

# Sul baricentro di curvatura delle superficie algebriche.

(del prof. CARLO NEUMANN a Tubinga).

Se una data superficie si concepisce come una superficie materiale di spessore uniforme e di densità inversamente proporzionale al prodotto dei raggi principali di curvatura in ciascun punto, il baricentro di questa superficie materiale si dirà brevemente *baricentro di curvatura della superficie*. Per questo punto ha luogo, se la superficie è algebrica, il seguente:

*Teorema.* Se si conducono tutti i piani tangenti alla superficie, paralleli ad un piano arbitrario, il baricentro dei punti di contatto coincide sempre col baricentro di curvatura della superficie.

*Dimostrazione.* La superficie data sia dell'ordine  $n$ , onde avrà  $n(n-1)^2 = m$  piani tangenti paralleli fra loro. Un così fatto sistema di piani tangenti paralleli ha  $m$  punti di contatto, il cui baricentro, in virtù del teorema di CHASLES, è indipendente dalla direzione del sistema. Le coordinate di questo baricentro si indichino con  $A, B, C$ .

Oltre alla data superficie, immaginiamo (in un luogo qualunque dello spazio) descritta una mezza superficie sfera di raggio  $=1$ . Questa venga divisa mediante curve quali si vogliano in elementi superficiali infinitesimi, uno qualunque de' quali si rappresenti con  $d\omega$ .

A ciascun punto  $\pi$  dell'emisfero corrispondono  $m$  punti della superficie data, cioè quei punti  $p_1, p_2, \dots, p_m$ , nei quali il piano tangente alla superficie è parallelo al piano che tocca l'emisfero in  $\pi$ . Se al punto  $\pi$  si fa percorrere una volta il contorno dell'area  $d\omega$ , anche i corrispondenti punti  $p_1, p_2, \dots, p_m$  descriveranno piccole curve chiuse sulla superficie data; onde si otterranno gli elementi  $do_1, do_2, \dots, do_m$  della superficie, corrispondenti all'elemento sferico  $d\omega$ . Fra questi elementi hanno luogo le relazioni (\*):

$$\frac{do_1}{R_1} = d\omega, \quad \frac{do_2}{R_2} = d\omega, \dots, \quad \frac{do_m}{R_m} = d\omega, \quad (1)$$

---

(\*) GAUSS *Disq. gen. circa superficies curvas.*

dove  $R_1, R_2, \dots, R_m$  indicano il prodotto dei raggi principali di curvatura per gli elementi  $do_1, do_2, \dots, do_m$ .

Se  $x_1, x_2, \dots, x_m$  sono le coordinate  $x$  di  $m$  punti corrispondenti entro agli  $m$  elementi considerati, si avrà, per la definizione data di  $A, B, C$ :

$$A = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_m}{m}, \quad (2)$$

ovvero, ciò che è la medesima cosa:

$$A m d\omega = x_1 d\omega + x_2 d\omega + \dots + x_m d\omega, \quad (3)$$

e, ponendo per  $d\omega$  il valore dato dalla (1):

$$A \left( \frac{do_1}{R_1} + \frac{do_2}{R_2} + \dots + \frac{do_m}{R_m} \right) = \frac{x_1 do_1}{R_1} + \frac{x_2 do_2}{R_2} + \dots + \frac{x_m do_m}{R_m}. \quad (4)$$

Se ora per  $d\omega$  si assumono tutti gli elementi dell'emisfero, e ciascuna volta si formi la corrispondente equazione (4), la somma di tutte queste equazioni darà:

$$A \int \frac{d\omega}{R} = \int \frac{x d\omega}{R},$$

dove l'integrazione abbraccia tutti gli elementi  $d\omega$  della superficie data (e ciascuno una sola volta). Formole analoghe si otterranno per  $B$  e  $C$ . Donde segue che il punto  $(A, B, C)$  è identico col baricentro di curvatura della superficie data.

Tubinga, 10 luglio 1867.

### Correzioni.

A p. 28. l. 7. <i>salendo</i> , invece di . . . . . $i_{22}j_{21}$ . . . . .	leggi . . . . . $i_{22}j_{11}$
» 28. » <i>ultima</i>	» mettendo invece delle differenziali i coefficienti » moltiplicando i differenziali per coefficienti
» 30. » 3. <i>salendo</i>	» se invece delle differenziali si pongono i coefficienti » si moltiplicano i differenziali per coefficienti
» 34. » 5. »	» . . . . . $\gamma_{12}$ . . . . . » . . . . . $\phi_{12}$
» 36. » 8. »	» . . . . . $j_{12}\alpha_1\gamma_1$ . . . . . » . . . . . $j_{22}\alpha_1\gamma_1$
» 37. » 1. <i>discend.</i>	» . . . . . $\mathfrak{S}_{12}j_{11}$ . . . . . » . . . . . $\mathfrak{S}_{22}j_{11}$
» 41. » 3. »	» . . . . . $\frac{2}{3}\{$ . . . . . » . . . . . $\frac{2}{3}\{$
» 99. » 14. <i>salendo</i>	» . . . . . equazione . . . . . » . . . . . questione
» 161. » 7 e 8 <i>discend.</i>	» . . . . . $n^2 \dots n$ . . . . . » . . . . . $2n(n-1) \dots n(n-1)$