton und Andrews<sup>4)</sup> mit Pech und von Reiger<sup>5)</sup> mit Mischungen Kolophonium—Terpentinöl gegeben wird, ist als ein Fingerzeig für die Richtigkeit der Maxwell'schen Formel (2) anzusehen.

Meine Versuche über die innere Reibung von Flußeis (Verschiebungen senkrecht zu der optischen Achse) und von Gletschereis erlauben den Schluß zu ziehen, daß wahrscheinlich auch für diese Materialien das Schwedoffsche Gesetz gilt.<sup>6)</sup>

1) R. Reiger, Innere Reibung plastischer und fester Körper, Inaug.-Dissert. Braunschweig, Vieweg. p. 55. 1901 (auch Physik. Zeitschr. 2. p. 213. 1901).

2) G. De Metz, La double Refraction accidentelle dans les liquides. Edition „Scientia“ Nr. 26. p. 55 u. 92. Paris, Gauthier-Villars. 1905 (auch Compt. rend. 136. p. 604. 1903).

3) A. v. Obermayer, Sitzungsber. d. Wiener Akad. (2) 75. p. 673 u. 677. 1877.

4) E. Trouton u. E. Andrews, Proc. Phys. Soc. London 19. p. 53. 1904 (oder Phil. Mag. (6) 7. p. 351. 1904).

5) R. Reiger, Ann. d. Phys. 19. p. 1006. 1906.

6) Wirklich bekommen wir unter der Annahme (6) für das Torsionsmoment  $Fd$  und für den in gewöhnlicher Weise berechneten Koeffizienten der inneren Reibung  $\eta$  die Ausdrücke:

$$(8) \quad \left\{ \begin{aligned} Fd &= \int_0^r \left( NT + \frac{N\lambda l}{\varphi' \varrho} \right) \varphi' \cdot \frac{\varrho}{l} \cdot 2\pi \varrho \cdot \varrho d\varrho = \\ &= \frac{\pi r^4}{2l} NT\varphi' + \frac{2}{3} \pi r^3 N\lambda, \end{aligned} \right.$$

$$(9) \quad \eta = \frac{2Fd l}{\pi r^4 \varphi'} = NT + \frac{4l}{3r\varphi'} \cdot N\lambda = NT + \frac{8N\lambda}{9\psi'}.$$

Vergleichen wir (9) mit (1), so finden wir eine vollständige Analogie, wenn

$$(10) \quad \eta_{0,\infty} \left( a - \frac{b}{\theta} \right)^\theta = NT; \quad c = \frac{8}{9} N\lambda \text{ ist.}$$

In dieser Weise findet dieses Gesetz eine Anwendung für Körper, welche in üblicher Sprache als Flüssigkeiten bezeichnet sein müssen, und für Körper, welche als starre Körper betrachtet sein können. Für die weitere Begründung dieser Behauptung sollte man für Eis Beobachtungen machen nicht nur bei konstanter Kraft, sondern auch bei konstanter Deformation und bei konstanter Deformationsgeschwindigkeit, und auch den Scherungsmodul  $N$  und die „Elastizitätsgrenze“  $\lambda$  unabhängig bestimmen. Meine Versuche geben nur die Möglichkeit, annähernd  $N$  zu verwerten und daraus  $T$  und  $\lambda$  zu berechnen.

5. Für die Bestimmung von  $N$  sollte man spezielle Versuche einstellen, wobei die Kraft nur während sehr kleiner

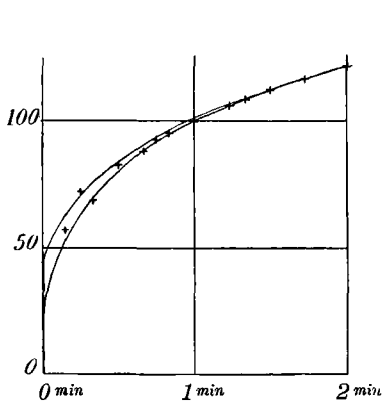


Fig. 3.

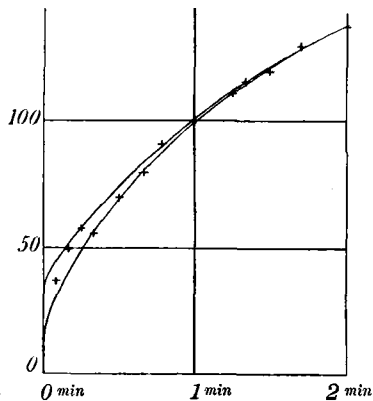


Fig. 4.

