

Messende Untersuchungen über den Formensinn.

Von

Dr. **Guillery**, Oberstabsarzt in Köln.

(Mit 4 Textfiguren.)

Wenn man sich darüber zu belehren sucht, was die Autoren bisher unter Formensinn verstanden haben, so ist es nicht leicht, hiervon ein klares Bild zu gewinnen. Eine scharfe Definition wird von den Meisten wohl desshalb für überflüssig erachtet, weil dieselbe eigentlich schon in dem Worte gegeben ist, nur findet man, dass, wenn die Eigenschaften oder die physiologischen Bedingungen des Formensinnes besprochen werden, sehr häufig Anschauungen zu Tage treten, die beweisen, dass der in dem Worte liegende Begriff nicht streng festgehalten wird. Aus dem Grunde bleibt es zweifelhaft, ob Diejenigen, welche den Ausdruck gebrauchen, immer das Gleiche damit gemeint haben. Man kann unter Formensinn, dem Wortlaute nach, nur die Fähigkeit verstehen, die Formen der Objecte zu erkennen und richtig zu beurtheilen. Diese Fähigkeit ist durchaus keine ausschliessliche Eigenthümlichkeit des Sehorgans, vielmehr können wir auch bei einem Blinden von Formensinn sprechen, indem derselbe mit Hülfe der Betastung eine richtige Vorstellung von den Formen der Objecte sich zu bilden vermag. Ja, selbst wenn auch diese Fähigkeit verloren ginge, könnte das Vorstellungsvermögen für Formen bestehen bleiben, indem die psychische Fähigkeit, die Formen zu beurtheilen, unbeeinträchtigt bliebe, während einem solchen Individuum nur die Möglichkeit fehlte, seinen Formensinn praktisch zu bethätigen, weil ihm die Sinneswerkzeuge nicht zu Gebote stehen. Hieraus folgt, dass, wenn wir vom Formensinne des Sehorganes reden, dieser Sinn nur zum Theil, und zwar vielleicht nicht einmal zum grössten, auf optischem Gebiete liegt, sondern sehr wesentlich abhängt von einer gewissen Erfahrung und Schulung des Urtheils. Derjenige Formensinn wird der feinste und beste sein, der am

schnellsten und sichersten die Form eines gegebenen Objectes erkennt, sowie die Unterschiede, die an demselben im Vergleiche zu anderen Formen hervortreten. Nun sind die Formen eines Gegenstandes nach den drei Dimensionen des Raumes entwickelt, und würde daher die Sicherheit der Tiefenwahrnehmung und die richtige Beurtheilung der perspectischen Linien und Verhältnisse ebensogut in das Gebiet des Formensinnes gehören, wie die richtige Deutung der Contouren von flächenhaften Bildern. Von den Ophthalmologen wird aber in der Regel nur das letztere gemeint, wenn von Formensinn die Rede ist, und kommen auch für die Beurtheilung der dritten Dimension physiologische Vorgänge in Betracht, welche sich so wesentlich von den durch Flächen verursachten Erregungen unterscheiden, dass sie füglich von diesen getrennt werden dürfen. Auch in der vorliegenden Abhandlung soll die Tiefendimension nicht mit berücksichtigt werden.

Vielfach wird der Formensinn vollständig identificirt mit der Sehschärfe, weil man den Formensinn zu benutzen versucht hat zur Messung der Sehschärfe. Aubert¹⁾ z. B. spricht dieses zwar nicht ausdrücklich aus, doch folgt es aus seinen Bemerkungen über die Sehschärfe. Er sagt: „Von besonderer, sowohl physiologischer als praktischer Wichtigkeit ist das Vermögen, Punkte, welche sich in gewisser Entfernung von einander auf der Netzhaut abbilden, getrennt von einander oder distinct wahrzunehmen. Denn da wir uns alle Lineamente und Formen der Objecte aus (physiologischen) Punkten zusammengesetzt vorzustellen haben, so wird die Genauigkeit oder Schärfe der Formwahrnehmung beruhen auf der Fähigkeit, Punkte von einander zu unterscheiden oder Punkte als räumlich getrennt zu empfinden.“ Ferner gebrauchen Snellen²⁾ u. A. die Ausdrücke „Formensinn“ und „Sehschärfe“ als vollkommen gleichwerthig. Dass die Fähigkeit, Punkte getrennt von einander zu empfinden, bis zu einem gewissen Grade für den Formensinn erforderlich ist, kann gewiss nicht bezweifelt werden; es geht aber zu weit, wenn man, wie Aubert, sagt, dass die Genauigkeit und Schärfe der Formwahrnehmung beruhe auf der Fähigkeit, Punkte von einander zu unterscheiden. Wenn dies zuträfe, so müsste dasjenige Auge, welches das feinste Unterscheidungsvermögen für zwei Punkte hat, d. i. die

1) Gräfe-Sämisch, Handbuch der Augenheilkunde Bd. 2 S. 579.

2) Ibid. Bd. 3. Siehe auch Nagel, ibid. Bd. 6 S. 371 ff.

beste Sehschärfe im Sinne Aubert's, auch den feinsten Formensinn haben. Dies wäre nur dann richtig, wenn der Formensinn thatsächlich allein von der Leistungsfähigkeit des Sehorganes abhinge. So ist es aber gar nichts Ungewöhnliches, dass wir Individuen mit verschiedener Sehschärfe finden, von denen das mit der schlechteren ausgerüstete den besseren Formensinn hat und umgekehrt, denn wir müssen doch, wie gesagt, Demjenigen den besseren Formensinn zuerkennen, der am besten und schnellsten im Stande ist, gewisse Eigenthümlichkeiten der Form oder Abweichungen der Formen von einander herauszufinden. Gibt es doch genug Leute mit voller Sehschärfe, welche selbst an gröberen Objecten Unterschiede nicht zu erkennen vermögen, welche dem Geübten auf den ersten Blick deutlich sind. Andererseits können selbst Zerstreuungskreise bis zu einem gewissen Grade das Erkennen von Formen nicht verhindern, obschon dieselben die Wahrnehmung zweier getrennter Punkte ganz erheblich beeinträchtigen. Dies sehen wir z. B. an den Schattenfiguren. Hier sind wirklich scharfe Linien gar nicht erforderlich, um gewisse Eigenthümlichkeiten sofort herauszufinden, so dass wir einzelne Unterschiede an Gegenständen und Personen an den Contouren ihrer Schatten wiedererkennen.

Die Feinheit des Formensinnes wird offenbar am meisten in Anspruch genommen, wenn es sich darum handelt, eine möglichst geringe Aenderung der Form zu erkennen. Diese kann zu Stande kommen, indem auf einer kleinen Strecke die Aenderung eine absolut geringe bleibt, oder indem diese Aenderung an sich bedeutender ist, sich aber über eine grössere Strecke vertheilt. Gerade die letztere wird ein formengeübtes Auge auch bei subnormaler Sehschärfe erkennen können, während ein anderes, selbst bei bester Sehschärfe, sie vielleicht nicht wahrnimmt. Es ist somit unrichtig, Sehschärfe und Formensinn als gleichbedeutend zu erachten und die Feinheit des Formensinnes von der Dichtigkeit der empfindlichen Elemente auf der Netzhaut abhängen zu lassen, wie dies von physiologischer und ophthalmologischer Seite (Fuchs, Arch. f. Ophth. Bd. 42, 4. S. 255) vielfach geschieht. Wäre dies thatsächlich richtig, so würde die in der Ueberschrift unserer Abhandlung gestellte Aufgabe gelöst sein durch eine Messung der Sehschärfe. Nun wird die Sehschärfe in praxi auch gar nicht gemessen durch die Empfindlichkeit des Auges für Veränderungen der Form, welche zur Prüfung dieser Empfindlichkeit an der Grenze der Wahrnehmbarkeit stehen müssten.

Es könnte dieses geschehen etwa durch eben erkennbare Veränderungen in dem Verlaufe einzelner Linien, sei es gerader oder gekrümmter, welche sich wieder zu complicirteren Formen zusammensetzen liessen. Mit solchen Probeobjecten könnte die Messung des Formensinnes versucht werden, wohingegen Diejenigen, welche Sehschärfe und Formensinn identificiren, die erstere zu messen pflegen durch den kleinsten Winkel, unter dem das Auge Objecte noch in ihrer Form zu erkennen vermag. Es ist also damit nicht gesagt, dass das Erkennen dieser Form an sich schwierig sein und an der Grenze der Leistungsfähigkeit des Sehorganes stehen müsse; die Grenze wird vielmehr nur bestimmt durch den Sehwinkel. Es ist aber klar, dass unter demselben Sehwinkel sehr feine und sehr grobe Veränderungen der Form sich zeigen können. Unter Vernachlässigung dieser vielseitigen Anforderungen, welche an den Formensinn bei dem Erkennen verschiedener Gegenstände gestellt werden können, bemühte man sich vergeblich, für die Messung der Sehschärfe einen einheitlichen Maassstab zu finden, welcher bei der Vermengung von Sehschärfe und Formensinn eben gar nicht zu finden ist. Betrachtet man eine Reihe von Schriftproben, wie sie in der augenärztlichen Praxis gebräuchlich sind, so sieht man hier neben einander die verschiedensten Buchstaben und Figuren, bei denen man schon auf den ersten Blick erkennt, dass sie den Formensinn in sehr ungleichem Maasse in Anspruch nehmen. Da nun aber einmal der Formensinn bei dieser für die Praxis so wichtigen Untersuchung zu Hülfe genommen ist, so sollte man wenigstens erwarten, irgendwo eine systematische Untersuchung desselben zu finden, aus welcher die Richtigkeit der für seine praktische Verwendung als gültig angenommenen Grundsätze hervorginge. Man sucht indessen vergebens selbst nach den Anfängen einer Physiologie des Formensinnes, wenn man nicht die Beobachtungen über das Augenmaass hierher rechnen will, welche, wie wir unten sehen werden, in gewisser Hinsicht in dieses Gebiet gehören. Im Gegentheil ist man über die Anfänge hinweggegangen und hat sich gleich complicirteren Aufgaben zugewendet, wie z. B. dem Studium der optischen Täuschungen, oder es sind von autoritativer Seite über den Formensinn ohne Weiteres Lehrsätze aufgestellt worden, deren Richtigkeit sehr lange unbestritten gegolten hat, ohne dass aber ein Beweis überhaupt jemals wäre versucht worden. Dies gilt z. B. von dem von Donders aufgestellten Satze, der dem Snellen'schen Systeme zu Grunde liegt, dass die

Erkennbarkeit eines Schriftzeichens proportional sei dem Sehwinkel in jeder Richtung. Dass jetzt, nachdem derselbe von mir¹⁾ und Stettler²⁾ längst widerlegt, immer noch mit erstaunlicher Zähigkeit an ihm festgehalten wird, ist nur ein neuer Beweis dafür, wie schwer es ist, Jahrzehnte alte Vorurtheile auszurotten.

Diese Unklarheiten in Bezug auf die Begriffe von Sehschärfe und Formensinn und die fortwährende Vermengung derselben darf man wohl als einen der Gründe ansehen dafür, dass eine genauere Prüfung des Formensinnes bisher nicht stattgefunden hat. Es entsteht nun die Frage, wie man denn eigentlich den Formensinn messen soll. Nach Analogie des bei der Prüfung anderer Sinne üblichen Verfahrens scheint die Antwort nicht schwierig. Das, was uns bei Untersuchung eines Sinnes zunächst interessirt, sind die verschiedenen Aeusserungen, deren er fähig ist, sowie eine Prüfung der Feinheit und Leistungsfähigkeit der verschiedenen Qualitäten, die an demselben hervortreten. Wollen wir letztere z. B., um bei dem Sehorgane zu bleiben, in Bezug auf den Lichtsinn untersuchen, so wird unsere Aufgabe sein, die untere Grenze der Empfindlichkeit festzustellen, d. h. die Frage, wie gross der kleinste Lichtreiz ist, den wir wahrnehmen können, und wie gross die wahrnehmbare Differenz zweier verschiedener Lichtreize. Desgleichen prüfen wir bei dem Farbensinne den eben wahrnehmbaren quantitativen Reiz und erweitern diese Untersuchung auf die verschiedenen Qualitäten, in welchen er sich äussert, sowie auf die kleinsten Reizunterschiede, welche noch empfunden werden. Wir unterscheiden so bekanntlich eine Reiz- und eine Unterschiedsschwelle, obschon auch die erstere streng genommen nur durch die Wahrnehmung des Unterschiedes zwischen Object und Umgebung zu ermitteln ist. Eine solche Untersuchung ist nun auch für den Formensinn sehr wohl denkbar. Wir haben uns dabei zu vergegenwärtigen, in welchen verschiedenen Richtungen der Formensinn sich bethätigen kann, und müssen hierbei von den einfachsten Formen ausgehen oder von den einfachsten Elementen, welche complicirte Formen zusammensetzen. So lässt sich eine Reizschwelle feststellen, indem wir untersuchen, in welchem Maasse eine bestimmte Form ausgebildet sein muss, um als solche erkennbar zu werden, wie gross also z. B. ein Winkel oder eine

1) Archiv für Augenheilkunde Bd. 28 H. 3.

2) Beiträge zur Augenheilkunde Heft 18.

Krümmung sein muss, um wahrgenommen zu werden. Auch hier handelt es sich eigentlich um eine Unterschiedsschwelle, denn wir erkennen nur die Abweichung von der geraden Linie. Indessen lässt sich auch eine Unterschiedsschwelle im üblichen Sinne ermitteln, indem man z. B. die eben merklichen Unterschiede zweier Winkel oder die allmälige Aenderung einer Krümmung feststellt, welche eben über die Schwelle tritt. Für die Ermittlung einer solchen Reizschwelle sind verschiedene Methoden denkbar. So könnte man eine Linie von gegebener Länge allmähig an einem bestimmten Punkte abknicken oder allmähig in toto biegen, bis ihre Abweichung von der Geraden bemerkbar wird. Dies wäre also die Aenderung der Richtung einer Linie bei gegebener Grösse des Netzhautbildes. Umgekehrt liesse sich bei gegebener Richtungsänderung allmähig das Netzhautbild vergrössern, bis die erstere bemerkbar wird. Das letztere Verfahren erscheint als das einfachere und ist ohne complicirte Versuchsanordnung ausführbar.

Bei der grossen Mannigfaltigkeit, in welcher die äusseren Formen der Objecte uns entgegentreten, erscheint die Aufgabe einer solchen Untersuchung auf den ersten Blick von ungeheurem Umfange. Da aber alle Formen und Contouren, welche sich dem Auge bieten, schliesslich aus geraden oder gekrümmten Linien sich zusammensetzen, so lässt sich diese Mannigfaltigkeit auf relativ einfache Verhältnisse zurückführen, wenngleich die Zahl der möglichen Combinationen, welche für die Untersuchung ein Interesse bieten, natürlich eine sehr grosse bleibt. Wir wollen uns aber gegenwärtig nur auf die einfachsten Formen beschränken.

A) Die gerade Linie.

Wenn wir verschiedene zusammengesetzte Formen vergleichen, so machen uns in der Regel diejenigen den anmuthigsten und lebhaftesten Eindruck, welche einen gewissen Wechsel von geraden und gekrümmten Linien bieten. Haben wir die Wahl zwischen solchen, welche nur gekrümmte, und solchen, die nur gerade Linien zeigen, so werden wir i. A. wohl die ersteren ausprechender finden als die letzteren. Eine Zusammensetzung von nur geraden Linien hat meistens etwas Steifes, Strenges und auf die Dauer Ermüdendes. Am gefälligsten finden wir immer die Combination beider, und beruht ja in ihrer gesetzmässigen Verbindung die architektonische Wirkung der verschiedenen Stilarten. Dieser Eindruck liegt zum

grössten Theile auf psychologischem Gebiete und interessirt uns hier weniger. Eine jede Linie macht aber für sich einen bestimmten physiologischen Eindruck, insofern das Sehorgan im Stande ist, sie als eine gerade bzw. gekrümmte zu erkennen.

Betrachten wir zunächst die Gerade allein, so ist das Auge auch im Stande zu beurtheilen, ob dieselbe in ihrer ganzen Ausdehnung gerade ist oder ob sie an einem bestimmten Punkte abweicht, vorausgesetzt, dass diese Abweichung gross genug ist, um über die Schwelle zu treten. Diese Abweichung kann in der Weise erfolgen, dass die Linie von einem bestimmten Punkte an in eine gekrümmte übergeht, oder so, dass von diesem Punkte an eine Abknickung erfolgt und die Linie nach derselben geradlinig weiterläuft. Wir betrachten vorerst den letzteren Fall und behalten uns die Untersuchung des ersteren vor, nachdem die bezüglich der gekrümmten Linie an sich in Betracht kommenden Verhältnisse klar gestellt sind.

Sobald eine gerade Linie an irgend einer Stelle ihres Verlaufes die Richtung plötzlich ändert, muss ein Winkel entstehen. Ist diese Aenderung eine sehr geringe, so wird die Linie uns zunächst immer noch gerade erscheinen, und erst wenn die Abknickung ein gewisses Maass überschritten hat, tritt sie über die Schwelle. Wir haben diesen Schwellenwerth zu untersuchen, und zwar, wie oben angegeben, in der Weise, dass wir eine bestimmte Grösse der Abknickung als gegeben betrachten und die Grösse desjenigen Netzhautbildes ermitteln, welches für das Erkennen der Richtungsänderung erforderlich ist. Es muss sich hierbei herausstellen, inwieweit diese Wahrnehmung von der Grösse des Netzhautbildes abhängig, ob es also nothwendig ist, hierbei immer grosse Strecken der Linie zu überblicken, oder ob es genügt, die nächste Umgebung des Winkelscheitels sichtbar zu machen. Es muss sich ferner herausstellen, ob mit der Verschärfung der Abknickung das erforderliche Netzhautbild sich ändern darf und in welchem Maasse.

Die Versuchsanordnung war folgende. Mit Bleistift wurde auf einen weissen Hintergrund eine feine, aber scharf sichtbare Linie gezogen und dieselbe in 50 cm Entfernung vom Mittelpunkte einer die beiden unteren Orbitalränder berührenden Linie aufgestellt. Diese weisse Fläche befand sich in einem Abstände von etwa 1 m von einem grossen Fenster, welchem der Beobachter den Rücken zuwandte. Die Beobachtung fand ebenso, wie alle späteren, mit beiden Augen zugleich statt. Die Länge der gezogenen Linie war 15 cm,

und setzte sich an ihren Endpunkt eine zweite, ebenso lange an, welche in ihrer Richtung von der ersten um eine bestimmte Winkelgrösse abwich. Der Punkt, in welchem die Abknickung erfolgte, lag dem Nasenrücken gegenüber. Die Grösse der Abknickung wurde gemessen nach derjenigen Länge, um welche in einer bestimmten Entfernung vom Punkte der Knickung die zweite Linie von der gerade gedachten Verlängerung der ersten abwich. Z. B. Knickung 1:10 bedeutet, dass in 10 cm Entfernung vom Scheitel des Winkels die zweite Linie von der gerade fortlaufenden ersten um 1 mm entfernt ist. Die Ausdrücke 2:10, 3:10, 1:15 u. s. w. haben die entsprechende Bedeutung.

