

V. *Beiträge zur Elektrodynamik;* *von Theodor Wand,*

Consistorialrath in Speyer.

Im 6. Heft des Jahrganges 1875 ist ein Aufsatz von Hrn. C. Neumann über das Weber'sche Gesetz erschienen, der mich veranlaßt, die Aufmerksamkeit der geehrten Leser dieser Zeitschrift wiederholt auf diesen Gegenstand zu lenken.

Meine Ueberzeugung ist nämlich in Uebereinstimmung mit Hrn. Helmholtz und entgegen Hrn. Neumann, daß das Weber'sche Gesetz aufgegeben werden muß. Diese Ueberzeugung habe ich bereits im Jahre 1874 in einem größeren Aufsätze über die Elektrodynamik ausgesprochen, der im Carl'schen Repertorium in München erschienen ist. Dieser Aufsatz ist indeß der Aufmerksamkeit der Fachmänner vielfach entgangen¹⁾, weshalb es mir gestattet seyn möge, hier im wesentlichen das zu wiederholen, was ich dort gegen das Weber'sche Gesetz gesagt habe und was nach meiner Ansicht wenigstens dieses Gesetz als gänzlich unhaltbar erscheinen läßt.

Im Jahre 1873 mit dem Studium der Elektrodynamik beschäftigt, bat ich Hrn. Kirchhoff mich mit den neuesten Forschungen auf diesem Gebiete bekannt zu machen und wurde durch ihn auf den Aufsatz von Hrn. Helmholtz im Borchardt'schen Journal aufmerksam gemacht, worin das labile Gleichgewicht der Elektricität nachgewiesen wird. Nach aufmerksamem Studium dieses Aufsatzes war ich der Ansicht, daß das Weber'sche Gesetz als unhaltbar aufgegeben werden müsse. Aber auch das von Hrn. Helmholtz vorgeschlagene Potentialgesetz konnte mich nicht befriedigen, da ich mir durch dasselbe die Rotationserscheinungen nicht erklären konnte. Ich kehrte daher zu

1) Ein Exemplar, welches ich mir erlaubte, Hrn. C. Neumann zuzusenden, scheint nicht an seine Adresse gelangt zu sein.

dem Weber'schen Gesetze zurück, indem ich mich zu der Ansicht hinneigte, daß bei der Entwicklung des Helmholtz'schen Resultates dennoch ein Rechnungsfehler untergelaufen sein müsse. In der That sind auch die Differentialgleichungen, deren sich Hr. Helmholtz bedient, auf Voraussetzungen gebaut, die nach dem Weber'schen Gesetze nicht stattfinden. Wenn sich nämlich die Elektricität verdichtet, so kann auch nicht überall gleich viel positive und negative Elektricität vorhanden sein, wie die erwähnten Differentialgleichungen voraussetzen, sondern es muß sich bald ein Ueberschufs von positiver oder negativer Elektricität an den verschiedenen Stellen des Raumes ergeben, der um so größer wird, je länger die Bewegung dauert; es muß sich sogar an einzelnen Stellen der ganze Vorrath an positiver oder negativer Elektricität ganz rasch erschöpfen. Will man nun diesen *wesentlichen* Umstand nicht vernachlässigen, so stößt man nicht bloß auf sehr complicirte Differentialgleichungen, sondern muß noch überdieß für beide Arten der Elektricität gesonderte Differentialgleichungen aufstellen. Ich suchte mir nun das Problem durch die Annahme zu vereinfachen, daß sich immer gleiche Quantitäten positiver und negativer Elektricität nach entgegengesetzten Richtungen bewegen. Zunächst nun entwickelte ich das Potential und fand, daß dasselbe wirklich auch für die mit Verdichtung verbundene Bewegung mit der Zeit negativ werden könne. Allein dieses Resultat führt, so zu sagen, aus dem Regen in die Traufe, denn da für den Anfang der Bewegung, wo sich noch keine freie Elektricität angesammelt hat, wie auch die Darstellung des Hrn. Helmholtz zeigt, das Potential entschieden positiv wird, so giebt dieses Resultat an, daß die Bewegung, wenn sie *ohne Aufwand von Kraft* eine Zeit lang gedauert hat, unter Umständen wieder aufhören kann. Ueber den Grund dieses unsinnigen Resultates war ich denn auch nicht lange im Zweifel. Das Weber'sche Potential lautet nämlich, wenn man zwei Massentheilchen, die auf einander wirken durch m_1 und

m_2 , ihre Entfernung durch r und die bekannte Constante wie üblich, durch A bezeichnet, endlich die Geschwindigkeit durch v :

