4. *Die Albedo des Luftplanktons;*
von Leonhard Weber.

I. Einleitendes.

An den Vorgängen der Absorption und Emission des Lichtes in der Atmosphäre beteiligen sich Körper der allerverschiedensten Größe und Beschaffenheit. Außer den einfachen Gasmolekeln selbst sind es Molekelhaufen, wie sie durch den Nachweis der Molionen bekannt geworden sind, sodann die in fester oder flüssiger Form vorhandenen Wasserteilchen, der Staub mannigfaltigster Herkunft und gelegentlich auch wohl Schwärme kleinster Lebewesen. Alles zusammen kann füglich in Parallele mit dem von Hensen eingeführten Meeresplankton als *Luftplankton* bezeichnet werden.

Bekannt und vielfach gemessen ist die Lichtdurchlässigkeit dieses Planktons sowie die daraus komplementär folgende Extinktion, deren beide Teile, Schattenwirkung und eigentliche Extinktion oder Absorption, freilich noch nicht getrennt sind. Solche durch Intensitätsmessung der Sonne gewonnenen Werte beziehen sich zunächst auf den Durchgang des Lichtes durch die ganze Atmosphäre und können dann mittels Berg- und Ballonbeobachtungen rechnerisch auf die Längeneinheit in jeder Höhe bezogen werden. Ohne hierauf näher einzugehen, sei nur bemerkt, daß der Durchlässigkeits- oder Transparenzkoeffizient der sichtbaren Strahlen bei vertikalem Einfall für die ganze Atmosphäre etwa zwischen 0,5 und 0,8 liegt und auf die Längeneinheit von 1 m reduziert, so nahe der Eins gleich wird, daß eine direkte Transparenz- oder Absorptionsmessung von kleineren Luftstrecken, die ihrer Größenordnung nach dem Meter oder gar dem Zentimeter gleichkommen, bekanntlich nur für ultraviolettes Licht möglich ist, für sichtbare Strahlen dagegen praktisch den Wert Eins bzw. Null ergibt.

Ebenso sind bisher Messungen des von dem Plankton diffus ausgesandten Lichts im wesentlichen nur an den durch die ganze Atmosphäre gehenden Strecken gemacht und haben hier zu einem Ausbau unserer Kenntnisse der sogenannten Himmelshelligkeit und der Polarisation des Himmelslichts geführt. Nur bei vereinzelten Untersuchungen, z. B. denen Sorets über die Polarisation in beschatteten Tälern oder den Sichtigkeits- und Nebeltransparenzmessungen Häckers[1]), ist die Lichtemission kürzerer Strecken von der Größenordnung 10 oder 100 m gelegentlich in Betracht gezogen.

Da das diffus ausgesandte Licht ceteris paribus jedenfalls proportional dem einfallenden gesetzt werden kann, liegt die Vermutung nahe, daß bei genügend starker Einstrahlung schon das von ganz kurzen Luftstrecken ausgesandte Licht stark genug sein muß, um schon für sich allein im Photometer gesehen und gemessen werden zu können. Ist es doch auch eine alltägliche Beobachtung, daß die in das dunkle Zimmer dringenden Sonnenstrahlen schon bei einem ganz kleinen Strahlquerschnitt deutlich sichtbar sind und daher photometrisch erfaßt werden könnten. In der freien Atmosphäre wird das Plankton sogar noch stärker bestrahlt, da zu der direkten Sonnenbeleuchtung noch eine solche durch den übrigen Himmel hinzukommt und die erstere mehr als verdoppeln kann. Auch bei bedeckter Sonnenscheibe ist die auf das Luftplankton einströmende Lichtmenge von derselben Größenordnung wie diejenige direkter Sonnenbeleuchtung. Wenn man daher in der freien Atmosphäre eine angenähert gleiche Dichte des Planktons voraussetzt, wie drinnen hinter dem Fensterladen, so muß es möglich sein, das von ganz kurzen Strecken der freien Atmosphäre ausgesandte Licht für sich allein sichtbar und meßbar zu machen.

Dazu ist nur nötig, einen absolut schwarzen Hintergrund herzustellen und den Blick gegen denselben zu richten. Man wird dann überrascht sein von der Fülle von Licht, die man auf diese Weise von der vor dem Hintergrunde liegenden freien Luftstrecke in das Auge oder das Photometer bekommt. Schwarzer Sammet oder schwarze Tuchtapete genügen natürlich nicht zu diesem Zwecke, da sie etwa noch $^1/_{500}$ des auf sie fallenden Lichts reflektieren und die geringen Mengen des zu messenden überdecken würden. Es bedarf vielmehr nach

1) Georg Häcker, Bestimmungen des Transparenzkoeffizienten des Nebels usw. Diss. Kiel 1905.

bekannter Methode der Herstellung eines größeren schwarzen Hohlraums mit kleiner Öffnung, also eines nahezu „absoluten Schwarz". Man sieht dann schon bei einem Abstande von wenigen Metern die Öffnung soweit erhellt, daß eine Messung möglich ist. Bei dunstiger Luft oder gar Nebel genügt schon eine Luftstrecke von weniger als einem Meter.

Dieses schwache Licht für sich wirklich in der freien Atmosphäre zu messen, erschien von Interesse einmal deswegen, weil hierdurch die bisherigen Transparenz- und Polarisationsmessungen eine erweiterte Grundlage erfahren, sodann auch wegen der Erforschung des Planktons selber nach Quantität und Qualität und seiner Beziehungen zur allgemeinen Physik der Atmosphäre, vielleicht auch der Hygiene. Als besonders wertvoll und die Messungen verschärfend mußte hierbei von vornherein der Umstand erscheinen, daß die zu messende Größe nicht etwa als Differenz anderer Größen, sondern ihrem ganzen Betrage nach, wenigstens annähernd, unmittelbar erfaßt werden und mit der Genauigkeit sonstiger photometrischer Beobachtungen, also etwa mit einem oder wenigen Prozenten Fehler ermittelt werden zu können schien. Vorteilhaft erschien weiter der Umstand, daß, wie schon bemerkt, die Extinktion des Lichts auf so kurzen Strecken völlig zu vernachlässigen und das zu messende Licht daher unmittelbar proportional der Luftstrecke zu setzen sein würde.

Im folgenden soll ein einfaches Messungsverfahren mit einigen Beispielen mitgeteilt werden. Hierbei kamen zwei allgemeine Überlegungen in Betracht. Erstens mußte wegen des ständigen und oft sehr beträchtlichen Wechsels des beleuchtenden Himmelslichts und des entsprechenden Wechsels des zu messenden diffus ausgestrahlten Planktonlichts davon abgesehen werden, beide Lichtmengen einzeln mit einer konstanten bekannten Lichtquelle, etwa der Hefnerkerze, zu vergleichen. Vielmehr war es das Gegebene, als Vergleichslicht das einfallende Tageslicht selber zu nehmen, so daß als photometrisches Ergebnis das Verhältnis des diffundierten zu dem auffallenden Lichte erscheint, also eine Zahl, die vorbehaltlich der weiter unten zu gebenden strengeren Definition als *„Albedo des Luftplanktons"* zu bezeichnen sein würde. Dieses zunächst relative Maß gibt dann, sobald der absolute Wert des Tageslichts in anderweitig bekannter Weise ermittelt ist, auch ohne weiteres den absoluten Betrag des Planktonlichts.