Es wurde nun zu ermitteln gesucht, wie gross bei freier Betrachtung beider Schenkel des Winkels die Abknickung sein müsste, um eben noch erkennbar zu sein, so dass man also deutlich wahrnahm, dass auf die ganze Länge von 30 cm die Linie nicht mehr gerade war, sondern von der zuerst innegehaltenen Richtung in der Mitte abwich. Eine Knickung von 1:10 ist sofort deutlich, ebenso kann man über eine von 1:15 nicht im Zweifel sein. Bei 1:20 dagegen wird man unsicher, und wenn man abwechselnd eine ununterbrochene Gerade von derselben Länge und die geknickte betrachtet, so macht man häufig Fehler in der Schätzung, welche die gerade und welche die geknickte Linie ist. Ich habe daher 1:15 als die kleinste eben wahrnehmbare Knickung angenommen, und bilden die beiden Schenkel hierbei einen Winkel von etwa $179^{\circ} 67'$, so dass die Abweichung der zweiten Richtung von der ersten ca. $23'$ beträgt. Es ist dabei gleichgültig, ob die Spitze des Winkels nach oben oder nach unten sieht. War er nach der Seite gerichtet, also der Verlauf der einen Linie ein senkrechter, so schien mir die Knickung etwas schärfer hervorzutreten, und zwar sowohl bei Richtung der Winkelspitze nach links wie nach rechts. Die Deutlichkeit nahm aber nicht in dem Maasse zu, dass die Schätzung betreffend die Knickung von 1:20 wesentlich sicherer geworden wäre. Dazwischen liegende Werthe habe ich nicht untersucht, und ist das Intervall der Winkelgrösse von 1:15 bis 1:20 schon ein sehr kleines, da es sich nur um wenige Minuten handelt. Die Abknickung von 1:20 würde einem Winkel von $17'$ entsprechen, also die Differenz gegen den ersten $= 6'$ sein. Stellt man die Linien schräg gegen die Verticale, so kann ich in dieser Stellung eine wesentliche Ver-

minderung der Deutlichkeit nicht bemerken. Näheres hierüber ist unten ausgeführt.

Es fragt sich nun, ob die Linien thatsächlich die ganz willkürlich angenommene Länge von je 15 cm haben müssen, damit die angegebene Abweichung von der Geraden erkannt werden kann, oder ob eine Verkleinerung des Bildes zulässig ist. Man hat schon ohne besondere experimentelle Vorrichtungen den Eindruck, dass eine so grosse Länge wie die hier gewählte durchaus nicht erforderlich ist, und dass auch eine wesentliche Verlängerung der Linien nach beiden Seiten über die nähere Umgebung des Winkelscheitels die Deutlichkeit nicht erhöhen kann. Weiss man, dass eine Linie von einem bestimmten Punkte, etwa in der Mitte, eine Abknickung hat, so wird Jeder, um diese zu erkennen, den Blick auf diesen Punkt und seine nächste Umgebung richten, und würde eine grosse Länge der Schenkel nur dann von Nutzen sein, wenn das excentrische Sehen eine genaue Schätzung der Richtung der Schenkel auf grössere Entfernung gestattete. Dies ist indessen nicht der Fall. Und ebenso überzeugt man sich, dass, je mehr der Blick sich von dem Schnittpunkte der Linien entfernt, um so schwieriger die Beurtheilung wird, ob ein Winkel vorhanden ist oder nicht. Man gewinnt also schon ohne weitere Hilfsmittel den Eindruck, dass nur die nächste Umgebung des Schnittpunktes in Betracht kommt, und es handelt sich uns darum, die Ausdehnung dieses Bezirkes zu messen, oder mit anderen Worten das kleinste Netzhautbild zu bestimmen, bei welchem der Eindruck der Abknickung noch vorhanden ist.

Zu diesem Zwecke blieb die bisherige Versuchsanordnung unverändert, und wurde die Messung nach folgender Methode vorgenommen. Wenn man auf die Linien AB und BC in Fig. 1 ein dreieckig ausgeschnittenes Stück Papier legt, so dass die Spitze D des Dreieckes auf der Abknickungsstelle liegt, und nun allmähig dieses Dreieck so verschiebt, dass seine Spitze der (punktirten) Halbierungslinie des Knickungswinkels folgt, so wird in dem Ausschnitte FDE eine allmähig immer mehr wachsende Strecke der beiden Winkelschenkel sichtbar. In dem Augenblicke, wo die Abknickung deutlich ist, wird die Verschiebung beendet, und auf einer an den Schenkeln des dreieckigen Ausschnittes angebrachten Millimeteereintheilung die Entfernung von der Spitze bis zu dem Punkte H (oder G) abgelesen. Aus dieser Länge und der bekannten Grösse des Winkels an der

Spitze des Dreieckes lässt sich die Länge der gefundenen Seitenzahl entsprechenden Grundlinien berechnen, welche bei der grossen Flachheit der Knickung ohne wesentlichen Fehler der Länge der beiden Schenkel gleich gesetzt werden kann. Ich bin bei allen Versuchen (auch den späteren) immer in der oben angegebenen Weise vorgegangen, dass ich den Zeitpunkt feststellte, wo der erwartete optische Eindruck deutlich wurde; die umgekehrte Methode, festzustellen, wann derselbe verschwand, habe ich nicht benutzt. Das Winkelmaass ist immer abwechselnd von den beiden entgegengesetzten Seiten vorgeschoben worden, also z. B. bei horizontaler Richtung der Linie so, dass die Spitze abwechselnd nach oben und nach unten rückte, wobei also das eine Mal die Knickung von der Spitze des Maasses ab (wie in Fig. 1), das andere Mal ihr zugewendet war.

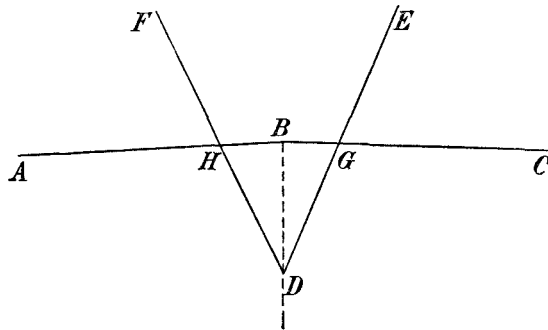


Fig. 1.

Es wurde dadurch verhindert, dass der Gesamteindruck stets derselbe blieb, und somit die Beobachtung von der gleichmässigen Figur, welche das Maass mit den Linien bildet, beeinflusst wurde. Man erreicht hiermit, dass die Aufmerksamkeit lebhafter angeregt wird, als wenn man immer wieder dasselbe Bild vor Augen hat. Es ist darauf zu achten, dass der Scheitel des Winkels bei jedem Lagewechsel der Linien immer an derselben Stelle bleibt, so dass die gleiche Blickrichtung eingehalten werden kann, da sonst der Eindruck sich leicht etwas verändert. Ich finde wenigstens, dass z. B. die Knickung mit der Spitze nach oben deutlicher wird, wenn die letztere und mit ihr die Blickrichtung nach oben rückt, nach unten umgekehrt. Ebenso erscheint bei Richtung der Spitze nach links der Winkel deutlicher, wenn die ganze Zeichnung sich nach links verschiebt, nach rechts wieder umgekehrt. Es ist also darauf zu

halten, dass die Spitze immer in derselben Lage bleibt in Bezug auf Höhe und seitliche Verschiebung. Ueberhaupt muss man in Bezug auf Täuschungen sehr vorsichtig sein. Eine Zeit lang erscheint die ganze Linie gerade, ja man kann sich abwechselnd suggeriren, dass sie nach der einen oder anderen Richtung abgeknickt sei. Von einer gewissen Länge an ist dies aber nicht mehr möglich, sondern der wirkliche Sachverhalt unverkennbar. Die diesem Momente entsprechende Seitenlänge wurde abgelesen, und sind die in untenstehenden Tabellen angegebenen Zahlen das Mittel aus je zehn Versuchen. Die Kanten des dreieckigen Maasses müssen sehr scharf sein, so dass sie dem Hintergrunde, auf welchen die Linien gezogen sind, fest aufliegen. Im anderen Falle bilden sich Schatten an den Rändern, welche die Beobachtung stören. Ich bediente mich eines Maasses von dünnem Papier, welches, um die nöthige Festigkeit zu erhalten, in angemessener Entfernung von den Rändern mit Carton beklebt war. Der Winkel an der Spitze des Dreieckes wurde verschieden gewählt, je nach der Bildgrösse, welche erforderlich war, und die Umrechnung auf die Grundlinie in der oben angegebenen Weise vorgenommen. Die Grösse des zugehörigen Netzhautbildes ergab sich aus dem bekannten Abstände vom Auge. Tabelle A enthält die für eine Abknickung von 1 : 15 gefundenen Werthe, und ist in der ersten senkrechten Reihe angegeben, nach welcher Richtung der Winkel der Abknickung sich öffnete. Die Zahlen der zweiten bedeuten die für die Länge der Seite des dreieckigen Maasses gefundenen Durchschnittswerthe aus je zehn Einstellungen, die dritte Reihe bedeutet den jeder Seitenzahl entsprechenden Werth der Grundlinie, und die vierte die Grösse des Netzhautbildes in Millimetern. Die vier untersten Horizontalreihen bedeuten, wie ersichtlich, die Schräglagen, von denen nur diejenigen untersucht wurden, bei denen die Linien einen Winkel

Tabelle A. (1 : 15).

Winkel offen nach	Seite des Maasses	Grundlinie	Netzhautbild
unten . . .	55,7	8,689	0,25
oben . . .	56,6	8,82	0,26
links . . .	55,3	8,626	0,258
rechts . . .	57,7	9,0	0,27
rechts oben .	62,4	9,73	0,29
links unten .	61,5	9,59	0,28
links oben .	61,0	9,51	0,28
rechts unten .	61,2	9,547	0,28

von 45 ° mit der Horizontalen bildeten. In den folgenden Tabellen B und C haben die Zahlen die den obigen Angaben entsprechende Bedeutung, in der ersten für eine Abknickung von 1:10, in der letzteren für eine solche von 1:5. Bei diesem Grade der Ablenkung sind die Schräglagen nicht untersucht.

Tabelle B. (1:10).

Winkel offen nach	Seite des Maasses	Grundlinie	Netzhautbild
unten . . .	50,5	7,878	0,236
oben . . .	51,2	7,987	0,239
links . . .	49,9	7,784	0,233
rechts . . .	50,5	7,878	0,236
rechts oben .	57,2	8,923	0,267
links unten .	57,1	8,907	0,267
links oben .	56,2	8,767	0,262
rechts unten .	56,3	8,662	0,259

Tabelle C. (2:10).

Winkel offen nach	Seite des Maasses	Grundlinie	Netzhautbild
unten . . .	14,8	2,308	0,069
oben . . .	14,95	2,322	0,069
links . . .	14,3	2,23	0,066
rechts . . .	14,0	2,184	0,065

Wenn in diesen Tabellen die Netzhautbilder zum Theil bis auf die dritte Decimalstelle berechnet sind, so soll damit natürlich nicht gesagt sein, dass sie nun in Wirklichkeit genau die angegebenen Werthe gehabt hätten. Eine solche Genauigkeit ist ja nicht zu erreichen, da wir diesen Berechnungen immer nur die Durchschnittswerthe des reducirten Auges zu Grunde legen können. Die Zahlen sind hauptsächlich des Vergleiches wegen angegeben, um zu zeigen, dass das eine Netzhautbild etwas grösser oder kleiner ausfiel als das andere, entsprechend den Werthen der berechneten Grundlinie des Maasses. Diese Bemerkung erscheint zwar eigentlich selbstverständlich, ist aber mit Rücksicht auf gewisse Aeusserungen in der Fachliteratur vielleicht nicht ganz überflüssig.

Was in jeder Tabelle auf den ersten Blick auffällt, sind die durchweg höheren Werthe für die Schräglagen. Wir fanden, dass bei jeder derselben das Netzhautbild um eine nicht unerhebliche

Grösse zunehmen muss, wenn der Eindruck derselbe bleiben soll. Damit steht in scheinbarem Widerspruche, dass wir oben sagten, bei Betrachtung der ganzen Zeichnung mit freiem Gesichtsfelde werde das Bild in Schräglage nicht wesentlich undeutlicher. Indessen ist dies sehr wohl verständlich, da eben das freie Gesichtsfeld ein grösseres und die für die Wahrnehmung nach den obigen Tabellen erforderliche Strecke in diesem Falle reichlich vorhanden ist. Wenn letztere Bedingung erfüllt, muss der optische Eindruck der Knickung immer deutlich sein, und wird die grössere Schwierigkeit der Schätzung daher erst bei Einschränkung der Bildgrösse hervortreten können. Dass die Schräglagen thatsächlich benachtheiligt sind, macht sich bei unbefangener Beobachtung auch in der Weise bemerklich, dass man unwillkürlich das Bestreben hat, sobald die Abknickung an den Grenzen der Wahrnehmbarkeit steht, das Blatt so zu drehen, dass die Linien entweder senkrecht oder wagerecht verlaufen, da man bei schräger Richtung eine Unbequemlichkeit empfindet, welche die Beobachtung erschwert. Ebenso kann man oft bemerken, dass man sich einen gewissen Zwang anthun muss, um unbewusste Kopfdrehungen zu verhindern, welche den Zweck haben, die schräg gerichteten Linien in den senkrechten oder wagerechten Netzhautmeridian zu bringen. Jedenfalls geht aus den Zahlen hervor, dass das für die erwähnte Wahrnehmung erforderliche Netzhautbild eine nur geringe Ausdehnung zu haben braucht, und dass somit die ganze übrige Länge der Linien für das Zustandekommen des Eindruckes eigentlich überflüssig ist.

Zwischen dem Grade der Knickung und der Grösse des erforderlichen Netzhautbildes zeigt sich kein bestimmtes Verhältniss, wie auch kaum anders zu erwarten. In Tabelle B, welche der Knickung 1:10 entspricht, sind die Werthe fast dieselben wie in Tabelle A, und ist auch bei freier Betrachtung zwischen den diesen beiden Tabellen entsprechenden Zeichnungen ein Unterschied kaum zu bemerken. Sobald aber der Eindruck die Schwelle erheblich überschreitet wie bei 1:5, sinkt die Grösse des zugehörigen Netzhautbildes sofort und nähert sich bei weiterer Verschärfung der Knickung sehr schnell derjenigen Länge, welche dasselbe in minimo haben muss, wenn überhaupt zwei sich schneidende Linien in ihrem gegenseitigen Verhältnisse noch erkannt werden sollen. Bei einer Knickung, welche nach unserer Bezeichnung dem Werthe 5:10 entsprechen würde, ist das Netzhautbild etwa 0,023 (in gerader Verbindung der entsprechenden Stellen zu beiden Seiten des Winkelmaasses). Kleiner

kann dasselbe, für mein Auge wenigstens, nicht werden, selbst wenn ich den Winkel bis zu einem spitzen verkleinere, da bei noch weiterer Einschränkung des Bildes die einzelnen Theile mir überhaupt nicht mehr unterscheidbar sind.

Wollten wir dieses Verhalten der Netzhautbilder durch eine Curve darstellen, deren Ordinaten die Bildgrösse und deren Abscissen die Abweichungen von der Geraden darstellen, so würde dieselbe anfangs sehr langsam abfallen, aber nur eine kurze Strecke weit, alsdann sehr steil sich senken bis zu einem gewissen Punkte, von welchem ab sie asymptotisch weiter verlaufen würde. Allmälige Uebergänge der Bildgrösse, welche zu der Grösse des betreffenden Winkels ein bestimmtes Verhältniss zeigten, finden somit nicht statt.

Bei diesen Untersuchungen ist es nicht gleichgültig, ob man die betreffenden sich schneidenden Linien für sich allein betrachtet, oder ob der Vergleich mit einer dritten möglich ist. Es wäre also zu prüfen, wie der Vergleich mit einer solchen Linie wirkt, welche z. B. der ursprünglichen, vor der Abknickung gegebenen Richtung parallel ist und in passender Entfernung von den beiden anderen verläuft. Das Vorhandensein einer solchen dritten Linie wird für die Beobachtung hauptsächlich dann eine Unterstützung sein, wenn wir im Stande sind zu bemerken, dass der eine Winkelschenkel der betreffenden Linie parallel verläuft, der andere nicht. Entzieht sich dies der Feststellung, so kann das Vorhandensein einer dritten Linie die Beobachtung nicht wesentlich erleichtern, unter Umständen sogar erschweren. Die Frage muss somit zusammenfallen mit derjenigen, inwieweit wir überhaupt im Stande sind, zu beurtheilen, ob zwei Linien parallel sind oder nicht. Wir haben also den Fall, dass zwei Linien sich nicht schneiden, sondern in gewisser Entfernung neben einander verlaufen, und handelt es sich darum, das gegenseitige Verhältniss ihrer Richtung abzuschätzen. Dass dies für die Beurtheilung von Formen von grosser Wichtigkeit ist, liegt auf der Hand, indem z. B. ein Parallelogramm einen ganz anderen optischen Eindruck hervorruft, als ein unregelmässiges Viereck. Diese Fähigkeit des Sehorganes, neben einander laufende Linien in ihrer gegenseitigen Lage zu erkennen, ist lange, bevor sie theoretisch untersucht war, schon praktisch, wenn auch in sehr grober Weise verwerthet worden in den sog. mechanischen Telegraphen. So bestand z. B. das System von Chapppe (1793) darin, dass auf grosse Entfernungen sichtbare

Balken aufgestellt und durch Veränderung ihrer gegenseitigen Lage bestimmte verabredete Zeichen gegeben wurden.

