

---

# ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

---

JAHRGANG 1833, ZWEITES STÜCK.

---

I. *Auszug aus Poisson's Nouvelle Théorie de  
l'Action capillaire;  
von H. F. Link.*

(Fortsetzung von Bd. XXV S. 270)\*).

---

Nachdem Poisson im ersten Kapitel seines Werkes gezeigt hat, daß die Theorie von Laplace ungenügend sey, um die Erscheinungen zu erklären, welche wir an flüssigen Haarröhrchen, oder überhaupt in der Nähe von festen Wänden bemerken, führt er nun seine eigene Theorie aus. Im zweiten Kapitel sucht er eine Gleichung für die Oberfläche eines Flüssigen unter den erwähnten Umständen, oder, um die Betrachtung ganz allgemein zu machen, für die Oberfläche, wo sich zwei über einander stehende Flüssige berühren. Im Ganzen verfährt er dabei wie im ersten Kapitel; und indem wir dieses aus dem ersten Auszüge als bekannt voraussetzen, können wir uns hier kurz fassen.

Es sey *M* ein Theilchen des Flüssigen in einer merklichen Entfernung von der Oberfläche und den Wänden

\*) Ich finde dort, S. 271 Z. 19, Erfindung statt Erscheinungen gedruckt, welches den Sinn entstellt. Eben so, S. 286 Z. 8, von einander statt um einander. Auch heiße ich nicht H. S. Link.

des Gefäßes; man lege dadurch irgend eine Ebene, und nenne  $A$  und  $B$  die Massen des Flüssigen über und unter der Ebene. Man theile ferner diese Massen in Fäden von unendlich kleiner, aber veränderlicher Dicke, und nenne  $\omega$  die Basis eines solchen Fadens an der Oberfläche, und  $C$  den Faden, der  $M$  enthält. Die Resultante der Wirkungen aller Punkte von  $A$  auf alle Punkte von  $C$ , durch  $\omega$  dividirt, wird der Druck auf  $B$  seyn, reducirt auf die Einheit der Oberfläche und in Rücksicht auf den Punkt  $M$ . Nimmt man an, daß die Dichtigkeit des Flüssigen in der Sphäre der Wirksamkeit von  $M$  ungleich sey, oder setzt man die beiden sich berührenden Flüssigen heterogen, so wird jene Resultante nicht senkrecht auf  $M$  oder vielmehr auf die Oberfläche von  $B$  seyn. Man bezeichne mit  $N\omega$  die auf  $B$  normale Seitenkraft jener mittleren, von Aufsen nach Innen gerichtet, und mit  $T\omega$  und  $T'\omega$  die Seitenkräfte nach zwei rechtwinklichten Coordinaten durch  $M$  in der Ebene, welche  $B$  in jenem Punkte berührt. Die Werthe von  $N$ ,  $T$ ,  $T'$  müssen durch Integrationen bestimmt werden, wobei zu erwägen ist, daß  $N$  aus zwei Theilen besteht, einem  $N'$ , der von der Krümmung herrührt, und einem andern  $p$ , der nicht davon herrührt.

Es sey  $m$  ein Punkt im Faden  $C$  und  $m'$  ein Punkt in  $A$ , beide in der Sphäre der Wirksamkeit von  $M$ . Senkrechte Linien von  $m$  und  $m'$  auf die Oberfläche von  $A$  sollen  $s$  und  $s'$  heißen, und  $\omega'$  bedeuten in dieser Oberfläche für  $m'$  dasselbe, was  $\omega$  in Rücksicht auf  $m$  bedeutet. Querschnitte der zugehörigen Fäden durch  $m$  und  $m'$ , parallel mit  $\omega$  und  $\omega'$ , können  $=(1-ks)\omega$  und  $=(1+ks')\omega'$  gesetzt werden; sie lassen sich nämlich durch Reihen von  $s$ ,  $s'$  und  $k$  ausdrücken, wo  $k$  einen Coefficienten bedeutet, welcher von der für beide Fäden gleichen Krümmung der Oberfläche abhängt, und wo man höhere Potenzen von  $s$  und  $s'$  wegläßt, weil  $\omega$  und  $\omega'$  sehr klein sind. Multiplicirt man diese Flächen

mit dem Differential der Höhen dieser Fäden, so hat man für die Elemente der Volumina (Raumtheile könnte man sagen) von  $m$  und  $m'$ , welches sogleich soll erklärt werden, die Werthe  $(1 - ns)\omega ds$  und  $(1 + ns')\omega' ds'$ . Nennt man  $V$  die Wirkung der einzelnen Theilchen auf einander in Rücksicht auf ihre Volumina und ihre Entfernung  $mm' = r'$ , so erhält man für die wechselseitige Wirkung von  $m$  und  $m'$  das Product:

$$V(1 - ks)(1 + ks')\omega\omega' ds ds'.$$

Um sich nun einen richtigen Begriff von der Grösse  $M$  zu machen, sagt P. und dieses ist die Grundlage seiner ganzen Theorie, muß man sich um die Punkte  $m$  und  $m'$  Räume (Volumina)  $\nu$  und  $\nu'$  vorstellen, deren Dimensionen unmerklich sind, selbst in Rücksicht auf den Halbmesser der Wirksamkeitssphäre der Molecule, die aber dennoch eine sehr große Anzahl von diesen Moleculen enthalten. Die wechselseitige Wirkung dieser beiden Volumina des Flüssigen rührt von der Menge der Materie und des Wärmestoffs her, den sie enthalten, und läßt sich durch  $V\nu\nu'$  darstellen, so daß also  $V$  das Verhältniß dieser Kraft zum Product der beiden Raumtheile ausdrückt. Folglich hängt  $V$  ab von der Entfernung  $r'$ , von der Menge des Wärmestoffs, von der Menge und der Natur der Molecule, welche in  $\nu$  und  $\nu'$  enthalten sind.  $V$  ist mithin eine Function von  $r'$ , unmerklich für jeden merklichen Werth von  $r'$ , welche aber noch die Coordinaten von  $m$  und  $m'$  erhält.

Es sollen nun  $x, y, z$  die drei rechtwinklichten Coordinaten für  $M$  bedeuten; die Axen der  $x$  und  $y$  sollen parallel der Ebene seyn, welche  $B$  durch den Punkt  $M$  berührt, und die Axe der  $z$  parallel der Normale für denselben Punkt. Die Coordinaten von  $m$  sind  $x, y, z + s$  nach den zugehörigen Axen genommen; die Coordinaten von  $m'$  können durch  $x + x', y + y', z + z'$  ausgedrückt werden. Man hat  $r^2 = (s - z')^2 + x'^2 + y'^2$  und auch:

$$V=f(r^2, x, y, z+s, x+x', y+y', z+z').$$

Die Flüssigkeit wird hier gleichartig angenommen, die Kraft  $V$  hängt von der Natur dieses Flüssigen um die Punkte  $m$  und  $m'$  ab; es muß folglich die Function  $f$  symmetrisch in Rücksicht auf  $x$  und  $x+x'$ ,  $y$  und  $y+y'$ ,  $z+s$  und  $z+z'$  seyn. Da nun die Natur des Flüssigen, die Menge an Wärmestoff und die innere Verdichtung nur Aenderungen in unmerklichen Stufen erleiden, so kann man die Function  $f$  in eine sehr convergirende Reihe entwickeln, nach den Potenzen und den Producten der veränderlichen Größen  $s, x', y', z'$ , die sie aufser  $r'$  enthält, und die nur sehr kleine Größen sind. Auf diese Weise erhält man:

$$\frac{dV}{dx}=\frac{1}{2}\frac{dV}{dx}, \quad \frac{dV}{dy}=\frac{1}{2}\frac{dV}{dy},$$

$$\frac{dV}{dz}=\frac{dV}{ds}=\frac{1}{2}\frac{dV}{dz}$$

für  $x'=0, y'=0, z'=0, s=0$  und  $r'$  unveränderlich gesetzt. Nennt man  $R'$  eine Function von  $r', x, y, z$ , und läßt man die Glieder vom zweiten Grade für  $x', y', z', s$  weg, so hat man:

$$V=R'+\frac{x'}{2}\frac{dR'}{dx}+\frac{y'}{2}\frac{dR'}{dy}+\frac{s+z'}{2}\frac{dR'}{dz}.$$

Man denke sich eine Normale auf die Fläche von  $A$  in  $M$ , und ziehe auf diese Normale eine andere senkrechte Linie von  $\omega'$ , die  $u$  heißen soll. Man nenne  $\vartheta$  den Winkel, welchen die Ebene dieser beiden Linien mit einer fixen Ebene macht, welche durch die Normale auf  $A$  gelegt ist. Die Projection von  $\omega'$  auf die Ebene, welche  $M$  berührt, läßt sich durch  $u du d\vartheta$  ausdrücken, und kann hier für die Fläche von  $\omega'$  ohne merklichen Fehler genommen werden. Man nenne endlich  $\alpha, \beta, \gamma$  die Cosinus der Winkel, welche die verlängerte  $mm'$  mit Parallelen der Axen von  $x, y, z$  macht durch  $m$  gelegt. Setzt man die Axen von  $x$  und  $y$  parallel den

Richtungen der Tangentialkräfte in  $T$  und  $T'$ , und betrachtet man die Kraft  $V$  als positiv oder negativ, nachdem sie repulsiv oder attractiv ist, so hat man:

$$\begin{aligned} T &= \iiint V[1+k(s'-s)] \alpha u d u d s d s' d \vartheta \\ T' &= \iiint V[1+k(s'-s)] \beta u d u d s d s' d \vartheta \\ N &= \iiint V[1+k(s'-s)] \gamma u d u d s d s' d \vartheta \end{aligned} \quad (1)$$

wenn man das Product von  $ss'$  wegläßt. Auch ist  $r^2 = (s+s')^2 + u^2$ .

Wie im ersten Kapitel wird  $\zeta = Q\eta^2 + Q'\eta'^2 + Q''\eta\eta'$  gesetzt, wo  $\zeta$  eine senkrechte Linie von  $\omega'$  auf die berührende Ebene von  $M$  bedeutet, positiv oder negativ, nachdem die Krümmung der Oberfläche ist;  $\eta$  und  $\eta'$  sind Coordinaten parallel mit den Axen der  $x$  und  $y$  durch den Anfangspunkt von  $\zeta$  und  $Q, Q', Q''$  unabhängige Coëfficienten von  $\eta$  und  $\eta'$ , wie im ersten Kapitel, auch ist  $Q + Q' = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}$ , wo  $\lambda$  und  $\lambda'$  die

beiden Haupthalbmesser der Krümmung für die Oberfläche von  $A$  bedeuten. Durch Reduction der Integrale kommt, wenn man  $R$  für  $R'$  setzt, wo  $r'$  zu  $r$  wird, und

$$q = -\frac{1}{2}\pi \iiint R \frac{u^3}{r} d u d s d s',$$

$$\text{zuerst } q = \frac{1}{8}\pi \int_0^\infty R r^4 d r,$$

$$\text{dann } N = p + q \left( \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} \right), \quad T = \frac{d q}{d x}, \quad T' = \frac{d q}{d y} \quad (2)$$

Umgiebt die Masse des Flüssigen  $A$  das Flüssige  $B$  von allen Seiten, so muß dieses durch seinen Druck den Wirkungen von  $A$  das Gleichgewicht halten. Die Gröfse  $p$  in  $N = p + N'$ , welche diese Wirkung im Innern für einen Punkt bezeichnet, giebt für das Ganze, oder durch Integration  $c - \rho g z$ ;  $c$  ist nämlich eine beständige Gröfse,  $\rho$ , wie im ersten Kapitel, die Dichtigkeit des Flüssigen,  $g$  die Schwere und  $z$  die Höhe des Fadens. Für eine andere homogene Flüssigkeit, welche jene an der Oberfläche berührt, hat man eben so  $p' = c' - \rho' g z'$ .

Setzt man  $z=0$ , so wird  $p=c$  und  $c=H$ , wo  $H$ , wie dort, den Druck der Atmosphäre bedeutet.

In der Nähe der Oberfläche ändert sich die Dichtigkeit sehr schnell, so daß die Dichtigkeit jeder Flüssigkeit sehr verschieden an der Oberfläche und in einer geringen Entfernung von ihr seyn kann. Das Gesetz für diese Aenderung ist unbekannt, so wie das Gesetz der Molecularwirkung, wovon sie abhängt, aber dieses hindert nicht, eine Gleichung für die Trennungsoberfläche zu finden.