Zweitens mußte berücksichtigt werden, daß das von den einzelnen Teilchen des Planktons ausgestrahlte Licht nicht bloß reflektiertes Oberflächenlicht ist, sondern zum Teil gebrochenes und durchgehendes, zum Teil gebeugtes und zum Teil in *dem* Sinne diffundiertes ist, wie es nach der Auffassung Lord Rayleighs von den in Mitschwingung versetzten Massen der Molekeln ausgesandt wird. Nun beziehen sich aber die in der Photometrie üblichen Bezeichnungen der Beleuchtungsstärke und der Albedo lediglich auf ebene undurchlässige Flächenelemente und können für die beabsichtigte Untersuchung nicht ohne weiteres benutzt werden. Vielmehr schien eine Erweiterung dieser grundlegenden Definitionen auf räumliche Verhältnisse, insbesondere auf kugelförmige Flächen, notwendig zu sein. Dies soll im nächsten Abschnitt geschehen.

II. Die grundlegenden Bezeichnungen.

In herkömmlicher, auf den Lambertschen Grundgesetzen beruhender Weise bleiben die Bezeichnungen Lichtpunkt, Lichtmenge, Lichtstrom und Flächenhelle unverändert in ihrer Bedeutung. Einer erweiterten Deutung bedürfen dagegen:

a) die Beleuchtungsstärke. Man bezieht diese früher[1]) von mir als „die von dem diffusen Licht für ein Flächenelement indizierte Helligkeit" bezeichnete Größe bekanntlich auf ein ebenes mathematisch gedachtes Flächenelement und versteht darunter die auf die Flächeneinheit fallende Lichtmenge oder den auf dieselbe treffenden Lichtstrom, beides beschränkt auf die eine Seite des Flächenelements. Substituiert man für das diffuse Licht eine beleuchtende, über das im Punkte p gedachte Flächenelement df in großem Abstande ausgespannte Halbkugel von der variablen Flächenhelle H, nennt man den von df aus betrachteten räumlichen Winkel eines Flächenelements der Halbkugel $d\omega$ und i den von der Normalen von df aus gerechneten Inzidenzwinkel, so ist die

---

1) L. Weber, Mitteilung über einen photometrischen Apparat. Wied. Ann. **20**. p. 326—337. 1883.

in p vorhandene, für das einseitig beleuchtete Element df gültige Beleuchtungsstärke

$$(1) \qquad B = \int_0^{2\pi} H \cdot \cos i \, d\omega \text{ [1]},$$

worin H in dem allgemeinen Falle einer inhomogenen beleuchtenden Halbkugel als Funktion zweier Winkel etwa des Inzidenzwinkels i und eines Azimutalwinkels ϑ also $H = H(i\vartheta)$ zu behandeln und $d\omega$ durch $\sin i \, di \, d\vartheta$ zu ersetzen wäre mit den Integrationsgrenzen 0 bis 90° für i und 0 bis 360° für ϑ. Für den besonderen Fall einer homogenen beleuchtenden Halbkugel von der konstanten Flächenhelle H wird dann $B = H \, . \, \pi$.

Diese durch Gleichung (1) in herkömmlicher Weise definierte Beleuchtungsstärke sei als *ebene Beleuchtungsstärke* bezeichnet. Im Unterschied davon sei *räumliche Beleuchtungsstärke der gesamte Lichtstrom, welcher auf eine im Punkte p befindliche Einheitskugel fällt* und welcher seinerseits wieder durch eine nunmehr volle, um p beschriebene beleuchtende Kugel von der Helligkeit H ersetzt werden kann. Nimmt man als mathematisch gedachte Einheitskugelfläche eine solche vom Äquatorialquerschnitt Eins und bezeichnet man die so definierte *räumliche Beleuchtungsstärke* durch (B), so ist

$$(2) \qquad (B) = \int_0^{4\pi} H \, d\omega,$$

worin H wieder $= H(i\vartheta)$ zu setzen ist. In dem *besonderen Falle* einer homogenen beleuchtenden Kugel von der konstanten Helligkeit H wird $(B) = 4\pi H$, d. h. gleich dem vierfachen Wert der in *diesem Falle* nunmehr für jede beliebige Lage von df vorhandenen *ebenen* Beleuchtungsstärke. Es wäre nicht zweckmäßig, diesen Faktor 4 durch eine andere Definition der Einheitskugel wegzuschaffen.

1) In ausführlicherer Schreibweise ist die einseitig auf df fallende Lichtmenge

$$Q = B \cdot df = df \int_0^{90} \int_0^{360} \frac{H(i\,\vartheta)\, r^2 \sin i \, di \, d\vartheta \cdot \cos i}{r^2} .$$

b) Die Albedo. Während für die Definition der Beleuchtungsstärken das beleuchtete Flächenelement und die beleuchtete Einheitskugel lediglich mathematisch fingiert sind, wird das durch die „Albedo“ gekennzeichnete Verhältnis des zurückgeworfenen zu dem auffallenden Licht wesentlich abhängig von der physischen Beschaffenheit eines beleuchteten, wirklich vorhandenen Körpers. Man ist gewohnt, den Begriff der Albedo auf einen ebenen, als undurchsichtig angenommenen Schirm zu beziehen. Als extreme Fälle stehen sich vollkommene Spiegelung und gleichmäßige Zerstreuung des auffallenden Lichts gegenüber. In dem letzteren, nur in gewisser Annäherung wirklich herstellbaren Falle sei die Schirmfläche als *Lambertsche Fläche* bezeichnet. Sie erscheint bei jeder beliebigen Beleuchtung in einer von der Beobachtungsrichtung unabhängigen gleichen Helligkeit h und die gesamte von der Flächeneinheit ausgestrahlte Lichtmenge ist πh.

Für eine solche Lambertsche Fläche ist dann die Albedo μ erschöpfend definiert durch das genannte *Verhältnis des gesamten zurückgestrahlten Lichts* $\mathfrak{R}$ *zu dem gesamten auffallenden* $\mathfrak{A}$, also durch

$$\mu = \frac{\mathfrak{R}}{\mathfrak{A}}\,. \tag{3a}$$

Gleichbedeutend ist in diesem Falle die Definition

$$\mu = \frac{\pi \cdot h}{B}\,, \tag{3b}$$

worin h die konstante Flächenhelle des Schirms und B die *ebene* Beleuchtungsstärke ist; d. h. *die Albedo eines Lambertschen Schirms ist das Verhältnis der mit* π *multiplizierten Flächenhelle zur ebenen Beleuchtungsstärke.*