Hierher gehörige wissenschaftliche Untersuchungen sind schon mehrfach angestellt¹⁾. Nach Helmholtz²⁾ sind wir im Stande, mit grosser Genauigkeit zu entscheiden, ob gerade Linien parallel sind oder nicht. Dies geschähe in der Weise, dass der Blick an einer von ihnen oder in der Mitte zwischen ihnen hin und her geht, wodurch wir mit grosser Genauigkeit erkennen könnten, ob der Abstand an dem einen Ende ebenso gross oder grösser ist, als an dem anderen. Ebenso seien wir mit verhältnissmässig grosser Sicherheit im Stande zu erkennen, ob zwei Winkel, deren Schenkel einander parallel gerichtet sind, gleiche Grösse haben, weil wir eine kleine Abweichung vom Parallelismus der Schenkel leicht erkennen und daraus auf die Ungleichheit der Winkel schliessen könnten. In Folge dessen sei auch die Vergleichung solcher Winkel, deren Schenkel nicht parallel sind, nicht nur sehr unsicher, sondern ziemlich regelmässigen constanten Fehlern unterworfen. Eigene Versuche hierüber hat Helmholtz nicht mitgetheilt und verweist auf eine Veröffentlichung von Mach³⁾, in welcher die Urtheilsfähigkeit für den Parallelismus von Linien verschiedener Lage geprüft ist. Die Versuche waren in der Weise angestellt, dass auf zwei neben einander liegenden, mit Gradeintheilung versehenen Scheiben je ein Faden angebracht war, welcher vom Centrum nach einem Punkte der Peripherie sich erstreckte. Auf der einen Scheibe wurde der Faden in eine beliebige Lage gebracht und nun versucht, dem der anderen Seite möglichst genau dieselbe Lage zu geben bei binocularer Betrachtung. Hierbei zeigte sich, dass die Beobachtung am sichersten war in horizontaler und verticaler Lage des Fadens, aber bei schrägem Verlaufe erheblich unsicherer wurde. Während der mittlere variable Fehler bei 0° und 90° 0,2—0,3 war, hatte er bei 45° den Werth 1,3, bei 60° 1,4. Von 0° — 20° und andererseits von 90° — 70° wuchs der Fehler sehr schnell, machte aber zwischen 20° und 70° nur geringe Schwankungen. Ein bestimmtes gesetzmässiges Verhalten ist jedenfalls aus den angegebenen Zahlen nicht zu erkennen. Bei solchen

1) Die von Jastrow, *Americ. Journ. of Psych.* t. 5 p. 2, sind mir weder im Originale zugänglich, noch habe ich ein Referat über dieselben finden können.

2) *Physiol. Opt.* 2. Aufl. S. 687.

3) *Sitzungsber. d. kais. Akademie* Bd. 43. Wien 1861.

Versuchen ist sehr wichtig der gegenseitige Abstand der verglichenen Linien, sowie ihre Länge. Liegen dieselben nahe bei einander, so müssen Abweichungen von der parallelen Richtung leichter erkannt werden, als bei grösserer Entfernung. Die Art der Schätzung soll ja nach Helmholtz darin bestehen, dass wir unter Hin- und Herbewegen des Auges die Grösse des Abstandes an den beiden Enden der Linien vergleichen. Wäre nun das Fechner-Weber'sche Gesetz in Bezug auf das Augenmaass richtig, so müsste die Differenz des Abstandes an beiden Enden, welche eben noch erkennbar ist, in gleichem Verhältnisse mit diesem Abstände selbst wachsen, d. h. also, wenn bei einem Abstände $= x$ eine Differenz $= d$ noch erkennbar ist, so müsste bei einem Abstände $= 2x$ die Differenz mindestens $2d$ sein, um über die Schwelle zu treten, bei $3x = 3d$ u. s. w. Wenn nun auch das Weber'sche Gesetz für das Augenmaass nicht zutrifft, und somit eine Zunahme der Differenz in dem obigen bestimmten Verhältnisse nicht stattfindet, so ist i. A. mit der Vergrösserung von x doch auch eine solche von d nothwendig, und würde also in Anwendung auf unseren Fall dies bedeuten, dass, je mehr der Abstand zweier Linien zunimmt, um so grösser die Abweichung von der Parallelen werden muss, wenn sie die Grenzen der Wahrnehmbarkeit überschreiten soll, und ebenso wird eine Abweichung von der Parallelen, welche in einem bestimmten Abstände deutlich ist, nicht mehr über die Schwelle treten, wenn dieser Abstand zunimmt. Aus dergleichen Erwägungen erklärt sich die Bedeutung, welche die Länge der Linien für die Beurtheilung dieses Verhältnisses hat. Bei nicht vorhandener Parallelität wächst natürlich die Differenz des Abstandes zweier Linien an beiden Enden um so mehr, je länger die Linien selbst sind. Man überzeugt sich ja auch leicht davon, dass bei sehr kurzen Linien Abweichungen von dem parallelen Verlaufe sehr schwer erkennbar sein können, welche bei ihrer Verlängerung sofort deutlich werden. Freilich hat diese durch die Länge der Linien gewonnene Erleichterung auch wieder ihre Grenzen. Ist die Differenz des Abstandes erst auf eine sehr erhebliche Länge zu bemerken, so ist die Schätzung insofern erschwert, als das Gedächtniss hierbei wesentlich zu Hülfe genommen werden muss. Indem der Blick von dem einen Ende der beiden Linien zum anderen hineilt, muss der Beobachter das Bild des ersten Abstandes im Gedächtniss festzuhalten suchen, um es mit dem des zweiten zu vergleichen. Der Unterschied des Abstandes beider Linien

wird nun um so besser bemerkbar werden, ein je weniger langes Festhalten des ersten Eindrucks beansprucht wird. Abgesehen davon fällt bei zu grosser Länge beider Linien eine Erleichterung dadurch fort, dass das indirecte Sehen nicht mehr verwendet werden kann. Diese Bedeutung des indirecten Sehens für das Augenmaass ist nicht zu unterschätzen. In einer früheren Arbeit¹⁾ habe ich festgestellt, dass bis zu einem Abstände von 50° vom Centrum eine Schätzung nach dem Augenmaass sehr wohl möglich ist und bis zu 35° sogar mit beträchtlicher Genauigkeit ausgeführt werden kann. Der Vergleich beider Enden mit Hülfe des indirecten Sehens hört aber natürlich auf, sobald die Linien eine gewisse Länge überschreiten, für mich, wie gesagt, sobald das Netzhautbild des einen Endes weiter als 50° vom Centrum entfernt ist. Nach Ueberschreitung dieser Grenze würde die Schätzung vollkommen mit Hülfe des Gedächtnisses auszuführen sein, und wir wissen aus den Versuchen von v. Kries²⁾, dass trotz des kurzen Zeitintervalls, welches das Auge beansprucht, um von einem Ende der Linien zum anderen zu gelangen, eine solche Schätzung aus dem Gedächtnisse sehr ungenau ist. Er sagt, dass selbst eine Vergleichung zweier Sehwinkel, die gleich nach einander wahrgenommen werden, in höchstem Grade schwierig und unsicher ist. Die kleine, für die Wendung des Kopfes erforderliche Zeit reiche aus, um das Gedächtnissbild des betreffenden Seh winkels, wenn ein solches überhaupt entstehe, in höchstem Grade unsicher zu machen. Er belegt dies durch eine Tabelle, deren Zahlen nicht nur ganz erhebliche Schwankungen unter sich, sondern überhaupt ganz enorme Fehler aufweisen.

Bei der Bedeutung, welche die Fähigkeit, den Parallelismus zu beurtheilen, für den Formensinn hat, war eine nähere Untersuchung derselben nicht zu umgehen unter Berücksichtigung der durch die bisherigen Erfahrungen gewonnenen Gesichtspunkte. Entsprechend unserer Absicht, die für den Formensinn bestehenden Schwellenwerthe festzustellen, war die eben noch merkliche Abweichung vom Parallelismus zu ermitteln. Die Länge der Linien und ihr gegenseitiger Abstand mussten in dem oben besprochenen Sinne berücksichtigt werden, und zwar wurde die erstere so gewählt, dass sie stets innerhalb des Bezirkes von 35° blieb, während der letztere

1) Zeitschr. f. Psychol. und Physiol. der Sinnesorgane Bd. 10.

2) Festschrift zur Feier des 70. Geburtstages von H. v. Helmholtz.

für die einzelnen Versuchsreihen constant genommen wurde. Im Einzelnen war die Versuchsanordnung folgende: Zwei Linien wurden in ihrer Lage mit einander verglichen, von denen die eine auf bestimmte Länge um 1 mm von der Parallelen abwich. Da die Linien sich wie oben in einem Abstände von 50 cm vom Auge befinden sollten, so wurde ihre Länge auf 30 cm bemessen, bei welchem Verhältnisse die Gesichtsfeldgrenze von 35° nicht überschritten wurde, selbst wenn die Abstände an den beiden äussersten Endpunkten der Linien verglichen wurden, was indessen, wie wir gleich sehen werden, niemals erforderlich war. Es wurden drei verschiedene Abstände für das eine Ende gewählt, nämlich 1, 2 und 3 cm. Bei Betrachtung dieser Linien in ihrer ganzen Ausdehnung mit freiem Blicke zeigte sich immer, dass die Abweichung von der Parallelen deutlich zu erkennen war. Um den Schwellenwerth der eben merklichen Abweichung zu bestimmen, konnte in zweierlei Weise verfahren werden, entweder wurde die eine Linie beweglich gemacht, so dass sie ihre Lage allmählig änderte, und die Grenze bestimmt, bei welcher die Schiefheit erkennbar war, oder die Abweichung blieb constant, wie oben angegeben, und es wurde ausgegangen von einer Länge der Linien, bei welcher diese noch parallel erschienen. Indem alsdann allmählig immer grössere Strecken von ihnen aufgedeckt wurden, änderte sich auch der Abstand an den beiden Enden, und sowie der Zeitpunkt eintrat, wo der Unterschied sich zeigte, konnte aus der nunmehr abgemessenen Länge der Abstand an dem betreffenden Ende, und somit die Abweichung von der Parallelen berechnet werden. Das erstere Verfahren erschien als das complicirtere, da man zur Anwendung desselben die eine der beiden Linien gegen die andere hätte beweglich machen müssen in der Weise, dass sie an einem Ende fixirt und mit einer Vorrichtung zur allmählichen Lageveränderung des anderen versehen wurde (Mach). Bei dem zweiten dagegen war die Einrichtung einfach die, dass zwei Linien auf weissen Carton gezogen wurden mit der angegebenen Abweichung von der Parallelen (1:30), und nunmehr durch Abziehen eines verdeckenden Schiebers allmählig immer grössere Strecken der Linien für den Beobachter sichtbar gemacht wurden. Abgesehen von dieser Bequemlichkeit der Einrichtung schien es vortheilhafter, anstatt des Abstandes selbst die Längen der Linien einzustellen, weil diese voraussichtlich einen grösseren Spielraum bieten mussten. Wie wir unten aus den Tabellen sehen werden, zeigen die auf die Abstände umgerechneten

Differenzen der Längen so kleine Werthe, dass ihre directe Messung nur sehr schwer hätte ausgeführt werden können.

Hiermit ist das Wesentliche der Versuchsanordnung angegeben, welche also, kurz zusammengefasst, sich so gestaltete, dass in einer Entfernung von 50 cm von dem Beobachter unter übrigens gleichen Verhältnissen wie in den obigen Versuchen, eine senkrechte weisse Tafel aufgestellt war mit zwei Linien, welche in drei verschiedenen Versuchsreihen die angegebenen Abstände von 1, 2 und 3 cm und die Abweichung von der Parallelen 1:30 hatten. Vor Beginn des Versuches waren die Linien durch einen weissen Schieber verdeckt, welcher allmähig in der Längsrichtung der Linien entfernt wurde, und zwar so, dass einmal das schmalere, das andere Mal das breitere Ende sich zuerst zeigte. In der Bahn des Schiebers war eine Millimeteereintheilung angebracht zum Ablesen der eingestellten Länge. Es wurden jedes Mal wieder zehn Einstellungen gemacht, und die Versuche, wie übrigens auch bei allen anderen Beobachtungen, später häufig controlirt. Die weisse Tafel war um eine auf ihrer Mitte senkrechte Achse drehbar, so dass die Untersuchung in verschiedenen Lagen (horizontal, vertical, schräg) vorgenommen werden konnte. Die Ergebnisse sind in beifolgender Tabelle D zusammengestellt, welche nach dem Gesagten in ihrer Anordnung ohne Weiteres verständlich ist, und nur insofern einer Erläuterung bedarf, als die Zahlen die Längen der von dem Schieber nicht mehr bedeckten Linien bedeuten. Der grösseren Länge entsprechen natürlich auch die grösseren Abstände, und ist somit das Maass der Schwierigkeit, welche die Schätzung in den einzelnen Richtungen bietet, aus diesen Zahlen ersichtlich. Ob die Aufdeckung der Linien vom schmalen zum breiten Ende erfolgte, oder umgekehrt, erwies sich als gleichgültig, indem sich nur unwesentliche Differenzen der entsprechenden Werthe zeigten. Am leichtesten gelang mir die Beobachtung immer bei den verticalen Linien, denn diesen entsprechen die kleinsten

Tabelle D.

Abstand	Horizontal		Vertical		Schräge Lagen (45°)			
	Schmales Ende		Schmales Ende		Schmales Ende			
	r.	l.	u.	o.	r. u.	l. o.	l. u.	r. o.
1 cm	7,06	7,24	6,43	6,32	6,59	6,67	6,95	6,39
2 "	8,34	8,78	7,67	7,85	8,29	8,1	8,15	8,26
3 "	10,36	10,72	10,01	10,02	9,63	10,6	9,91	10,28

Längen der ganzen Tabelle. Dieser günstige Einfluss der verticalen Richtung macht sich auch noch bei den Schräglagen bemerkbar, welche ja die Mitte halten zwischen der Senkrechten und Wage-rechten. Sie zeigen ebenfalls kleinere Werthe als die Horizontal-lage. Das Ergebniss von Mach (s. o.) in Bezug auf die Schräglagen kann ich somit nicht bestätigen, wenngleich hervorgehoben werden muss, dass seine Versuchsanordnung eine andere war. Wenn ich von zwei Linien entscheiden will, ob sie genau parallel sind oder nicht, so gelingt mir dies immer etwas leichter, wenn ich dieselben senkrecht stelle, und scheinen mir hierbei Differenzen, die an der Grenze der Wahrnehmbarkeit stehen, deutlicher als bei horizontaler Lage. (Der Blick konnte bei diesen Versuchen immer ungehindert zwischen beiden Enden hin und her gleiten.) Indessen wenn auch bei Betrachtung der obigen Zahlen der Tabelle D Unterschiede hervortreten, so werden diese wieder verschwindend klein, wenn wir statt der Längen der Linien die Abstände an den betreffenden Stellen betrachten. Diese sind in Tabelle E zusammengestellt. Hier zeigen sich die Unterschiede allenthalben erst bei der zweiten Decimalstelle, und kann somit von einer entschiedenen Benachtheiligung der einen oder anderen Richtung kaum die Rede sein. Ich lasse es dahingestellt, ob nicht bei einer Vermehrung der Zahl der Einzelbeobachtungen die Differenzen ganz verschwinden und sich in der einen oder anderen Weise ausgleichen würden.

Tabelle E.

Abstand	Horizontal Schmales Ende		Vertical Schmales Ende		Schräge Lagen (45 °) Schmales Ende			
	r.	l.	u.	o.	r. u.	l. o.	l. u.	r. o.
1 cm	1,235	1,241	1,214	1,21	1,217	1,222	1,231	1,213
2 "	2,278	2,292	2,256	2,261	2,276	2,27	2,271	2,275
3 "	3,345	3,357	3,333	3,34	3,321	3,353	3,33	3,342

Wir hatten angenommen, entsprechend der oben angeführten Bemerkung von Helmholtz, dass die Beurtheilung des Parallelismus zweier Linien dadurch erfolge, dass der Blick von einem Ende zum anderen hin und her wandert, und wir zu beurtheilen suchen, ob die Abstände an beiden Enden gleich sind: der Vorgang wäre also im Wesentlichen derselbe, wie wenn wir die Linien selbst uns entfernt denken und die für sich allein aufgezogenen Abstände mit

einander vergleichen. Die Beurtheilung würde dadurch vollkommen als eine Thätigkeit des Augenmaasses erscheinen, und müssten somit die Ergebnisse ähnlich sein, wie wir sie bei Prüfung des Augenmaasses finden. Zum Vergleiche habe ich daher Versuche angestellt, welche genau in der bisherigen Weise angeordnet waren, nur mit dem Unterschiede, dass die Linien selbst fortfielen und nur ihre Distanzen in einem gewissen, aus den obigen Versuchen sich ergebenden Abstände verglichen wurden. Als solche wählte ich einen von 10 cm, welcher der grössten in der Tabelle D vorkommenden Länge der Linien annähernd entspricht, ferner einen von 8 cm, welcher ungefähr der Liniendistanz von 2 cm, und einen von 7 cm, welcher derjenigen von 1 cm entspricht. In diesen Abständen waren zwei Linien gezogen, von denen in der ersten Versuchsreihe die eine

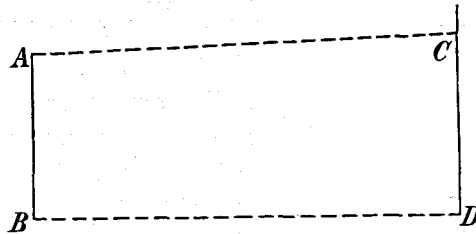


Fig. 2.

3 cm Länge hatte, entsprechend dem obigen grössten Abstände der parallelen Linien. Die Länge der zweiten sollte erst eingestellt werden, und war dieselbe von einem Schieber bedeckt, welcher so lange vorwärts bewegt wurde, bis sie merklich länger erschien, als die andere. Hiermit waren die Verhältnisse des Versuches wiedergegeben, bei welchem zwei Linien, die in einem Abstände von 3 cm neben einander liefen, vom schmalen Ende her allmähig aufgedeckt wurden bis zu dem Punkte, wo sie nicht mehr parallel erschienen. Der Blick durfte natürlich sich auch jetzt frei von der einen Linie zur anderen bewegen. Fig. 2 erläutert das Gesagte. In derselben entsprechen die punktirten Linien AC und BD den Längen von 10, bezw. 8 und 7 cm. AB ist der Abstand von 3, bezw. 2 und 1 cm. CD ist die gesuchte Grösse, welche durch den Schieber eingestellt wurde, so dass sie eben länger (in der Zeichnung übertrieben) erschien als AB . Denken wir uns die Linien AB und CD fort und statt derselben die punktirten ausgezogen, so haben wir die Verhältnisse der früheren Versuche.