Zeitintervalle wirken könnte; annähernd kann man aber  $N$  in folgender Weise verwerten. Ich bestimmte erst diesen Modul bedingungsweise nach der Torsion, welche die Eiszyylinder nach einer Minute der Wirkung der Kraft erlitten, oder welche nach einer Minute nach Fortlassen der Kraft vorüberging. Dann verglich ich den zeitlichen Verlauf der Torsion für die erste und zweite Minute nach dem Anhängen des Gewichtes oder nach seinem Aufheben mit der Deformation nach einer Minute und nahm Mittelwerte aus allen diesen Daten. Diese Mittelwerte sind durch die Kurven der Fig. 3 (für Newaeis) und der Fig. 4 (für Gletschereis) gegeben, und nach dem Verlauf dieser Kurven kann man vermuten, daß die Anfangs-

deformation gleich  $0,35 \pm 0,10$  bez.  $0,27 \pm 0,10$  der Deformation nach einer Minute für das Newa- bez. Gletschereis vorausgesetzt sein kann. Folglich sind die berechneten Werte von  $N$   $1/0,35$  bez.  $1/0,27$  mal so groß für Newa- und für Gletschereis. Die 14 in dieser Weise erhaltenen Werte von  $N$  für Newaeis und 43 für Gletschereis lassen sich mit mittleren Abweichungen von 14 Proz. bez. 44 Proz. durch die Formel

$$(11) \quad N = 1,0 (1 - 0,130) \cdot 10^{10} \frac{g}{cm \cdot sec^2},$$

$$(12) \quad N = 0,8 (1 - 0,650) \cdot 10^{10} \frac{g}{cm \cdot sec^2}$$

darstellen. Aus Gleichungen (11), (12) und Tab. III, wenn man die Gleichungen (10) berücksichtigt, bekommt man die Daten der Tab. IV, welche nur der Ordnung nach als richtig betrachtet sein können, besonders für Gletschereis.

Tabelle IV.

	Newaeis		Gletschereis	
	0°	−5°	0°	−5°
$N \cdot 10^{10} \frac{g}{cm \cdot sec^2}$	1,0	1,7	0,8	3,4
$T$ sec	950	1670	480	720
$\lambda \cdot 10^{-5}$	5,6	3,4	1,0	0,3

Kleinere Werte des Scherungsmoduls, der Elastizitätsgrenze, der Relaxationszeit und des Koeffizienten der inneren Reibung, größerer Einfluß der Temperatur sind zu betrachten als ein Hinweis auf die kleinere Festigkeit der Grenzschichten zwischen den einzelnen Körnern und auf die mögliche Vereinigung der Erscheinung einer „trockenen“ inneren Reibung mit der Erscheinung der Erniedrigung der Schmelztemperatur infolge der Steigerung des Druckes und der nachfolgenden Regelation, d. h. einer „nassen“ inneren Reibung. Daß eine „trockene“ innere Reibung wohl möglich ist im kristallinen Eise, zeigt mir die allmähliche Scherung desselben in Richtungen, welche senkrecht zu der optischen Achse stehen und für welche örtliche Druckzuwächse fast ganz ausgeschlossen sind (wenn wir nicht von den Molekülen sprechen wollen), so-

wie analoge Erscheinungen, die ich letzte Zeit an Steinsalz untersuchte, welche aber wegen ihrer Langsamkeit und Kleinheit noch nicht ganz genau feststehen. Die Regelation des Eises ist für Verschiebungen, welche nicht senkrecht zu der Achse sind, unvermeidlich und, wo die Möglichkeit solcher Verschiebungen und örtlicher Druckvermehrungen größer ist, da muß der Einfluß der Temperatur auf die innere Reibung größer sein; deswegen ist, meiner Meinung nach, dieser Einfluß größer auf die innere Reibung des Gletschereises und des Flußeises, aber bei Verschiebungen parallel zur Achse<sup>1)</sup> und auch auf die Ausflußgeschwindigkeit durch Öffnungen, als auf die innere Reibung kristallinen Eises bei Verschiebungen senkrecht zur Achse.

---

1) B. Weinberg, „Notiz über den Einfluß der Temperatur auf die innere Reibung fester Körper“ (russ.). Ann. d. Universität Odessa 105. p. 159. 1906.

(Eingegangen 27. November 1906.)

---