$$\sum \frac{m_1 v^2}{2} = \frac{1}{2} \sum \sum -\frac{m_1 m_2}{r} + \frac{1}{2} \sum \sum \frac{A^2 m_1 m_2}{2r} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2$$

oder:

$$\begin{aligned} \sum \frac{m_1}{2} \left[\left(\frac{dx_1}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz_1}{dt} \right)^2 \right] &= -\frac{1}{2} \sum \sum \frac{m_1 m_2}{r} \\ + \frac{1}{2} \sum \sum \frac{A^2 m_1 m_2}{2r} &\left[\frac{dr}{dx_2} (x_2 - x_1)' + \frac{dr}{dy_2} (y_2 - y_1)' \right. \\ &\left. + \frac{dr}{dz_2} (z_2 - z_1)' \right]^2. \end{aligned}$$

Hierbei sind zur Abkürzung die Differentialquotienten nach der Zeit durch Kommata bezeichnet.

Das Weber'sche Gesetz giebt also die auf der linken Seite stehende lebendige Kraft in einer unentwickelten Gleichung. Das einfachste Beispiel einer solchen ist:

$$mv^2 = C - m\alpha v^2.$$

Nach oberflächlicher Anschauung würde diese Gleichung sagen, daß das Potential bei fortwährendem Wachsthum von v aus dem Positiven ins Negative übergeht, während man doch aus derselben ganz einfach

$$mv^2 = \frac{C}{1 + \alpha}$$

erhält. Derselbe Umstand findet aber auch bei den Kräften statt. Setzt man zur Vereinfachung voraus, daß für den Anfangszustand weder freie Elektrizität noch eine Strömung vorhanden sey, so hat man für die Kraft, welche zwischen dem im Punkte 1 befindlichen positiven Theilchen m_1 und dem im Punkte 2 befindlichen positiven Theilchen m_2 wirkt:

$$\begin{aligned} \frac{m_1 m_2}{r^2} + \frac{2A^2 m_1 m_2}{Vr} &\left[\frac{dVr}{dx_2} (x''_2 - x''_1) + \frac{dVr}{dy_2} (y''_2 - y''_1) \right. \\ &\left. + \frac{dVr}{dz_2} (z''_2 - z''_1) \right]. \end{aligned}$$

Bezeichnet man die Coordinaten der im Punkte 2 sich bewegendenden negativen Elektrizität m_2 durch ξ_2, η_2, ζ_2 , so

hat man für die Kraft, welche von der im Punkte 2 befindlichen negativen Elektricität auf die im Punkte 1 befindliche positive wirkt:

$$-\frac{m_1 m_2}{r^2} + \frac{2A^2 m_1 m_2}{Vr} \left[\frac{dVr}{dx_2} (x''_1 - \xi''_2) + \frac{dVr}{dy_2} (y''_1 - \eta''_2) + \frac{dVr}{dz_2} (z''_1 - \zeta''_2) \right].$$

Addirt man und macht man zur weiteren Vereinfachung die Voraussetzung, daß die negative Elektricität sich immer mit gleicher Geschwindigkeit, aber in entgegengesetzter Richtung, wie die positive bewegt, setzt man also $\xi''_2 + x''_2 = 0$ u. s. f., so erhält man für die Kraft, welche vom Punkt 2 aus auf die im Punkt 1 befindliche positive Elektricität wirkt, den Ausdruck:

$$\frac{2A^2 m_1 m_2}{Vr} \left(\frac{dVr}{dx_2} x''_2 + \frac{dVr}{dy_2} y''_2 + \frac{dVr}{dz_2} z''_2 \right).$$

Für die in der Richtung x wirkende Kraft erhält man:

$$4A^2 m_1 m_2 \left(\frac{dVr}{dx_2} x''_2 + \frac{dVr}{dy_2} y''_2 + \frac{dVr}{dz_2} z''_2 \right),$$

und schließlicb ergibt sich für x'' , die Gleichung:

$$x''_1 - 4A^2 \sum m^2 \left(\frac{dVr}{dx_1} \frac{dVr}{dx_2} x''_2 + \frac{dVr}{dx_1} \frac{dVr}{dy_2} y''_2 + \frac{dVr}{dx_1} \frac{dVr}{dz_2} z''_2 \right) = 0,$$

wobei sich die Summation über alle Punkte, mit Ausnahme des ersten, erstreckt. So fortschreitend erhält man für jeden Punkt 3 Gleichungen bezüglich der 3 Coordinatenrichtungen. Hat man also im Ganzen m Punkte, so ergeben sich $3m$ lineare Gleichungen zur Bestimmung der $3m$ entsprechenden Differential-Coëfficienten. Diese Gleichungen können, müssen aber nicht erfüllt werden durch die Annahme, daß alle diese Differential-Coëfficienten gleich Null sind. Denn ist unter diesen Gleichungen eine mit einer der anderen identisch, oder allgemein gesprochen, ist die Determinante des Systems ihrer Coëfficienten gleich