Es liege der Punkt  $M$ , Taf. I Fig. 6, in der Nähe der Berührungsoberfläche  $AOB$  der beiden Flüssigen in einer Röhre. Man lasse aus  $M$  eine senkrechte Linie auf die Oberfläche herab, welche sie in einem Punkte  $O$  trifft, und verlängere die Linie bis zum Punkt  $M'$  des zweiten Flüssigen, auch sehr nahe bei  $AOB$ . Man theile wiederum die beiden Flüssigen in Fäden von einer unendlich kleinen aber veränderlichen Dicke. Durch die Punkte  $M$  und  $M'$  ziehe man die beiden Oberflächen  $CMD$  und  $C'M'D'$ , welche alle Normalen auf  $AOB$  ebenfalls in rechten Winkeln schneiden.  $A$  heiße das Flüssige, welches  $CMD$ , und  $A'$  das Flüssige, welches  $C'M'D'$  begrenzt,  $B$  die Schicht des Flüssigen zwischen diesen beiden Oberflächen,  $C$  der Faden  $MOM'$  von  $B$ ,  $\omega$  und  $\omega'$  die Querschnitte dieses Fadens für die Punkte  $M$  und  $M'$ . Ungeachtet die Entfernungen  $MO$  und  $M'O$  unmerklich sind, so kann man sie doch so groß annehmen, daß die Wirkungen von  $A$  und  $A'$  auf  $C$  sich nicht bis dahin erstrecken, wo die Dichtigkeit der Flüssigen sich sehr ändert. Die totalen Wirkungen von  $A$  und  $A'$  auf  $C$ , werden nach (2) für  $A$  seyn:

$$\left[ p + q \left( \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} \right) \right] \omega, \quad \frac{dq}{dx} \omega, \quad \frac{dq}{dy} \omega$$

und für  $A'$  oder das obere Flüssige:

$$\left[ p' - q' \left( \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} \right) \right] \omega', \quad \frac{dq'}{dx} \omega', \quad \frac{dq'}{dy} \omega',$$

nämlich die Krümmungsfläche ist beiden gemein, auch  $x$  und  $y$  können als einerlei für beide gesetzt werden, nur die ersten der drei Seitenkräfte sind einander entgegengesetzt, und das Zeichen für  $q$  wird geändert. Man nenne ferner  $P\omega$ ,  $Q\omega$  und  $Q'\omega$  die Seitenkräfte der Wirkung von der Schicht  $B$  auf den Faden  $C$ . Da die Länge  $MM'$  sehr gering ist, so kann man das Gewicht des Fadens  $C$  übersehen, auch  $\omega = \omega'$  setzen, und wir haben für das Gleichgewicht, wo die Kräfte nach allen Richtungen gleich seyn müssen, diese Gleichungen:

$$Q + \frac{d(q+q')}{dx} = 0, \quad Q' + \frac{d(q+q')}{dy} = 0 \quad (3)$$

$$P + p - p' + (q+q')\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right) = 0$$

Die Kräfte  $P$ ,  $Q$  und  $Q'$  lassen sich wie die obigen  $N$ ,  $T$  und  $T'$  bestimmen, doch ist Folgendes zu erwägen. Es sey  $m$  ein Punkt in  $C$  und  $m_1$  ein Punkt in  $B$ , und man lasse Perpendikel  $Mm = s$  und  $M_1m_1 = s_1$  auf die Fläche  $CMD$ , so werden diese Punkte jetzt auf eine Seite der Oberfläche fallen, da vorher  $M$  und  $M'$  auf verschiedenen Seiten derselben lagen; man muß also für  $s$  hier  $-s_1$  setzen. Wenn man ferner die Schicht  $B$  in dünne Schichten parallel mit der Oberfläche zerlegt, so ändert sich die Dichtigkeit sehr schnell, und die Function, welche die Molecularwirkung in Rücksicht auf  $s$  und  $s_1$  ausdrückt, wird sich nicht in eine solche convergirende Reihe, wie oben, bringen lassen. Aber diese Function bleibt immer symmetrisch für  $s$  und  $s_1$ . Die Integrale für diese beiden Größen werden dieselben Gränzen 0 und  $l$  haben; wenn  $l$  die Dicke  $MM'$  von  $B$  bedeutet, mithin wird die doppelte Integration für diese beiden Größen die Glieder verschwinden machen, worin der Factor  $s - s_1$  vorkommt. Daher wird aus den Formeln (2) und (1):

$$Q = \frac{dq_1}{dx}, \quad Q' = \frac{dq_1}{dy}, \quad P = q_1 \left( \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda'} \right)$$

$$q_i = -\frac{\pi}{2} \int_0^\infty \int_0^1 \int_0^1 R_i \frac{u^3}{r} du ds ds_i,$$

$$r^2 = u^2 + (s - s_i)^2.$$

Der Verfasser beweiset nun, daß die Veränderungen von  $l$  keinen merklichen Einfluß auf den Werth von  $q_i$  haben.

Setzt man diese gefundenen Werthe in die beiden ersten Gleichungen (3), so hat man:

$$\frac{d(q+q'+q_i)}{dx} = 0, \quad \frac{d(q+q'+q_i)}{dy} = 0;$$

also die GröÙe  $q+q'+q_i$  beständig für die ganze Berührungsfläche zweier Flüssigen beim Gleichgewicht.

Es sey  $q+q'+q_i = \frac{1}{2}G$ ;  $G$  eine GröÙe, welche von der Natur und der Temperatur des Flüssigen abhängt.

Wendet man die Werthe von  $p$  und  $p'$  für (2) auf die Punkte  $M$  und  $M'$ , Fig. 6 Taf. I, an, so kann man  $z'=z$  setzen, und  $z$  als eine verticale Ordinate für irgend einen Punkt  $O$  in der Oberfläche der beiden Flüssigen betrachten. Dieser Werth und der von  $P$  in der dritten Gleichung (3) substituirt, giebt:

$$H - c' - (\varrho - \varrho')gz + \frac{1}{2}G\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right) = 0 \quad . \quad . \quad (4)$$

als gemeinschaftliche Gleichung für alle Punkte der Oberfläche eines Flüssigen, die nicht in die Sphäre der Wirksamkeit der Röhre fallen, gegen ein anderes Flüssige, welches das erstere bedeckt und selbst dem Druck der Atmosphäre ausgesetzt ist.

Sucht man die Gleichung für die Oberfläche eines Flüssigen, welches geradezu dem Drucke der Atmosphäre ausgesetzt ist, und dessen Dichtigkeit  $=\delta$ , so wird  $H=c'$ ,  $\varrho'=\delta$ , und für  $G$  werde  $H$  gesetzt, woraus die Gleichung folgt:

$$(\varrho - \delta)gz = \frac{1}{2}H\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$



Nachdem nun Poisson die Gleichung für die ganze Oberfläche, oder vielmehr die gemeinschaftliche Gleichung für alle Punkte der Oberfläche des Flüssigen gefunden hat, sucht er die Gleichung für den Umfang oder für alle Punkte des Umfangs dieser Oberfläche \*).

Es sey  $M$ , Fig. 7 Taf. I, ein Punkt in dem oberen Flüssigen in einer unmerklichen Entfernung von der freien Oberfläche und der Oberfläche der Röhre oder der Wand derselben; durch diesen Punkt ziehe man in der Ebene der Figur zwei Linien  $MN$  und  $MK$  senkrecht auf jene Oberflächen;  $ANB$  und  $DKE$  stellen die Durchschnitte jener Flächen mit derselben Ebene vor. Man lege ferner durch  $M$  zwei andere Flächen, wovon die eine alle Normalen auf die Oberfläche des Flüssigen unter rechten Winkeln schneidet und durch die krumme Linie  $A'MB'$  dargestellt wird, die andere eben so alle Normalen auf die Oberfläche der Röhre schneidet und durch die krumme Linie  $OMC$  dargestellt wird, welche  $ANB$  in  $O$  trifft. Aus allen Punkten, wo sich diese beiden Flächen schneiden, errichte man Perpendikel, wie  $MN$ , auf die Oberfläche des Flüssigen, welche zusammen selbst eine Fläche bilden, von welcher also  $MN$  als die erzeugende Linie kann betrachtet werden. Endlich durch einen Punkt  $F$ , zur krummen Linie  $OMC$  gehörig und in einer unmerklichen Entfernung unter dem Punkt  $M$  liegend, lege man eine Ebene senkrecht auf diese krumme Linie, welche die Ebene der Figur in  $GFL$  schneidet und die krumme Linie  $DKE$  in  $G$  trifft. Die Länge  $MF$  werde groß genug angenommen, so daß die Wirkung des Flüssigen unter der Ebene von  $GFL$  sich nicht bis zur Fläche  $A'M'B'$  erstreckt. Man setze ferner  $MK=h$ ,  $MN=l$ , und diese Entfernungen so groß,

\*) Der Verfasser sagt *contour*, nicht Peripherie; denn es ist nicht von einer Linie, sondern von einer sehr dünnen Schicht die Rede. In dieser Bedeutung muß auch hier das Wort Umfang genommen werden.

dafs von einer Seite die Wirkung der Röhre sich nicht bis zur Fläche  $OMC$  erstreckt, auch nicht die Wirkung des Flüssigen jenseits dieser Fläche bis dahin, wo die Dichtigkeit in der Nähe der Röhre sich sehr ändert, und von der andern Seite, dafs die Wirkung des Flüssigen unter  $A'MB'$  sich nicht bis dahin erstreckt, wo die Dichtigkeit in der Nähe der Oberfläche des Flüssigen sich ändert.

Um nun die gesuchten Gleichungen zu erhalten, mufs man die Bedingungen des Gleichgewichts für eine kleine Masse des Flüssigen an der Wand der Röhre von einer unendlich kleinen Dicke finden. Sie sind von folgenden Flächen umschlossen, erstlich von dem krummlinigen Fünfeck  $ANMFG$ , zweitens von der Fläche, welche  $MN$  erzeugt, drittens von der Oberfläche des Flüssigen, viertens von einer Ebene, welche durch  $GFL$  geht, fünftens von der Wand der Röhre, und sechstens von einer damit parallelen Fläche. Dieser kleine Theil des Flüssigen heifse  $C$ , und die Dicke setze man  $=\varepsilon$ . Zerlegt man nun zuerst die Kräfte, welche auf  $C$  wirken, in senkrechte auf die Ebene der Figur und in parallele mit derselben, so zeigt sich bald, dafs die ersten einander größtentheils aufheben und in Vergleich mit den letzteren unmerklich werden. Diese, nämlich die parallelen mit der Ebene der Figur, lassen sich wiederum zerlegen in perpendikuläre auf  $KM$ , und damit parallele. Aber auch hier kommen die ersten nicht in Betrachtung, sondern nur die letzten.

Nun bedeute  $S\varepsilon$  die Wirkung von der Schicht  $ANMFG$  auf  $C$ , welches davon einen Theil ausmacht,  $\omega\varepsilon$  die Wirkung von  $EGFC$ ;  $P\varepsilon$  die Wirkung von  $LFC$ ;  $Q\varepsilon$  die Wirkung von  $BNMFL$ , nämlich von  $BNMB + B'MFL$ , auf den Theil von  $C$ , der  $A'MFG$  entspricht; endlich  $T\varepsilon$  und  $V\varepsilon$  die Wirkungen von  $BNMB'$  und  $B'MFL$  auf den Theil von  $C$ , der  $A'MNA$  entspricht. Alle diese Wirkungen werden von unten nach oben genommen, weil nur durch solche die Gestalt der

Oberfläche und die Lage eines Punktes im Umfange derselben bestimmt wird. Man kann also, wie man hieraus sieht, die Wirkung der Röhre ganz bei Seite setzen. Das Gewicht von  $C$  fällt ebenfalls weg. Für das Gleichgewicht an der Oberfläche wird also  $\varepsilon$ , als in allen Gliedern vorkommend, weggelassen:

$$S + \omega + P + Q + T + V = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Der Verfasser beweist nun, daß  $S$  für sich  $= 0$  ist, welches leicht geschieht, da die Schicht  $ANMFG$  einen Theil des Theiles vom Flüssigen ausmacht, welcher  $C$  genannt wurde.

Um  $\omega$  zu finden, ziehe man durch  $G$  eine Linie senkrecht auf die Ebene der Figur. Die Coordinaten für irgend einen Punkt in dem unteren Flüssigen, deren Anfangspunkt  $G$  ist, sollen  $x, y, z$  seyn, parallel mit jener senkrechten Linie und den Linien  $GL$  und  $GE$ . Für irgend einen Punkt in  $C$  wird  $x = 0$ , und die beiden andern Coordinaten kann man  $= y'$  und  $= -z'$  setzen. Nennt man  $r$  die Entfernung beider Punkte, so hat man  $r^2 = x^2 + (z + z')^2 + (y - y')^2$ . Die zugehörigen Elemente der beiden kleinen Raumtheile des Flüssigen werden  $\varepsilon dy' dz'$  und  $dx dy dz$  seyn, ihre Wirkung auf einander läßt sich durch  $\varphi(r, y, y') \varepsilon dy' dz' dx dy dz$  ausdrücken, wo  $\varphi$  eine Function von  $r$  bedeutet, deren Werth unmerklich für jeden merklichen Werth von  $r$  wird, auch ist sie symmetrisch in Rücksicht auf  $y$  und  $y'$ , und ändert sich schnell, weil das Flüssige in der Nähe der Röhre eine Verdichtung erleidet. So wie sich  $y$  und  $y'$  der Linie  $GF$  oder  $h$  nähern, wird diese Function sich immer mehr dem Zustande nähern, wo sie unabhängig von  $y$  und  $y'$  ist, und einerlei wird mit einer Function  $R$  für das Innere des Flüssigen. Man setze  $h + u$  und  $h - u'$  statt  $y$  und  $y'$ , so daß  $u$  und  $u'$  kleiner sind als die Halbmesser der Molecularwirkung, und es wird  $\varphi(r, h + u, h - u') = R$ . Wir haben überhaupt:

$$\omega = \iiiii \varphi(r, y, y') \frac{z + z'}{r} dx dy dy' dz dz'.$$

Dieses Integral lässt sich nun auf ein dreifaches bringen; es hängt von der Verdichtung des Flüssigen in der Nähe der Röhre ab, und es ist daher zweckmäßiger, den Ausdruck  $\omega$  zu behalten. Das dreifache Integral ist:

$$\omega = \frac{1}{2} \pi \int_0^\infty \int_0^h \int_0^h \varphi(r', \gamma, \gamma') \frac{r'^3}{r'} dv dy dy' \quad . \quad . \quad (7)$$

wo  $z = v \cos \vartheta$ ,  $x = v \sin \vartheta$ .