Beide Definitionen (3a und 3b) sind jedoch nur in dem besonderen Falle eines Lambertschen Schirms gleichbedeutend. Bei Schirmen, die ungleichmäßig diffundieren, also bei allen wirklich existierenden, werden beide Definitionen prinzipiell verschieden und müssen streng auseinander gehalten werden. Die beobachtete Helligkeit h wird jetzt abhängig von der Beobachtungsrichtung, welche letztere durch den Emanationswinkel e und einen Azimutalwinkel ζ bestimmt sei. Es wird also $h = h(e\zeta)$. Ist gleichzeitig die beleuchtende Halbkugel inhomogen, $H = H(i\vartheta)$, so wird der Zähler in Formel (3b) in ausführlicher Schreibweise[1])

$$\pi \cdot h(e\,\zeta) = \int_0^{2\pi} \Psi(i, \vartheta, e, \zeta)\, \Phi(i, \vartheta)\, H(i, \vartheta) \cos i \, d\omega\,,$$

worin ψ und Φ Funktionen der angeschriebenen Winkel sind und $d\omega = \sin i\, di\, d\vartheta$ zu setzen ist. Der Zähler in (3a) wird

$$\mathfrak{R} = \int_0^{2\pi} \Phi(i\,\vartheta)\, H(i\,\vartheta) \cos i \, d\omega\,,$$

während der in beiden Formeln gleiche Nenner

$$B = \int_0^{2\pi} H(i\,\vartheta) \cos i \, d\omega$$

ist. Wie sich nicht unschwer beweisen läßt (vgl. Zusatz) muß Φ $(i\vartheta)$ stets $\leqq 1$ sein, während $\Psi(i, \vartheta, e, \zeta)$ in besonderen Fällen > 1 sein kann, z. B. im Falle der vollkommenen Spiegelung für die gespiegelte Richtung ∞ wird. Die nach (3a) definierte Albedo muß also stets < 1 sein, während die nach (3b) definierte für einzelne Richtungen auch > 1 werden kann.

Man muß daher eine Entscheidung treffen, nach welcher der beiden Formeln (3a) und (3b) die Albedo eines physischen Schirms definiert sein soll. Auf den ersten Blick könnte man geneigt sein, die Formel (3a) zugrunde zu legen. Danach würde auch für nicht Lambertsche Schirme unter Albedo das Verhältnis des gesamten zurückgestrahlten, $\mathfrak{R}$, zu dem gesamten auffallenden Licht $\mathfrak{A}$ gemeint sein. Indessen ist zu bedenken, daß die experimentelle Bestimmung von $\mathfrak{R}$ nur durch Summierung der nach vielen einzelnen Emanationsrichtungen gemessenen Helligkeiten $h(e\zeta)$ möglich ist und daher praktisch nur angenäherte Werte gibt, während der Zählerwert $\pi\,.\,h(e\zeta)$ in (3b) durch eine einzige Beobachtung exakt gewonnen wird. Weiter aber sind alle bisher gemachten Albedomessungen im Sinne der stillschweigend zugrunde gelegten Formel (3b) gemacht. Aus diesen Gründen möchte ich empfehlen, das Wort

1) Vgl. den Zusatz am Schlusse dieses Aufsatzes.

Albedo ausschließlich in diesem letzten Sinne zu gebrauchen, also zu setzen

(4) $$\mu(e\zeta) = \frac{\pi \cdot h(e\zeta)}{B},$$

d. h. *die Albedo eines inhomogen reflektierenden ebenen Schirms ist von der Emanationsrichtung* $e\zeta$ *abhängig und ist gleich dem Verhältnis der mit* π *multiplizierten Helligkeit in dieser Richtung zu der ebenen Beleuchtungsstärke.* Oder, gleichbedeutend: gleich dem Verhältnis derjenigen Lichtmenge, welche die Flächeneinheit eines Lambertschen Schirms von der konstanten Helligkeit $h(e\zeta)$ im ganzen aussenden würde, zu der auf die Flächeneinheit auffallenden gesamten Lichtmenge. Für die andere, nach Gleichung (3a) definierte Größe würde dann zweckmäßig eine andere Bezeichnung, etwa *Reflexionskoeffizient des gesamten Lichts,* und ein anderer Buchstabe ϱ einzuführen sein, also $\varrho = \mathfrak{R}/\mathfrak{A}$. Es verhält sich

$$\mu : \varrho = \pi\, h(e\zeta) : \int_0^{2\pi} h(e\zeta) \cos e \, d\omega,$$

im besonderen Falle des Lambertschen Schirms also wie 1 : 1.

Die experimentelle Bestimmung von μ ist im allgemeinen die nächstliegende, während ϱ nur für weitergehende Untersuchungen[1]) in Betracht kommen würde. Aber auch für die vorliegende Frage der Luftalbedo ist die vorstehende schärfere Formulierung von μ nur insofern von Interesse, als dadurch ein Analogon für die folgenden Festsetzungen gegeben sein soll.

Wie nämlich der *ebenen Beleuchtungsstärke* B eine *räumliche Beleuchtungsstärke* (B) an die Seite gestellt wurde, wird im folgenden der *ebenen Albedo* μ eine *räumliche Albedo* (μ) gegenübergestellt und definiert werden müssen.

Zu diesem Zwecke sei ein frei schwebender Körper und zwar zunächst im einfachsten Falle eine Kugel gegeben, die von beliebigen Lichtquellen oder in Substitution dafür von einer beleuchtenden konzentrischen entfernten Kugel der Helligkeit $H = H(i\vartheta)$ beleuchtet wird, wo i und ϑ die früheren Bedeutungen haben. Die *räumliche Beleuchtungs-*

1) Vgl. Fritz Thaler, Die diffuse Reflexion des Lichts an matten Oberflächen. Diss. Kiel 1903.

stärke am Orte des Körpers oder des Kügelchens ist dann

$$(B) = \int_0^{4\pi} H \cdot d\omega .$$

Das sehr kleine Kügelchen wird dem Beobachter, der in der Richtung $i = 0$ stehe, als Lichtpunkt erscheinen, gleichgültig wie auch die Art der Diffusion ist, und zwar als ein Lichtpunkt, dessen Intensität J mit der Beobachtungsrichtung wechselt und im übrigen teils vom Querschnitt des Kügelchens γ, teils von der gegebenen Helligkeit $H(i\vartheta)$, teils von der Art der Diffusion φ abhängt. Letztere dem Kügelchen eigenartige Funktion wird wiederum, sofern dasselbe selbst als homogen angenommen wird, eine Funktion von i und ϑ sein, so daß

$$J = \gamma \int_0^{4\pi} \varphi(i\vartheta)\, H(i\vartheta)\, d\omega$$

gesetzt werden kann. Wir ersetzen den Lichtpunkt durch eine kleine Scheibe γ vom Querschnitt des Kügelchens und der Flächenhelle η, so daß $J = \eta \cdot \gamma$ ist. Es wird daher

$$\eta = \int_0^{4\pi} \varphi \cdot H \cdot d\omega \tag{5}$$

sein, worin η und φ von den Richtungswinkeln des auffallenden und zurückgeworfenen Lichts, H nur von ersteren abhängig ist. Fällt die Beobachtungsrichtung mit $i = 0$ zusammen, so sind η, φ und H nur Funktionen von i und ϑ.