Das Ergebniss war folgendes. Für den Abstand von 10 cm der beiden Distanzen, von denen die eine 3 cm lang war, fand sich als mittlere Fehldistanz aus zehn Versuchen 3,099 cm, so bestimmt, wie gesagt, dass die rechts stehende Linie eben grösser erschien, als die links stehende. Die entsprechende Fehldistanz für die 2 cm lange Linie im Abstände von 8 cm war 2,024 und für die letzte 1,024. Die analogen Zahlen in obiger Tabelle E sind die bei horizontaler Linienrichtung und schmalen Ende nach links gefundenen. Dieselben lauten: 3,357, 2,292 und 1,241. Der mittlere variable Fehler ist in den Fig. 2 entsprechenden Fällen 0,0412, 0,0372 und 0,0252; für die analogen Bestimmungen in Tab. E ergeben sich als mittlere variable Fehler 0,0137, bzw. 0,0135 und 0,0154.

Die Zahlen würden bei einer grösseren Versuchsreihe an Zuverlässigkeit natürlich erheblich gewinnen, und bin ich mir wohl bewusst, dass dieselben sich zu weitgehenden Schlüssen nicht verwerthen lassen. Einzelne constant wiederkehrende Verhältnisse können aber nicht als blosse Zufälligkeiten erklärt werden. Es zeigt sich nun zunächst, dass die mittleren variablen Fehler bei der Schätzung des Parallelismus zweier Linien unter den von uns gewählten Versuchsbedingungen für alle drei Distanzen fast gleich sind. Auf die Differenzen in der dritten und vierten Decimalstelle darf man wohl keinen besonderen Werth legen, da bei je zehn Einstellungen schon eine einzige mit verminderter Aufmerksamkeit vorgenommene genügt, um solche Unterschiede hervorzurufen. Bei der Vergleichung der durch Linien markirten Distanzen (Fig. 2) zeigt sich aber eine Zunahme je mit der Zunahme der Distanz, wenn auch nicht entsprechend dem Weber'schen Gesetze, was nach dem oben Gesagten nicht zu erwarten war. Es finden sich also im letzteren Falle analoge Verhältnisse, wie sie den früheren Beobachtungen über das Augenmaass entsprechen, und wenn die in Bezug auf parallele Linien gemachten Erfahrungen ein anderes Ergebniss zeigen, so müssen wir daraus schliessen, dass hier nicht lediglich das Augenmaass in Betracht kommt. Bei dem Versuche einer Erklärung könnte man daran denken, dass in dem einen Falle die abzuschätzende Distanz als scharfe Linie, in dem anderen nur als Zwischenraum zwischen zwei anderen Linien sich zeigt. Dann sollte man sagen, dass in ersterem Falle die Schätzung genauer sein müsste. Dies ist sie nun auch in der That, insofern die Fehldistanz der gegebenen viel näher kommt, und also auch der Unterschied, welcher die erstere grösser erscheinen lässt, ein viel kleinerer ist,

als bei Beurtheilung des Parallelismus. Es ergibt sich dies aus einer Vergleichung der beiden Tabellen F und G, von welchen die erstere die Fehldistanzen, die für den Parallelismus in den angegebenen Abständen gefunden sind, wiedergibt, die zweite die entsprechenden der anderen Versuchsreihe (Fig. 2).

Tabelle F.

1 cm	2 cm	3 cm
1,236	2,296	3,343
1,233	2,306	3,33
1,206	2,32	3,373
1,223	2,306	3,373
1,23	2,293	3,36
1,26	2,273	3,34
1,26	2,3	3,363
1,243	2,273	3,363
1,256	2,383	3,37
1,263	2,273	3,36

Tabelle G.

1 cm	2 cm	3 cm
0,99	2,1	3,12
1,05	2,05	3,2
0,98	1,98	3,08
1,03	2,03	3,13
1,0	2,05	3,0
1,05	1,95	3,05
1,04	2,05	3,1
1,05	2,05	3,06
1,0	1,98	3,1
1,05	2,0	3,15

Wir sehen aus diesen beiden, dass in Tabelle G diejenigen Werthe, welche die Fehldistanz eben grösser erscheinen lassen, der gegebenen viel näher, in einigen Fällen sogar etwas kleiner sind. Die Schätzung ist also thatsächlich in diesem Falle weitaus genauer und zeigt sich im anderen das auffällige Verhalten des mittleren variablen Fehlers, dass derselbe, wenigstens für die gewählten Abstände, fast gleich bleibt. Vielleicht könnte nun aber, abgesehen von dem Unterschiede in der Genauigkeit, bei Vergleichung von Zwischenräumen die Art der Schätzung überhaupt eine andere sein, als bei der Vergleichung von Linien. Dies hängt aber auch wieder von der Versuchsanordnung ab, wie die bekannten Untersuchungen von Volkmann beweisen, welcher das Augenmaass in der Weise prüfte, dass er drei vertical aufgehängte Fäden so gegen einander verschob, dass ihre Zwischenräume gleich erschienen. Wenn er die Abstände wechseln liess, fand er das Weber'sche Gesetz nahezu bestätigt. Allerdings lagen hier die zu vergleichenden Zwischenräume dicht aneinander, und man könnte somit vermuthen, die Eigenthümlichkeiten der obigen Zahlen seien dadurch hervorgerufen, dass in diesen Versuchen die Abstände im Gesichtsfelde grösser waren und somit das peripherische Sehen mehr verworther wurde. Indessen ergeben meine Versuche über das Augenmaass der seitlichen Netzhauttheile (l. c.), dass hierbei die variablen Fehler sich

ganz analog verhalten wie bei centraler Beobachtung. Es zeigt sich demnach, dass beim Vergleiche annähernd paralleler Linien eine gewisse optische Täuschung entsteht, indem Unterschiede ihrer Abstände verschwinden, die unter anderen Umständen sofort hervortreten.

Unsere Vergleiche lehren also, dass bei Beurtheilung des Parallelismus die Schätzung der Zwischenräume an den Enden zweier Linien viel ungenauer erfolgt, als wir nach unseren Erfahrungen über das Augenmaass erwarten sollten, und dass andererseits ein Anwachsen des Fehlers nicht in der Weise stattfindet, wie wir es bei Untersuchung des Augenmaasses bemerken, noch viel weniger aber in dem Maasse, wie es der Fall sein müsste, wenn das Weber'sche Gesetz hier Gültigkeit hätte. Letzteres ergibt sich noch aus folgender Erwägung. Der Zwischenraum wird in den betreffenden Versuchen durchweg erheblich unterschätzt, viel mehr als bei der Vergleichung gegebener Linien, wo die Distanz, wie wir sahen, zuweilen sogar überschätzt wird. Würde nun diese Unterschätzung auch nur einigermaassen entsprechend dem Weber'schen Gesetze steigen, so würden wir sehr bald an eine Grenze kommen, wo der Fehler grösser ist als die Differenz von 1 mm an den beiden Enden. Alsdann könnte diese Differenz überhaupt nicht mehr über die Schwelle treten, und die Möglichkeit, den nicht parallelen Verlauf beider Linien zu erkennen, müsste bei wachsendem Abstände sehr bald aufhören. Nun finde ich aber, dass z. B. in einem Abstände von 15 cm unter den obigen Versuchsbedingungen die Abweichung von der Parallelen noch auf den ersten Blick erkannt wird, und wenn wir, wie oben, feststellen wollen, ob die ganze Linienlänge von 30 cm hierzu nothwendig ist, so findet sich, dass annähernd die Hälfte schon genügt. Es ist also eine Differenz des Zwischenraumes von etwa 0,5 mm hierbei erkennbar. Hieraus ergibt sich, dass der Fehler der Schätzung auch nicht annähernd mit dem Wachsen des Abstandes Schritt gehalten hat. Wäre andererseits der Schätzungsfehler bei parallelen Linien derselbe wie bei den Untersuchungen über das Augenmaass in unseren obigen Beispielen, d. h. wären wir im Stande, ebenso kleine Differenzen der Zwischenräume zu erkennen, so müsste schon bei 0,5—1,0 cm Linienlänge die Abweichung von der Parallelen bei den obigen Versuchsbedingungen erkannt werden, was mir wenigstens eine vollständige Unmöglichkeit ist.

Wir nahmen an, bei der Beurtheilung des Parallelismus zweier

Linien stehe der Beobachter unter dem Zwange einer optischen Täuschung, welche verhindert, dass das Augenmaass in Bezug auf die Beurtheilung der Zwischenräume in derselben Weise wie unter anderen Versuchsbedingungen functioniren kann. Die Richtung der einen Linie müsste demnach einen bestimmenden Einfluss auf den scheinbaren Verlauf der anderen haben. Nach dem Grundsatz, welchen Lipps¹⁾ für die Erklärung der optischen Täuschungen aufstellt, würde diese Erscheinung unserem Verständnisse vollkommen zugänglich sein. Er sagt (S. 257): „Neben einander Befindliches (so sahen wir) müssen wir uns, dem Gesetze der simultanen Einheit gemäss, nach Möglichkeit aus der Wirkung einer einzigen in sich einheitlichen Kraft verständlich machen. Jede Kraft, die irgendwo wirkt, hat so zu sagen ihre über diese unmittelbare Stelle ihres Wirkens hinausgehende Sphäre, über die sie ihre Wirkung verbreitet. Nun sind Kräfte nicht bloss Kräfte der Ausdehnung und Begrenzung, sondern zugleich Kräfte, die darauf abzielen, in bestimmter Richtung zu wirken, kurz: Richtung gebende Kräfte, oder Kräfte zur Verwirklichung einer bestimmten Richtung. Ist also irgendwo eine bestimmte Richtung verwirklicht, so ist für unsere Vorstellung eine auf die Verwirklichung eben dieser Richtung abzielende Kraft auch in der Umgebung wirksam.“ Es wäre hiernach erklärlich, dass bei zwei neben einander laufenden Linien die Vorstellung gleicher Richtung so lange wie möglich festgehalten wird, so dass die Unterschiede in dem Zwischenraume weniger deutlich hervortreten.

Kehren wir nunmehr zu derjenigen Frage zurück, welche uns die Veranlassung gab zur Untersuchung des Parallelismus, nämlich inwieweit die Anwesenheit einer dritten Linie auf die Erkennbarkeit einer Abknickung von Einfluss ist, so müssen wir schliessen, dass diese in einer allgemein gültigen Form sich überhaupt nicht beantworten lässt. Ob wir erkennen können, dass diese Linie zu dem einen Schenkel einen parallelen Verlauf hat, zu dem anderen nicht, wird sich in jedem einzelnen Falle verschieden verhalten und hauptsächlich von dem Abstände der zu vergleichenden Linien und dem Grade ihrer gegenseitigen Neigung abhängen, wie aus den obigen Tabellen ersichtlich.

1) Raumästhetik und geometrisch optische Täuschung. Leipzig 1897.

B) Gekrümmte Linien.

a) Gleichmässige Krümmung.

Wir können uns die Aufgabe stellen, ebenso wie den geringsten Grad einer eben merklichen Knickung einer geraden Linie, so auch die dem Auge eben erkennbare gleichmässige Krümmung einer solchen zu ermitteln. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass unter Umständen auch eine wirklich gerade Linie gekrümmt erscheinen kann, je nach der Stellung, in welcher sie sich befindet. Betrachten wir z. B. die Kante eines horizontal gehaltenen Lineals bei gesenkter Blickebene, so erscheint die Kante nach oben concav, halten wir es zu hoch, so erscheint sie nach unten concav¹⁾. Diese Täuschung bleibt bestehen, wenn man das Lineal umwendet, und überzeugt man sich auf diese Weise, dass nicht etwa thatsächlich eine Krümmung vorhanden war, da diese nach Umwendung des Lineals ja die entgegengesetzte Richtung haben müsste. Hält man dasselbe Lineal so, dass die Mitte seiner Kante der Primärstellung entspricht, so erscheint diese gerade, wenn sie wirklich gerade ist. Eine ähnliche Täuschung beschreibt Helmholtz in folgender Weise (S. 640): „Man suche sich am gestirnten Himmel drei hinreichend helle und weit von einander entfernte Sterne, die nahehin in einer geraden horizontalen Linie stehen. Wir wollen voraussetzen, sie schienen in einer geraden Linie zu stehen, wenn man das Gesicht so weit erhebt, dass die Primärstellung der Gesichtslinien auf den mittleren Stern gerichtet ist. Dann werden dieselben Sterne eine nach unten concave Linie zu bilden scheinen, wenn man ihre Reihe mit dem Blicke durchläuft, während das Gesicht weniger gehoben wird als vorher; die Augen im Kopfe also mehr; und sie werden wie eine nach unten convexe Linie erscheinen, wenn das Gesicht mehr erhoben wird als früher, und die Augen im Kopfe also gesenkt werden müssen, um nach den drei Sternen zu sehen. Der Grund dieser Täuschungen ist in den Raddrehungen des Auges zu suchen. Blickt man nach dem rechten Ende der Sternereihe, so sind bei gehobenem Blicke die Netzhauthorizonte gegen die Visirlinie so gedreht, dass ihre rechte Seite gehoben ist. Das rechte Ende der Sternereihe erscheint dann gesenkt; ebenso das linke, wenn man nach dem links gelegenen Sterne blickt, die ganze Linie

1) Helmholtz, *Physiol. Opt.* 2. Aufl. S. 686.

also concav nach unten; umgekehrt bei kinnwärts gewendetem Blick.“ Es folgt hieraus, dass es bei solchen Untersuchungen sehr wesentlich auf die Stellung des betrachteten Gegenstandes im Raume ankommt. Man würde immer möglichst die Primärstellung einzuhalten haben, und konnte Helmholtz (l. c. S. 686) in dieser schon einen sehr geringen Grad von Krümmung erkennen an einem Lineale, indem er dasselbe öfter umwandte, so dass es bald die eine, bald die andere Fläche gegen ihn kehrte. Auf diese Weise war er im Stande, die Krümmung zu erkennen an einem Elfenbeinlineale von 200 mm Länge, welches convex war, und dessen Krümmung in der Mitte nur 0,35 mm von der geraden Linie nach aussen bauchte, dessen Krümmungsradius demnach etwa 14 m betrug; ebenso bei einem anderen concaven Lineale, welches in der Mitte um 0,5 mm abwich. Ob dies für H. die äusserste erreichbare Grenze war, hat er nicht ausdrücklich angegeben. Dass man auf diesem Wege, also mit Hülfe von gekrümmten Linealen oder dergl. leicht dazu kommen könnte, einen solchen Schwellenwerth für die Wahrnehmbarkeit von Krümmungen zu bestimmen, ist nicht sehr wahrscheinlich. Ich habe mich wie bisher auf weisses Papier gezogener Linien bedient, ohne den Vortheil zu benutzen, das Object während der Untersuchung nach verschiedenen Richtungen zu drehen. Dasselbe blieb vielmehr bei jeder Versuchsreihe unverändert und wurde erst nach und nach in verschiedene Lagen gedreht.

Die Möglichkeit, zu beurtheilen, ob eine Linie gerade oder krumm ist, muss wiederum von der Länge derselben abhängen. Denken wir uns eine fortlaufende Kreislinie, so werden wir immer ein Stück derselben finden können, welches so klein ist, dass uns dasselbe nicht mehr gebogen, sondern als gerade Linie erscheint. Die Grösse dieses Stückes hängt ab von dem Grade der Krümmung, denn je stärker die letztere, um so schneller wird man bei allmäliger Vergrösserung des Stückes sich darüber klar werden, dass es nicht gerade ist, und es entsteht hier gleich die Frage, auf die wir aber erst später eingehen können, ob sich ein bestimmtes Verhältniss finden lässt zwischen dem Radius der Krümmung und der Grösse derjenigen Strecke, welche erforderlich ist, um zu erkennen, dass die Linie gebogen verläuft. Die Möglichkeit einer solchen Unterscheidung wird erst aufhören, wenn der Kreis einen so grossen Umfang annimmt, dass er nicht mehr überblickt werden kann, denn solange die Linie als eine in sich zurückkehrende erkennbar ist, werden

auch immer einzelne Theile des Umfanges als gebogene Linien sich darbieten, wenn sie nur eine hinreichende Länge haben.

Diese Bedeutung der Grösse des untersuchten Stückes habe ich bei meinen Versuchen benutzt zur Feststellung des Schwellenwerthes, und dieselben in der Weise angestellt, dass ich Bogenstücke von Kreisen zu 1, 0,5, 0,25, 0,0625, 0,031 und 0,015 m Radius anfertigte, und nun durch unmittelbare Messung festzustellen suchte, wie gross diese Stücke sein mussten, damit die Krümmung eben über die Schwelle trat. Die Bogenstücke befanden sich wiederum auf einer weissen, wie oben aufgestellten Tafel in 50 cm Entfernung vom Auge. Zur Messung wurden auch hier die Schenkel eines Winkels benutzt, dessen Grösse bekannt war, so dass man aus der direct abgelesenen Seitenlänge die Grundlinie berechnen konnte. Von dem ganzen Kreise war nur das zwischen den Schenkeln liegende Bogenstück sichtbar, so dass die Aufmerksamkeit nicht etwa durch seitlich zum Vorschein kommende Linien abgelenkt wurde. Das Maass lag bei Beginn des Versuches mit der Spitze auf dem Bogenstücke, und wurde alsdann allmählig abgezogen, so dass die Linie immer zunächst gerade erschien und derjenige Moment notirt wurde, wo die Krümmung anfang deutlich zu werden. Umgekehrte Versuche in dem Sinne, dass die Länge wäre festgestellt worden, bei welcher die vorher sichtbare Krümmung verschwand, habe ich nicht angestellt. Wurde das Maass z. B. bei nach oben convexer Krümmung in der Richtung nach unten verschoben, so erschien die Wölbung von der Spitze des Maasses abgewendet; fand die Verschiebung in der Richtung nach oben statt, so war die Wölbung der Spitze zugewendet, ging also gewissermaassen zwischen die Winkelschenkel hinein. Ein nachweisbarer Unterschied für die Beurtheilung schien mir hierdurch nicht zu entstehen, doch habe ich, um das Bild zu ändern und hierdurch die Aufmerksamkeit mehr anzuregen, von zehn Versuchen je immer fünf auf die eine, fünf auf die andere Art angestellt.

In den Tabellen H, J, K, L bedeutet jedes Mal der erste Stab den Radius der untersuchten Krümmung, die Zahlen des zweiten die mittlere Fehldistanz aus je zehn Versuchen, die des dritten den hieraus berechneten Durchmesser des zugehörigen Netzhautbildes. Sie unterscheiden sich nur durch die in der Ueberschrift angegebene Richtung der Krümmungen. Diese letzteren sind bezeichnet durch die Lage der den Kreislinien entsprechenden Sehnen, und gehören zu jeder dieser Lagen zwei verschiedene Kreisbogen, je nach der Richtung

Tabelle H.