Der Ausdruck für  $P$  lässt sich leicht von dem für  $\omega$  ableiten. Man verlege nun die Axe der  $x$  nach  $F$  und mache  $\gamma = h + u$ ,  $\gamma' = h - u'$ ,  $dy = du$ ,  $dy' = -du'$ . Die Function  $\varphi$  wird  $R$ , welche für das Innere der Flüssigkeit gilt, und oben in dem Ausdrucke für (2) vorkommt. Dort hat man  $r^2 = (s + s')^2 + u^2$ , hier  $r'^2 = (u + u')^2 + v^2$ . Man setze also die eben gefundene Gröfse in (7), man erwäge, dass der letzte Ausdruck von  $R$  verstatet zur Gränze der Integrale  $\infty$  statt  $h$  zu nehmen, und es wird aus (7) und (2):

$$p = -q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Um  $T$  zu berechnen, mufs man bemerken, dass die Dichtigkeit des Flüssigen parallel mit der Oberfläche dieselbe bleibt, so wird die Wirkung von  $NMBB'$  sich auf den Theil von  $C$  erstrecken, der  $NMAA'$  entspricht. Sie ändert sich nur in der Richtung der Normale  $NM$ . Folglich sind die Seitenkräfte dieser Kraft nach der Richtung von  $MN$  und nach einer auf die Ebene der Figur senkrechten Linie, jede  $= 0$ . Die Kraft selbst hat eine Richtung nach der senkrechten  $MN$ ; sie soll  $U_\varepsilon$  heissen, sofern sie von Aussen nach Innen auf den Theil von  $C$  wirkt, wovon hier die Rede ist. Der Winkel  $KMN$  heisse  $\omega$ , woraus die Seitenkraft derselben parallel mit  $MO$  und nach  $O$  gerichtet  $-U_\varepsilon \cos \omega$  wird. Folglich  $T = -U \cos \omega$ . Den Werth von  $U$  leitet man leicht aus dem vorigen für  $\omega$  ab, wenn man  $h$  für  $\infty$  setzt und die Function  $\varphi(r', \gamma, \gamma')$  durch eine andere  $\psi(r', \gamma, \gamma')$

ersetzt, welche von der Veränderung der Dichtigkeit an der Oberfläche abhängt. Diese ist einerlei mit  $R$ , in dem Ausdrücke von  $q$ , für (4), und es kommt  $U = -q$ , mithin:

$$T = q \cos \omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Um  $Q$  und  $V$  zu finden, betrachte man zwei Prismen im Flüssigen, welche eine Kante von unbestimmter Länge mit einander gemein haben, auch sollen die beiden an der Kante liegenden Flächen unbestimmt lang seyn.  $ACB$  und  $B'CA'$ , Fig. 8 Taf. I, stellen Durchschnitte dieser beiden Körper mit einer auf der Kante senkrechten Ebene vor. Man ziehe durch  $C$  in diese Kante die Linie  $DCE$  in jener Ebene, und mache  $ECA = a$ ,  $ECB = b$ ,  $DCA' = a'$ ,  $DAB' = b'$ . Jeder dieser Winkel wird positiv oder negativ, nachdem er rechts oder links von  $DE$  fällt.  $Z_\epsilon$  heiße die Wirkung eines Prisma, dessen Schnitt  $ACB$  ist, auf ein anderes Prisma zwischen der Ebene der Figur, und einer damit parallelen und in einer unendlich kleinen Entfernung  $\epsilon =$  geführten Ebene. Diese Wirkung hat eine Richtung parallel mit  $DE$ , und geht von unten nach oben.  $Q$  und  $V$  lassen sich nun von  $Z$  ableiten, und es kommt darauf an, einen Ausdruck in Functionen jener Winkel zu finden. Der Verfasser verfährt hiebei auf die gewohnte Weise; er nimmt zwei Punkte  $M$  und  $M'$  zu  $ACB$  und  $A'CB'$  gehörig an, welche auf einander wirken können; er macht  $ACM = \nu$ ,  $A'CM' = \nu'$ ,  $CM = u$ ,  $CM' = u'$  und das Quadrat der Entfernung  $MM'$  wird  $= u^2 + u'^2 + 2uu' \cos(\nu + \nu')$ . Es sey ferner  $m$  ein anderer Punkt, wovon  $M$  die Projection auf die Ebene der Figur ist und  $x = Mm$ ,  $r = M'm$ , woraus folgt  $r^2 = x^2 + u^2 + u'^2 + 2uu' \cos(\nu + \nu')$ . Die Elemente der Raumtheile sind  $\epsilon u du dv$  und  $u du dx dv$ ; die Wirkung beider Raumtheile in Bezug auf  $Q$  ist  $= R \epsilon uu' dx du du' dv dv'$ , wo  $R$  eine Function von  $r$ , wie sonst, bedeutet. Die Summe der Projectionen von  $u$  und  $u'$  auf  $DE$ , oder viel-

mehr der Theil von  $DE$  zwischen den senkrechten  $MN$  und  $M'N'$  wird  $= a \cos \nu + u' \cos \nu'$ , und durch  $r$  dividirt, hat man den Winkel, den  $M'm$  mit  $CD$  macht, woraus ein Ausdruck von  $z$  als ein fünffaches Integral folgt. Dieses reducirt und integrirt, giebt einen Ausdruck für  $z$  durch  $q$  und die oben genannten Winkel.

Aus  $Z$  leitet der Verfasser leicht  $V$  ab. Die Linien  $MF$ ,  $MB'$ ,  $MA'$ ,  $MN$  der Figur 7 Taf. I sind  $CA$ ,  $CB$ ,  $CA'$ ,  $CB'$  der Fig. 8, und  $FMO$  tritt an die Stelle der Axe  $ECD$ , von welcher an die Winkel  $a$ ,  $a'$ ,  $b$ ,  $b'$  genommen sind. Man hat dann  $a=0$ ,  $b=FMB'=\pi-\omega$ ,  $a'=AMO=\omega-\pi$ ,  $b'=OMN=\omega-\frac{1}{2}\pi$ .  $\omega=KMN$  ist stumpf oder spitz, fällt aber immer zwischen 0 und  $\pi$ , also  $b-a$  und  $b'-a'$  immer positiv. Nach diesem folgt aus  $Z$  der Ausdruck  $V=-q \cos \omega$ . Bei der fernerer Anwendung des Ausdrucks von  $Z$  stößt man auf eine Unbestimmtheit  $\frac{0}{0}$ , welche zu heben ist. Verändert man demnach den Ausdruck von  $Z$ , und läßt man die Linie  $CB'$  mit der Verlängerung  $CF$  von  $CB$  zusammenfallen, so erhält man  $Z=-q \cos b$ .  $Z\epsilon$  ist dann die Wirkung, welche das zu  $BCE$  gehörige Prisma auf die zu  $FCE$  gehörige Schicht des Flüssigen nach der Richtung  $CD$  ausübt. Nimmt man für  $b$  das Supplement  $\pi-\omega$  des Winkels  $\omega$ , so wird die Kraft  $Q$  das Integral von  $-Zds$  seyn, ausgedehnt auf alle Elemente  $ds$  im Umfange der Schicht des Flüssigen, worauf sich diese Kraft erstreckt. Daraus nun:

$$Q = -\int Zds = -q \int \cos \omega ds \quad . \quad (10)$$

Oben ist angenommen worden (wegen der Gränzen der Integrationen), daß sich die Flächen des Prisma unendlich weit erstrecken, welches aber für  $Q\epsilon$  nicht statt hat. Verlängert man aber unbestimmt die Linien  $OF$  und  $AG$ , Fig. 7 Taf. I, unter  $GL$ , so hat dieses keinen Einfluß auf  $Q\epsilon$ , denn man fügt dadurch die Wirkung von  $CFL$  auf die Verlängerung von  $C$  hinzu, die nach der Richtung von  $FO=0$  ist, und die Wirkun-

gen von  $LFMB'$  auf diese Verlängerung und von  $LFC$  auf  $C$ , welche entgegengesetzt und gleich sind. Man kann also auf  $Q$  anwenden, was für  $Z$  gefunden wurde, und in dieser Rücksicht muß man setzen  $b' = OMA' = \omega - \pi$ ,  $b = FMN = \frac{3}{2}\pi - \omega$ . So kommt

$$Q = q(\sin \omega + \cos \omega),$$

folglich  $V + Q = q \cos \omega$  (11) und die Gleichung (6) wird endlich  $q - \omega = (q + q') \cos \omega$  (12).

Die Normalen auf die Oberfläche der Röhre und des Flüssigen durch den Punkt  $O$  sind unmerklich wenig von den Linien  $MK$  und  $MN$  verschieden; man kann folglich die letztere Gleichung auf jeden Punkt  $O$  der Oberfläche des Flüssigen beziehen. Für jeden Punkt  $O$  der Capillaroberfläche, dessen Entfernung von der Wand der Röhre unmerklich, aber größer ist, als die Halbmesser der Wirksamkeit der Moleculen der Röhre und des Flüssigen, ist der Winkel  $\omega$  zwischen dem äußeren Theile einer Normale auf die Oberfläche des Flüssigen und einer andern Normale aus demselben Punkte auf die nächste Stelle der Wand der Röhre gezogen, unabhängig von der Krümmung der Oberfläche, und durch die Gleichung (11) gegeben.

Bisher wurde das Flüssige betrachtet, als befände es sich im leeren Raum, jetzt wollen wir setzen, der Punkt  $O$  befinde sich in einer Fläche, welche zwei Flüssige von einander trennt, aber immer in einer unmerklichen Entfernung von den Wänden der Röhre. In diesem Falle sollen  $q$  und  $\omega$  dem unteren Flüssigen angehören,  $q'$  und  $\omega'$  dem oberen, so daß  $\varepsilon \omega'$  eine Kraft ist, welche von der Wirkung der Röhre auf den anliegenden Theil des oberen Flüssigen herrührt und  $\varepsilon \omega$  entgegengesetzt ist. Das Integral, welches durch  $q$  bezeichnet ist, erstreckt sich dann auf die anliegenden Schichten der beiden Flüssigen, und mit  $q$  soll der Winkel zwischen dem Theile der Normale auf die Trennungsfläche des Flüssigen, der sich im oberen Flüssigen befin-

det, und zwischen der Normale auf die Wand der Röhre bezeichnet werden. Dann wird die Gleichung (8)  $q - \omega - q' + \omega' = (q + q' + q_1) \cos \varphi$ , oder  $K = G \cos \varphi$  (13), wenn  $q - \omega - q' + \omega' = \frac{1}{2} K$  und  $q + q' + q_1 = \frac{1}{2} G$ . Hier ist  $G$  schon für (4) vorgekommen,  $K$  ist aber eine andere beständige Gröfse, welche von der Natur der beiden Flüssigen und der Röhre abhängt. Nennt man  $F$  und  $F'$  die Werthe von  $K$ , welche für das untere und obere Flüssige stattfinden, jedes für sich betrachtet, so hat man  $K = F - F'$  (14); es läßt sich also  $K$  aus den beiden besonderen Werthen von  $K$  bestimmen. Der Winkel  $\varphi$  ist beständig für alle Punkte des Umfangs, wenn die Röhre homogen ist. Wenn die Materie der Röhre sich änderte, wie eine veränderliche Gröfse, so würde dieser Winkel auch veränderlich seyn, aber doch für jeden Punkt durch die Gleichung  $K = G \cos \varphi$  gegeben werden. Umgekehrt, bestimmt man den Winkel  $\varphi$  durch eine Beobachtung, so hat man das Verhältniß von  $K$  zu  $G$ .

Die Gleichung für den Umfang der Capillar-Oberfläche dient, um die willkürlichen Functionen in der Gleichung für die Capillar-Oberfläche selbst zu bestimmen. Die letztere ist aber vom zweiten Grade, weil sie den Ausdruck für die Krümmungskreise enthält, der bekanntlich vom zweiten Grade ist; ihr vollständiges Integrale wird also zwei Functionen enthalten, und es sind zwei besondere Bedingungen erforderlich, um sie zu bestimmen. Nun giebt aber die Projection des Umfangs auf die Ebene der  $x$  und  $y$  immer eine geschlossene Curve. Es sind also zwei Werthe von  $y$  in Functionen von  $x$ , welche zu dieser Curve gehören, und da die Gleichung des Umfangs für jeden dieser beiden Werthe gelten muß, so wird sie in der That eine zweifache seyn, und die beiden nothwendigen Gleichungen darbieten. In allen diesen Rechnungen kann man, ohne merkliche Fehler, sei-



für die Projection des Umfangs der Capillaroberfläche seinen Durchschnitt mit der Wand der Röhre nehmen.

Stellt man in das Innere der Röhre einen andern festen Körper, einen Cylinder zum Beispiel, der sich durch die Röhre der Länge nach erstreckt, so findet die Gleichung für den Umfang statt, für die äußere Oberfläche des Cylinders und die innere der Röhre. Doch damit sie auf die Oberfläche des Cylinders anwendbar sey, muß sein Durchmesser eine merkliche GröÙe haben, denn die Gleichung setzt voraus, daß die Halbmesser der Krümmung des festen Körpers, an welchen sich das Flüssige anlegt, sehr groß, oder in der Rechnung unendlich groß gegen die Halbmesser der Molecularwirkung sind; eine Bedingung, ohne welche es nicht erlaubt gewesen wäre, die Oberfläche dieses Körpers wie eine Ebene zu betrachten, in der ganzen Ausdehnung der Wirksamkeit seiner Molecule und der Molecule des Flüssigen. Läßt man die Röhre weg, so hat man den Fall, wo ein Flüssiges sich um einen festen Körper hebt oder senkt.