Es sei nun als *räumliche Albedo* (μ) des von der Kugel $H(i\vartheta)$ beleuchteten Kügelchens definiert

$$(\mu) = \frac{4\pi\eta}{(B)} . \tag{6}$$

Oder in Worten: *Unter der auf eine bestimmte Beobachtungsrichtung bezogenen räumlichen Albedo eines irgendwie beleuchteten homogenen Kügelchens sei verstanden die mit 4π multiplizierte Flächenhelle einer für dasselbe substituierten Kreisscheibe gleicher Lichtemission, dividiert durch die am Orte des Kügelchens vorhandene räumliche Beleuchtungsstärke.* Erweitert man im Zähler und Nenner der Gleichung (6) mit γ, so ist $4\pi\eta\gamma$ diejenige Lichtmenge, welche das Kügelchen im ganzen ausstrahlen würde, wenn es nach allen Beobachtungsrichtungen ebenso hell erschiene, während der Nenner γ (B) die gesamte, auf das Kügelchen auffallende Lichtmenge darstellt. (μ) kann also auch durch das Verhältnis dieser beiden Lichtmengen definiert werden. Es ist im allgemeinen wesentlich verschieden von dem Verhältnis der wirklich zurückgestrahlten Gesamtlichtmenge $\mathfrak{R}$ zu der gesamten auffallenden $\mathfrak{A}$. Letzteres Verhältnis könnte also durch $(\varrho) = \mathfrak{R}/\mathfrak{A}$ von dem (μ) unterschieden werden. Auch hier ist (ϱ) stets kleiner als Eins, während (μ) für einzelne Richtungen >1 werden kann. Die Beweisführung hierfür ist der im Zusatz gegebenen analog. Nur der für alle möglichen Beobachtungsrichtungen aufgesuchte Mittelwert von

$$(\mu)_1 = \frac{1}{4\pi}\int_0^{4\pi} (\mu)\, d\omega$$

würde ebenso wie (ϱ) kleiner als Eins sein, und in dem besonderen Falle, daß η für alle Beobachtungsrichtungen konstant ist, wäre (μ) gleichbedeutend mit (ϱ). Das würde nur bei einer besonderen, dem Lambertschen Schirme vergleichbaren Beschaffenheit des Kügelchens möglich sein, nämlich nur dann, wenn jeder einzelne aus einem beliebigen räumlichen Winkel $d\omega$ auftreffende Lichtstrahl gleichmäßig nach allen Richtungen, also etwa wie in der Rayleighschen Diffusionstheorie zerstreut würde.

Nur mit ziemlich grober Annäherung scheint dieser besondere Fall durch eine aus trüber Flüssigkeit bestehende Kugel verwirklicht werden zu können und nur dann dürfte die *räumliche Albedo* schlechtweg als das Verhältnis der zurückgestrahlten zur auffallenden Lichtmenge zu verstehen sein.

Nebenbei sei bemerkt, daß man sich hierüber einigermaßen orientiert, wenn man einen ins Dunkelzimmer eintretenden Sonnenstrahl von einigen Quadratzentimetern Querschnitt auf eine mit trüber Flüssigkeit gefüllte Glaskugel entsprechender Größe fallen läßt und das zerstreute Licht mit einem weißen Schirm oder dem Photometer auffängt. Während man bei Anwendung von reinem Wasser ein bemerkenswert schönes Bild der verschiedenen Regenbogenfarben und eine größere Verschiedenheit der Lichtstärke nach verschiedenen

Richtungen erhält, gibt die Füllung des Glaskolbens mit getrübter Flüssigkeit eine merklich gleichmäßigere Zerstreuung.

Eine Erweiterung des Begriffs der räumlichen Albedo auf Körperchen beliebiger Gestalt, z. B. auf Schneekristalle oder unregelmäßige Staubkörperchen, ist ohne Schwierigkeit und ohne Änderung der grundlegenden Definition möglich. Nur müßte dann beachtet werden, daß die Funktion φ in Gleichung (5) noch von zwei weiteren Positionswinkeln des Körperchens abhängig wird. Vorläufig aber und wenigstens mit Rücksicht auf die nachfolgenden Mitteilungen erübrigt es sich, diese Funktion explizite darzustellen. Denn es wird möglich sein, die von φ wieder abhängige Helligkeit η, wenn auch nicht direkt, so doch in dem Produkte $\eta \,.\, \gamma$ auf experimentellem Wege zu bestimmen mit Hinzunahme der unten mit N bezeichneten Anzahl der Kügelchen pro Volumeinheit, ohne daß dazu eine Auswertung des Querschnitts γ der als Lichtpunkte erscheinenden Körperchen nötig wäre. Außerdem wird bei den sogleich zu besprechenden Haufen von Körperchen, dem Plankton, immer eine Substitution durch homogene Kügelchen gemacht werden können, da die einzelnen Teilchen nach allen Richtungen gleichmäßig verteilt und im Mittel gleichmäßig orientiert sein werden. Lediglich mit Rücksicht auf etwaige noch weiter gehende Untersuchungen sei bemerkt, daß Fälle eintreten können, bei denen ganze Komplexe von Körperchen eine gleichsinnige stratigraphische Orientierung besitzen, wie dies z. B. bei fallenden Schneekristallen oder elliptischen Wassertropfen möglich ist. Erst in solchen Fällen würde eine Berücksichtigung des veränderlichen und nach bestimmten Richtungen orientierten Querschnitts γ erforderlich werden.

c) Die Haufenalbedo oder Planktonalbedo. Mit Hilfe der *räumlichen Albedo* (μ) läßt sich nunmehr eine neue Größenart gewinnen, die der Unterscheidung wegen als *Haufenalbedo* oder *Planktonalbedo* bezeichnet werde. Zu diesem Zwecke werde zunächst angenommen, daß ein Luftraum von homogenen Kügelchen gleichen Querschnitts γ erfüllt sei. Im Einheitswürfel seien N solcher Kügelchen vorhanden. Dann möge als *Haufenalbedo* definiert sein

$$(7) \qquad \mathsf{M} = N \cdot \gamma \cdot (\mu),$$

worin (μ) die durch Gleichung (6) definierte *räumliche Albedo* eines Kügelchens vom Äquatorialquerschnitt γ ist.

