und vierten Grades, die Kreisteilung (3-, 5-, 7-, 9-, 13- und 17-Eck) und schließlich in einem eigenen Kapitel, Unmöglichkeitsbeweise überschrieben, die Konstruktionen mit bloßer Hilfe von Lineal und Zirkel, die Würfelverdopplung, Trisektion des Winkels, der casus irreducibilis bei den Gleichungen dritten Grades und der Beweis, daß Gleichungen fünften Grades u. a. nicht durch Radikale lösbar sind, behandelt. Das dritte Buch, Analysis, enthält außer den bekannten elementaren Sätzen über unendliche und speziell Potenzreihen, die Reihen für e, für die trigonometrischen Funktionen, die Binomial- und logarithmische Reihe, die unendlichen Produkte für *sin* und *cos* und bringt verschiedene Beweise für die Transzendenz von e und π.

Daß die Darstellung in ihrer Art vollendet ist, dafür bürgt der Name H. Weber. Doch will Referent nicht leugnen, daß seinem Geschmacke die Behandlung mancher Fragen in der ausgezeichneten theoretischen Arithmetik von Stolz und Gmeiner[1]) besser zugesagt. Wenn er zum Schlusse noch einen Wunsch aussprechen darf, so wäre es der, daß der Abschnitt über Arithmetik (erstes Buch) einen Abschluß finde, durch den Beweis des Satzes, daß es außer dem System der reellen und gemeinen komplexen Zahlen kein einziges Zahlensystem gibt, in dem genau dieselben Rechengesetze anwendbar wären, wie für die reellen Zahlen. Ihm scheint eine Antwort auf diese naheliegende Frage unerläßlich, woran sich die weitere knüpft, ob nicht brauchbare Zahlensysteme möglich sind, in denen das eine oder andere Multiplikationsgesetz aufgegeben wird. Von da bedurfte es nur eines kleinen Schrittes, um den Leser zum Satze von Frobenius und den Quaternionen zu geleiten. Die dadurch vergrößerte Einsicht in das Wesen der Arithmetik wird ihm reichlich den Aufwand an Mühe lohnen. *G. v. E.*

Leçons élémentaires sur la théorie des Fonctions analytiques. Fouët Eduard A. Paris, Gauthier-Villars, I^re Partie, 1902. Fr. 7.50; II^e Partie 10 Fr. 1904.

Die Anregung zur Bearbeitung dieses Werkes empfing der Verfasser aus der ganz eigenartigen Entwicklung der modernen Mathematik. Ihre zahlreichen Disziplinen, die im Laufe des lezten Jahrhunderts entstanden, hatten anfänglich nur geringe Verbindung untereinander und schienen mehr aus- als zueinander zu streben. Doch mit ihrer fortschreitenden Entwicklung spannen immer stärkere und zahlreichere Fäden zwischen ihnen sich an und offenbarte sich oft ein überraschend inniger Zusammenhang.

Zugleich nehmen aber in diesen Teildisziplinen die Probleme und Methoden an Zahl und Tiefe derart zu, daß es für den einzelnen kaum mehr möglich ist, alle Partien der Mathematik zu überschauen, obgleich das Streben vorherrscht, die Methoden bei aller Strenge möglichst einfach zu gestalten. Für die Studierenden der Mathematik jedoch ist es von größter Wichtigkeit vorerst einen solchen allgemeinen Überblick über die einzelnen Kapitel zu gewinnen, bevor sie sich in das unumgängliche Spezialstudium einzelner vertiefen. Es werden sonach didaktische Werke, welche die vielfach zerstreuten Untersuchungen und Resultate ordnen, zusammenfassen und vereinfachen und so

[1]) Leipzig, Teubner, 1902.

auf ein fruchtbringendes Studium der Spezialwerke und Abhandlungen vorbereiten, höchst willkommen sein.

Diesem Bedürfnisse kommt wohl zum Teile die neuere math. Enzyklopädie, die übrigens andere Ziele verfolgt, entgegen, doch sind ihre Aufsätze zu wenig eingehend, um ihm zu genügen; die mit ihr eng zusammenhängende „Sammlung von Lehrbüchern auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften mit Einschluß ihrer Anwendungen von B. G. Teubner ist wieder zu sehr für das Detailstudium einzelner Kapitel bestimmt, um hiebei in Betracht zu kommen. Sie bezeichnen vielmehr die Grenzen, zwischen denen Werke der gewünschten Art werden mitteninne stehen müssen.

Von solchen Gesichtspunkten aus hat der Verfasser in dem oben genannten Werke versucht, die Theorie der analytischen Funktionen in elementarer Weise zu behandeln. Das Werk ist auf drei Teile berechnet, von denen bisher nur die beiden ersten erschienen sind. Der erste handelt über die allgemeinen Methoden für die Definition und Darstellung der Funktionen; der zweite über die von Cauchy, Riemann, Weierstraß und ihren Nachfolgern entwickelten Methoden und Theorien; der dritte (noch ausständige) wird eine elementare Darstellung der elliptischen, automorphen und Abelschen Funktionen bringen.

Um einigermaßen eine Vorstellung von der Anlage und Ausführung des Werkes zu geben, möge auf den Inhalt der beiden ersten Bände näher eingegangen werden.