Setzt man für die veränderlichen GröÙen  $x$  und  $y$  die Polar-Coordinationen (Ordinaten auf einen Punkt) für den Punkt, dem jene angehörten, das heißt, seinen Radius Vector  $r$  und den Winkel  $\vartheta$ , den dieser mit einer bestimmten Linie macht, so wird die Ordinate  $z$  eine Function von  $r$  und  $\vartheta$ , welche nicht unendlich werden darf für  $r=0$ , wenn der Anfangspunkt dieses Radius die Horizontal-Projection eines der Punkte der Capillaroberfläche ist, und welches Null werden muß für  $r=\infty$ , wenn man ein unbestimmt ausgedehntes Flüssige nimmt, worin man das Ende eines festen Körpers taucht. Diese Bedingungen können zum Theil die Bedingungen ersetzen, welche aus der Gleichung für den Umfang der Capillaroberfläche folgen.

Die gegebenen Gleichungen sind also hinreichend, die Oberfläche eines oder mehrerer Flüssigen im Innern oder um einen festen Körper zu bestimmen. — Die

Schwierigkeiten in der Anwendung rühren allein von der Analyse her.

Ist die innere Oberfläche der Röhre vertical und cylindrisch, so wird die Linie  $OMFC$  gerade und vertical, und es ist nicht mehr nöthig, den Punkt  $F$  in einer unmerklichen Entfernung vom Punkt  $M$  zu setzen. Es sey also die Ebene  $GFL$ , die jetzt horizontal seyn wird, in irgend einer Entfernung unter der Oberfläche des Flüssigen  $AOB$  gelegt, und  $\alpha$  stelle die Entfernung von der horizontalen Oberfläche des Flüssigen vor. Das Volumen  $LFMNB$  des Flüssigen wird beinahe einerlei seyn mit dem Volumen des verticalen Cylinders  $LFOB$ , welche durch die Capillaroberfläche begränzt wird. Es sey ferner  $g\rho\alpha\beta + \Delta$  das Gewicht des Flüssigen in jenem Volumen, wo  $g$  die Schwere,  $\rho$  die Dichtigkeit des Flüssigen,  $\beta$  die Basis des Cylinders,  $\Delta$  das durch die Capillarwirkung erhobene oder niedergedrückte Flüssige bedeutet, nachdem  $\Delta$  positiv oder negativ ist. Der eine Theil dieses Gewichts  $g\rho\alpha\beta$  wird in Gleichgewicht gehalten durch den Druck auf die Basis  $\beta$  in entgegengesetzter Richtung, oder durch die Wirkung des Flüssigen unter der Ebene  $GFL$  nach oben; folglich muß das Gewicht von  $\Delta$  durch die verticale Wirkung der umgebenden Schicht, welche zu  $GFMNA$  gehört, auf den Theil des Flüssigen, oder auf die Schicht, welche zu  $LFMNB$  gehört, erhalten werden. Die Wirkung aber eines jeden Abschnittes  $C$  dieser Schicht ist oben durch  $T_\varepsilon$ ,  $V_\varepsilon$  und  $Q_\varepsilon$  ausgedrückt worden. Wenn man also  $c$ , wie oben, den Umfang der Basis  $\beta$  nennt, oder den Umfang eines horizontalen Schnittes der Wand der Röhre, wovon er sich nicht merklich unterscheidet, und bemerkt, daß die Kräfte  $T_\varepsilon$ ,  $V_\varepsilon$  und  $Q_\varepsilon$  für alle Abschnitte  $C$  des Flüssigen beständig sind, so hat man:

$$\Delta + (V + Q + T)c = 0,$$

und aus (9) und (11) folgt  $\Delta + (q + q_1)c \cos \omega = 0$  (15)

und aus (5)  $\Delta = -\frac{1}{2} H c \cos \omega$ . Ferner  $q - \omega = \frac{1}{2} F$  ge-

setzt, welches mit  $F$  für (13) und (14) übereinstimmt, giebt aus (12),  $F = H \cos \omega$  (16) oder  $\Delta = -\frac{1}{2} c F$  (17).

Neigt man die Röhre so, daß die erzeugende Linie ihrer inneren Oberfläche einen spitzen Winkel  $i$  mit der Verticallinie macht, so wird das Gewicht  $\Delta$  sich im umgekehrten Verhältniß mit  $\cos i$  ändern. Denn, es sey  $C$  der Schwerpunkt des inneren Durchschnitts der Röhre und der Ebene der horizontalen Oberfläche des Flüssigen; man lege durch ihn drei rechtwinkliche Ebenen, eine senkrecht auf die erzeugende Linie, die andere parallel mit derselben, durch den Durchschnitt der ersten Ebene mit der horizontalen Oberfläche des Flüssigen, die dritte senkrecht auf diesen Durchschnitt. Man nenne ferner  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ , deren Coordinaten für einen Punkt in der Capillaroberfläche, jede für sich in den drei genannten Ebenen gezogen. Dann wird aus der Ordinate  $z$ , welche wir bisher genommen haben,  $z' \cos i - x' \sin i$ , und die Gleichung

$$(5), g \rho (z' \cos i - x' \sin i) = \frac{1}{2} H \left( \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} \right) \quad (18),$$

die Dichtigkeit der Luft  $\delta$  bei Seite gesetzt. Bezeichnet man mit  $V$  das Volumen des Flüssigen zwischen der Ebene der  $x$  und  $y$  und der Capillaroberfläche, und mit  $V'$  das Volumen zwischen der Ebene der  $x'$  und  $y'$  und der Capillaroberfläche, so hat man erstlich  $g \rho V = \Delta$ , dann  $V' = \int z' dx' dy'$ , folglich  $g \rho (V' \cos i - \sin i \int x' dx' dy') = -\frac{1}{2} H \cos \omega$ . Das Integral in dieser Gleichung auf die ganze Fläche des Durchschnitts der Röhre ausgedehnt, wird  $= 0$  wegen der Eigenschaften des Schwerpunktes, und eben deswegen besteht das Volumen des Flüssigen zwischen diesem Durchschnitte, welcher durch  $C$  geht, und der Ebene der  $x$  und  $y$  aus zwei gleichen Theilen mit entgegengesetzten Zeichen. Folglich ist  $V$  ein Acquivalent für das Volumen des Flüssigen zwischen der horizontalen und der Capillaroberfläche, und vermöge der eben gegebenen Gleichung ist dieses Volumen und das zugehörige

Gewicht im umgekehrten Verhältnisse mit dem Cosinus der Neigung der Röhre.

Nun die Folgerungen aus den gegebenen Gleichungen:

Die Gleichung (5), welche, wenn man  $\delta$  bei Seite setzt, sich in

$$g \rho z = \frac{1}{2} H \left( \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} \right) . . . . . (a)$$

verwandelt, zeigt, daß die Oberfläche des Flüssigen nicht eben bleiben kann, wenn sie nicht horizontal ist, und mit der Ebene der äußeren Oberfläche zusammenfällt. Vermöge der Gleichung (16), nämlich:

$$F = H \cos \omega . . . . . (b)$$

muß dann  $F=0$  werden, weil der Winkel  $\omega$  ein rechter und  $\cos \omega=0$  wird. Umgekehrt, wenn diese Bedingung stattfindet, wird man den Gleichungen (a) und (b) genug thun, wenn man  $z=0$  macht; es wird also das Flüssige sich weder heben noch senken und die Oberfläche horizontal bleiben.

Wie auch das Zeichen von  $H$  sey, so folgt doch aus der Gleichung (17), oder:

$$\Delta = -\frac{1}{2} c F . . . . . (c)$$

daß überhaupt das Flüssige steigen oder sinken wird, je nachdem  $F$  negativ oder positiv seyn wird, wenn nicht die Oberfläche des Flüssigen im Innern der Röhre von der Ebene der äußeren Oberfläche geschnitten wird, in welchem Falle sich ein Theil des Flüssigen erhebt, der andere sinkt.

Ist die innere Oberfläche der Röhre vertical cylindrisch, so drückt  $\Delta$  das Gewicht des erhobenen oder gesunkenen Flüssigen aus. Es ändert sich nicht, wenn man die Röhre neigt, wie bei (18) gezeigt worden ist; und für dasselbe Flüssige und verschiedene Röhren von derselben Materie ist es, vermöge (c), dem Umfange  $c$  eines horizontalen Durchschnitts der Oberfläche der Röhren proportional. Nennt man  $b$  die Fläche dieses Durchschnitts und  $k$  die mittlere Ordinate der Oberfläche des

Flüssigen, so hat man  $\Delta = g \rho b k$  und  $k = -\frac{F}{2g\rho} \frac{c}{b}$ .

Da nun für ähnliche Cylinder oder Prismen die Fläche  $b$  sich verhält wie das Quadrat von  $c$ , so hat die mittlere Erhebung des Flüssigen  $k$  über seine Horizontalfläche dasselbe Zeichen als  $F$ , und verhält sich umgekehrt wie der Umfang  $c$ , oder allgemein umgekehrt wie gleichliegende Linien der Horizontalschnitte, die man für ähnliche Figuren annimmt.

Obgleich die beiden beständigen Größen  $F$  und  $H$  durch die Erfahrung müssen gefunden werden, so wird es doch nicht unnütz seyn, an die Formeln zu erinnern, welche zu ihrer Bestimmung dienen könnten, wenn die Gesetze der Molecularwirkung in Functionen der Entfernung bekannt wären. Nach dem, was bei (15) gesagt worden ist, hat man

$$\frac{1}{2}H = q + q_i, \quad \frac{1}{2}F = q - \omega$$

gemacht, und  $r$  ist eine positive Gröfse, durch

$$r^2 = u^2 + (s - s')^2$$

gegeben, Aus dem, was für (2), (4) und (7) gesagt ist, hat man:

$$(d) \quad \left\{ \begin{array}{l} q = \frac{1}{8}\pi \int_0^\infty R r^4 dr \\ q_i = -\frac{1}{2}\pi \int_0^\infty \int_0^1 \int_0^1 R_i \frac{u^3}{r} du ds ds', \\ \omega = \frac{1}{2}\pi \int_0^\infty \int_0^1 \int_0^1 R' \frac{u^3}{r} du ds ds'. \end{array} \right.$$

Die Function  $R$  bezieht sich auf das Innere des Flüssigen,  $R_i$  auf die Schicht an der Oberfläche, und  $R'$  auf die Schicht an der Wand der Röhre, wo, wenn man die Aenderung der Dichtigkeit an der Oberfläche bei Seite setzt,  $\omega = -q_i$  wird.

Der gewöhnlichste Gebrauch dieser Formeln ist für ein Haarröhrchen, dessen innere Oberfläche einen verticalen Cylinder mit kreisförmiger Basis darstellt, welcher an seinem unteren Ende in eine homogene Flüssigkeit

getaucht wird. Die Capillaroberfläche ist dann eine Umdrehungsfläche, deren Axe mit der Axe der Röhre zusammenfällt. Für den Punkt, wo diese Axe die Capillaroberfläche schneidet, der  $C$  heißen soll, werden die beiden Halbmesser der Krümmung gleich, und haben dasselbe Zeichen. Man setze also  $\lambda = \lambda'$  und  $\gamma$  positiv oder negativ, nachdem die Oberfläche des Flüssigen bei  $C$  concav oder convex ist. Nimmt man  $h$ , die verticale Ordinate, für den Punkt  $C$ , positiv oder negativ, nachdem sie über oder unter die horizontale Oberfläche fällt, so

hat man nach (a)  $h = \frac{H}{g\varrho\gamma}$  (c). Das Zeichen von  $H$

kann man a priori nicht bestimmen, denn dieses hängt davon ab, ob die Anziehung gröfser ist als die Zurückstofsung (*répulsion calorifique* sagt P.). Die Kraft, wovon die beiden Theile  $q$  und  $q'$  dieser Gröfse abhängen, ändert ihr Zeichen in der Reihe ihrer merklichen Werthe, nachdem die Anziehung in der Entfernung gröfser oder kleiner als die Zurückstofsung ist. Aber die Erfahrung zeigt, dafs die Erhebung von  $C$  immer mit einer concaven Oberfläche begleitet ist, und umgekehrt  $C$  nur bei einer convexen Oberfläche niedriger liegt, folglich mufs  $h$  in allen Fällen dasselbe Zeichen als  $\gamma$  haben, und  $H$  immer positiv seyn. Dieses zeigt uns, dafs bei der Integration, wovon der Werth von  $q$  abhängt, welches man als den Haupttheil von  $H$  ansehen kann, die anziehende Kraft die vorherrschende ist, indem umgekehrt die zurückstofsende Kraft bei der Integration der Gröfse in Rücksicht auf eine ebene Fläche vorherrscht. Doch dieses reicht nicht hin, um daraus einige bestimmte Folgen für das Gesetz der Abnahme dieser beiden Kräfte zu ziehen, oder über die relative Ausdehnung der Halbmesser ihrer Wirksamkeit. Wie dem auch seyn mag,  $H$  soll immer als ein positiver Coëfficient betrachtet werden, dessen absoluter Werth sich mit der Materie und Temperatur des Flüssigen ändert.