Um die physikalische Bedeutung dieser Definition zu übersehen, beachte man zunächst, daß, während (μ) dimensionslos ist, M von der Dimension einer reziproken Länge ist. M ist daher nicht mehr wie (μ) das Verhältnis zweier Lichtmengen schlechtweg, sondern das Verhältnis einer auf die Einheit des Volumens bezogenen ausgestrahlten Lichtmenge zu einer auf die Kugeloberfläche vom Querschnitte Eins bezogenen auffallenden. Denn die von der Volumeinheit ausgestrahlte Lichtmenge ist $4\pi N \,.\, \gamma \,.\, \eta$, die auf die Einheitskugel auffallende (B), das Verhältnis beider also

$$\frac{N\gamma \cdot 4\pi\eta}{(B)} = N\gamma\,(\mu).$$

Weiter beachte man, daß in Gleichung (7) das M ebenso wie (μ) mit der Beobachtungsrichtung veränderlich ist. Gleichung (7) in Worte gefaßt, besagt demnach: *Die Haufenalbedo* M *ist das Verhältnis derjenigen Lichtmenge, welche das in der Volumeinheit vorhandene Plankton ausstrahlen würde, wenn es nach allen Richtungen so viel Licht aussenden würde, wie nach der Beobachtungsrichtung, zu der Lichtmenge, welche auf eine Kugel vom Querschnitte Eins auffällt.*

In dieser Definition von M steckt die Helligkeit η der einzelnen Kügelchen des Planktons. Dieselbe entzieht sich wegen der Kleinheit der letzteren der unmittelbaren Beobachtung und Rechnung. Dagegen läßt sich diejenige Helligkeit h beobachten und messen, in welcher ein mit Plankton erfüllter beleuchteter Raum dem Auge erscheint. Geben wir zu diesem Zwecke dem Einheitsvolumen die Gestalt eines Würfels oder auch eines Zylinders vom Querschnitte Eins und der Tiefe Eins. Das in der Zylinderachsenrichtung ausgestrahlte Licht wird *dem Auge als gleichmäßig helle Fläche* erscheinen, deren Flächenhelligkeit h_1 sei. Wir lassen alsdann die schon oben erwähnte Voraussetzung gelten, daß die einzelnen Planktonkügelchen sich nicht merklich gegenseitig verdecken, mit anderen Worten, daß $N\gamma$ ein sehr *kleiner echter Bruch* ist. Für die in Betracht kommenden Längeneinheiten von 1 cm oder auch noch 1 m, allenfalls auch noch 10 m, wird in der Tat diese Voraussetzung zulässig sein. Es ist dann offenbar

$$h_1 = N \cdot \gamma \cdot \eta \tag{8}$$

zu setzen und es wird aus Gleichung (7) mit Hilfe von (6)

$$\mathsf{M} = \frac{4\pi h_1}{(B)} \; [\dim = L^{-1}], \tag{9}$$

worin h_1 eine in bekannter Weise zu messende Flächenhelligkeit ist. M und h_1 bleiben wie bisher von der Beobachtungsrichtung oder mit anderen Worten von der Verteilung der beleuchtenden Lichtquellen abhängig.

Gleichbedeutend mit der Definition von M nach Gleichung (7) ist also die Definition nach (9) in Worten: *Die Haufenalbedo* M *ist der* 4π*fache Wert der Helligkeit, in welcher der Einheitswürfel des mit Plankton erfüllten Raums dem Beobachter erscheint, dividiert durch die räumliche Beleuchtungsstärke an dem Orte des Planktons.*

M ist hiernach nicht bloß von der Beobachtungsrichtung abhängig, sondern sein Zahlenwert wird auch mit der zugrunde gelegten Längeneinheit wachsen. Ebenso wie oben bei Besprechung der räumlichen Albedo (μ) die von der Beobachtungsrichtung unabhängige Größe (ϱ) unterschieden wurde, ließe sich auch der auf bestimmte Richtung bezogenen Haufenalbedo M ein von der Richtung unabhängiger Reflexionskoeffizient P gegenüberstellen. Es würde

$$\mathsf{P} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} M \cdot d\omega$$

zu setzen sein. Allein wir sehen vorderhand von der Verwertung dieser Größe ab. Beide Größen M und P bleiben stets unter Eins.

Beobachtet man nun eine Planktonschicht von der Tiefe d und erscheint dieselbe in der Helligkeit h, so ist nach (9) offenbar

$$\mathsf{M} = \frac{1}{d} \frac{4\pi \cdot h}{(B)} .$$

Diese Formel erfährt schließlich noch eine weitere Vereinfachung, wenn man für h die von mir vorgeschlagene „sekundäre“ [1]) Helligkeitseinheit zugrunde legt. Dadurch fällt

1) Sekundäre Helligkeitseinheit gleich der Helligkeit einer Lambertschen ebenen Fläche, welche die ebene Beleuchtungsstärke von 1 Meterkerze besitzt.

der Faktor π weg und es wird

$$\mathsf{M} = \frac{4}{d}\,\frac{h}{(B)}\,[m^{-1}]. \tag{10}$$

Hierin sind d und h ohne weiteres einer unmittelbaren Messung zugänglich. (B) wäre entweder nach Gleichung (2) aus der etwa gegebenen Helligkeitsverteilung $H(i\vartheta)$ der beleuchtenden Lichtquellen zu berechnen oder es wäre durch Aufsuchung des früher von mir vorgeschlagenen Helligkeitskörpers[1]) zu ermitteln. Beide Wege sind gangbar, wenn auch etwas umständlich. Dagegen wird es möglich sein, an Stelle einer gesonderten Messung von h und (B) das Verhältnis $h/(B)$ unmittelbar durch eine einzige Photometereinstellung zu erfassen. Ein Messungsverfahren, welches diese Aufgabe in einer für mancherlei Anwendungen ausreichenden Genauigkeit löst, soll im nächsten Abschnitt dargelegt werden.

II. Eine Messungsmethode der Planktonalbedo.

Schon der Umstand, daß die Beleuchtung des in der freien Atmosphäre schwebenden Planktons eine schnell und stark wechselnde ist und daß das Gleiche daher auch von der Helligkeit h gilt, legt es nahe, die beiden Größen h und (B) nicht unabhängig voneinander einzeln zu messen, sondern vielmehr sofort ihr Verhältnis zueinander. Zu diesem Zwecke muß die eine Hälfte eines Photometer-Gesichtsfelds proportional mit h, die andere proportional mit (B) erhellt und meßbar bis zur gleichen Helligkeit eingestellt werden. Das von mir beschriebene Relativ-Photometer[2]) ist hierzu geeignet, wenn man noch einen besonderen Zusatzteil hinzufügt. Es mögen die wesentlichen Teile dieses einfachen, für sehr verschiedene photometrische Aufgaben geeigneten Apparats durch die beistehende Fig. 1 erläutert werden. os ist ein in beliebige Richtung einstellbares Rohr, in das der Beobachter bei o blickt. Ein senkrecht dazu in der Figur aufrecht stehendes

---

1) Vgl. Wied. Ann. **20.** p. 326—337. 1883.

2) L. Weber, Das Relativphotometer. Schriften des naturwiss. Vereins für Schleswig-Holstein. **25.** (1) p. 155—162; vgl. auch Brillmann, Das diffuse Wandlicht. Diss. Kiel 1910; R. Benkendorff, Die Isothermen Schleswig-Holsteins und klimatische Messungen auf Föhr. Diss. Kiel 1914.

