

Wir fügen dem Ausdrucke (D) keine willkürliche Function von ξ allein zu, weil bei $i_1 = i_2 = 0$ das System durch räumliche Veränderungen allein keine Energie liefern kann.

5. Indem wir jetzt die bestimmte Function φ in die Gleichungen (C) einsetzen, erhalten wir:

$$(E) \quad e_1 = w_1 i_1 + \frac{\partial}{\partial t}(i_1 U_1 + i_2 V), \quad e_2 = w_2 i_2 + \frac{\partial}{\partial t}(i_1 V + i_2 U_2).$$

Dies sind die bekannten Grundgleichungen der electrodynamischen Induction (s. oben Gl. 5).¹⁾ Indem wir diese Gleichungen mit i_1 , i_2 multipliciren und addiren, oder auch aus den Gleichungen (A) und (B) nach Einsetzung des Werthes φ , kommen wir zu der Gleichung:

$$(e_1 i_1 - w_1 i_1^2) dt + (e_2 i_2 - w_2 i_2^2) dt = \partial \left(\frac{i_1^2}{2} U_1 + i_1 i_2 V + \frac{i_2^2}{2} U_2 \right) \\ + \frac{i_1^2}{2} dU_1 + i_1 i_2 dV + \frac{i_2^2}{2} dU_2.$$

Odessa, Universität, 22. Febr. 1881.

XII. *Ueber die Bewegung eines electrischen Theilchens in einem homogenen magnetischen Felde und das negative electrische Glimmlicht; von Eduard Riecke.*

(Aus den Gött. Nachr. vom 2. Febr. 1881 mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Ein electrisches Theilchen von der in electrostatischen Einheiten gemessenen Masse e sei verbunden mit der trägen Masse ε , die Coordinaten desselben mit Bezug auf ein im Raume festes Coordinatensystem seien x, y, z , die Componenten seiner Geschwindigkeit u, v, w . Ist ausserdem gegeben ein magnetischer Punkt mit der Masse μ und den Coordinaten a, b, c , so sind die Componenten der von demselben auf das electrische Theilchen ausgeübten Kraft gegeben durch:

¹⁾ Maxwell, A treatise on electricity and magnetism. 2. § 581. 1873. Briot, Theorie mécanique de la chaleur. Stefan l. c. u. a.

$$X = \frac{\sqrt{2}}{c} \mu e \frac{(z-c)v - (y-b)w}{r^3}, \quad Y = \frac{\sqrt{2}}{c} \mu e \frac{(x-a)w - (z-c)u}{r^3},$$

$$Z = \frac{\sqrt{2}}{c} \mu e \frac{(y-b)u - (x-a)v}{r^3}.$$

Bezeichnen wir durch P das von dem Punkte μ ausgeübte magnetische Potential, so erhalten wir die Gleichungen:

$$X = \frac{\sqrt{2}}{c} e \left\{ \frac{\partial P}{\partial y} w - \frac{\partial P}{\partial z} v \right\}, \quad Y = \frac{\sqrt{2}}{c} e \left\{ \frac{\partial P}{\partial z} u - \frac{\partial P}{\partial x} w \right\},$$

$$Z = \frac{\sqrt{2}}{c} e \left\{ \frac{\partial P}{\partial x} v - \frac{\partial P}{\partial y} u \right\},$$

welche in dieser Form allgemein gelten, gleichgültig ob das Potential P herrührt von einem einzelnen magnetischen Punkt oder von einer beliebigen Vertheilung magnetischer Massen. Die Differentialgleichungen, durch welche die Bewegung des electrischen Theilchens e in dem magnetischen Feld bestimmt wird, sind:

$$\varepsilon \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{\sqrt{2}}{c} \cdot e \left\{ \frac{\partial P}{\partial y} \cdot \frac{dz}{dt} - \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \frac{dy}{dt} \right\},$$

$$\varepsilon \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{\sqrt{2}}{c} \cdot e \left\{ \frac{\partial P}{\partial z} \cdot \frac{dx}{dt} - \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{dz}{dt} \right\},$$

$$\varepsilon \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{\sqrt{2}}{c} \cdot e \left\{ \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{dy}{dt} - \frac{\partial P}{\partial y} \cdot \frac{dx}{dt} \right\}.$$

Das Integral der lebendigen Kraft ist gegeben durch:

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 = \text{Const.}$$

d. h. die Bahngeschwindigkeit des Theilchens ist eine Constante, welche im Folgenden durch σ bezeichnet werden soll.

Ist insbesondere das magnetische Feld ein homogenes, so hat das Potential die Form:

$$P = -Ax - By - Cz,$$

und die Bewegungsgleichungen werden:

$$\varepsilon \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{\sqrt{2}}{c} e \left\{ C \frac{dy}{dt} - B \frac{dz}{dt} \right\}, \quad \varepsilon \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{\sqrt{2}}{c} e \left\{ A \frac{dz}{dt} - C \frac{dx}{dt} \right\},$$

$$\varepsilon \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{\sqrt{2}}{c} e \left\{ B \frac{dx}{dt} - A \frac{dy}{dt} \right\}.$$

Aus denselben folgt zunächst:

$$A \frac{d^2 x}{dt^2} + B \frac{d^2 y}{dt^2} + C \frac{d^2 z}{dt^2} = 0, \quad A \frac{dx}{dt} + B \frac{dy}{dt} + C \frac{dz}{dt} = \text{Const.}$$

Es ergibt sich somit, dass auch die Componente der Bahngeschwindigkeit nach der Richtung der magnetischen Kraftlinien constant ist. Bezeichnen wir die ganze Intensität des magnetischen Feldes mit I , jene constante Geschwindigkeit mit j , so haben wir die Gleichung:

$$A \frac{dx}{dt} + B \frac{dy}{dt} + C \frac{dz}{dt} = Ij;$$

und hieraus: $Ax + By + Cz = Ijt$,

wenn vorausgesetzt wird, dass das Theilchen e sich zur Zeit 0 im Anfangspunkt des Coordinatensystems befinde.