Es bedeute  $\alpha$  den Halbmesser eines horizontalen Durchschnitts der inneren Oberfläche der Röhre, welchen man ohne merklichen Fehler für den Halbmesser des Umfangs der Capillaroberfläche nehmen kann, in einer unmerklichen Entfernung von der Oberfläche der Röhre gezogen. Die Gleichung (b) gehört für diesen Umfang. Ist  $\alpha$  sehr klein, so kann man, wenigstens für eine erste Näherung setzen, daß die Capillaroberfläche mit dem Krümmungskreise im Punkte  $C$  zusammenfalle. Man hat dann  $\cos \omega = -\frac{\alpha}{\gamma}$ , wobei man bemerken muß, daß es

von dem Zeichen  $\gamma$  abhängt, ob  $-\frac{\alpha}{\gamma}$  positiv oder negativ wird, und  $\cos \omega$  stumpf oder spitz. Vermöge (b) und (e) hat man  $\gamma = -\frac{\alpha H}{F}$ ,  $h = -\frac{F}{g \rho \alpha}$  (f). Die erste Formel zeigt, daß der Punkt  $C$  sinkt oder sich erhebt, nachdem die GröÙe  $F$ , welche von der Materie des Flüssigen und der Röhre abhängt, positiv oder negativ ist. Die zweite Formel lehrt, daß die Erhebung und Senkung von  $C$  für dasselbe Flüssige und verschiedene Röhren von derselben Materie sich umgekehrt verhält wie ihre Halbmesser; aber dieses Gesetz wird bei der zweiten Näherung etwas modificirt.

Der Grad und die Richtung der Capillaroberfläche hängt von dem Verhältnisse von  $F$  und  $H$  und von dem Zeichen ab, welches  $F$  hat. Folgendes läßt sich darüber sagen:

Wenn die Materie der Röhre keine Anziehung auf das Flüssige an der inneren Wand ausübt, so ist die Schicht des Flüssigen an dieser Wand in demselben Zustande wie die Schicht an der Oberfläche, welche mit der Luft in Berührung steht. Aus  $R'$  wird also  $R$ , aus  $\omega$  wird  $-\omega$ , mithin  $q - \omega = q + q$ , und  $F = H$ ,  $\cos \omega = 1$ ,  $\gamma = -\alpha$ , und die Oberfläche des Flüssigen wird eine convexe Halbkugel. Dieses ist der Fall, wenn das

Innere der Röhre mit einem fetten Körper überzogen wird.

Ist aber eine Anziehung der Röhre gegen das Flüssige vorhanden, so ist das Flüssige an der Wand der Röhre und an der freien Oberfläche nicht mehr in demselben Zustande, und  $\omega$  wird nicht mehr  $= -q$  seyn. Wirkt die Röhre wie das Flüssige selbst, so befindet sich dieses gleichsam in einer Röhre von seiner eigenen Materie, und erleidet also keine Aenderung der Dichtigkeit in der Nähe der Röhre; aus  $\omega$  wird  $2q$ , also:

$$\frac{1}{2}F = -q \text{ und } \cos \omega = -\frac{q}{q+q_1}, \gamma = \frac{\alpha(q+q_1)}{q}.$$

In Rücksicht auf die Ausdehnung des Flüssigen in der obersten Schicht, der das Integral von  $q$ , angehört, läßt sich annehmen, daß  $q_1$  sich sehr wenig von  $q$  unterscheide; der Halbmesser  $\gamma$  wird sich also sehr wenig von dem Halbmesser der Röhre unterscheiden, und die Gestalt des Flüssigen ungefähr eine concave Halbkugel seyn.

Wir können also annehmen, daß, wenn die anziehende Kraft der Röhre nach und nach von Null bis zu der Stärke übergeht, wo sie der Wirkung des Flüssigen auf sich selbst gleich ist, die Größe  $\omega$  auch von  $-q$  auf  $2q$  übergehen wird, und  $F$  zu einem Werth, der sich wenig von  $-H$  unterscheidet. Die Gestalt des Flüssigen geht aus einer fast halbkugelförmig convexen zu einer halbkugelförmig concaven über; doch kann man nicht behaupten, daß die Gestalt des Flüssigen und der mittlere Werth von  $F=0$  zu einer Anziehung der Röhre auf das Flüssige gehört, welche halb so groß ist, als die Anziehung der Theile des Flüssigen zu einander, wie Clairaut wollte gefunden haben.

Wird die Anziehung der Röhre immer größer, und übertrifft sie die Anziehung der Theile des Flüssigen zu einander, so wird auch  $F$  endlich  $-H$  übertreffen, abgesehen vom Zeichen. Dann wird die Gleichung (b) unmöglich, und da sie zum Gleichgewicht des Flüssigen



nothwendig ist, so kann auch dieses unmöglich stattfinden. Man muß daraus schließen, daß, wenn die Anziehung der Röhre zu dem Flüssigen größer ist, als die Anziehung des Flüssigen zu einander, eine Schicht des Flüssigen, von einer so geringen Dicke als man will, sich über die Capillaroberfläche, längs der Wände der Röhre, bis zum oberen Ende erheben wird. In diesem Falle wird man die Wand der Röhre durch eine cylindrische Fläche ersetzen können, die man im Innern des Flüssigen genommen, und über und unter der Capillaroberfläche unbestimmt verlängert hat. Man kann ferner setzen, daß die Wirkung der Röhre sich nicht bis zu dieser erdichteten Wand erstreckt, und daß die Entfernung der Wand von der äußeren Oberfläche der dünnen Schicht des Flüssigen, die man über die Capillaroberfläche erhoben hat, unmerklich, aber größer ist als der Halbmesser der Molecularwirksamkeit des Flüssigen. In diesem Falle hat man  $\omega = 2q$ , wie oben gezeigt wurde, und um die Wirkung zu berechnen, welche die über dem Segment  $C$ , welches oben beobachtet wurde, befindliche Schicht auf dieses Segment ausübt, muß man diese Kraft  $\omega$  um  $U$  vermindern, dessen man sich oben zur Berechnung von  $T$  bediente. Es war  $U = -q$ . Also  $\frac{1}{2}F = q - \omega - q' = -q - q' = -\frac{1}{2}H$ , und folglich  $\gamma = \alpha$ . Das heißt, die Oberfläche des Flüssigen wird concav und hemisphärisch seyn. Dieses bemerkt man in der That, wenn man die Röhre vorher mit dem Flüssigen der ganzen Länge nach benetzt hat. Ist dieses nicht geschehen, so widersteht die Reibung des Flüssigen an der Röhre dem Aufsteigen der dünnen Schicht desselben über die Capillaroberfläche.

In dem Falle, daß  $F = -H$  ist, welcher gewöhnlich stattfindet, hat man  $h = \frac{\pi}{4g\rho\alpha} \int_0^\infty Rr^2 dr$ , aus (f) und (d), indem man, um abzukürzen, nur den Haupttheil von  $H$ , nämlich  $q$  betrachtet. Wir wollen nun anneh-

men, die Temperatur ändere sich, und aus  $h, \rho, R$  werde  $h', \rho', R'$ , so wird, wie vorher:

$$h' = \frac{\pi}{4g\rho'\alpha} \int_0^\infty R' r^4 dr,$$

oder, wenn man die kleine Veränderung, welche  $\alpha$  erleiden kann, übersieht. Die Abnahme oder Zunahme der Dichtigkeit hat eine Veränderung in der Zahl der Moleculen, welche sich in jeder Einheit des Volumens (Raumtheils) befinden, zur Folge, und aus eben dem Grunde muß die GröÙe  $R$ , welche die Wechselwirkung zweier Einheiten von Volumen ausdrückt, sich wie das Quadrat der Dichtigkeit ändern. Die anziehende Kraft zweier Molecule ändert sich aber nicht mit der Temperatur, sondern nur ihre wechselseitige Repulsion, die von der Menge der Wärme abhängt, welche sie enthalten. Da die erste dieser beiden Kräfte in dem Werthe von  $\int_0^\infty R r^4 dr$  überwiegend ist, so kann man von der zweiten absehen, und  $R' = \frac{R\rho'^2}{\rho^2}$  machen, wo dann aus der Ver-

gleichung der Werthe  $h$  und  $h'$  folgt  $h' = \frac{h\rho'}{\rho}$ . In der

That zeigt die Erfahrung, daß für dasselbe Flüssige bei verschiedenen Temperaturen der Punkt  $C$  sich im Verhältniß zur Dichtigkeit erhebt, was glauben macht, daß die zurückstossende Kraft der Wärme, oder wenigstens ihre Veränderung, die wir bei Seite gesetzt haben, keinen bedeutenden Einfluß auf das Integral  $\int_0^\infty R r^4 dr$  hat.

Wenn man mit  $u$  und  $u'$  zwei positive Brüche bezeichnet, deren Summe die Einheit ist, und zwei Flüssige in dem Verhältnisse  $u$  und  $u'$  mit einander mischt, so sieht man leicht ein, daß der Werth dieses Integrals in Rücksicht auf das Gemisch von der Form  $Uu^2 + U_1uu' + U'u'^2$  seyn wird, indem man mit  $U, U_1, U'$  von  $u$  und  $u'$  unabhängige Coëfficienten bezeichnet. Es sollen die Temperaturen der beiden Flüssigen unter einander, und auch vor und nach dem Ge-

mische gleich seyn. Auch setze man die mögliche Absorption von Wärmestoff bei Seite, und die dadurch entstehende Gröfse der repulsiven Kraft. Nun bezeichne man mit  $\nu$  den Werth des Products  $h\rho$ , der dem Gemenge entspricht, so hat man  $\nu = u^2 f + u u' f_i + u'^2 f'$ ;  $f, f_i, f'$  sind auch von  $u$  und  $u'$  unabhängige Gröfsen, und die erste und letzte sind die Werthe von  $h\rho$  in Bezug auf die gesonderten Flüssigen. Es wäre interessant diese Formel durch Versuche für verschiedene Verhältnisse zweier Flüssigen zu beweisen, indem man  $f$  und  $f'$  bekannt setzt, und  $f_i$  bestimmt nach dem Werthe von  $\nu$ , der z. B.  $u = u' = \frac{1}{2}$  entspricht. So sagt P. hier. Im Nachtrage, §. 5, führt er Versuche an, welche Gay-Lussac schon früher angestellt und dem Verfasser mitgetheilt, aber nicht bekannt gemacht hat. Es geht daraus die Sonderbarkeit hervor, dafs die Formel nicht für Wasser und Weingeist paßt, wohl aber für Wasser und Salpetersäure, ungeachtet in beiden Fällen Wärme entwickelt wird ( $f$ ).

Nimmt man die Axe einer verticalen, cylindrischen Röhre für die Axe der  $z$  an, und nennt man  $t$  die Entfernung eines Punktes  $M$  in der Capillaroberfläche von jener Axe, so hat man  $t^2 = x^2 + y^2$ . Die beiden Haupthalbmesser der Krümmung einer Revolutionsfläche sind der Krümmungshalbmesser der erzeugenden Curve und die Normale auf diese Curve, deren Länge

$$= t \frac{\sqrt{(dt^2 + dz^2)}}{dz},$$

mithin nach den bekannten Formeln für den Halbmesser der Krümmung wird:

$$\frac{\frac{d^2 z}{dt^2}}{\left(1 + \frac{dz^2}{dt^2}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\frac{1}{t} \frac{dz}{dt} \left(1 + \frac{dz^2}{dt^2}\right)}{\left(1 + \frac{dz^2}{dt^2}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'},$$

wofür wir  $Z$  setzen wollen.

Macht man  $H = g \rho a^2$ , so wird die Gleichung (a)  $Z = \frac{2z}{a^2}$ . Man multiplicire mit  $t dt$  und integrire, welches giebt:

$$\frac{t \frac{dz}{dt}}{\sqrt{\left(1 + \frac{dz^2}{dt^2}\right)}} = \frac{2}{a^2} \int z t dt \quad . . . . . (g)$$

Das Integral  $\int z t dt$  fängt mit  $t$  an. Man hat ferner:

$$\cos \omega = -\frac{dz}{\sqrt{(dt^2 + dz^2)}}.$$

Setzt man, wie oben,  $F = bH$  und  $\cos \omega = b$ , so wird aus der Gleichung  $F = b \cos \omega$  (b) hier

$$\frac{dz}{dt} + b \sqrt{\left(1 + \frac{dz^2}{dt^2}\right)} = 0 \quad . . . . (h)$$

sie findet nur statt für  $t = \alpha$ , und wenn die beständige Gröfse  $b$  nicht  $\pm 1$  übertrifft.