Dem ersten Buche wird eine ziemlich ausführliche Einleitung vorangeschickt. In ihr werden in ihrer historischen Entwicklung die Begriffe der Veränderlichen und der Funktion bis auf die neueste Zeit kurz skizziert, einige Hauptsätze der Mengenlehre gegeben, der Begriff der Grenze bei Funktionen, obere und untere Grenze, Maximum und Minimum, gleichmäßige Bewegung gegen einer Grenze, Stetigkeit der Funktionen einer und mehrerer Veränderlichen, ihre Eigenschaften, stetige Funktionen mit Derivierten, harmonische, holomorphe Funktionen, ihre Singularitäten behandelt und einige Grundbegriffe der Substitutionentheorie entwickelt.

Im ersten Buche werden die allgemeinen Methoden zur Definition und Darstellung der Funktionen auseinandergesetzt, also die Definition durch endliche Gleichungen, unendliche Reihen und Produkte, bestimmte Integrale, Differentialgleichungen und Funktionalgleichungen. Auf diese Weise wird man zunächst auf die algebraischen Funktionen, die Einführung der Riemannschen Fläche die Theorie der einfachen und mehrfachen Reihen (speziell der Potenzreihen) und unendlichen Produkte, der trigonometrischen Reihen, die Verwertung divergenter Reihen (Borel, Stieltjes, Poincaré, Padé etc.) geführt. Hieran reiht sich die Untersuchung elementarer Transzendenten, so der exponentiellen (Transzendenz von e und π) trigonometrischen, ihrer inversen, der Γ-Funktion, der hypergeometrischen Reihe, der σ-, ζ-, p- und Jacobischen Θ-Funktion, denen einige allgemeine Begriffe und Sätze aus den doppelt periodischen Funktionen vorangeschickt werden. Den Beschluß bilden einige Notizen über Θ-Funktionen mehrerer Argumente und ihre Transformation.

Für die Definition durch bestimmte Integrale entwickelt der Verfasser den Begriff des bestimmten Integrals nach Riemann, der integrablen und nicht integrablen Funktionen, des Kurvenintegrals und der Greenschen Formel, des Integrals zwischen imaginären Grenzen, den Fundamentalsatz (die Beweise von Cauchy-Riemann, Goursat und andere), die Darstellung durch Potenzreihen, die Poincaréschen majoranten Funktionen. Ausführlich wird sodann die Fortsetzung der Funktionen nach Weierstraß erörtert. Außer dessen Arbeiten über analytische Funktionen mit beschränktem Geltungsbereich wurden durch die einschlägigen von Poincaré, Painlevé, Volterra, Runge, Hilbert, Mittag-Leffler und die allgemeinere Begriffsbildung von Fabry, Le Roy und Borel in die Darstellung einbezogen. Im letzten Kapitel des ersten Buches werden die impliziten Funktionen (Weierstraß' und anderer Beweis), die Existenzbeweise für die Integrale gewöhnlicher Differentialgleichungen — wobei insbesondere die Resultate von Fuchs und Painlevé berücksichtigt werden —, für partielle Differentialgleichungen (Kowalewsky, Riquier, Delassus) und das Dirichletsche Problem (Schwarz, Neumann, Poincaré und Hilbert besprochen. Den Beschluß des Bandes bildet ein kurzes Kapitel über die Definition mittels Funktionalgleichungen, in das auch die bekannten Sätze Weierstraß' über Funktionen mit einem algebraischen Additionstheorem aufgenommen sind. Im zweiten Bande wird nun sehr eingehend die Theorie der analytischen Funktionen zunächst imSinne Cauchys, dann Weierstraß' und endlich Riemanns dargelegt. Auch hier wurden überall die neuesten Forschungen berücksichtigt, wie um nur einen Fall zu erwähnen, die ausgedehnten Forschungen über ganze und scheinbar ganze Funktionen, die Entwicklung der Funktionen durch rationale Funktionen, die Fortsetzung durch Symmetrie und mittels konformer Abbildung, die Zurückführung der mehrdeutigen auf eindeutige Funktionen (Poincaré etc.).

Den Schluß des Bandes bildet die Anwendung der analytischen Funktionen in der Theorie der Minimalflächen (Weierstraß) und mathematischen Physik.

Diese knappe Übersicht über den Inhalt der ersten beiden Bände zeigt wohl zur Genüge, wie der Verfasser das große Material, das die Funktionen theoretischen Forschungen zu Tage förderten, bis auf ihre letzten Ausläufer verarbeitete und die sich gestellte Aufgabe löste. Infolge der Anlage des Werkes waren Wiederholungen und Verweise auf spätere Partien nicht zu vermeiden, doch sind sie vom didaktischen Standpunkte eher gutzuheißen als zu tadeln. Daß auch einzelne, übrigens ziemlich leicht zu korrigierende Flüchtigkeiten unterlaufen, ist bei der Fülle des Stoffes, an dessen Fundamenten selbst noch immer gemodelt wird, nicht zu verwundern. Das Werk wird gewiß jedem, der in die Funktionentheorie tiefer eindringen und sich auch mit ihren neuesten Forschungen vertraut machen will, eine rasche und willkommene Orientierung bieten. *G. v. E.*

Examen des différentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de géométrie par G. Lamé. Réimpression facsimilé. Zwei Figurentafeln; 124 S. 8⁰. A. Hermann, Paris 1903. Preis 5 Fr.

Die 1818 erschienene Originalausgabe dieses Werkes von Lamé war im Buchhandel nur mehr zum Preise von 30 Fr. zu haben, woraus zu ersehen ist, wie selten das Werk schon wurde. Es ist also gewiß erfreulich, daß ein