Rad.	H o r i z o n t a l			
	convex nach oben		convex nach unten	
	M. FD.	N. B.	M. FD.	N. B.
1,0	21,216	0,636	21,4	0,642
0,5	15,35	0,46	15,35	0,46
0,25	11,856	0,347	12,012	0,36
0,125	6,084	0,182	5,959	0,178
0,0625	4,555	0,136	4,617	0,138
0,031	2,8	0,084	3,026	0,09
0,015	1,31	0,039	1,638	0,048

Tabelle J.

Rad.	V e r t i c a l			
	convex nach links		convex nach rechts	
	M. FD.	N. B.	M. FD.	N. B.
1,0	21,59	0,647	21,559	0,646
0,5	15,381	0,461	15,444	0,463
0,25	12,207	0,366	12,105	0,363
0,125	5,959	0,178	5,834	0,174
0,0625	4,555	0,136	4,461	0,133
0,031	2,87	0,086	2,776	0,083
0,015	1,497	0,044	1,482	0,044

Tabelle K.

Rad.	Schräg links unten nach rechts oben			
	convex nach rechts unten		convex nach links oben	
	M. FD.	N. B.	M. FD.	N. B.
1,0	22,058	0,661	21,746	0,653
0,5	15,444	0,463	15,662	0,469
0,25	12,23	0,366	12,573	0,377
0,125	7,113	0,213	6,364	0,19
0,0625	5,366	0,16	5,397	0,161
0,031	3,057	0,091	3,057	0,091
0,015	1,778	0,053	1,684	0,05

ihrer Convexität, zu der horizontalen einer nach oben und einer nach unten, zu der verticalen einer nach links und einer nach rechts u. s. w. Wir sehen, dass in Bezug auf die zu einer jeden solchen Lage gehörenden Kreissegmente die gefundenen Ergebnisse sehr gut übereinstimmen, und würden durch Zusammenlegung von je zwei zu einander gehörenden Zahlen der Tabellen Mittelwerthe aus je 20 Einstellungen gefunden werden, welche von den ange-

Tabelle L.

Rad.	Schräg links oben nach rechts unten			
	convex nach rechts oben		convex nach links unten	
	M. FD.	N. B.	M. FD.	N. B.
1,0	21,528	0,645	21,808	0,654
0,5	15,444	0,463	15,506	0,465
0,25	12,074	0,362	12,199	0,365
0,125	6 146	0,184	6,084	0,182
0,0625	4,804	0,144	4,68	0,14
0,031	2,932	0,087	3,057	0,091
0,015	1,435	0,043	1,528	0,045

gebenen nicht wesentlich abweichen. Es ist also gleichgültig, nach welcher Seite der Kreisbogen gerichtet ist, und kommt es nur auf die Lage der Sehne an. Vergleichen wir nun die Richtungen dieser, so würden die Mittelzahlen aus denselben auch keine grossen Unterschiede aufweisen. Die der horizontalen und verticalen Richtung entsprechenden stimmen jedenfalls sehr gut, die schrägen Bogen zeigen allerdings höhere Werthe, namentlich in Bezug auf die kleineren Radien, und erscheint demnach der Schluss berechtigt, dass diese Lagen in Bezug auf die Erkennbarkeit der Krümmung einer Linie gegen die wagerechte und senkrechte benachtheiligt sind. Die grössere Schwankung in den gefundenen Einzelwerthen (die ich nicht anführen will) scheint ebenfalls auf die Unsicherheit in der Schätzung hinzudeuten. Auch hat man hier, wie schon oben bei der Knickung einer geraden Linie angegeben, vielfach das unbewusste Bestreben, entweder das Bild selbst, oder den Kopf so zu drehen, dass die schräg gerichtete Sehne mit dem senkrechten oder wagerechten Netzhautmeridianen zusammenfällt.

Der Grad der Krümmung zeigt zu der Grösse des zugehörigen Netzhautbildes kein bestimmtes Verhältniss. Die Radien sind so gewählt, dass jeder folgende die Hälfte des vorhergehenden ist. Die Sehnen der Winkelbogen von gleicher Gradausdehnung müssen somit dasselbe Verhältniss haben. Ein solches Verhältniss zeigen die mittleren Fehldistanzen und die zugehörigen Netzhautbilder durchaus nicht, sondern nehmen, namentlich im Anfang und noch mehr in den mittleren Werthen viel langsamer ab. Die letzten Zahlen nähern sich allerdings dem Verhältnisse der Radien. Wenn wir solche Kreisbogen betrachten in Bezug auf den Eindruck, welchen sie hervorrufen, so kann man auch in der That nicht finden, dass unter

ihnen ein strenges Verhältniss bestände in dem Sinne, dass die Krümmung eines Bogenstückes mit dem Radius $\frac{1}{2}$ uns etwa doppelt so stark vorkäme, wie die eines solchen mit dem Radius 1, vorausgesetzt, dass die Netzhautbilder beider dieselbe Länge haben. Es fehlt uns eigentlich jeder Maassstab, wenn wir verschiedene Krümmungen von Linien nach diesem Gesichtspunkte beurtheilen wollen, solange wir die Krümmung als solche betrachten, und müssen wir, um dieselbe zu schätzen, nach anderen Hilfsmitteln greifen. Während sich bei Winkeln mit mehr oder weniger grosser Genauigkeit sagen lässt, der eine sei etwa die Hälfte oder ein Drittel u. s. w. des anderen, fehlt uns in Bezug auf die allmälige Richtungsänderung jede Möglichkeit einer solchen Schätzung. Wir können wohl sagen, der Radius des Kreises, dem die eine angehört, sei etwa der so und so vielte Theil des zu dem anderen gehörenden Radius, aber wir thun dies nicht aus der Schätzung der Krümmung selbst, sondern indem wir uns die beiden Radien gezogen denken und dieselben in der Vorstellung vergleichen. Auch können wir die Ausdehnung der Kreisbogen in Bezug auf Höhe und Länge mit einander vergleichen, indem wir uns die Sehnen gezogen denken, indessen handelt es sich auch hier um die Schätzung von Distanzen, nicht der Krümmungen als solcher. Es kann füglich auch nicht überraschen, dass bei psychophysischen Untersuchungen die Schwierigkeit der Schätzung von besonderen Eigenthümlichkeiten einzelner Objecte einen verschiedenen Ausdruck findet.

Betrachten wir das Verhältniss der entsprechenden Zahlen in obigen Tabellen, so stimmen die Werthe, wenn auch nicht vollkommen, so doch immerhin so gut überein, dass wir sie nicht als zufällige betrachten können. Es wäre dies auch einfach undenkbar, denn Schwellenwerthe muss es für diese Wahrnehmung geben, so gut wie für jede andere. Eine gebogene Linie erscheint bei sehr kleinem Netzhautbilde gerade, bei einer gewissen Grösse des letzteren erkennt man die Linie als gebogen. Es muss also einen Grenzwert für das Netzhautbild geben, bei dem es eben möglich wird die Biegung zu erkennen. Diese Grenzwerte sind aber nicht proportional der Stärke der Biegung, ausgedrückt durch die Grösse des Radius, vielmehr ist das gegenseitige Verhältniss ein sehr unregelmässiges, entsprechend dem schon bei oberflächlicher Betrachtung gewonnenen Eindrucke, dass wir einen solchen bestimmten Maassstab für die Beurtheilung der grösseren oder geringeren Intensität

einer Krümmung gar nicht haben. Ein Beispiel wird das Gesagte deutlicher machen. Nehmen wir eine feine, etwas enkrecht stehende gerade Linie und verkleinern deren Netzhautbild, bis dasselbe eben noch erkennbar ist, so werden wir diesen Schwellenwerth, nachdem festgestellt ist, dass er für den Durchschnitt normalsichtiger Menschen gilt, als Maassstab für die Leistungsfähigkeit des Auges in Bezug auf diese Wahrnehmung betrachten können. Wir sind also berechtigt zu sagen, dass ein Sehorgan, welches nur eine doppelt so lange gerade Linie eben erkennt, auch nur die Hälfte der Leistungsfähigkeit des normalen Auges für diese Wahrnehmung haben kann. Nehmen wir nun aber eine gebogene Linie, deren Form eben erkannt wird, so können wir nach den obigen Erörterungen nicht schliessen, dass ein Auge, welches erst eine Krümmung von doppeltem Durchmesser und entsprechender Verlängerung der Sehne erkennt, nun die Hälfte der Leistungsfähigkeit des normalen Formensinnes hätte. Wir haben gesehen, dass die Grösse des für diese Wahrnehmung erforderlichen Netzhautbildes sich auch beim normalen Auge je nach dem mehr oder weniger grossen Durchmesser der Krümmung ändert, und dass eine Abflachung der Krümmung stets eine Zunahme des Netzhautbildes verlangt. Durch die Vergrösserung des Durchmessers erscheinen bei gleichen Netzhautbildern die einzelnen Stücke der Peripherie viel flacher, d. h. also der geraden Linie ähnlicher, und um sie wieder eben so deutlich als gebogen zu erkennen, wie beim kleineren Kreise, muss eine Vergrösserung eintreten, welche aber durchaus nicht übereinstimmt mit der Vergrösserung des Durchmessers, worauf wir unten noch näher eingehen werden. Das Netzhautbild der geraden Linie stellt somit einen Reizwerth dar, welcher durch einfache Multiplication gleichmässig gesteigert werden kann, während dies für die gebogene Linie nicht gilt.

Ähnliches fanden wir oben bei der Knickung. Selbst wenn man für die Schätzung derselben einen anderen Maassstab zu Grunde legt als den von uns gewählten, so wird es doch schwerlich gelingen, ein einfaches Verhältniss zwischen Grösse des Winkels und der des zu seinem Erkennen erforderlichen Netzhautbildes zu finden. Auch hier kann man nicht sagen, dass, wenn von zwei Winkeln der eine halb so gross ist als der andere, der erstere nun etwa doppelt so spitz oder halb so stumpf erschien als der zweite oder die Abweichung von der geraden Linie bei dem einen doppelt so gross als

bei dem anderen, indem man nicht wohl von grösserer oder geringerer Geradheit einer Linie sprechen kann. Wohl verstanden kann man gewiss das Verhältniss der Grösse der beiden Winkel beurtheilen. Der Maassstab ist aber auch hier nicht der ästhetische Eindruck des Spitzen oder Stumpfen, sondern wir werden immer gewisse Raumwerthe für die Schätzung zu Hülfe nehmen, wie z. B. die Distanz zwischen den Schenkeln. Nimmt man statt eines einzelnen Winkels eine Figur, die von mehrfachen, in bestimmten Winkeln zusammenstossenden Contouren begrenzt wird, so liegen die Verhältnisse anders als beim Kreise, insofern die Winkel einer Figur sich nicht ändern, wenn ihr Netzhautbild sich gleichmässig vergrössert oder verkleinert. Die Erkennbarkeit der an einer Figur vorhandenen Knickungen kann sich somit nicht ändern mit der Grösse der Figur, während dies bei den gekrümmten Linien derselben wohl der Fall ist. Betrachtet man somit Figuren, welche sich aus theils gebogenen, theils geknickten Linien zusammensetzen, und bestimmt nach der Grösse des Netzhautbildes, welche für ihre Erkennbarkeit nothwendig ist, die Leistungsfähigkeit des Sehorganes, so werden bei dieser Messung verschiedene Factoren vermischt, die keinen gemeinsamen Maassstab haben.

Es war auch von vornherein sehr unwahrscheinlich, dass die Möglichkeit, complicirte Formen zu erkennen, sich nur richten würde nach ihrer linearen Ausdehnung oder, mit anderen Worten, der Eindruck, welcher für den Formensinn bestimmt ist, lediglich abhängen würde von der Summe der Einzelerregungen. Betrachten wir eine gerade Linie, so werden, je länger dieselbe ist, um so mehr Netzhautelemente erregt werden. Soweit wir berechtigt sind, diese Erregungen als gleichwerthig zu betrachten¹⁾, kann uns die Ausdehnung der erforderlichen Erregung ein unmittelbarer Ausdruck sein für die Empfindlichkeit des Sehapparates. Die Netzhautbilder von zwei verschiedenen gebogenen Linien oder zwei verschiedenen Winkeln können aber unter Umständen genau dieselbe Summe von Einzelerregungen hervorrufen. Es handelt sich hier nicht einfach um die Ausdehnung einer gewissen Erregung, sondern um die richtige Deutung und Verwerthung einer bestimmten Anordnung und Gruppierung der Einzelerregungen. Die bei diesem Vorgange mitwirkenden psychischen Momente lassen sich nicht messen durch die Grösse der Netzhaut-

1) Siehe meine Arbeiten: Pflüger's Archiv Bd. 66 und Archiv für Augenheilkunde Bd. 35 H. 1.

bilder, in dem Sinne, dass bei einem doppelt so grossen Bilde die Form des Gegenstandes auch doppelt so leicht erkennbar wäre. Es wird dabei als selbstverständlich vorausgesetzt, dass ein deutliches Erkennen der Contouren wirklich für das Urtheil erforderlich ist; wo dies nicht der Fall und vielleicht aus der Wahrnehmung einiger Linien die übrigen errathen werden können, hört natürlich jedes wirkliche Messen vollends auf, und bedeutet hier die Annahme mathematischer Verhältnisse lediglich eine Selbsttäuschung.

Auch in anderer Hinsicht sehen wir, dass die Grösse der Netzhautbilder nicht mehr maassgebend ist, sowie psychische Momente an der Deutung eines optischen Eindruckes einen wesentlichen Antheil nehmen. Es treten hier sogar directe Widersprüche auf, indem trotz verschiedener Netzhautbilder sich das Urtheil nicht ändert. Betrachten wir z. B. einen Menschen in 5 m Entfernung und darauf dieselbe Person in 10 m, so wird Niemand an ihr eine Veränderung finden. Das Netzhautbild und die Erregungen des Sehorganes, welche in beiden Fällen hervorgerufen werden, sind durchaus andere, indem das eine Netzhautbild nur die Hälfte des Flächenraumes des anderen einnimmt. Trotzdem bleibt, wenn wir von feineren Einzelheiten absehen und eine bestimmte Seite des Eindruckes, etwa die Grösse, herausgreifen, deren Beurtheilung die gleiche, weil uns die Erfahrung gelehrt hat, hierbei die Entfernung in Betracht zu ziehen. Wird die Schätzung der letzteren erschwert oder verhindert, so können mancherlei Täuschungen entstehen, welche die Unabhängigkeit des Eindruckes von der Bildgrösse beweisen. Umgekehrt gibt es Fälle, wo gleiche Netzhautbilder verschieden gedeutet werden, wenn durch die Versuchsanordnung Schwankungen des Urtheils hervorgerufen werden. Es würde uns zu sehr von unserem Gegenstande ablenken, wenn wir dies weiter ausführen wollten, und dürften Beispiele für das Gesagte allgemein bekannt sein. Die Absicht war nur, darauf hinzuweisen, dass nicht nur in Bezug auf das Erkennen und die Beurtheilung von Contouren, sondern auch in anderer Richtung kein, wenn man sagen darf, mechanisches Verhältniss besteht zwischen Grösse des Netzhautbildes und dem Eindrucke, welchen dasselbe hervorruft.

Kehren wir nach dieser Abschweifung zu unseren Versuchen zurück, so wäre ebenso, wie bei der Knickung noch die Frage zu erledigen, welches das kleinste Netzhautbild ist, wobei das Erkennen

einer gleichmässig gekrümmten Linie möglich ist. Ich habe diesen Versuch nur bei horizontaler Lage der Sehne und Convexität der Krümmung nach oben angestellt. Der Radius des zuletzt untersuchten Kreises war 0,015; dessen Hälfte würde sein 0,0075. Hierbei ist aber ein wesentlich kleineres Netzhautbild nicht zu erzielen, ebensowenig bei einem Radius von 0,0037 und von 0,0019 mm. Der geringe Unterschied, der hier hervortritt, spricht dafür, dass man sich der Grenze genähert hat, und ein weiteres Sinken in einer den bisherigen Verhältnissen entsprechenden Weise nicht zu erwarten ist. Bei einem Halbmesser von 0,0009 mm kommt man auf eine mittlere Fehldistanz von etwa 0,3 mm. Dieser würde ein Netzhautbild von 0,027 mm entsprechen. Damit ist aber auch, wenigstens für mich, das kleinste Netzhautbild erreicht, bei welchen die Unterscheidung einer gebogenen Linie von einer geraden mit Sicherheit möglich ist.

Die Abweichung von der geraden Linie, welche soeben erkannt werden kann, ist, wie sowohl die Untersuchung der Knickung, wie die der Krümmung beweist, eine sehr geringe. Wenn wir durch den Mittelpunkt des untersuchten Bogens eine Tangente ziehen, so ist die Entfernung dieser von den beiden Endpunkten derjenigen Bogen, welche den Zahlen der obigen Tabellen entsprechen, eine sehr kleine. Sie kann nur wenige Zehntel eines Millimeters betragen und scheint bei allen untersuchten Bogen fast die gleiche zu sein. Dasselbe gilt von der Knickung, wenn wir, analog der Tangente, eine senkrechte auf die Halbirungslinie des Winkels im Scheitel desselben errichten. Wird alsdann die Schenkellänge entsprechend den Werthen der Tabellen abgetragen, so ist wiederum die Entfernung der Endpunkte derselben von der erwähnten Senkrechten eine äusserst minimale. Eine genaue Messung dieser Abstände ist sehr schwierig, da schon die Dicke der gezogenen Linien hierbei in Betracht kommt. Ich schätze aber, dass das Netzhautbild dieses Abstandes weit unter 0,01 bleibt. Solange genaue Zahlen fehlen, dürfte es keinen Zweck haben, hieraus die sonst nahe liegenden Schlüsse auf die Grösse der Empfindungskreise ziehen zu wollen.

b) Aenderung der Krümmung.