Rohr trägt eine große Objektivlinse l mit dahinter liegender Irisblende i. In Brennweite der Linse ist unter 45^0 eine zentral durchbohrte Gipsplatte g in die Mitte des Hauptrohrs os gestellt. Auf derselben entsteht somit eine Helligkeit, welche proportional mit der Helligkeit der vor den Linsentubus gelagerten Flächen ist und in einer durch besondere Eichung vorweg zu bestimmenden Weise von der Öffnung der Irisblende oder von einer Funktion $f(n)$ abhängig ist, wenn n die Ablesung an der Blendenskala ist. Es wird nicht erforderlich sein, das dazu geeignete, sehr einfache Eichungsverfahren besonders zu beschreiben. Denn man braucht nur die vor dem Linsentubus stehende Lichtquelle

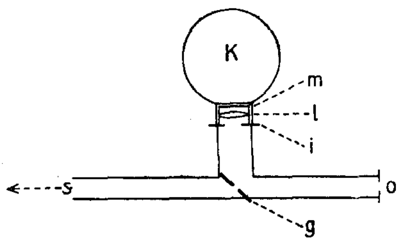

Fig. 1.

konstant zu halten und das im zentralen Teil des Gesichtsfelds gesehene Licht nach dem quadratischen Gesetz veränderlich und meßbar zu machen. Die vor dem Ende s zu anderen Zwecken eingesetzte Milchglasscheibe oder das bei s eingeschobene, mit Milchglas abgedeckte Spiegelgehäuse ist für die vorliegenden Versuche fortgenommen und auch in der Fig. 1 nicht gezeichnet. Infolgedessen sieht man in der Richtung os ohne jede Zwischenschaltung von Gläsern direkt auf die zu beobachtende Luftstrecke, hinter welche ein schwarzer Hintergrund gestellt wird. Die im zentralen Teil des Gesichtsfelds wahrgenommene Helligkeit ist daher ohne weiteres gleich der in den obigen Formeln auftretenden Helligkeit h. Um andererseits den peripheren Teil des Gesichtsfelds, welcher seine Helligkeit aus dem Linsentubus erhält, der räumlichen Beleuchtungsstärke (B) anzupassen, ist als neuer Zusatzteil die in Fig. 1 gezeichnete Milchglaskugel K gewählt. Die untere Kalotte derselben ist mit einer dicken Milchglasscheibe m abgeschlossen, welche unmittelbar über der Linse l liegt. Die transparente Helligkeit von m kann alsdann mit genügender Genauigkeit als proportional mit (B) angesehen werden. Denn die Kugel K ist bis auf den kleinen, vom Erdboden nach oben reflektierten Anteil von dem ganzen diffusen Licht in derselben Weise beleuchtet wie die Luftschicht in der Verlängerung der Linie os.

Stellt man nun die Irisblende auf Helligkeitsgleichheit des ganzen Gesichtsfelds ein und liest den Skalenteil n ab, so hat man

$$h = k_1 \cdot f(n) \cdot (B), \tag{11}$$

worin $f(n)$ die oben genannte, aus der Eichkurve zu entnehmende Funktion ist und k_1 eine Apparatkonstante.

Die Ermittelung von k_1 geschieht durch einen Vorversuch im Dunkelzimmer. Man beleuchtet mittels einer starken, als punktförmig zu betrachtenden Lichtquelle J die Kugel aus der Entfernung r_1 und zugleich einen in der Richtung os aufgestellten gut matten weißen Schirm mittels derselben Lichtquelle in der Entfernung r_2 und stellt das Photometer ein. Dann ist bei Anwendung sekundärer Helligkeitseinheit

$$h' = \mu \cdot \frac{J}{r_2^2} \quad \text{und} \quad (B)_1 = \frac{J}{r_{12}},$$

worin μ die *ebene Albedo* des vorgestellten Schirms ist. Da aber wiederum $h' = k_1 f(n_1)(B)_1$, so wird

$$k_1 = \frac{\mu}{f(n_1)} \, \frac{r_1^2}{r_2^2} \, .$$

Hierin sind r_1, r_2 und $f(n_1)$ unmittelbar meßbar bzw. aus der Eichkurve der Blende zu entnehmen, während die ebene Albedo μ des Schirms durch einen weiteren Vorversuch zu bestimmen ist.

Dies Verfahren der Konstantenbestimmung k_1 ändert man wegen der großen absoluten Unterschiede von h und (B) zweckmäßig noch dahin ab, daß vor den Tubus os eine Rauchglasplatte gesetzt wird, deren Schwächungskoeffizient σ für sich ermittelt wird, so daß

$$k_1 = \frac{\mu}{f(n_1)} \, \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot \sigma$$

wird. Beispielsweise wurde gefunden $\mu = 0{,}9035$; $n_1 = 7{,}82$; $f(n_1) = 84{,}2$; $r_1 = 0{,}41$ m; $r_1 = 6{,}12$ m; $\sigma = 11{,}0/72{,}7$. Hieraus $k_1 = 0{,}000007286$.

Mittels (10) und (11) wird

$$\mathsf{M} = \frac{4}{d}\, k_1\, f(n),$$

oder, wenn man $4\,k_1 = k$ setzt,

$$\mathsf{M} = \frac{1}{d} \cdot k \cdot f(n)\,[m^{-1}], \tag{12}$$

worin in obigem Beispiele $k = 0{,}00002914$ zu setzen und $f(n)$ aus der Eichkurve zu entnehmen ist.

Was die Herstellung des schwarzen Hintergrunds betrifft, so genügt hierzu, wie schon eingangs bemerkt, schwarzer Sammet oder Tuchtapete nicht. Denn die ebene Albedo dieser Stoffe ist etwa $^1/_{500}$ und da bei Messungen in freier Atmosphäre mit einer ebenen Beleuchtungsstärke von 10000 Meterkerzen und mehr zu rechnen ist, so würde die Helligkeit eines solchen Hintergrunds immer noch etwa 20 sekundäre Einheiten betragen können. Hiervon würde aber die sehr kleine Helligkeit des Planktons völlig zugedeckt werden. Man muß daher einen Hohlraum herstellen, der innen möglichst gut geschwärzt ist und der Visierrichtung gegenüber einen Ausschnitt hat, in welchen der Gesichtswinkel des Relativphotometers noch eben hineingeht. Beispielsweise wurde für die im nächsten Abschnitt beschriebenen Messungen eine Kiste genommen von 1,50 m Tiefe und 50 cm im quadratischen Querschnitt. Die vordere, dem Photometer zugewandte Stirnseite hatte einen kreisförmigen Ausschnitt von etwa 40 cm Durchmesser. Bei Entfernungen bis zu 8 m ging dann der Winkel des zentralen Gesichtsfelds noch in diese Öffnung hinein.[1]) Die innere Hinterwand war mit schwarzer Tuchtapete belegt.

Schließlich ist für die Abmessung der in Formel (12) enthaltenen Tiefendistanz d noch zu beachten, daß hierfür nicht ohne weiteres der Abstand zwischen der Öffnung s des Photometers und derjenigen des schwarzen Kastens gesetzt werden kann. Denn es werden auch die im Kasten zunächst der Öffnung gelegenen Luftstrecken von dem äußeren Licht getroffen und einen gewissen kleinen Beitrag zur Helligkeit h liefern; außerdem wird die dem Kasten zunächst benachbarte

---

1) Durch Einschaltung einer Biconvexlinse in den Tubus $o\,s$ läßt sich der Gesichtswinkel und damit die Dimension des schwarzen Kartons ganz erheblich verkleinern.