Null, so sind zwar die verschiedenen Werthe dieser Differential-Coëfficienten in ihrem gegenseitigen Verhältniß bestimmt, aber nicht ihrer GröÙe nach, und es ergibt sich das Resultat, *dafs nach dem Weber'schen Gesetze aus dem Gleichgewichtszustande heraus beliebige elektromotorische Kräfte entstehen können.* Dies ist denn auch in der That der Fall, wie im Folgenden nachgewiesen werden soll.

Ersetzt man das Summenzeichen oben durch das Integralzeichen, so erhält man:

$$x''_1 - 4A^2 \int \left(\frac{dV_r}{dx_1} \frac{dV_r}{dx_2} x''_2 + \frac{dV_r}{dx_1} \frac{dV_r}{dy_2} y''_2 + \frac{dV_r}{dx_1} \frac{dV_r}{dz_2} z''_2 \right).$$

Die Integration erstreckt sich hierbei auf den ganzen mit Elektrizität erfüllten Raum und unter dem Integralzeichen ist nur der Punkt 2 veränderlich. Nun ist, wie man leicht findet:

$$\begin{aligned} 4 \frac{dV_r}{dx_1} \frac{dV_r}{dx_2} &= -\frac{1}{r} - \frac{d^2 r}{dx_1 dx_2} \\ 4 \frac{dV_r}{dx_1} \frac{dV_r}{dy_2} &= -\frac{d^2 r}{dx_1 dy_2} \\ 4 \frac{dV_r}{dx_1} \frac{dV_r}{dz_2} &= -\frac{d^2 r}{dx_1 dz_2}. \end{aligned}$$

Setzt man weiter zur Abkürzung:

$$x'' = u; \quad y'' = v; \quad z'' = w,$$

so hat man:

$$\left. \begin{aligned} u_1 + A^2 \int \frac{u_2}{r} + A^2 \frac{d}{dx_1} \int \left(\frac{dr}{dx_2} u_2 + \frac{dr}{dy_2} v_2 + \frac{dr}{dz_2} w_2 \right) &= 0 \\ v_1 + A^2 \int \frac{v_2}{r} + A^2 \frac{d}{dy_1} \int \left(\frac{dr}{dx_2} u_2 + \frac{dr}{dy_2} v_2 + \frac{dr}{dz_2} w_2 \right) &= 0 \\ w_1 + A^2 \int \frac{w_2}{r} + A^2 \frac{d}{dz_1} \int \left(\frac{dr}{dx_2} u_2 + \frac{dr}{dy_2} v_2 + \frac{dr}{dz_2} w_2 \right) &= 0 \end{aligned} \right\} (1).$$

Der weiteren Discussion dieser Gleichungen muß der Satz vorausgeschickt werden:

Bedeutend u, v, w drei physische Functionen der Raum-coordinaten, d. h. drei Functionen, die sich nicht ins unendliche erstrecken und nirgends unendlich oder discontinuirlich sind, so lassen sich diese Functionen in je zwei:

$$u = u' + u''; \quad v = v' + v''; \quad w = w' + w''$$

zerlegen, welche die Eigenschaft haben:

$$\frac{du'}{dx} + \frac{dv'}{dy} + \frac{dw'}{dz} = 0$$

$$u'' = \frac{dp}{dx}; \quad v'' = \frac{dp}{dy}; \quad w'' = \frac{dp}{dz}.$$

Kürzer habe ich diesen Satz in der oben citirten Abhandlung auch ausgedrückt. Jede Bewegung läßt sich in eine wirbelnde und strahlende zerlegen. (Innerhalb einer geschlossenen Oberfläche läßt sich diese Zerlegung in der Weise ausführen, daß die wirbelnde Bewegung überall längs der Oberfläche hingeleitet.)