Als erste Näherung kann man setzen  $Z = h + \gamma - \sqrt{(\gamma^2 + t^2)}$ , die Gröfse unter dem Wurzelzeichen mit demselben Zeichen als  $\gamma$  genommen. Es ist hier nämlich  $\gamma = \lambda = \lambda'$ . Die Näherung noch weiter getrieben, setze man  $Z = h + \gamma' - \sqrt{(\gamma'^2 - t^2)} + u$ ;  $u$  bedeute eine sehr kleine veränderliche Gröfse, so dafs  $u = 0$  und  $\frac{du}{dt} = 0$ ,

wenn  $t = 0$ , damit  $h$  immer die Ordinate für den Punkt  $C$  bleibe, wo die berührende Fläche horizontal ist. Ferner bezeichne  $\gamma'$  eine beständige Gröfse, welche sich wenig von dem Halbmesser der Krümmung  $\gamma$  für denselben Punkt unterscheidet. Zufolge der Gleichungen (b)

(e), hat man, wie vorher,  $h = \frac{\alpha^2}{\gamma}$ . Substituirt man den

letzten Werth von  $Z$  in dem zweiten Glied der Gleichung (g), so kann man in der zweiten Näherung das Glied  $\frac{2}{a^2} \int u t dt$  weglassen. Man hat demnach:

$$\frac{t \frac{dz}{dt}}{\sqrt{1 + \frac{dz^2}{dt^2}}} = \left( \frac{1}{\gamma} + \frac{\gamma'^2}{\alpha^2} \right) t^2 - \frac{2\gamma'^3}{3\alpha^2} + \frac{2(\gamma'^2 - t^2)^{\frac{3}{2}}}{3\alpha^2}.$$

Denselben Werth von  $z$  in das erste Glied gesetzt, das Quadrat von  $\frac{du}{dt}$  weggelassen, kommt:

$$\frac{du}{dt} = \left( \frac{1}{\gamma} + \frac{\gamma'}{3\alpha^2} - \frac{1}{\gamma'} \right) \frac{\gamma'^3 t}{(\gamma'^2 - t^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{2\gamma'^3 (\gamma' - \sqrt{(\gamma'^2 - t^2)})}{3\alpha^2 t \sqrt{(\gamma'^2 - t^2)}}$$

Damit der Werth von  $u$ , welcher daraus hervorgeht, nicht sehr groß werde für jeden Werth von  $t$ , muß das durch  $(\gamma'^2 - t^2)^{\frac{3}{2}}$  dividirte Glied aus dem obigen Aus-

drucke verschwinden, mithin  $\frac{1}{\gamma} + \frac{\gamma'}{3\alpha^2} - \frac{1}{\gamma'} = 0$  seyn, wor-

aus folgt, beinahe  $\gamma' = \gamma - \frac{\gamma'}{3\alpha^2}$ , weil  $\gamma'$  sehr wenig ver-

schieden von  $\gamma$  angenommen wird. Dieses erfordert, daß

der Bruch  $\frac{\gamma'}{\alpha}$  sehr klein sey, und folgt wirklich aus der

Voraussetzung, daß  $\alpha$ , in Verhältniß zu  $ab$ , einen sehr geringen Werth habe. Man hat nun:

$$u = \frac{2\gamma'^3}{3\alpha^2} \log \frac{\gamma' + \sqrt{(\gamma'^2 - t^2)}}{2\gamma'},$$

und folglich:

$$z = h + \gamma' - \sqrt{(\gamma'^2 - t^2)} + \frac{2\gamma'^3}{3\alpha^2} \log \frac{\gamma' + \sqrt{(\gamma'^2 - t^2)}}{2\gamma'} \quad (i)$$

Jetzt ist noch  $h$  und  $\gamma'$  zu bestimmen. Die Gleichungen

(g) und (h) geben  $-b\alpha = \frac{\alpha^2}{\gamma} + \frac{2}{\alpha^2} \int_0^\alpha z, t dt$ ,  $z = h + z_1$ ,

gesetzt. Es ist  $h = \frac{\alpha^2}{\gamma}$ , also  $h = -\frac{b\alpha^2}{\alpha} - \frac{2}{\alpha^2} \int_0^\alpha z_1, t dt$ .

Statt  $z$  setzt man in diese Gleichungen die Formel (i), ohne das erste Glied. Läßt man alle durch  $\alpha^4$  dividirte Glieder weg, so kommt zuerst:

$$-b\alpha = \frac{\alpha^2}{\gamma} + \frac{\gamma\alpha^2}{\alpha^2} + \frac{2(\gamma^2 - \alpha^2)^{\frac{3}{2}}}{3\alpha^2} - \frac{2\gamma^3}{3\alpha^2},$$

woraus man den Werth von  $\gamma$  zieht, und nachher:

$$\gamma' = -\frac{\alpha}{b} + \frac{2\alpha^3}{3a^2b^3}(1-b^2)(1-\sqrt{1-b^2}).$$

Ferner:

$$h = -\frac{ba^2}{\alpha} - \gamma' + \frac{2\gamma'^3}{3\alpha^2} - 2\frac{(\gamma'^2 - \alpha^2)^{\frac{3}{2}}}{3\alpha^2} - \frac{2\gamma'^3}{3a^2\alpha^2} \left( \gamma'^2 - \gamma'\sqrt{\gamma'^2 - \alpha^2} - \frac{\alpha^2}{2} + lg \right) \gamma' - \frac{\sqrt{(\gamma'^2 - \alpha^2)}}{2\gamma'} \quad (k)$$

wo man für  $\gamma'$  den eben gegebenen Werth substituiren kann. In dem gewöhnlichen Falle, wo die Röhre vorher in ihrer ganzen Länge durch das Flüssigé benetzt worden, hat man  $b = -1$  und  $\gamma' = \alpha$ , s. oben (k), und die Gleichung (k) giebt:

$$h = \frac{a^2}{\alpha} - \frac{\alpha}{3} + \frac{\alpha}{3a^2}(\log 4 - 1).$$

Die einzigen genauen Versuche, welche man über die Erhebung des Flüssigen in Haarröhrchen angestellt hat, sind von Gay-Lussac. Sie beziehen sich auf die eben gegebene Formel, und sind genau genug, um den Theil, der sich nicht umgekehrt verhält wie  $\alpha$ , anzugeben. Für ein Flüssiges, dessen Materie und Temperatur gegeben sind, zieht man den Werth von  $a^2$  aus dem Werthe von  $h$ , indem man für einen gegebenen Halbmesser  $\alpha$  beobachtet hat, mit desto größerer Genauigkeit je kleiner der Bruch  $\frac{\alpha^2}{a^2}$  ist. Z. B. in einer mit Wasser-

benetzten Röhre bei der Temperatur von  $8^{\circ},5$ , wo  $\alpha = 0,6472$  Millim. war, fand Gay-Lussac  $h = 23,1634$  Millimeter. Also  $a^2 = 15,1299$  Quadrat-Millimeter. Daraus folgt, daß für  $\alpha = 9^{\text{mm}},9519$  bei derselben Temperatur seyn müßte  $h = 15^{\text{mm}},5829$ . Gay-Lussac fand  $15^{\text{mm}},5861$ , welches von der Rechnung nur um  $0^{\text{mm}},0032$  abweicht. Man muß bemerken, daß der Unterschied noch größer seyn würde, wenn man nicht Rücksicht auf das zweite und selbst auf das dritte Glied der Formel nimmt.

Uebrigens finden sich diese Versuche schon bei Laplace (*Suppl. à la Théorie de l'action capill. Méc. cel. T. IV p. 54*) auf eine andere Formel bezogen; Poisson ist hier, wie man sieht, durch Näherung zu ähnlichen Resultaten gekommen. Bei Laplace giebt die Rechnung  $15^m,896$ , welches allerdings mehr von der Erfahrung abweicht, als Poisson's Berechnung.

Es war nöthig, Poisson's Untersuchungen bis dahin darzustellen, wo er sie der Erfahrung anknüpft. Das Uebrige wird sich, da der Gang der Untersuchung derselbe bleibt, und nur Kunstgriffe der Analyse die Verschiedenheit machen, leicht in der Kürze darstellen lassen.

Der Verfasser untersucht nun den Fall, wenn das Flüssige das Ende der Röhre erreicht, und also die aus dem Haarröhrchen abfallenden Tropfen; doch finden Gay-Lussac's Versuche über das Gewicht der Tropfen von Alkohol, verglichen mit dem Aufsteigen in Haarröhrchen, keine Erklärung; ferner: Verhalten des Flüssigen in Haarröhrchen unter dem Drucke der Luft. — Gleichgewicht mehrerer Flüssigen über einander in einem Haarröhrchen. Hiebei Folgendes: \* dieses dient zur Erklärung einer Erscheinung, welche Th. Young beobachtet hat. In einer Röhre, deren Durchmesser er nicht angiebt, befand sich zuerst Wasser, dann brachte er darauf einen kleinen Tropfen Oel, und sah, daß die obere Fläche des Oels sich unter die erste Höhe des Wassers senkte; ein Sinken, welches man unstreitig auf den Mittelpunkt der Oberfläche, das heist, da, wo sie die Axe der Röhre schneidet, beziehen muß. Da nun aber das Oel von oben in die Röhre gebracht wurde, so kann man glauben, daß die Wände damit befeuchtet wurden, und daß man folglich  $F' = -H$  habe ( $F'$  ist das obige  $F$  für ein unteres Flüssige). Man kann auch vermuthen, daß die Wände der Röhre nicht zuerst vom Wasser benetzt wurden, sonst würde das Oel schwerlich an den Wänden herabgeflossen seyn. Die Oberfläche des Wassers war

also keine Tangente an die Wände der Röhre, und man hatte also  $F < -H$ . Unter dieser Voraussetzung kann  $x$  (der Unterschied der Höhen beider Flüssigen) negativ werden.« — Die Oberfläche des Quecksilbers im Haarröhrchen ist immer convex; und was die Versuche von Casbois betrifft, daß nämlich Quecksilber in einer Röhre beim fortgesetzten Auskochen eine ebene, und endlich sogar eine concave Oberfläche bekommt, so muß man, sagt Poisson, Dulong's Erklärung annehmen, der die Erscheinung der Oxydation einer kleinen Menge Quecksilber zuschreibt, welche sich mit dem übrigen metallischen Quecksilber mengt.

Im fünften Kapitel untersucht P. den Druck des Flüssigen, modificirt durch die Capillarwirkung. Von dem Resultat hat er selbst am Ende des Buchs Nachricht gegeben.

Das sechste Kapitel ist überschrieben: Auflösung verschiedener Probleme. Zuerst nimmt der Verfasser die Untersuchung wieder auf, über das Aufsteigen des Flüssigen zwischen zwei sehr genäherten Platten, die er, wie Laplace, von dem Aufsteigen zwischen zwei Röhren abgeleitet habe, deren Durchmesser unendlich gesetzt war. P. bezieht die Untersuchung auf Gay-Lussac's Versuche, die schon Laplace (a. a. O. S. 53) anführt. Da sich aber die Temperatur dabei änderte, so lassen sie sich nur vermuthlich auf die Rechnung zurückführen. Näherung schwimmender Platten. Erklärung einer Erfahrung von Haüy (Laplace, a. a. O. S. 47), wo zwei Blättchen, eins von Elfenbein, das andere von Talk, sich bis zu einer gewissen Gränze abstieffen, dann aber anzogen. Doch wünscht P. Wiederholung des Versuchs. Mit dieser Untersuchung hängt zusammen die Betrachtung eines Flüssigen auf einer Platte, des Quecksilbers, z. B. auf einer Glasplatte. Anwendung auf Gay-Lussac's Versuche (Laplace, S. 66), wo P's Rechnung (durch Näherung) mehr mit der Erfahrung übereinstimmt, als Laplace's Calcül. Gewichte und Höhen von Quecksil-



silberkugeln nach ändern von Gay-Lussac angestellten und P. mitgetheilten Versuchen und Vergleichung der Rechnung mit der Erfahrung, die etwa um 0,1 Millimeter abweicht. Ferner gehört hieher die Erhebung oder Depression eines Flüssigen in einer Röhre von einem nicht sehr kleinen Durchmesser. Anwendung auf Gay-Lussac's Versuch. Davon läßt sich auch ableiten das Anhängen fester Platten an die Oberfläche eines Flüssigen. Anwendung auf Gay-Lussac's, von Laplace citirte Versuche. Betrachtung eines Tropfens zwischen zwei Platten, mit Rücksicht auf die Versuche von Hauksbee und Gay-Lussac (s. Laplace, S. 55). In diesem Kapitel werden auch zwei Gegenstände untersucht, welche bisher nicht der Rechnung unterworfen sind; erstlich die Gestalt eines Flüssigen, welches man auf ein anderes schwereres Flüssige gießt, und zweitens das Anhängen eines Haarröhrchen an das Flüssige; eine Untersuchung, analog derjenigen über das Anhängen der Platte, welche aber eine andere Analyse erfordert.

•

*Noten und Zusätze.* »Obgleich die Grundsätze, sagt Poisson, worauf die Theorie sich gründet, welche den Gegenstand dieses Werkes macht, wesentlich von den Grundsätzen in der *Mécanique céleste* verschieden sind, so habe ich doch Gleichungen von derselben Form, wie Laplace, erhalten, sowohl für die Capillaroberfläche, als auch für den Umfang in unmerklichen Entfernungen von den Wänden der Röhre, die aber größer sind, als der Halbmesser der Molecularwirkung. Zwar habe ich nicht dieselben Ausdrücke in bestimmten Integralen der besonderen beständigen Größen gefunden, welche diese Gleichungen enthalten, aber es können dadurch keine Unterschiede in den abgeleiteten Folgen hervorgebracht werden, weil die Gesetze der Molecularwirkungen nicht bekannt sind, und man also auch nicht a priori die numerischen Werthe dieser beständigen Größen berechnen

kann, welche die Erfahrung geben muß. Es ist aber nicht so in Rücksicht auf den Druck, den das Flüssige auf die Oberfläche eines festen Körpers ausübt, oder bestimmter gesagt, auf eine Oberfläche, in einer unmerklichen Entfernung von diesem Körper. Ich habe den verticalen Druck auf einen Körper, der zum Theil in ein Flüssiges getaucht wird, geradezu berechnet, den man bis dahin nur aus einer indirecten, obgleich wichtigen Betrachtung kannte, und eben so habe ich den Horizontaldruck berechnet; aber der Werth, den ich erhalten habe, stimmt nicht mit dem von Laplace angegebenen überein. Nach dem Letzteren würde der Horizontaldruck auf die beiden parallelen Flächen einer verticalen Platte von einer sehr großen Breite verschieden seyn, wenn eine von diesen Flächen bei ihrer ganzen Höhe benetzt ist, die andere aber nicht, oder überhaupt genommen, wenn die beiden Flächen nicht von derselben Natur sind. Aus dieser Verschiedenheit des Drucks würde folgen, daß ein isolirter Körper, der auf einer unbestimmt großen Oberfläche eines Flüssigen schwimmt, dort eine horizontale und beständige Bewegung von der wechselseitigen Wirkung des Flüssigen und des festen Körpers annehmen könnte; welches schwer zuzulassen ist, obgleich der Schwerpunkt des ganzen Systems nicht verändert wird. Ich finde diese Bemerkung in einem Briefe, den Th. Young mir vor mehreren Jahren geschrieben hat. Er zog daraus einen Einwurf gegen die Theorie von Laplace, der aber nicht gegen die meinige gelten würde; denn nach meiner Rechnung ist der Horizontaldruck auf beide Flächen einerlei, sie mögen von einerlei oder verschiedener Beschaffenheit seyn, folglich kann der Körper auf dem Flüssigen nicht in Bewegung gerathen. Auch entferne ich mich von der *Mécanique céleste* in der Erklärung der Erscheinungen, wenn das Flüssige das obere Ende der Röhre erreicht. Die Demonstration, die Laplace gegeben hat von der Unveränderlichkeit des Win-