Bei der Untersuchung gekrümmter Linien hatten wir bisher angenommen, dass die Krümmung eine gleichmässige, wie bei der Kreislinie sei, also jeder Punkt derselben von dem Krümmungs-

centrum den gleichen Abstand habe, oder, richtiger gesagt, nur ein Krümmungscentrum vorhanden sei. Es war untersucht worden, wie gross das Netzhautbild sein müsse, um bei verschiedenen Graden der Krümmung die Abweichung der Linie von der Geraden erkennen zu können. Nun sind aber die gekrümmten Flächen, die wir an den Objecten der Aussenwelt bemerken, und welche bei der Zusammensetzung der Contouren derselben mitwirken, durchaus nicht immer gleichmässig gekrümmt. Der Eindruck, den solche Objecte hervorrufen, hängt sehr oft und sehr wesentlich davon ab, ob wir im Stande sind, den Unterschied in der Richtung der verschiedenen sie begrenzenden Linien zu erkennen. Abgesehen von dem charakteristischen Aussehen vieler mathematischer Curven, erinnere ich an die verschiedenen Verbindungen gebogener Linien, welche in der plastischen Kunst Verwendung finden. Hier sehen wir, dass allmälige Abstufungen, wie wir sie z. B. am weiblichen Körper finden, den Eindruck des Weichen und Anmuthigen hervorrufen, während die schrofferen Uebergänge mehr dem männlichen Körper eigenthümlich sind, von den immer noch zarten Gliedern des Jünglings bis zu den von scharfen Muskelcontouren durchzogenen Körpertheilen des Farnesischen Herkules. Auch im täglichen Leben können wir uns davon überzeugen, einen wie verschiedenen Eindruck die Verbindung einer Reihe von Linien hervorruft, indem ja der Charakter der Schriftzüge verschiedener Individuen zum grossen Theile hierdurch bedingt wird. Die geraden Linien einer Schrift lassen nicht viele Modificationen zu, abgesehen von ihrer Länge, wohingegen die Unterschiede in den Krümmungen der gebogenen Linien einen viel reicheren Wechsel gestatten. Die Schreibweise sehr vieler Personen zeigt überhaupt nur sehr wenige wirklich gerade Striche, indem diejenigen, welche wirklich gerade sein sollten, an ihren Enden sich nicht in spitzem Winkel an andere gerade oder gebogene Linien ansetzen, sondern mit mehr oder weniger deutlichen Bogenlinien.

Derartiger Beispiele liesse sich leicht noch eine grosse Anzahl anführen. Die kunstgerechten Uebergänge der Linienführung in Architektur und Plastik haben für das Auge, wenn man einen solchen Vergleich anführen darf, eine analoge Bedeutung, wie die allmäligen Farbenübergänge eines Gemäldes, oder für das Ohr die harmonischen Tonverbindungen einer Symphonie, und ebenso wie wir die Schwellenwerthe für die eben merklichen Unterschiede in den Aether- bzw. den Tonschwingungen feststellen, so dürfte die Untersuchung der

eben merklichen Krümmungsunterschiede gebogener Linien ein nicht minderes Interesse beanspruchen. Dass eine solche Untersuchung bisher vorgenommen wäre, ist mir nicht bekannt.

Ich habe mich auch hier wieder auf den einfachsten Fall beschränkt, indem ich von der Kreislinie ausging, und deren Radius verkürzte, ohne die Linie zu unterbrechen, so dass die den beiden verschiedenen Radien angehörenden Theile der Linie ohne scharfe Grenze in einander übergingen. Dem Beobachter war somit die Aufgabe gestellt, eine Kreislinie vom Radius r zu unterscheiden von einer solchen, deren Radius nur ein gewisser Bruchtheil von r war.

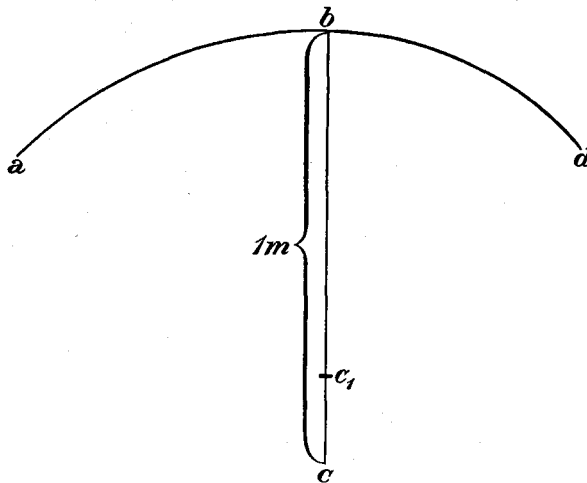


Fig. 3.

Z. B. auf einen halben Bogen Papier wurde ein Kreisbogen gezogen mit dem Radius 1 m; von dem Punkte a bis zu dem Punkte b (Fig. 3). Alsdann wurde der Radius verkürzt in der Weise, dass das Centrum nicht mehr bei c , sondern bei c_1 war, indem von der Linie cb ein Stück cc_1 abgetragen wurde, welches einen in den einzelnen Versuchen verschiedenen Bruchtheil der ganzen Linie betrug. Die Linie bd , welche dem mit diesem neuen Radius gezogenen Kreisbogen entsprach, war die unmittelbare Fortsetzung der Linie ab . Auf diese Weise wurde eine ganze Reihe von Bildern hergestellt, mit allmählig immer grösser werdendem Stücke cc_1 . Ebenso wurde der ganze Radius cb des Anfangsbogens variiert, wie aus Tabelle M ersichtlich und bei diesen neuen Radien in der gleichen Weise verfahren. Die Beobachtung fand in bequemer Leseentfernung statt.

Bei dem Radius $cb = 1$ m konnte ich den Krümmungsunterschied beider Hälften, wenn die Linie ad die Länge eines halben Bogens Papier einnahm, sehr deutlich erkennen, wenn cc_1 ein Fünftel der ganzen Länge, also 20 cm betrug. Bei längerem und sorgfältigem Vergleiche war indessen auch bei $cc_1 = \frac{1}{6}$ der ganzen Länge der Unterschied noch unverkennbar. Je mehr nun cb verkleinert wurde, um so geringer wurde auch der Werth von cc_1 , der für die Wahrnehmung der Krümmungsdifferenz erforderlich war, wie dies Tabelle M zeigt. Der Werth von $\frac{cc_1}{cb}$ ist in dieser, nicht in seiner absoluten Grösse ausgedrückt, sondern des bequemeren Vergleiches halber als Bruch stehen gelassen. Die untersten Zahlen können nur als annähernd richtig gelten, da feinere Abstufungen bei den kleinen Radien nur mit sehr präzisen Messinstrumenten ausführbar sind, welche mir nicht zur Verfügung standen.

Tabelle M.

cb	$\frac{cc_1}{cb}$	cb	$\frac{cc_1}{cb}$
1,0 m	$\frac{1}{6}$	0,05 m	$\frac{1}{30}$
0,5 "	$\frac{1}{8}$	0,04 "	$\frac{1}{50}$
0,25 "	$\frac{1}{8}$	0,03 "	$\frac{1}{60}$
0,15 "	$\frac{1}{10}$	0,02 "	$\frac{1}{80}$
0,10 "	$\frac{1}{15}$	0,01 "	$\frac{1}{100}$

Hieraus lässt sich nun nicht ohne Weiteres schliessen, dass das Kleinerwerden des Bruches $\frac{cc_1}{cb}$ nur durch die allmälige Verkürzung von cb bedingt ist, es kommt vielmehr als sehr wesentliches Moment in Betracht, dass, je kleiner cb wird, um so besser auch die Kreislinie übersehen werden kann, und sich verhältnissmässig um so grössere Stücke zum Vergleiche darbieten. Z. B. beträgt bei dem Radius 1 m dasjenige Stück, welches sich auf einem halben Bogen Papier darstellen lässt, 15° — 20° , während man bei den mittleren und kleinsten Radien leicht einen Halbkreis auf viel kleinerem Raume übersieht. Dass sich auf diesen verhältnissmässig grösseren Strecken die Krümmung des zweiten Theiles im Vergleich zu der des ersten in höherem Maasse ändert, ist selbstverständlich, und werden daher auch kleinere Differenzen besser kenntlich sein. Dies lässt sich nicht dadurch ausgleichen, dass die Bogen mit grossem

Radius ebenfalls auf den Umfang eines Halbkreises gebracht werden, da alsdann die kleineren Kreise immer noch im Vorthail bleiben, indem selbstverständlich ein Halbkreis von etwa 5 cm Halbmesser viel leichter zu übersehen ist als ein solcher von 1 m und daher auch die einzelnen Theile leichter verglichen werden können. Es wird also erforderlich sein, für alle Krümmungen gleiche Bogenstücke zu wählen, und ist hierbei diejenige Länge zu Grunde gelegt, die beim grössten Radius von 1 m sich noch bequem überblicken lässt. Auf allen Figuren wurden demgemäss Stücke von 15° Länge abgemessen, und zeigte sich, wie zu erwarten war, dass nun bei den kleineren Kreisen die Unterschiede viel grösser sein mussten, um erkennbar zu sein, als die obigen der Tabelle M, bei welcher auf gleiche Bogenlängen nicht geachtet war. Für den Radius von 1 m entsprach schon der oben gefundene Werth von $\frac{cc_1}{cb} = \frac{1}{6}$ diesem Bogenstücke von 15° . Die Werthe des Bruches blieben auch jetzt dieselben (sc. der Tabelle M), für den Radius von 50, 25 und 15 cm dagegen wurden von 10 cm ab bei der angegebenen Bogenlänge die Werthe immer grösser. Bei $cb = 10$ cm und $\frac{cc_1}{cb} = \frac{1}{15}$ konnte ich eine Differenz in den beiden Hälften des Bogens mit Sicherheit nicht mehr erkennen, sondern erst wenn der Quotient auf $\frac{1}{10}$ vergrössert wurde. Dieser letztere Werth musste beibehalten werden bis einschliesslich $cb = 3$ cm, wenigstens ist es mir nicht möglich, bei der angegebenen Bogenlänge noch kleinere Unterschiede zu erkennen. Wird der Radius noch kleiner, so muss die Differenz ganz erheblich wachsen, um bemerkbar zu bleiben (bis zu $\frac{cc_1}{cb} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$). Da ausserdem bei Radius 1 cm und Bogenlänge 15° das Netzhautbild in 50 cm Entfernung (s. u.) so klein ist, dass die Unterscheidung unsicher wird, so habe ich es vorgezogen, für die kleinsten Kreise den Bogen zu verlängern, wodurch die Werthe wieder zuverlässiger werden. Es wurde daher für diese kleinsten Kreise von 2 und 1 cm Radius der Bogen verdoppelt, damit der Unterschied in beiden Hälften wieder deutlicher hervortreten konnte. Alsdann war der Krümmungsunterschied zu erkennen bei $cb = 2$ cm, wenn $\frac{cc_1}{cb} = \frac{1}{15}$, bei $cb = 1$ cm, wenn $\frac{cc_1}{cb} = \frac{1}{20}$. Die Bedeutung der Bogenlänge springt hier sehr in die Augen. Während wir bei $cb =$

2 cm und Bogenlänge 15° erst bei dem Werthe des Bruches $\frac{1}{8} - \frac{1}{2}$ einen Unterschied eben erkennen konnten, sinkt jener bei Verdoppelung der Bogenlänge sofort auf $\frac{1}{15}$. Dieser letztere Werth zeigt bei Abnahme von cb auf 1 cm nur eine geringe Aenderung, indem er auf $\frac{1}{20}$ sinkt, was bei diesen kleinen Dimensionen keinen grossen Unterschied des optischen Eindruckes bedeutet. Noch kleinere Kreise konnte ich nicht untersuchen, weil die Längen von cc_1 sich nicht mehr mit der nöthigen Genauigkeit abmessen liessen.

Alle diese Untersuchungen waren zunächst angestellt bei horizontaler Lage der Bogensehne und Convexität des Bogens nach oben. In anderen Lagen, wie Convexität nach unten, oder senkrechter Stellung der Sehne und Convexität nach links oder rechts konnte ein Unterschied in Bezug auf die Ergebnisse nicht bemerkt werden. Es liess sich weder der Bruch verkleinern, noch wurden die bisher bemerkbaren Unterschiede undeutlicher. Dasselbe gilt für die Schräglagen, worunter wieder diejenigen zu verstehen sind, bei denen die Bogensehne mit der horizontalen einen Winkel von 45° bildet. Nach welcher Seite die Bogenwölbung gerichtet ist, erwies sich auch hier als gleichgültig. Der Vergleich der in den später angeführten Tabellen N, O, P, Q gefundenen Werthe mit denjenigen Netzhautbildern, welche den Bogenstücken von 15° bzw. 30° entsprechen, ergibt auch, dass in allen Lagen eine für die Wahrnehmung ausreichende Bogenlänge vorhanden war.

Wir haben also feststellen können, dass bei stärkerer Krümmung d. h. kleinerem Anfangsradius eine geringere Differenz im Fortgange der Krümmung bemerkbar ist als bei grossem Anfangsradius, und dass die Schwierigkeit des Erkennens solcher Unterschiede für die einzelnen Lagen des Bogens sich bei dieser Versuchsanordnung als die gleiche erwies. Mehr dürfte aus den obigen Versuchen nicht abzuleiten sein, insbesondere würden wir uns vergeblich bemühen, irgend welche gesetzmässigen Beziehungen zwischen den Stücken cb und cc_1 entweder unter sich oder im Vergleich mit anderen Kreisen aufzufinden. Wir sehen stellenweise bei Abnahme von cb den Bruch sich gar nicht ändern, bis diese Abnahme eine gewisse Grösse erreicht hat.

Es fragt sich nun, ob jene Krümmungsunterschiede wirklich Schwellenwerthe darstellen in Bezug auf die gewählte Bogenlänge. Um dies mit Sicherheit zu ermitteln, müsste man den Grad der Krümmung bei gegebener Bogenlänge ändern, und zwar allmählig.

Die Differenzen, welche bei den obigen Versuchen gewählt sind, stellen natürlich keine solchen allmäligen, sondern nur sprungweise Uebergänge dar, und es bleibt dahin gestellt, ob die eigentlichen Schwellenwerthe nicht zwischen ihnen liegen. Eine solche allmälige Aenderung der Krümmung bei gegebener Bogenlänge würde sich nur schwierig und mit Hülfe complicirter Einrichtungen bewerkstelligen lassen. Einfacher erscheint es, auf Grundlage der bisherigen Feststellungen den umgekehrten Weg einzuschlagen, nämlich unter Beibehaltung der für die einzelnen Werthe von cb gefundenen Grösse

von $\frac{cc_1}{cb}$ die zugehörige Bogenlänge aufzusuchen. Das Unsichere in

dem bisherigen Verfahren, welches in der etwas willkürlich gewählten Bogenlänge von 15° bzw. 30° liegt, würde hierdurch beseitigt werden. Wenn fernerhin die zu bestimmten Krümmungen gehörigen Netzhautbilder nach einer geeigneten Methode ermittelt werden, so dürfen wir erwarten, dass, wenn gesetzmässige Beziehungen vorhanden sind, diese in irgend einer Weise sich erkennbar machen.

Zur Anstellung dieser Versuche wurden die Ergebnisse zu Grunde gelegt, welche bei den obigen Bogenlängen festgestellt worden waren. Sollte z. B. die Grösse des Netzhautbildes ermittelt werden für den eben wahrnehmbaren Krümmungsunterschied bei einem Bogen von

1 m Radius, so wurde die Figur gewählt, in welcher $\frac{cc_1}{cb}$ gleich war

$\frac{1}{6}$. Demgemäss war die Anordnung so, dass in der Entfernung von 50 cm, wie oben, die betreffende Zeichnung senkrecht vor dem Beobachter aufgestellt, und nun mit Hülfe eines Maasses, welches wie früher hergestellt war, durch allmälige Vergrösserung des zwischen den Schenkeln liegenden Bogenstückes, diejenige Länge ermittelt wurde, bei welcher der Unterschied der Krümmung beider Bogenstücke sich zeigte. Auf diese Weise musste es sich herausstellen, ob wirklich die ganze oben angegebene Bogenlänge von 15° und 30° zum zu Stande kommen des Eindrucks erforderlich war, oder ob kleinere Werthe genügten. Der ganze Bogen war bis auf den zu untersuchenden Theil bedeckt, und lag der Scheitel des Winkels (Maass) zu Beginn des Versuches auf dem Punkte b (s. Fig. 3). Von hier aus wurde er abwechselnd aus den oben angegebenen Gründen nach oben oder unten abgezogenen, so dass der Punkt b immer in der Mitte des sichtbar werdenden Bogens blieb, und nach der Länge der Seite des Maasses die der zwischen den Schenkeln liegenden

Bogensöhne berechnet. Für die grossen Bogen wurde dem Maasse ein Winkel von 60° gegeben, so dass die Grundlinie immer gleich war der Seite, für die kleineren wurden entsprechend andere Winkel genommen. Diese Untersuchung ist durchgeführt für jeden einzelnen Bogen in der horizontalen und verticalen Lage der Sehne mit sowohl nach oben, wie nach unten bzw. rechts wie links gerichteter Bogenwölbung; desgl. für die Schräglagen mit nach links oben oder rechts unten bzw. rechts oben oder links unten gerichteter Wölbung. Jede Zahl der Tabelle ist als Durchschnittswerth von 10 Einstellungen gefunden.

Tabelle N.

<i>cb</i>	H o r i z o n t a l				$\frac{cc_1}{cb}$
	convex nach oben		convex nach unten		
	M. F.-D.	N. B.	M. F.-D.	N. B.	
1,0 m	148,8	4,464	147,9	4,437	$\frac{1}{6}$
0,5 "	74,2	2,226	74,2	2,226	$\frac{1}{8}$
0,25 "	34,6	1,038	34,9	1,047	$\frac{1}{8}$
0,15 "	17,22	0,516	16,94	0,508	$\frac{1}{10}$
0,1 "	14,97	0,449	15,132	0,453	$\frac{1}{10}$
0,05 "	6,98	0,209	6,94	0,208	$\frac{1}{10}$
0,03 "	5,46	0,163	5,39	0,161	$\frac{1}{10}$
0,02 "	5,66	0,169	5,55	0,165	$\frac{1}{15}$
0,01 "	3,83	0,114	3,85	0,115	$\frac{1}{20}$

Tabelle O.

<i>cb</i>	V e r t i c a l			
	convex nach links		convex nach rechts	
	M. F.-D.	N. B.	M. F.-D.	N. B.
1,0 m	146,6	4,398	145,9	4,377
0,5 "	74,3	2,229	76,3	2,289
0,25 "	34,3	1,029	35,6	1,068
0,15 "	17,06	0,511	17,25	0,517
0,1 "	14,91	0,447	14,85	0,445
0,05 "	7,05	0,211	7,00	0,21
0,03 "	5,38	0,161	5,41	0,162
0,02 "	5,60	0,168	5,56	0,166
0,01 "	3,96	0,118	3,9	0,117

Die in diesen Tabellen gewählten Bezeichnungen entsprechen ganz denjenigen der Tabellen H, I, K, L und bedürfen daher keiner weiteren Erklärungen. Der Bruch $\frac{cc_1}{cb}$ ist für alle Tabellen der gleiche und daher nur in der ersten angeführt. Die Werthe für $cb = 0,04$ m sind fortgelassen, weil sie sich von denen der vorher-

Tabelle P.