Luftstrecke von demselben etwas beschattet. Beide Unsicherheiten beseitigt man dadurch, daß man zwei Messungen in den Abständen d_1 und d_2 macht und in Formel (12) statt d die Differenz $d_2 - d_1$ und an Stelle von $f(n)$ die Differenz $f(n_1) - f(n_2)$ setzt. Da sich das zu messende Licht nach den gemachten Voraussetzungen einfach addiert, so ist dies Verfahren ohne weiteres berechtigt. Aus demselben Grunde braucht also auch der schwarze Hintergrund nicht in dem allerstrengsten Sinne „absolut" schwarz zu sein. Nur ist die Empfindlichkeit der Einstellung um so größer, je mehr das absolute Schwarz erreicht ist.

Das besprochene Messungsverfahren läßt sich unter Beibehaltung derselben grundlegenden Festsetzungen und einiger experimenteller Abänderungen auch auf den Staubgehalt geschlossener Räume in Anwendung bringen. Darüber möchte ich mir nähere Mitteilungen vorbehalten und mich hier darauf beschränken, im nächsten Abschnitt über einige in freier Atmosphäre gemachte Beobachtungen kurz zu berichten.

III. Messungen der Planktonalbedo in Kiel.

Nach dem im vorigen Abschnitt beschriebenen Verfahren sind auf der Plattform des physikalischen Instituts (40 m über dem Meeresspiegel) eine Anzahl von Messungen bei verschiedenen Wetterzuständen gemacht. Der schwarze Kasten wurde auf einen Platz der rings um die Plattform laufenden 1,15 m hohen, breit abgedeckten Umfassungsmauer und das Relativphotometer auf einen Bock in veränderlichem Abstand d davor aufgestellt. Die horizontale Beobachtungsrichtung wurde in der Regel so gewählt, daß sie senkrecht zum Ort der Sonne lag, auch dann, wenn die letztere verdeckt war. Wie oben ausgeführt, ist M von dieser Richtung, also von der Verteilung der Helligkeit am Himmel, abhängig, und zwar in verschiedener Weise abhängig, je nach der Beschaffenheit des Planktons, ob Nebel, Staub usw. Ohne auf diese einer späteren Untersuchung vorbehaltenen Frage hier näher einzugehen, sei nur soviel bemerkt, daß M im allgemeinen die größten Werte hat, wenn man die Beobachtungsrichtung os der Sonne entgegen wählt und die kleinsten je nach der Qualität des Planktons mehr nach der entgegengesetzten Richtung. Da es nun für die erste Orientierung auf diesem Gebiete nicht bloß von Interesse war, den absoluten Betrag von M seiner

Größenordnung nach kennen zu lernen, sondern auch die Schwankungen von M in ihrer Abhängigkeit von dem wechselnden Grade der Luftreinheit zu überblicken, so wurde die Beobachtungsrichtung senkrecht zum Azimut des Sonnenorts für alle Beobachtungen festgehalten und M alsdann bei verschiedenen Wetterzuständen ermittelt. Die Beobachtungsreihe an den einzelnen Tagen bestand dann einfach darin, daß der Abstand d zwischen s und der Öffnung des schwarzen Kastens von Meter zu Meter verändert und jedesmal die Ablesung n an der Blendenskala gemacht wurde. Die Differenz zweier Funktionswerte $f(n)$, dividiert durch die zugehörige Differenz der Abstände d und multipliziert mit der Konstanten k, ergab dann das gesuchte M. Die beispielsweise in folgender Tabelle ausführlich wiedergegebenen Zahlen einer Beobachtungsreihe werden hiernach ohne weiteres verständlich sein.

Tabelle 1.

Datum	d m	n	$f(n)$	$f(n) - f(n_0)$	$\frac{f(n) - f(n_0)}{d - d_0}$
3. IV. 1916	0	0,77	2,2	—	—
12^{19} p.	2	1,89	9,3	7,1	3,5
	3	2,47	13,4	11,2	3,7
	4	2,89	16,0	13,8	3,4
	5	3,07	17,6	15,4	3,1

In der letzten Spalte steht der Anstieg der Funktion $f(n)$ pro Meter. Bei gleichmäßiger Verteilung des Planktons über die ganze Beobachtungsstrecke von 5 m und bei zeitlicher Unveränderlichkeit hätten diese Werte konstant sein müssen, was indessen von vornherein nicht zu erwarten war. Man sieht ferner aus der obersten Zahl 2,2 in dritter Spalte, daß das aus dem schwarzen Kasten kommende Licht noch merklich von Null verschieden ist, wenngleich auch verhältnismäßig klein gegen die aus 1 m Tiefe der freien Luft kommende Lichtmenge. Wie stark die Verschiedenheiten der ganz lokalen örtlichen Verteilung des Planktons sind, ergibt sich, wenn man den Anstieg pro Meter für $f(n)$ sucht von $d = 2$ m an bis $d = 5$ m für jedes einzelne Meter. Das gibt 4,1, 2,6, 1,6. Es entspricht daher jede der Zahlen in der letzten Spalte einer verschiedenen Luftstrecke und einem verschiedenen Zeitpunkte. Man kann also auch, da die aus größeren Luftstrecken gewonnenen Zahlen offenbar einen besseren Durchschnitt des Luftzustands darstellen, d. h. ein größeres Gewicht besitzen, nicht wohl einen Mittelwert aus den Zahlen der letzten Spalte bilden. Vielmehr ist der letzte aus einer Luftstrecke von 5 m gewonnene Wert 3,1 derjenige, welcher den Planktongehalt am besten kennzeichnet. Die voraufgehenden Zahlen lassen dann nur den zeitlichen Wechsel desselben erkennen.

Die mitgeteilten Werte sind an einem Tage mit starkem Sonnenschein und nur sehr schwachem Dunst der Luft erhalten. Der 4,7 km entfernte Elmschenhagener Kirchtum war nur schwach verschleiert. An einem anderen Tage (25. April) wurde bei besonders klarer Luft ebenfalls auf 5 m Luftstrecke der kleinste Wert von $f(n)$ pro Meter, nämlich 1,4, beobachtet. Bei zunehmendem Dunst steigen diese Zahlen schnell. So fand Hr. Dr. H. Kahl, der die meisten Messungen machte, die Werte 3,9, 4,9, 6,2, 13,2 und bei ausgesprochenem schwachen Nebel, der den genannten Kirchturm gerade zum Verschwinden brachte, den hohen Wert 20,6. Die Luftstrecke betrug im letzten Falle nur 4 m. Stärkerer Nebel gibt dann weitere bedeutende Steigerung.

Multipliziert man diese Zahlen mit der Apparatkonstanten $k = 0{,}00002914$, so erhält man die gesuchte Albedo M, und man kann also sagen, daß der bisher gemessene kleinste Wert von M in Kiel 0,0000408 beträgt und bei einer Sichtweite von 3 km auf mehr als das Zehnfache steigt. In demselben Verhältnis wird ceteris paribus auch die Zahl der in der Volumeinheit enthaltenen Körperchen N steigen.