kels zwischen den Normalen auf die Oberflächen des Flüssigen und der Röhre, durch jeden Punkt in einer unmerklichen Entfernung vom gemeinschaftlichen Durchschnitt gezogen, schien mir nicht hinreichend. Gaußs hat einen anderen, sehr eleganten genügenden Beweis von demselben Satze gegeben, wenn man nämlich von der Veränderung der Dichtigkeit an der Oberfläche und der Röhre absieht. Mein Beweis bezieht sich auf diese Veränderung. Die Veränderlichkeit des Winkels jener beiden Normalen, den ich  $\omega$  genannt habe, erfordert nun, daß die Krümmung der Röhre nicht sehr groß sey, oder mit anderen Worten, daß der Halbmesser seines Krümmungskreises nicht unmerklich sey, und von demselben Grade wie der Halbmesser der Molecularwirkung. Aber Laplace meinte, daß dieser Winkel sich ändere, wenn das Flüssige das Ende der Röhre erreiche; was man nicht zulassen kann. Denn die Kante (*l'arrête*), welche die innere Oberfläche der Röhre endigt, hat immer einen, ohne Vergleich viel größeren Halbmesser, als der Halbmesser der Wirksamkeit der Molecularre. Der Winkel, welcher in den Formeln für die Erhebung und die Krümmung der Oberfläche des Flüssigen vorkommt, ist der, welchen die Normale auf dieser Oberfläche mit einer horizontalen Ebene macht, und dieser Winkel ist  $=\omega+i$  oder  $+$  einem andern Winkel, zwischen der Normale auf die Oberfläche der Röhre und auf die Horizontalflächen. Da nun der Winkel  $i$  sich ändert längs der Kante der Röhre, so folgt daraus, daß die Krümmung der Oberfläche des Flüssigen und die Erhebung der Spitze sich auch ändern könne, ohne daß der Winkel  $\omega$  sich ändert, wie die Erfahrung lehrt. Die Betrachtung des Winkels  $i$  ist nothwendig, wenn man das nöthige Gewicht bestimmen will, um eine feste Scheibe von der Oberfläche des Flüssigen abzureißen; eine der interessantesten Aufgaben für diese Theorie, und noch nicht, wie ich glaube, aus dem gehörigen Gesichtspunkt betrachtet. In der That,

wenn die Scheibe und das Flüssige nach und nach durch ein allmählig vermehrtes Gewicht erhoben werden, so sind, dieses Gewicht und die zugehörige Höhe des Flüssigen, Functionen des Winkels  $i$ , welcher die Neigung der Normale auf die Oberfläche der Kante der Scheibe gegen eine horizontale Fläche anzeigt. Wenn diese Functionen ihr Maximum in Rücksicht auf  $i$  erreicht haben, trennt sich die Scheibe vom Flüssigen, und daraus folgen die Bedingungen, wonach man die Gröfse des Gewichts bestimmt, das zur Trennung der Scheibe vom Flüssigen erfordert wird.«

§. 1. Innerc Constitution der Körper, und besonders der flüssigen; Natur der Molecularkräfte. »Die Körper sind aus von einander getrennten (*disjointes*) Moleculen gebildet, d. h. aus Theilchen einer ponderablen Materie, von unmeßlicher Gröfse, getrennt durch leere Räume oder Poren, deren Dimensionen auch für unseren Sinn unmerklich sind. Wir setzen voraus, daß jedes Molecul außer der ponderablen Materie noch eine veränderliche Menge an imponderabler Materie enthalte, deren Gewicht nicht merklich gemacht werden kann. Diese imponderable Materie nennen wir Wärmestoff. Alle Theile der Materie sind zweierlei wechselseitigen Wirkungen unterworfen. Die eine dieser wirkenden Kräfte ist die Anziehungskraft, unabhängig von der Natur der Körper oder der Moleculen, und proportional den Massen dividirt durch das Quadrat der Entfernung. Diese Kraft verbreitet sich in eine unbestimmte Ferne, und bringt die allgemeine Schwere und alle Phänomene hervor, welche zur Mechanik des Himmels gehören. Die andere ist zum Theil anziehend, zum Theil zurückstoßend; sie hängt von der Natur der Molecule und der Menge ihres Wärmestoffs ab. Man schreibt den anziehenden Theil der ponderablen Materie und den zurückstoßenden dem Wärmestoff zu, und in der That, diese ändert sich an Intensität, ungeachtet das Gewicht der Mo-

leculen sich nicht ändert. Der Ueberschufs einer Kraft über die andere ist dasjenige, was man eigentlich Molecularkraft nennt. Sie strebt die Molecule einander zu nähern, oder von einander zu entfernen, nachdem die Wirkung der ponderablen Materie gröfser oder geringer als die Wirkung des Wärmestoffs ist. Die Intensität derselben nimmt sehr schnell ab, wenn die Entfernung der Molecule zunimmt, und wird ganz unmerklich, sobald die Entfernung eine merkliche Gröfse erreicht hat. Die Resultante der Molecularkräfte, wovon die Repulsion des Wärmestoffs in der Regel überwiegend ist, bringt den Druck der Flüssigen auf einander und auf die festen Körper hervor, auch den Widerstand, den die flüssigen den festen Körpern entgegensetzen. Alle Phänomene der Capillarität rühren auch von den Molecularkräften her, aber sie beziehen sich auf einen andern Theil der Resultante, verschieden von dem Drucke, und zwar auf einen solchen, worin die anziehende Kraft überwiegt. Dieser Theil der Resultante hängt, wie dieses Werk zeigt, von der Gestalt des Flüssigen und von der schnellen Aenderung der Dichtigkeit ab, welche das Flüssige in der Nähe der Oberfläche und der Körper erleidet, auf welche es drückt. Die Aggregaten der verschiedenen Theile in den festen Körpern und die regelmäfsige Form der krystallisirten Körper sind dem Theil der Molecularkraft zuzuschreiben, der von der Gestalt und der relativen Lage der Molecule abhängt. Diese ganze Kraft, durch den elektrischen Zustand der Molecule modificirt, ist die allgemeine Ursache der chemischen Verwandtschaften. Denn es giebt, aufser jenen allgemeinen Kräften, noch besondere elektrische und magnetische, und vielleicht noch andere.

§. 2. Verwandlung der Summen in Integrale.

§. 3. Allgemeine Gleichungen für das Gleichgewicht des Flüssigen.

§. 4. Depression des Quecksilbers im Barometer,

und fügt eine andere von Cavendish nach Versuchen bei, welche von der Rechnung nicht sehr abweichende Resultate giebt.

§. 5. Versuche über Mischungen. S. oben.

§. 6. Ueber die Endosmose, wenige Bemerkungen. Davon ein anderes Mal.

### Schlussbemerkung.

Das Resultat dieser Untersuchungen kann für die Physik nicht erfreulich seyn. Ein Mathematiker vom ersten Range, Laplace, übersieht bei derselben wesentliche Bedingungen, die, wenn man darauf Rücksicht nimmt, seine Formeln in einen Widerspruch mit aller Erfahrung setzen. Poisson zeigt dieses, und um das Verfahren, welches beide Mathematiker gewählt haben, um die Theorie überhaupt zu retten, nimmt er zu einer Hypothese seine Zuflucht. Er setzt nämlich voraus, daß die flüssigen Körper in einer sehr geringen, oder vielmehr unmerklichen Entfernung vom Umfange eine geringere oder größere Dichtigkeit erhalten, jene gegen den leeren Raum oder die Luft an der Oberfläche, diesen gegen die Wände des Gefäßes, worin sie enthalten sind. Damit nun die Hypothese nicht für diesen einzelnen Fall willkürlich erscheine, führt sie Poisson auf eine Hypothese von der innern Constitution der Materie überhaupt zurück. Die Materie besteht nämlich nicht allein aus Moleculen, welche durch leere Räume von einander getrennt sind, wie man schon längst behauptet hat, sondern diese Moleculen selbst sind zusammengesetzt aus Atomen von einer ponderablen Materie und aus Wärmestoff, einem imponderablen Stoffe. Vermöge der ersten ziehen die Moleculen an, vermöge des letzteren stoßen sie ab. Die Menge der ponderablen Materie sowohl als des imponderablen Wärmestoffs ist in den Moleculen verschieden.

Der Verfasser leitet davon nicht allein die Phänomene der Capillarität, sondern auch der Elasticität ab, und hat dieses Letztere in einem besonderen Werke aus einander gesetzt. Wenn auch diese Hypothese alle Erscheinungen genügend erklärte, so würde doch Niemand behaupten können, daß es nicht noch manche andere Hypothesen von der inneren Constitution der Materie geben könne, welche eben sowohl als diese jene Aufgaben zu lösen im Stande wären. Der menschliche Scharfsinn ist unerschöpflich in dieser Hinsicht. Aber der Physiker kann hiedurch nicht befriedigt seyn. Er will, daß sich die Richtigkeit seiner Erklärung oder seiner Erklärungsgründe in der Natur nachweisen lassen, und dieses kann hier nicht geschehen. Denn nie kann ein Molecül und dessen Zusammensetzung in der Natur nachgewiesen werden; aus dem einfachen Grunde, weil wir keine Kennzeichen haben, daß diese Zusammensetzung die letzte sey, und nicht noch eine andere ganz verschiedene in noch kleineren Moleculen stattfinde. Die Vorwürfe, welche die französischen Physiker nicht ganz mit Unrecht unserer Naturphilosophie machen, kann man mit demselben Rechte ihrer mathematischen Physik zurückgeben.

Bei der besonderen Hypothese des Verfassers über die Constitution der flüssigen Körper kommt noch der Umstand hinzu, daß die Aenderung der Dichtigkeit nur in unmerklichen Entfernungen geschehen soll, wodurch sie aller Erfahrung entzogen, und nur ein mathematischer Kunstgriff wird.

Indessen, wenn eine solche Theorie oder Hypothese, wie sie Laplace und Poisson über die Capillarität gegeben haben, uns alle Thatsachen genügend erklärte, so könnte man sie als einen allgemeinen Ausdruck derselben ansehen, unbekümmert um die Elemente, wovon sie ausgeht. So ist das Gesetz der Vertheilung in der Lehre von der Elektricität ein vortrefflicher Ausdruck für eine große Mannigfaltigkeit von Erscheinungen, man

mag ausgehen von welcher Theorie man will. Diefs ist hier aber keinesweges der Fall. Erstlich ist in der ganzen Theorie gar kein physischer Grund für die Erscheinungen der Capillarität gegeben. Man sieht wohl ein, dafs in einem Haarröhrchen das Flüssige bei einer concaven Oberfläche steigen, bei einer convexen sinken mufs, aber nicht wodurch, oder vielmehr, wie diese concave, oder convexe Oberfläche entsteht. Der Verf. sagt selbst (S. 214) von der Gleichung  $h = \frac{H}{g \rho \gamma}(e)$ , » das Zei-

chen von  $H$  kann man a priori nicht bestimmen, denn dieses hängt davon ab, wiefern die Anziehung gröfser ist, als die Zurückstofsung (*repulsion calorifique*). Die Kraft, wovon die beiden Theile  $q$  und  $q_1$  dieser Gröfse abhängen, ändert ihr Zeichen in der Reihe ihrer merklichen Werthe, nachdem Anziehung in der Entfernung  $r$  gröfser oder kleiner als die Zurückstofsung ist. Aber die Erfahrung zeigt, dafs die Erhebung von  $C$  immer mit einer concaven Oberfläche begleitet ist, und umgekehrt,  $C$  nur bei einer convexen Oberfläche niedriger liegt, folglich mufs  $H$  in allen Fällen dasselbe Zeichen als  $\gamma$  haben, und  $H$  immer positiv seyn.« Weiterhin sagt P.: » Wird die Anziehung der Röhre immer gröfser, und übertrifft sie die Anziehung der Theile des Flüssigen zu einander, so wird auch  $F$  endlich  $-H$  übertreffen, abgesehen vom Zeichen. Dann wird die Gleichung

$$F = H \cos \omega \quad (b)$$

unmöglich, und da sie zum Gleichgewicht des Flüssigen nothwendig ist, so kann auch dieses unmöglich stattfinden. Man mufs daraus schliessen, dafs, wenn die Anziehung der Röhre zu dem Flüssigen gröfser ist, als die Anziehung des Flüssigen zu einander, eine Schicht des Flüssigen, von einer so geringen Dicke, als man will, sich über die Capillaroberfläche, längs der Wand der Röhre bis zum oberen Ende, erheben wird.« Die Folge kann man oben weiter nachsehen. Hier wird also die



ganze Erscheinung aus der Formel  $F = H \cos \omega$  abgeleitet, wobei noch zu bemerken ist, daß jener Schluss keinesweges so klar ist, als der Verfasser meint, und wohl einer genaueren Erörterung bedürfte.

Zweitens ist es bedenklich, daß Poisson sich auf dieselben Versuche beruft, welche Laplace als Beweise anführt, ungeachtet beide von ganz verschiedenen Grundsätzen ausgehen. Poisson erreicht den Versuch nur etwas genauer als Laplace. Der Physiker muß erwarten, daß man bei jeder andern beliebigen Hypothese die Näherung zur Erfahrung noch weiter treiben oder wenigstens ihr eben so nahe kommen könne.