<i>cb</i>	Schräg links unten nach oben rechts			
	convex nach rechts unten		convex nach links oben	
	M. F.-D.	N. B.	M. F.-D.	N. B.
1,0 m	148,5	4,455	148,4	4,452
0,5 "	77,9	2,337	76,6	2,298
0,25 "	36,1	1,083	35,9	1,077
0,15 "	17,81	0,534	17,59	0,527
0,1 "	15,31	0,459	14,94	0,448
0,05 "	7,19	0,215	7,08	0,212
0,03 "	5,74	0,172	5,61	0,168
0,02 "	5,86	0,174	5,67	0,17
0,01 "	3,93	0,117	3,99	0,119

Tabelle Q.

<i>cb</i>	Schräg links oben nach rechts unten			
	convex nach rechts oben		convex nach links unten	
	M. F.-D.	N. B.	M. F.-D.	N. B.
1,0 m	146,9	4,407	148,4	4,452
0,5 "	77,9	2,337	77,8	2,334
0,25 "	35,1	1,053	37,2	1,116
0,15 "	17,5	0,525	17,31	0,519
0,1 "	15,22	0,456	15,53	0,465
0,05 "	7,11	0,213	7,06	0,212
0,03 "	5,61	0,168	5,52	0,165
0,02 "	5,67	0,17	5,67	0,17
0,01 "	3,99	0,119	3,99	0,119

gehenden Reihe ($cb = 0,05$) nur wenig unterscheiden, noch weniger als die Zahlen der beiden folgenden ($cb = 0,03$ und $0,02$). Bei diesen sehen wir sogar durchgehends die dem kleineren Radius entsprechenden etwas grösser werden, als die zu dem grösseren gehörenden. Der Unterschied ist zwar so gering, dass er auf den Durchmesser der Netzhautbilder erst in der dritten oder höchstens zweiten Decimalstelle Einfluss hat. Trotzdem findet sich hier keine Abweichung von der allgemeinen Regel, dass bei kleinerem cb das Unterscheidungsvermögen für Krümmungsdifferenzen wächst, denn bei fast gleichen Netzhautbildern kann im Falle des kleineren Radius der Bruch $\frac{cc_1}{cb}$ kleiner werden, nämlich auf $\frac{1}{15}$ fallen, gegen $\frac{1}{10}$ beim grösseren Radius.

Die Benachtheiligung der schrägen Lagen tritt auch hier wieder hervor, und zwar hauptsächlich an den kleineren Kreisen. Bei diesen fallen die grössten Werthe der Tabellen durchweg auf die schrägen

Lagen. Die Unterschiede sind deutlicher in der Grösse der M. F.-D. als in derjenigen der Netzhautbilder. Auf grosse Unterschiede ist ja von vorn herein nicht zu rechnen, aber so klein dieselben auch sein mögen, so kann man sie bei ihrer regelmässigen Wiederkehr nicht übersehen.

Vergleichen wir nun die Zahlen der einzelnen Verticalreihen in Bezug auf ihr gegenseitiges Verhältniss und dasjenige der Länge von cb oder des Bruches $\frac{cc_1}{cb}$, so kann man hier keine anderen Beziehungen entdecken, als eine Abnahme, welche ausdrückt, dass bei stärkerer Krümmung die Krümmungsunterschiede leichter erkannt werden, als bei schwächerer. Bei der ersten Hälfte der Zahlen scheint ihr Verhältniss einigermaassen den Werthen von cb zu entsprechen. Solange diese um die Hälfte oder annähernd die Hälfte sich vermindern, thun es auch die m. F.-D. in fast demselben Verhältnisse. Das hört aber auf bei den vier letzten Radien. Diese letzten Zahlen zeigen in ihren Verhältnissen ein ähnliches Bild, wie die der Tabellen H, I, K, L, bei welchen im Allgemeinen die Grösse der Netzhautbilder viel langsamer abnimmt als die der Radien. Die Ursache dürfte hier wie dort die gleiche sein. Sie erklärt sich leicht, wenn man Kreise von verschiedenen grossem Durchmesser (am bequemsten concentrische) in Bezug auf die hier in Betracht kommenden Punkte mit einander vergleicht. Die Länge der Sehnen selbst ist, wenn wir gleiche Bögen abtragen, der der Radien proportional. Je kleiner der Durchmesser, um so geringer wird aber an den Graden nach gleichen Bögen die Bogenhöhe, um so mehr nähern sie sich somit in ihrem Verlaufe der geraden Linie, oder in diesem Falle der Sehne. Um so schwieriger wird daher auch die Unterscheidung von der geraden Linie, und es liegt daher in der Natur der Sache, dass je kleiner der Radius, um so grösser das Netzhautbild im Verhältnisse werden muss, welches die Unterscheidung des Bogens von der geraden Linie, und selbstverständlich auch dasjenige, welches Unregelmässigkeiten in der Krümmung des Bogens zu bemerken gestattet. Eine Ausnahme machen in den Tabellen H, I, K, L nur die beiden letzten Zahlen, welche dem Verhältnisse der Radien annähernd entsprechen. Man könnte daran denken, diese im Vergleich zu den vorhergehenden Zahlen ganz plötzliche Abnahme dadurch zu erklären, dass je kleiner das Netzhautbild wird, dasselbe sich immer mehr auf die Stelle des deut-

lichsten Sehens beschränkt, und wir wissen, dass diese sich schon von ihrer nächsten Umgebung in Bezug auf ihre Empfindlichkeit merklich unterscheidet. Thatsächlich fällt dieses kleinste Netzhautbild vollkommen in die Stelle des deutlichsten Sehens, deren Ausdehnung ich in früheren Arbeiten zu ermitteln gesucht habe¹⁾. Es erinnert diese rasche Abnahme an die ganz analoge schnelle Zunahme in der Grösse der Netzhautbilder für verschiedene andere Wahrnehmungen, sobald die betreffende Erregung die Stelle des deutlichsten Sehens überschritt²⁾. Dass die Zahlen unserer Tabellen N, O, P, Q grösser sind als die der Tabellen H, I, K, L, kann nicht befremden, denn es ist nicht zu erwarten, dass ein Netzhautbild, welches eben gross genug ist, um eine Krümmung zu erkennen, ausreichen sollte, um Unterschiede im Verlaufe dieser Krümmung wahrzunehmen. Jedenfalls gelingt es weder für die Werthe dieser Tabellen unter sich, noch im Vergleiche zu den früheren feste Beziehungen aufzufinden zwischen Grösse des Netzhautbildes und Wahrnehmbarkeit der charakteristischen Eigenschaften des Objectes in Bezug auf die Form. Bei den Krümmungsunterschieden wird die Sache noch dadurch complicirt, dass der Werth $\frac{cc_1}{cb}$ nicht constant bleibt, sondern bei kleinerem Radius abnimmt.

Um diese Frage nach gesetzmässigen Beziehungen zwischen Grösse der Krümmung und Ausdehnung der Netzhautbilder noch weiter klarzustellen, habe ich dieselbe auch nach einer anderen Richtung untersucht, nämlich welchen Einfluss es auf die Grösse des Netzhautbildes hat, wenn man bei unverändertem Radius die Grösse cc_1 wachsen lässt. Ich habe dies nur an den beiden kleinsten Kreisen ($cb = 2$ bzw. 1 cm) geprüft, da diese, wie wir unten noch sehen werden, uns für gewisse praktische Fragen am meisten interessiren. Es geschah dies in der Weise, dass ich bei $cb = 2$ cm die Grösse cc_1 wachsen liess, bis der Bruch statt $\frac{1}{15} = \frac{1}{10}$ war, ebenso nahm ich bei $cb = 1$ cm den Bruch anstatt zu $\frac{1}{20}$ zu $\frac{1}{10}$. Im ersten Falle war also cc_1 gegen früher gewachsen im Verhältnisse wie 2:3, im zweiten Falle hatte es sich verdoppelt. Diese Untersuchung habe ich nur für die horizontale und verticale, nicht für die schrägen Lagen gemacht. Das Ergebniss zeigen Tabelle R und S.

1) Pflüger's Archiv Bd. 66 und Archiv für Augenheilkunde Bd. 35 H. 1.

2) Siehe die Tabellen l. c.

Tabelle R.

<i>cb</i>	H o r i z o n t a l			
	convex nach oben		convex nach unten	
	M. F.-D.	N. B.	M. F.-D.	N. B.
0,02	5,304	0,159	5,304	0,159
0,01	3,276	0,098	3,276	0,098

Tabelle S.

<i>cb</i>	V e r t i c a l			
	convex nach links		convex nach rechts	
	M. F.-D.	N. B.	M. F.-D.	N. B.
0,02	5,319	0,159	5,413	0,162
0,01	3,385	0,01	3,307	0,099

Diese Tabellen besagen weiter nichts, als dass bei Zunahme der Krümmungsdifferenz das zugehörige Netzhautbild kleiner wird, ohne dass der Krümmungszuwachs zu der Grösse des Netzhautbildes ein gleichmässiges Verhältniss zeigte. Wir können also aus unseren Untersuchungen über gekrümmte Linien nach jeder Richtung hin den Schluss ziehen, dass die Annahme, die Deutlichkeit der Wahrnehmung gekrümmter Linien, gemessen durch die Grösse der Netzhautbilder, stehe in geradem Verhältnisse zum Durchmesser der Krümmung, unrichtig ist.

Diese Annahme wird bekanntlich gemacht in einer für die Praxis sehr wichtigen Frage, und wird dieselbe bis auf den heutigen Tag, ohne dass seit Decennien auch nur ein Beweis versucht worden wäre, für richtig gehalten, indem man sich anscheinend über ihre physiologischen Voraussetzungen nur ungenügende Rechenschaft gibt. Nehmen wir an, auf einem Stücke weissen Papiers sei eine schwarze Kreislinie aufgezeichnet, deren Breite dem Auge unter einem Winkel von $1'$, deren Durchmesser unter einem Winkel von $5'$ erscheint, so hat dasjenige Auge, welches diesen Kreis in seiner Form deutlich erkennt, nach Snellen eine normale Sehschärfe, welche mit $S = 1$ bezeichnet wird. Erkennt ein Auge erst einen solchen Kreis, der nach jeder Richtung das Doppelte der angegebenen Dimensionen hat, so soll dessen Sehschärfe die Hälfte der normalen sein. Die Grösse des Netzhautbildes, oder der Sehwinkel ist also das Entscheidende.

Dies setzt nothwendig voraus, dass die Deutlichkeit, mit welcher der grössere Kreis dem normalen Auge erscheint, sich zu der des kleineren verhält wie 2:1, und dass dieses Verhältniss durch die Grösse der Netzhautbilder bedingt ist. Warum dies der Fall sein sollte, ist nicht ersichtlich. Die Zahl der erregten Netzhautelemente zwischen den Contouren, wächst nicht um das Doppelte, sondern um das Vierfache, und dass die begrenzenden Kreise mit dem Radius 2 gerade doppelt so leicht in ihrer Form erkannt würden, wie solche mit dem Radius 1, ist jedenfalls bisher von Niemandem bewiesen. Die obigen Versuche sprechen direct dagegen. Das Bild des ganzen Umfanges setzt sich zusammen aus den Bildern der einzelnen Theile desselben, und werden wir deren Form nur dann deutlich erkennen können, wenn wir an jeder Stelle der Peripherie im Stande sind, uns von der gleichmässigen Rundung zu überzeugen. Nun haben wir gesehen, dass schon für das normale Auge eine Vergrösserung des Krümmungsradius die einzelnen Theile in ihrer Form nicht deutlicher, sondern vielmehr schwerer erkennbar macht, indem die kleinsten Netzhautbilder, welche die Form, also, um bei der Kreislinie zu bleiben, die gleichmässige Biegung zur Wahrnehmung bringen, grösser werden müssen. Es sind also bei einer grösseren Anzahl solcher Kreise mit ungleichem Radius immer Bilder von ganz verschiedener Ausdehnung in Bezug auf ihre Deutlichkeit gleichwerthig.

Wir können nun von einer bestimmten Form immer sagen, sie sei entweder deutlich, oder nicht deutlich, unter Umständen auch, sie sei in dem einen Falle weniger deutlich als in dem anderen. Eine ausreichende Deutlichkeit für die Beurtheilung eines Netzhautbildes wird vorhanden sein, wenn wir im Stande sind, den Verlauf der einzelnen Linien mit Sicherheit zu beurtheilen, wozu, wie in der Einleitung auseinander gesetzt, vollkommen scharfe Bilder gar nicht immer erforderlich sind. Ich kann mir aber nicht denken, was man sich unter einer doppelten oder mehrfachen Deutlichkeit vorzustellen hat, welche man bei dem Snellen'schen System voraussetzen muss. Dieser Begriff erscheint psychophysisch undefinirbar, und die Vorstellung, dass der Maassstab hierfür die Grösse der Netzhautbilder sei, ist ganz unverständlich. Dazu kommt, dass von einer gewissen Grösse an das Bild nicht mehr vollständig central, sondern zum Theil in der Peripherie liegt und wir daher auch die peripheren Eindrücke für die Wahrnehmung verwerthen müssen, da das Auge

thatsächlich nicht über jeden einzelnen Punkt der Contouren hinwegläuft. Die Schwellenwerthe der Peripherie sind aber wegen deren geringerer Empfindlichkeit grösser als die des Centrums, und bleibt zudem der Unterschied kein constanter, sondern wird um so grösser, je mehr die Netzhautbilder wachsen, d. h. je weiter sie sich in die Peripherie hineinerstrecken. Hierdurch wird die Sache so complicirt, dass jeder einheitliche Maassstab aufhört, und ist das von Snellen angenommene Verhältniss vollkommen willkürlich und unseren physiologischen Erfahrungen widersprechend.

Gehen wir von dem einfachen Kreise zu den complicirten Formen, welche unsere Bushstabenproben darstellen, so finden wir hier eine Combination von geraden mit gekrümmten Linien, sowie von Uebergängen verschiedener Krümmungen, für welche, wie wir sahen, derartige gleichmässige Beziehungen zwischen Erkennbarkeit der Form und Grösse des Netzhautbildes ebenfalls nicht existiren. Bevor wir indessen auf diesen Gegenstand näher eingehen, wird es erforderlich sein, noch einen Fall zu untersuchen, nämlich die

C) Combination gerader und gekrümmter Linien.

Wir hatten bis jetzt unsere Betrachtungen ausgedehnt auf die für die gerade Linie in Betracht kommenden Verhältnisse, alsdann auf die Kreislinie und auf die Uebergänge verschiedener Krümmungen. Da die Formen der meisten Gegenstände, welche sich uns darbieten, aus geraden und gekrümmten Linien zusammengesetzt sind, so wird es nicht ohne Interesse sein, zu untersuchen, wie weit die Fähigkeit des Sehorgans reicht, diese in ihren Uebergängen von einander zu unterscheiden.

Gerade Linien können natürlich aus den verschiedensten Richtungen an ein und denselben Punkt einer gekrümmten Linie herantreten, und wird es daher nothwendig sein, die Untersuchung auf einen bestimmten Fall zu beschränken. Ich habe das Verhältniss zu Grunde gelegt, dass die gerade Linie einen Kreisbogen an einem beliebigen Punkte in der Richtung der Tangente trifft. Die Grösse des Netzhautbildes wird alsdann abhängen von dem Radius der Krümmung. Je kleiner dieser ist, um so deutlicher wird sich die Kreislinie von der geraden unterscheiden, je grösser, um so mehr wird dieselbe sich in ihrer Gestalt der geraden nähern. Im ersten Falle wird also auch das für die Unterscheidung erforderliche Netzhautbild kleiner ausfallen als im zweiten, und es wäre zu unter-

suchen, ob hier vielleicht gleichmässige Beziehungen vorhanden sind. Dass für die Gerade die Richtung der Tangente gewählt, ist natürlich willkürlich, es ist aber nicht anzunehmen, dass bei irgend einer anderen Richtung der geraden Linie und sonst gleicher Versuchsanordnung die Ergebnisse sich wesentlich ändern sollten. Wenn sich die Richtung der Geraden verschiebt, so wird die Richtungsänderung am Durchschnittspunkte um so schärfer und plötzlicher. Es kommt aber nicht auf das Erkennen dieser Abknickung im Durchschnittspunkte an, sondern nur darauf, ob die von diesem Punkte ausgehenden Linien in ihrem weiteren Verlaufe gekrümmt oder gerade sind. Dieser weitere Verlauf der beiden Linien ist aber

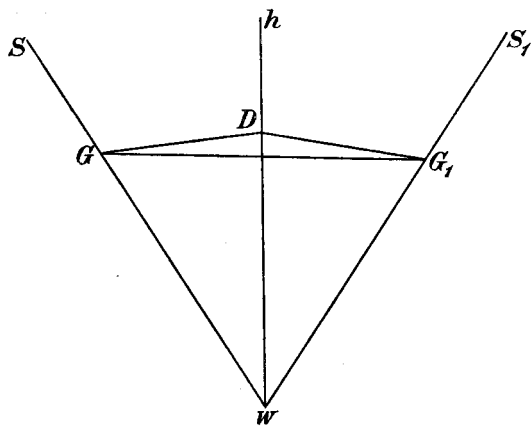


Fig. 4.

nicht abhängig von dem Winkel, in dem sie sich treffen, und wird es also erlaubt sein, zu schliessen, dass die für die Richtung der Tangente gefundenen Werthe auch für jede anders gerichtete Gerade zutreffen.

Die Versuchsanordnung blieb im Principe dieselbe wie bisher, und brauche ich sie daher im Einzelnen nicht nochmals anzugeben. Es wurden untersucht Kreisstücke von den Radien 1,0, 0,5, 0,25, 0,125, 0,0625 und 0,031 m. Die Richtungen horizontal, vertical u. s. w. bedeuten die Richtung der Grundlinie eines Dreieckes, von dessen beiden anderen Seiten die eine die Tangente, die andere der Kreisbogen war, solange derselbe bei allmäliger Vergrösserung gerade erschien. Diese allmälige Vergrösserung fand in der beschriebenen Weise durch einen dreieckigen Ausschnitt von bestimmtem Winkel statt, dessen Scheitel zu Beginn des Versuches auf dem Schnittpunkte

von Tangente und Bogen lag, und nunmehr in der Richtung der Höhe des Dreieckes, und zwar wieder abwechselnd nach oben oder unten (bezw. links oder rechts u. s. w.) verschoben wurde.

Fig. 4 wird das Gesagte erläutern. GG_1 ist die gedachte Grundlinie des Dreieckes, DG ist die Tangente, DG_1 der noch gerade erscheinende Bogen, WS und WS_1 sind die Schenkel des Maasses, hW die Richtung der Höhe des Dreieckes. Bei weiterem Verschieben des Maasses nach unten tritt also schliesslich der Zeitpunkt ein, wo DG gewölbt erscheint, und erfolgt nunmehr die Ablesung an einem der Schenkel des Maasses. Auf diese Weise ist erreicht, dass im Augenblicke der Beendigung des Versuches gleich grosse Stücke von DG und DG_1 eingestellt sind, abgesehen von der durch die eben merkbare Krümmung entstehenden Differenz, welche wohl nicht in Betracht kommt. Die Ergebnisse sind in den Tabellen T, U, V, W zusammengestellt.