Versteht man unter α den Winkel, welchen ein Element der von dem Theilchen e durchlaufenen Bahn mit der Richtung der Kraftlinien einschliesst, so gilt die Gleichung:

$$\cos \alpha = \frac{j}{\sigma}.$$

Es ist also dieser Winkel α ebenfalls constant, alle Elemente der von dem Theilchen e durchlaufenen Bahn sind unter demselben Winkel gegen die Richtung der magnetischen Kraftlinien geneigt.

Bezeichnen wir mit ds ein Element dieser Bahn, welches von dem electrischen Theilchen e in der Zeit dt durchlaufen wird, so ist:

$$\frac{ds}{dt} = \sigma,$$

und daher: $\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{ds} \cdot \sigma$, $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x}{ds^2} \cdot \sigma^2$.

Substituiren wir diesen Werth in den Differentialgleichungen der Bewegungen, so ergibt sich:

$$\epsilon \sigma^2 \frac{d^2x}{ds^2} = \frac{V^2}{c} e \left\{ C \frac{dy}{dt} - B \frac{dz}{dt} \right\}, \quad \epsilon \sigma^2 \frac{d^2y}{ds^2} = \frac{V^2}{c} e \left\{ A \frac{dz}{dt} - C \frac{dx}{dt} \right\},$$

$$\epsilon \sigma^2 \frac{d^2z}{ds^2} = \frac{V^2}{c} e \left\{ B \frac{dx}{dt} - A \frac{dy}{dt} \right\},$$

und hieraus:

$$\epsilon \cdot \sigma^3 \left(\frac{dy}{ds} \cdot \frac{d^2z}{ds^2} - \frac{dz}{ds} \cdot \frac{d^2y}{ds^2} \right) = \frac{V^2}{c} e \left\{ A \sigma^2 - Ij \frac{dx}{dt} \right\},$$

$$\epsilon \cdot \sigma^3 \left(\frac{dz}{ds} \cdot \frac{d^2x}{ds^2} - \frac{dx}{ds} \cdot \frac{d^2z}{ds^2} \right) = \frac{V^2}{c} e \left\{ B \sigma^2 - Ij \frac{dy}{dt} \right\},$$

$$\epsilon \cdot \sigma^3 \left(\frac{dx}{ds} \cdot \frac{d^2y}{ds^2} - \frac{dy}{ds} \cdot \frac{d^2x}{ds^2} \right) = \frac{V^2}{c} e \left\{ C \sigma^2 - Ij \frac{dz}{dt} \right\}.$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich für den reciproken Krümmungshalbmesser der Bahncurve der Werth:

$$t = \frac{\sqrt{2}}{c} \cdot \frac{e I}{s} \cdot \frac{w}{\sigma^2},$$

wo $w = \sqrt{\sigma^2 - j^2}$ die ebenfalls constante Componente der Bahngeschwindigkeit σ nach einer zur Richtung der Kraftlinien senkrechten Ebene bezeichnet. Der Krümmungshalbmesser der von dem Theilchen e durchlaufenen Bahn ist also constant, d. h. die Bahn selbst hat die Gestalt einer Schraubenlinie. Da aber die Elemente der Bahn alle denselben Winkel α mit der Richtung der magnetischen Kraftlinien einschliessen, so muss die Axe der Schraubenlinie der Richtung der Kraftlinien parallel sein. Die Projection der Bahncurve auf eine zur Richtung der Kraftlinien senkrechte Ebene ist ein Kreis vom Halbmesser:

$$a = \frac{\sin^2 \alpha}{t} = \frac{c}{\sqrt{2}} \frac{s}{e I} \sigma \sin \alpha.$$

Die Höhe eines Schraubenganges ist:

$$h = \pi c \sqrt{2} \frac{s}{e I} \sigma \cos \alpha.$$

Es ergibt sich hieraus, dass die von Hittorf beobachtete schraubenförmige Windung des electrischen Glimmlichtes unter der Wirkung magnetischer Kräfte durch die Annahme einer Ausstrahlung von mit träger Masse verbundenen electrischen Theilchen erklärt werden kann.

XIII. *Messung der vom Erdmagnetismus auf einen drehbaren linearen Stromleiter ausgeübten Kraft; von Eduard Riecke.*

(Aus den Gött. Nachr. vom 2. Febr. 1881 mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

1. Nach dem electromagnetischen Grundgesetze ist die Transversalkraft, welche ein Magnetpol μ auf ein zu der Richtung der Entfernung senkrechtes Stromelement ausübt, gegeben durch:

$$\frac{\mu i ds}{r^2}.$$