Drittens ist bei den Versuchen, und namentlich bei den Hauptversuchen, wofür das Verfahren oben vollständig gegeben wurde, der Werth der Formel für einen Versuch vollständig aus der Erfahrung gesucht, und darnach der folgende Werth in einer Reihe von Versuchen berechnet worden; ja in diesem Falle und in andern sind nur ein Paar solcher Versuche angestellt. Das beweist nun, daß die Form der Gleichung für die Versuche passe, nicht aber der Werth der einzelnen Größen selbst. Immerhin wäre dieses hinreichend, aber die Formeln sind durch Näherung gefunden, und es läßt sich nicht läugnen, daß mit den unmerklichen Größen, besonders den unmerklichen Entfernungen, ein wahres Spiel getrieben sey. Das hat zwar die mathematische Bequemlichkeit, die höheren Potenzen weglassen zu dürfen, aber es öffnet der Willkühr Thür und Thor, und die Entfernung von der Erfahrung, welche dadurch hervorgebracht wird, macht die Näherung ungewiß.

Die glänzenden Fortschritte, welche die Mechanik des Himmels gemacht hat, erregte die Hoffnung, ein ähnliches Verfahren auf andere Erscheinungen in der Natur anzuwenden. Dort berechnet man Entfernungen durch das Gesetz für die Abnahme der anziehenden Kraft in der Entfernung. Dieses Gesetz gründet die berechnende

Astronomie, und macht Newton unsterblich. Das andere Gesetz, daß die Anziehung sich wie die Menge der Materie verhalte, ist eigentlich nur eine beständige Gröfse, welche aus der Erfahrung genommen wird. Aber in der Lehre von der Capillarität und ähnlichen Lehren will man Entfernungen berechnen (Höhen und Tiefen des Flüssigen) aus unbekannten Gesetzen für die Wirkung der Kräfte in der Entfernung, ja man erdichtet innere Veränderungen in der Materie, eine innere Construction der Materie, damit nur die Möglichkeit solcher Gesetze gezeigt werde. Daraus kann nur ein leeres Formelspiel hervorgehen.

Wohl aber bleibt die Zurückführung aller Erscheinungen der Capillarität auf eine einzige, besonders des Anhängens fester Platten an der Oberfläche flüssiger Körper, auf das Steigen solcher Körper in Haarröhrchen nicht allein ein glänzendes, sondern auch ein für die Wissenschaft wichtiges Monument von dem Scharfsinn des großen Mathematikers.

Dem Physiker liegt es jetzt ob, die Verwandtschaft des Phänomens der Capillarität mit anderen Erscheinungen, besonders den elektrischen, nachzuspüren.

### N a c h t r a g.

#### 1. Antwort auf eine Beschuldigung des Hrn. Prof Link.

Im zweiten Stücke des XXV. Bandes der Annalen der Physik und Chemie, 1832, No. 6, S. 285 und 286, findet sich ein Artikel, worin Hr. Link an meine ehemalige Arbeit über die Capillarität erinnert, wofür ich ihm sehr verbunden bin, dabei aber eine ganz irrige Deutung meiner Ansichten über die Mathematik und ganz falsche Folgerungen aus dieser Deutung liefert.

Die irrige Deutung ist in folgenden Worten enthalten: »Unangenehm ist der bittere, fast höhnende Ton in

Parrot's Schrift gegen die Anwendung der mathematischen Analysis in der Physik.« Nicht eine einzige Stelle in der angeführten Schrift: *Ueber die Capillarität*, zeugt für den mir gethanen Vorwurf; und ich sage dies nach einer sorgfältigen, eben vollbrachten, Durchlesung dieser Schrift. Wohl habe ich gegen den *Mifsbrauch* der mathematischen Analysis mich sehr bestimmt erklärt (und ich habe diese meine Meinung keinesweges aufgegeben), der da stattfindet, wenn man diese Analysis auf physikalische Data gründet, die entweder nur hypothetisch sind, oder gar im Widerspruche mit genau angestellten Versuchen stehen. Wenn Hr. Prof. Link dies nicht zugeben will, so steht es ihm frei diejenigen Stellen treu bekannt zu machen, die das Gegentheil beweisen möchten. Zum Belege meiner Behauptung brauche ich nur folgende Stelle aus meiner kleinen Schrift auszuheben, p. 68 und 69, welche meine Ansicht hierüber enthält, und womit mehrere Stellen, als p. 28, 49, 58 etc., völlig übereinstimmend sind. Die Erste dieser Stellen lautet also: »Ich denke aber, daß an dem Vorliegenden genug sey, um meinen Zweck zu erreichen, der nicht darin besteht, den Ruhm des großen Analytikers herabzusetzen, sondern streng zu beweisen, wie vielfältig man irren kann, und wirklich irrt, wenn man nicht jeder Rechnung nur gehörig documentirte physikalische Sätze zum Grunde legt, sondern von gewissen allgemeinen mechanischen Sätzen ausgeht, deren Anwendbarkeit im vorliegenden Falle problematisch ist, und dann glaubt, man brauche nur noch mit großem Scharfsinn zu rechnen. Diese verkehrte Methode, ein *Mifsbrauch einer edlen Wissenschaft*, nenne ich die mathematische Naturphilosophie, in dem Sinne wie die Naturphilosophie in den letzten Zeiten getrieben worden ist, und hie und da noch getrieben wird. Jene mathematische Naturphilosophie der französischen Schule ist in sofern schlimmer als die philosophische der Deutschen, als sie mit dem Apparate der

mathematischen Analysis, und also mit dem prunkvollen Scheine der Evidenz auftritt, und daher viel schwerer ad absurdum zu führen ist als diese.«

Uebrigens bin ich nicht der Erste, der über diesen heillosen Mißbrauch der Analysis in der Physik klagt. Schon Kästner, den man gewiß nicht der Verachtung irgend eines Theils der Mathematik beschuldigen wird, führt völlig dieselbe Beschwerde in seiner Vorrede zur Hydrodynamik. Hiemit, denke ich, wäre die Beschuldigung des Hrn. Prof. Link widerlegt.

Nun zu der falschen Schlussfolge, die derselbe daraus zieht. Hr. L. sagt, S. 286: »Und dieses bestimmte *ohne Zweifel* Gilbert, die Abhandlung nicht drucken zu lassen, da er das Ansehen der Mathematik in der Physik aufrecht zu erhalten suchte gegen die Zudringlichkeit der Naturphilosophie, welche Gilbert hafte.«

Aus der oben, aus meiner Schrift entnommenen Stelle wird man ansehen, wie ich über die Naturphilosophie denke. Aber ich möchte wissen, durch welche mathematische Analyse Hr. Link Gilbert's Motive zur Nicht-Aufnahme meiner Abhandlung in die Annalen entdeckt hat; denn Er zweifelt nicht. Als Physiker antworte ich durch eine Thatsache. Nach der privatim und öffentlichen Fehde, die ich mit Gilbert über diese meine Abhandlung führte, antwortet mir endlich Gilbert in einem Privatbriefe: daß er meinen Aufsatz nicht früher hätte einrücken können, weil, bei seinem Hinübergehen nach Halle, das Manuscript verlegt worden sey, *daß er ihn aber nächstens einrücken werde*. Da mein Aufsatz bereits als eine eigenthümliche Schrift gedruckt war und eben in den Buchhandel treten sollte, so lehnte ich dieses späte Anerbieten ab, um meinen Verleger nicht in Verlegenheit zu setzen. Hätte Gilbert, der Alles von mir an ihn Gesandte, ja zuweilen das dem Drucke Nichtbestimmte, in die Annalen immer aufnahm, irgend einen wissenschaftlichen Grund zu seiner Entschuldigung gehabt,

so hätte er sich dessen gewiß bedient, besonders da ich ihn zwei Mal in der Jenaischen Litt. Zeitung streng genug zur Rechenschaft gefordert hatte. Wäre es vollends der Grund gewesen, den Hr. Prof. Link *ohne Zweifel* anführt, so hatte er in einem meiner Briefe einen schönen Anlaß gehabt, ihn bekannt zu machen, in welchem ich Gilbert ersuche, mit dem Mathematiker Pfaff (der damals in Halle war) meine Abhandlung zu prüfen, und ihr gemeinschaftliches Urtheil zugleich mit der Abhandlung drucken zu lassen.

Ich füge nur noch hinzu, daß die Belehrung, welche Hr. Link über das Recht der Redactoren wissenschaftlicher Journale, Aufsätzen die Aufnahme zu verweigern, mir zu geben für berufen hält, sehr überflüssig sey. Denn ich habe nicht unbedingt die Aufnahme jenes Aufsatzes verlangt (es standen mir andere Wege genug zu Gebote, um ihn bekannt zu machen), sondern die Aufnahme *oder die Zurückgabe*.

An Stelle aller dieser Bemerkungen des Hrn. Prof. Link, welche der Wissenschaft nichts nützen, hätte der Hr. Verfasser besser gethan, meine Capillarität nach meinem Grundriß der theoretischen Physik und nach meiner von Ihm erwähnten Schrift gründlich zu prüfen. Dann würde derselbe nicht gesagt haben: »Aber Parrot folgt seinem Gegner nicht Schritt vor Schritt, und so kann der Leser nicht urtheilen, ob nicht die Widerlegung von Parrot's Darstellung vielleicht schon in Laplace's Theorie liegt.« Mein Zweck war nicht, Laplace Schritt vor Schritt zu folgen, sondern mein Geschäft, als Physiker, war, darzuthun, daß die zwei Hauptsätze, auf welche dieser große Analytiker seine ganze Rechnung gründet, mit der Erfahrung im Widerspruche stehen. Dieses glaube ich mit voller Evidenz geleistet, und also hie-mit auch bewiesen zu haben, daß meine Widerlegung Laplace's in Laplace's Theorie nicht widerlegt seyn könne. Der Wahn, daß der große Mathematiker nicht

irren könne, hat es verhindert, daß meiner Theorie der Capillarität die gehörige Aufmerksamkeit geschenkt worden wäre. Da aber jetzt ein Mathematiker, wie Poisson, diesen Wahn nicht theilt, so wird man vielleicht sie einer näheren Prüfung würdigen. Denn, abgesehen von der Wichtigkeit, eine gründliche Theorie zu besitzen, so ist die Laplace'sche sehr voluminös, Vielen unverständlich, und für academische Vorlesungen über die Physik völlig unpassend; die meinige dagegen kurz, Jedem verständlich, der mit der Elementar-Mathematik einigermaßen vertraut, und, wie meine fünfundzwanzigjährige Erfahrung mich belehrt hat, den academischen Vorlesungen leicht anzupassen.

Ich hoffe, daß Hr. Prof. Link, der mich der Geringschätzung der mathematischen Analysis beschuldigt hat, diese meine Antwort nicht Uebel nehmen werde. Bei der Wichtigkeit der Anklage hätte Er sonst mein Stillschweigen als Geringschätzung Seiner selbst deuten müssen.

St. Petersburg, im October 1832.

Parrot, Vater.

## 2. Erwiderung von H. F. Link.

Es thut mir sehr leid, daß ich einem Manne mißfallen habe, den ich schon seit vielen Jahren hochachte, dessen Schriften mir immer zur Seite lagen, als ich Physik vortrug, und die ich noch immer mit Vergnügen in die Hand nehme, wenn es mir einfällt, einen Besuch bei dieser Wissenschaft abzustatten, die ich längst ändern nachsetzen mußte. Wenn ich von höhnendem Ton sprach, so meinte ich folgende Stelle in seiner Schrift über Capillarität, S. 67: »Dies sind die hochgerühmten Haupterfolge des tief sinnigen Bestrebens, die Bewegungen der Weltkörper, der unendlich kleinen Theile der ponderablen Materie und des Lichts mit *einem* großen Blicke zu überschauen und in einer Rechnung zu umfassen. Dies

die Wunder einer tiefen Analysis, welche aus der Figur der Aggregation der Materie alle Naturgesetze, die Gravitation, die Flächen-Anziehung und die Affinitäten, uns vorrechnen will, und daran zu glauben uns mit Stolz gebietet.« Denn die Anhänger von Laplace und Poisson werden nicht zugeben, daß dieses ein Mißbrauch der Mathematik sey. Am Ende meines Auszugs aus Poisson's Schrift wird Hr. Parrot sehen, daß ich ganz seiner Meinung bin, aber so wollte ich nicht sagen.

Es brauchte wahrlich keiner mathematischen Analysis, um Gilbert's Gründe zu finden, warum er Hrn. Parrot's Abhandlung nicht aufnahm. Man brauchte dazu nur Gilbert persönlich zu kennen, halb so genau, als ich ihn kannte. Lebte Gilbert noch, so sollte er selbst entscheiden.

Wenn man etwas drucken läßt, so will man Alle belehren, sonst liesse man es nicht drucken. Ob Herr Parrot das Recht der Redaction kannte oder nicht, ist dann einerlei.

Der Erfolg hat gezeigt, daß man die Schrift von Laplace immer als entscheidend anführte, wenn von Capillarität die Rede war. Hr. Parrot geht in seiner Abhandlung von den Anziehungen aus, welche dabei stattfinden; Laplace von der Gestalt der Säule des Flüssigen im inneren Haarröhrchen. So gehen also Beide um einander weg, und es erforderte allerdings keine geringen Kenntnisse der Mathematik und Physik, um zu finden, woher es komme, daß beide Recht zu haben glaubten, und doch das Gegentheil behaupteten. Poisson hat gezeigt, daß Laplace Unrecht hatte, und nun erst war es leicht einzusehen, wo Hrn. Parrot's Gründe die Behauptungen seines Gegners trafen.

Link.

---