Die physikalische Bedeutung der für M gewonnenen Werte läßt sich folgendermaßen veranschaulichen. Nehmen wir einen wolkenbedeckten, schwach nebligen Zustand der Atmosphäre an, bei dem die Helligkeit des beleuchtenden Himmels H als konstant angenommen werden soll. Wie groß muß dann die Entfernung d werden, um bei fortgesetzter Addition des Lichts, also mit Ausschaltung der Absorption, eine Helligkeit h zu ergeben, die gleich H ist? Wir sahen oben, daß bei Beleuchtung durch eine gleichmäßig helle *Vollkugel* $(B) = 4B$ ist, worin (B) die *räumliche* und B die *ebene Beleuchtungsstärke* ist. An der Erdoberfläche ist daher $(B) = 2B$, wenn man den Reflex vom Erdboden vernachlässigt. Unter Anwendung sekundärer Helligkeitseinheiten ist aber $B = H$, folglich $(B) = 2H$. Soll nun d so groß werden, daß das im Photometer beobachtete $h = H$ wird, so ist $(B) = 2h$ zu setzen und nach Gleichung (10) hat man alsdann $\mathsf{M} = 2/d$. M ist also der halbe reziproke Wert derjenigen Entfernung d, bei welcher unter den gemachten Voraussetzungen, insbesondere der Proportionalität von d und h, die beobachtete Helligkeit gleich der Himmelshelligkeit wird. Das ist aber die Bedeutung der bei dieser Annahme fingierten Sichtweite. Die wirkliche Sichtweite wird infolge der tatsächlich bei großen Entfernungen merklicher werdenden Absorption größer sein und schätzungsweise zwischen dem einfachen und doppelten Werte von d liegen.

Die oben zuletzt genannte Beobachtung bei Nebelwetter hatte $f(n) = 20{,}6$ ergeben. Daraus folgt $\mathsf{M} = 0{,}0006$ und $d = 3{,}3$ km. Da der Elmschenhagener Kirchturm bei dieser Beobachtung gerade verschwand, war die wirkliche Sichtweite 4,7 km, also in Übereinstimmung mit der gemachten überschläglichen Berechnung.

Zusatz.

Zur Albedo eines inhomogen reflektierenden ebenen Schirmes.

In der Fig. 2 sei df ein Element eines undurchsichtigen Schirms, der von der Halbkugel mit der variablen Helligkeit $H(i\vartheta)$ beleuchtet wird. Ein leuchtendes Flächenelement

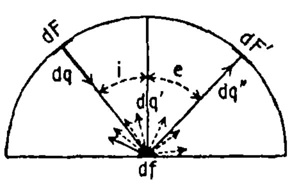

Fig. 2.

der Halbkugel sei dF mit dem Inzidenzwinkel i und dem (nicht gezeichneten) Azimutalwinkel ϑ. Die Emanationswinkel seien $e\zeta$. Dann ist nach dem Lambertschen Grundgesetz die von dF auf df geworfene Lichtmenge

$$(1) \qquad dq = \frac{H(i\,\vartheta)\,d\,F \cdot d\,f \cdot \cos i}{r^2}\,.$$

Die von df diffus zurückgeworfene Lichtmenge ist

$$dq' = \Phi(i\vartheta)\,dq, \tag{2}$$

worin $\Phi(i\vartheta)$ der Reflexionskoeffizient für die Richtung $i\vartheta$ ist, der stets kleiner als Eins und von ϑ noch unabhängig wird, falls der Schirm in azimutaler Richtung homogen ist. Das reflektierte Licht dq' verbreitet sich im allgemeinen über die gesamte Kugelfläche, wenn auch ungleichmäßig. Es entfällt davon auf ein Element dF' ein Teil dq'', der proportional gesetzt werden kann dem Verhältnis

$$\frac{dF'}{2\pi r^2},$$

ferner proportional dem dq' und einer Funktion der vier Winkel $i\,\vartheta\,e\,\zeta$, in welcher als wesentlich kennzeichnendes Stück $\cos e$ steckt. Es sei daher mit Zusatz des Faktors 2

$$dq'' = 2\,\Psi(i\vartheta e\zeta)\cos e\,\frac{dF'}{2\pi r^2}\,dq' \tag{3}$$

gesetzt. Andererseits ist ebenfalls nach dem Lambertschen Gesetz

$$dq'' = \frac{dh(e\zeta)\,df\cdot dF'}{r^2}\cdot\cos e, \tag{4}$$

worin $dh(e\zeta)$ die von dem einen beleuchtenden Element dF herrührende, in der Richtung $e\zeta$ beobachtete Flächenhelle ist. Aus (3) und (4) folgt mit Hilfe von (1) und (2)

$$dh(e\zeta) = \Psi(i\vartheta e\zeta)\,\Phi(i\vartheta)\cdot H(i\vartheta)\,\frac{dF}{\pi r^2}\cos i.$$

Durch Integration über die ganze beleuchtende Kugel ergibt sich dann, wenn noch

$$\frac{dF}{r^2} = d\omega$$

gesetzt wird, für die ganze in der Richtung $e\zeta$ erscheinende Flächenhelle

$$h(e\zeta) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\Psi\cdot\Phi\cdot H\cdot\cos i\,d\omega, \tag{5}$$

wie oben angesetzt war.

Für den Fall der *vollkommenen Spiegelung* wird $\Psi(i\vartheta e\zeta)$ im allgemeinen für die lichtempfangenden Elemente dF' gleich

Null. Nur für diejenigen Paare von Elementen dF und dF', für welche $i = e$ und $\vartheta = 180 + \zeta$ ist, wird Ψ einen unendlich großen Wert haben. Denn dann wird $dq' = dq''$ und nach (3) daher

$$\Psi(i\,\vartheta\,e\,\zeta) = \frac{\pi\,r^2}{\cos e\,d\,F'},$$

d. h. für kleines dF' wird Ψ gleich ∞.

Im anderen Extrem eines Lambertschen Schirms wird $\Psi \,.\, \Phi = \mu =$ Constans und

$$h(e\,\zeta) = \frac{\mu}{\pi}\int\limits_0^{2\pi} H\cos i\,d\omega\,.$$

Das Integral ist ebenfalls von der Emanationsrichtung unabhängig, denn es ist die ebene Beleuchtungsstärke. Wird auch $H =$ const. so wird $h = \mu\,.\,H$, d. h. ein Lambertscher Schirm von der Albedo Eins ist so hell wie die ihn beleuchtende homogene Halbkugel (sogenannte vollkommene Beleuchtung).

In der obigen Formel

$$\varrho = \frac{\mathfrak{R}}{\mathfrak{A}} \quad \text{wird} \quad \mathfrak{R} = \int d\,q',$$

oder nach (2) und (1)

$$\mathfrak{R} = d f\int\limits_0^{2\pi} \Phi(i\,\vartheta)\,H(i\,\vartheta)\cos i\,d\omega,$$

wie gleichfalls oben zum Ansatz gebracht war, da

$$\mathfrak{A} = d f\int H\,(i\vartheta)\cos i\,d\omega.$$

Kiel, 11. September 1916.

(Eingegangen 13. September 1916.)