Tabelle T.

Radius	H o r i z o n t a l			
	Knickungspunkt nach oben		Knickungspunkt nach unten	
	M. F.-D.	N. B.	M. F.-D.	N. B.
1,0 m	18,6	0,558	17,7	0,531
0,5 "	13,85	0,415	13,8	0,414
0,25 "	9,1	0,273	10,6	0,318
0,125 "	5,78	0,173	5,8	0,174
0,0625 "	3,85	0,114	3,8	0,114
0,031 "	2,33	0,069	2,33	0,069

Tabelle U.

Radius	V e r t i c a l			
	Knickungspunkt nach links		Knickungspunkt nach rechts	
	M. F.-D.	N. B.	M. F.-D.	N. B.
1,0 m	18,5	0,555	17,7	0,531
0,5 "	13,8	0,415	13,75	0,412
0,25 "	10,0	0,3	9,1	0,273
0,125 "	5,85	0,175	5,78	0,173
0,065 "	3,91	0,117	3,85	0,114
0,031 "	2,4	0,072	2,34	0,07

Die Bedeutung der senkrechten Stäbe in diesen Tabellen ist dieselbe wie in den Tabellen N, O, P, Q. Unter Knickungspunkt verstehe ich hier den Durchschnittspunkt der Tangente mit dem

Kreise (bei D in Fig. 4), also denjenigen Punkt, an dem die Richtung der Linien sich ändert.

Tabelle V.

Radius	Schräge Lage links unten nach rechts oben			
	Knickungspunkt nach r. unten		Knickungspunkt nach l. oben	
	M. F.-D.	N. B.	M. F.-D.	N. B.
1,0 m	19,2	0,576	18,9	0,567
0,5 "	14,9	0,447	15,1	0,453
0,25 "	10,55	0,316	10,4	0,312
0,125 "	6,45	0,193	6,42	0,192
0,0625 "	4,32	0,129	4,1	0,123
0,031 "	2,8	0,084	2,68	0,078

Tabelle W.

Radius	Schräge Lage links oben nach rechts unten			
	Knickungspunkt nach r. oben		Knickungspunkt nach l. unten	
	M. F.-D.	N. B.	M. F.-D.	N. B.
1,0 m	18,9	0,567	19,1	0,573
0,5 "	14,65	0,439	15,0	0,45
0,25 "	10,55	0,316	11,15	0,334
0,125 "	6,45	0,193	6,36	0,19
0,0625 "	4,14	0,123	4,27	0,12
0,031 "	2,68	0,078	2,68	0,078

Die Untersuchungen sind nur bis zum Radius 0,031 durchgeführt, aus dem Grunde, weil von da ab die Netzhautbilder nicht mehr viel kleiner werden. Man nähert sich mit den letzten Werthen der Tabelle der unteren Grenze, bei welcher der Unterschied in der Richtung beider Linien noch wahrnehmbar ist. Es stimmt dies übrigens mit dem, was wir oben für die Wahrnehmung einer einfachen Krümmung festgestellt haben. Das kleinste Netzhautbild, bei welchem eine solche erkennbar war, hatte einen Durchmesser von 0,027 mm. Bei unseren jetzigen Versuchen besteht nun das Netzhautbild zu einer Hälfte aus einer geraden Linie, zur andern aus dem Kreissegmente, und zwar ist in den Tabellen T, U, V, W der ganze Theil, der auf jeden von beiden, also auch auf die gebogene Linie entfällt, etwas kleiner als in den Tabellen H, I, K, L. Dies erscheint leicht erklärlich, denn die letzteren geben die Schwellenwerthe der gebogenen Linien für sich allein betrachtet, während wir in den Tabellen T, U, V, W diejenigen haben, welche sich beim Vergleiche mit einer Geraden ergeben. Da die beiden

unmittelbar aneinander grenzen, müssen die Unterschiede ihrer Richtung leichter hervortreten, als wenn man jede einzeln für sich allein betrachtet. Der Schwellenwerth wird also niedriger sein, d. h. das für die Wahrnehmung erforderliche Netzhautbild ein kleineres. In Analogie dieses Ergebnisses ist es verständlich, dass bei einer weiteren Verkleinerung der Radien in den Tabellen T, U, V, W die Schwellenwerthe sich nicht wesentlich vermindern können. Der nächste Radius würde 0,015 sein und das diesem entsprechende Netzhautbild voraussichtlich so klein werden, dass der auf die Krümmung entfallende Antheil unter die Schwelle sinken würde, wodurch die Möglichkeit, dieselbe als solche zu erkennen, und von der geraden Hälfte des Bildes zu unterscheiden, aufhören müsste. Wird der Versuch ausgeführt, so findet man, wie bemerkt, bei dem Krümmungsradius von 0,015 ein nicht viel kleineres Bild, als bei dem von 0,031, nämlich eine mittlere Fehldistanz von 1,8—2,0. Das entsprechende Netzhautbild würde sein 0,05—0,06, also die auf den gebogenen Theil entfallende Hälfte thatsächlich die Grenze erreichen. Auch bei noch kleineren Radien oder, was dasselbe ist, stärkeren Krümmungen kommt man nicht weiter. Sowie das Netzhautbild kleiner wird, erscheinen die Linien nach den beiden Seiten vom Durchschnittspunkte gerade. Im Uebrigen zeigen die Tabellen in mancher Hinsicht ein gleiches Verhalten wie die früheren. Die grösseren Netzhautbilder bei den schrägen Lagen fallen auch hier auf, und ebenso zeigt sich wieder, dass die Grösse der Netzhautbilder zu dem Radius der gebogenen Linien in keinem constanten Verhältnisse steht.

Es würde keine Schwierigkeit haben, diese Untersuchung noch über die verschiedensten anderen Combinationen von geraden und gekrümmten Linien auszudehnen, deren ja eine Unzahl, namentlich in Bezug auf die verschiedenen Richtungen des Raumes denkbar ist. Meine Absicht konnte aber nicht sein, den Gegenstand zu erschöpfen, sondern nur einige der einfachsten Verhältnisse zu untersuchen, welche mehr oder weniger allen anderen zur Grundlage dienen müssen. Auch bin ich mir bewusst, dass die Ergebnisse solcher Versuche sehr viel von der Uebung und der persönlichen Beobachtungsgabe abhängen, und dass sich vielleicht kaum zwei Personen finden, bei welchen eine genaue Uebereinstimmung zu erzielen wäre. Eine grössere Zahl von Einzelbestimmungen würde die Genauigkeit der Durchschnittswerthe noch erhöhen, denn je 10 Be-

stimmungen für den einzelnen Fall sind bei psychophysischen Untersuchungen keine grosse Zahl. Es ist aber zu beachten, dass die Zahlen für die verschiedenen Fälle eine gewisse gegenseitige Controle ausüben. So würde es z. B. nicht verständlich sein, wenn bei Krümmung eines Bogens nach links die Zahlen wesentlich andere wären als bei Krümmung nach rechts oder nach oben andere als nach unten: Größere Fehler würden hier sofort auffallen, und bietet daher die annähernde Uebereinstimmung der analogen Zahlenreihen in den verschiedenen Tabellen eine gewisse Gewähr für ihre Richtigkeit. Dasselbe gilt für die verschiedenen Richtungen, in welchen die Knickung gerader Linien, und die Beurtheilung ihrer gegenseitigen Lage untersucht ist. Ich darf somit annehmen, dass diese mühsame Arbeit von weit über 2000 Einzelbestimmungen keine ganz vergebliche war, und bitte zu berücksichtigen, dass es sich hier um einen ersten Versuch auf einem bisher fast unbebauten Gebiete handelt.

Auf ein gewisses praktisches Ergebniss ist im Laufe dieser Arbeit bereits verschiedentlich hingedeutet worden, und will ich das für die betreffende Frage Wichtige hier nochmals zusammenfassen. Wie bekannt, beruht das Snellen'sche Sehprüfungssystem auf der Voraussetzung, dass ein normales Auge einen Buchstaben entziffern kann, wenn ihm derselbe in seiner Gesamtausdehnung unter einem Sehwinkel von 5' und die einzelnen Striche unter einen solchen von 1' erscheinen. Vergrössern sich die Maasse nach jeder Richtung um das Doppelte, so würde das Auge, welches erst einen solchen Buchstaben erkennt, halbe Sehschärfe haben u. s. w. Wesshalb eine Erregung, welche die vierfache Anzahl von Netzhautelementen betrifft, nur als doppelter Reiz anzusehen ist, bleibt sowohl in mathematischer wie physiologischer Hinsicht unverständlich, und bedurfte wohl einer eingehenden Begründung, als sie Donders¹⁾ versucht hat. Sehen wir uns nun die Formen der einzelnen Buchstaben an, so sind die Veränderungen, welchen dieselben bei solchen Vergrösserungen ihrer Dimensionen unterworfen werden, durchaus verschieden. Es gibt einzelne Buchstaben, die sich nur aus geraden Strichen zusammensetzen, welche in einem bestimmten Winkel zusammenstossen, ebenso wie die sogenannten zwei- und dreizackigen Haken. Wenn diese Zeichen sich gleichmässig vergrössern, oder verkleinern, so wird das

1) Arch. f. Ophthalmol. Bd. 9 Abth. 1.

Verhältniss der einzelnen Linien zu einander, also die Grösse der Winkel immer die gleiche sein. Für sie bleibt, abgesehen von anderen physiologischen Bedenken¹⁾, aber immer noch das oben erwähnte Missverhältniss zwischen der thatsächlich von ihnen verursachten Erregung und ihrem angenommenen Reizwerthe zu erklären, und ist durch den praktischen Versuch (Arch. f. Augenheilkunde Bd. 28 H. 3, s. a. Stettler l. c.) ihre Unbrauchbarkeit zu einer Messung der Sehschärfe längst erwiesen. Bei anderen Buchstaben setzen sich die Contouren zusammen aus aneinander stossenden, geraden und gekrümmten Linien, sowie aus den Uebergängen von Linien verschiedener Krümmung. Wenn solche Buchstaben sich gleichmässig vergrössern oder verkleinern, so ändern sich die Krümmungsradien der gebogenen Linien, und wir haben somit ähnliche Verhältnisse, wie in unseren obigen Versuchen an gekrümmten Linien; da sich doch aus den einzelnen Abschnitten und Linien des Bildes der Gesamteindruck zusammensetzen muss, wenigstens wenn ein wirklich deutliches Erkennen, wie dies Snellen ja ausdrücklich fordert, für die Messung der Sehschärfe verlangt wird. Es sind also, wenn wir eine Reihe solcher Probebuchstaben betrachten, an einzelnen Stellen sich schneidende gerade Linien, welche ihr gegenseitiges Verhältniss bei Aenderung ihrer Dimensionen beibehalten, an anderen Stellen sehen wir dagegen in diesem Falle Veränderungen der Contouren eintreten, deren Erkennbarkeit eine durchaus verschiedene wird, je nach der Grösse der Krümmungsradien. Offenbar können Erregungen von so verschiedenem physiologischen Werthe keinen einheitlichen Maassstab abgeben.

In unseren obigen Versuchen haben wir für das Zusammenstossen von geraden und krummen Linien nur den Fall betrachtet, dass die gerade an die gebogene in der Richtung der Tangente tritt. Die gerade Linie kann natürlich auch jede beliebige andere Richtung annehmen, doch ist sowohl nach Analogie unserer Versuche, wie aus theoretischen Gründen sehr wenig wahrscheinlich, dass in solchen Fällen sich die Sache zu Gunsten der Snellen'schen Voraussetzung ändern sollte. Sehen wir uns den physiologischen Vorgang etwas näher an, so war von vornherein gar nicht zu erwarten, dass die Sache sich so verhalten würde, wie Snellen annimmt. Um die

1) Siehe meine Arbeiten: Archiv für Augenheilkunde Bd. 28 H. 3, Bd. 31 H. 3, Bd. 35 H. 1, Bd. 37 H. 2. Pflüger's Archiv Bd. 66.

Richtungsänderung einer Linie (sei es die allmälige durch Biegung oder die plötzliche durch Knickung) und die hiervon abhängige Form der Objecte zu erkennen, ist es nothwendig, dass wir die von dem Netzhautbilde der ersten und die von dem der zweiten Richtung herrührende Erregung als von verschiedenen Stellen im Raume ausgehend empfinden. Wie wir uns die Organisation der Netzhaut in Bezug auf ihre sogenannten Empfindungskreise vorstellen, ist hierbei gleichgültig, nur wissen wir mit Bestimmtheit, dass diese Organisation am feinsten ist im Netzhautcentrum, und von hier aus die Empfindungskreise allmählig grösser werden, aber durchaus nicht proportional dem Abstände vom Centrum¹⁾. Nehmen wir nun zwei Bogen von gleicher Gradausdehnung, aber von verschiedenen Radien, so wird der Uebergang aus einem Empfindungskreise in andere, deren Erregung eine Veränderung der Richtung kund gibt, bei dem kleineren Stücke, entsprechend der stärkeren Krümmung, viel schneller erfolgen, als bei dem grösseren. Wenn man also mit der Blicklinie über die Contouren hingeleitet, so wird in dem einen Falle die Richtungsänderung viel leichter erkannt werden müssen, als in dem anderen, in welchem Maasse, lässt sich aber von vornherein gar nicht bestimmen, wegen der verschiedenen Ausdehnung der gleichfalls beteiligten peripheren Empfindungskreise. Es ist nämlich zu berücksichtigen, dass wir in der Weise eine bestimmten Form, sagen wir einen Buchstaben nicht erkennen, dass wir jeden Theil seines Umfanges für sich betrachten, gleichsam wie wenn wir durch ein feines Loch sähen, sondern wir verwerthen dabei auch die peripheren Eindrücke. Um so mehr ist aber jede wirkliche Messung unmöglich, da die Empfindungskreise der Peripherie, wie gesagt, ein allmählig sich änderndes Verhalten zeigen. Während somit bei kleinen Buchstaben nur die Empfindungskreise des Centrums und seiner nächsten Umgebung in Betracht kommen, fällt die Erregung immer mehr in die Peripherie, je mehr das Bild des Buchstabens wächst, und ist daher vollends nicht zu erwarten, dass die Erkennbarkeit in einem gleichmässigen Verhältnisse stehen sollte zu der linearen Ausdehnung des Netzhautbildes. Wir haben also, wenn wir einen aus geraden und gekrümmten Linien bestehenden Buchstaben gleichmässig vergrössern, an einzelnen Stellen das unveränderte gegenseitige Verhältniss der Contouren, an anderen dagegen eine fort-

1) Siehe Guillery, Pflüger's Archiv Bd. 68.

während Aenderung, welche eine ununterbrochene Combination der Erregungen von Netzhautstellen sehr verschiedener Empfindlichkeit bedingt. Wenn schon für die einfachsten Formen ein gleichmässiges Verhältniss zwischen Erkennbarkeit und Grösse des Netzhautbildes nicht besteht, so kann ein solches für so complicirte Objecte wie Probebuchstaben, deren Bild sich aus dem Zusammenwirken verschiedenwerthiger Einzelerregungen zusammensetzt, erst recht nicht angenommen werden. Es ist somit gewiss, dass die Wahrnehmung, welche schliesslich das Gesamtergebniss dieser verschiedenen Vorgänge ist, unmöglich einfach mechanisch nach der linearen Grösse der Netzhautbilder gemessen werden kann, von der Uebung und Gewandtheit verschiedener Menschen in der richtigen Deutung nicht scharf gesehener Eindrücke ganz abgesehen. So sehen wir, dass auch in diesem Punkte die Snellen'schen Voraussetzungen einer genauen Prüfung nicht Stand halten, und bei der praktischen Wichtigkeit der Methode, die sich in den fortwährenden Bestrebungen zur Verbesserung der Sehproben genugsam kundgibt, bleibt es nur unverständlich, dass eine solche Kritik so lange Zeit hindurch nicht einmal versucht worden ist.

In unseren bisherigen Untersuchungen sind nicht alle die Wirkungen berücksichtigt, welche verschiedene Linien durch ihre Nachbarschaft auf einander ausüben können. Diese Wirkungen sind sehr mannigfaltig und bekanntlich die Quelle vieler optischer Täuschungen. Im Allgemeinen gestalten sich die Verschiebungen, welche durch die Nähe anderer Linien hervorgerufen werden, scheinbar so, dass sie, wie Lipps (l. c.) sagt, sich aus der Vorstellung mechanischer Thätigkeiten ableiten, welche die Richtung der betreffenden Linien ausdrückt. Es würde zu weit führen, dies hier näher zu entwickeln, und muss auf das bekannte Werk von Lipps verwiesen werden. Um ein Beispiel anzuführen, so wissen wir, dass eine Kreislinie, wenn an ihrer convexen Seite eine Gerade vorbeiläuft, an der dieser benachbarten Stelle stärker convex erscheint, während die Gerade etwas nach ihr ausgebogen wird. Sucht man also das kleinste Netzhautbild, welches die Krümmung erkennen lässt, so müsste dies an der der Geraden gegenüberliegenden Stelle kleiner sein als an anderen Punkten des Bogens, denn es ist anzunehmen, dass der veränderte optische Eindruck sich auch in einer Veränderung der Schwellenwerthe kund geben wird. Hier könnten natürlich nur die Durchschnittswerthe von einer grossen Zahl von Einzel-

untersuchungen Unterschiede mit Sicherheit erkennen lassen, und wäre auf diese Weise vielleicht doch das Verhältniss zwischen der „psychischen Energie“ der Vorstellung und ihrer optischen Wirkung zahlenmässig zu bestimmen. Die Versuchsanordnung wäre im Uebrigen sehr einfach und im Wesentlichen der unserigen entsprechend, und würde sich hierzu eine reiche Auswahl von Beispielen darbieten. In dieser Richtung ist bisher noch keine Aufklärung gewonnen, und würden nur von sehr geübten Beobachtern solche Versuche zu unternehmen sein. Hierher zu rechnen sind vielleicht schon unsere obigen Untersuchungen über die Beurtheilung des Parallelismus zweier Linien, wobei wir genöthigt waren, eine gewisse optische Täuschung anzunehmen, welche sich zahlenmässig dadurch ausdrückte, dass das Augenmaass nicht in gleicher Weise, wie unter anderen Umständen zur Geltung kommen konnte.