Für den unendlichen Raum vollzieht sich diese Zerlegung leicht. Man hat nämlich:

$$\Delta^2 p = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz},$$

und nach der Potentialtheorie:

$$p = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{\Delta^2 p}{r}$$

über den unendlichen Raum integrirt. Nun hat man ebenfalls über den unendlichen Raum integrirt

$$\int \Delta^2 p = \int \left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} \right) = \int \left(u \cos(rx) \right. \\ \left. + v \cos(ry) + w \cos(rz) \right) d\zeta = 0,$$

weil ja der Voraussetzung nach in unendlicher Entfernung die Functionen u , v , w , verschwinden. In unendlicher Entfernung hat man daher:

$$p = \frac{Fx' + Gy' + Hz'}{r^2},$$

wobei F , G , H Constante und x' , y' , z' die Richtungscosinus bedeuten.

Wir kehren nunmehr zu den Gleichungen (1) zurück und bestimmen die Function

$$\int \left(\frac{dr}{dx} u + \frac{dr}{dy} v + \frac{dr}{dz} w \right) = \psi.$$

Zunächst ergibt sich:

$$\int \left(\frac{dr}{dx} u' + \frac{dr}{dy} v' + \frac{dr}{dz} w' \right) = \int r n' d\varsigma,$$

wenn man die wirbelnde Bewegung in der Richtung der Normale mit n' bezeichnet. Es ist nun weiter

$$n' = - \frac{dp}{dn}$$

in unendlicher Entfernung; man hat daher auf einer unendlich großen Kugelfläche vom Radius R :

$$n' = \frac{2(Fx' + Gy' + Hz')}{R^3},$$

woraus folgt, wenn man $d\varsigma = R^2 dw$ setzt:

$$\int r n' d\varsigma = \int (Fx' + Gy' + Hz') dw = 0.$$

Der von der wirbelnden Bewegung herrührende Theil des Integrals Ψ verschwindet also.

Der von der strahlenden Bewegung herrührende Theil wird:

$$\int \left(\frac{dr}{dx} \frac{dp}{dx} + \frac{dr}{dy} \frac{dp}{dy} + \frac{dr}{dz} \frac{dp}{dz} \right) = \int p \frac{dr}{dn} d\varsigma - \int p A^2 r.$$

Ueber eine unendliche Kugelfläche integrirt, verschwindet auch hier das Integral:

$$\int p \frac{dr}{dn} d\varsigma,$$

und man hat schließlich:

$$\Psi = - \int p A^2 r = - 2 \int \frac{p}{r}.$$

Wir haben jetzt noch das erste Integral in den Gleichungen (1) zu behandeln. Nun ist

$$\int \frac{dp_2}{r dx_2} = \int p_2 \frac{\cos(nx)}{r} d\varsigma - \int p_2 \frac{d}{dx_2} \left(\frac{1}{r} \right).$$

Auch hier verschwindet das erste Integral rechts, wenn man über eine Kugel von unendlichem Radius integrirt, und da

$$\frac{d}{dx_2} \left(\frac{1}{r_{12}} \right) + \frac{d}{dx_1} \left(\frac{1}{r_{12}} \right) = 0$$

ist, hat man

$$\int \frac{dp_2}{r dx_2} = \frac{d}{dx_1} \int \frac{p}{r}.$$

Alles zusammengefaßt, erhält man schliesslich:

$$u' + \frac{dp}{dx} + A^2 \int \frac{u'}{r} - A^2 \frac{d}{dx_1} \int \frac{p}{r} = 0.$$

Setzt man weiter zur Abkürzung

$$U' = \int \frac{u'}{r}; \quad P = \int \frac{p}{r},$$

so werden die Gleichungen (1) zu:

$$\left. \begin{aligned} u' + \frac{dp}{dx} + A^2 U' - A^2 \frac{dP}{dx} &= 0 \\ v' + \frac{dp}{dy} + A^2 V' - A^2 \frac{dP}{dy} &= 0 \\ w' + \frac{dp}{dz} + A^2 W' - A^2 \frac{dP}{dz} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad . \quad (2).$$

Hierbei ist noch die Bemerkung wesentlich, daß P nirgends unendlich wird, denn es ist

$$P = \int \frac{p}{r} = \frac{1}{2} \int p A^2 r = \frac{1}{2} \int r A^2 p,$$

wie man nach den Green'schen Sätzen leicht findet. Löst man

$$r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + z_1 - z_2)^2}$$

in eine Reihe auf und bezeichnet man die Entfernung des Punktes 1 vom Coordinatencentrum durch ϱ_1 , die Entfernung des Punktes 2 von diesem Centrum durch ϱ_2 , die Richtungscosinus durch $x'_1 y'_1 z'_1$, $x'_2 y'_2 z'_2$, so hat man

$$r = \varrho_1 - (x'_1 x'_2 + y'_1 y'_2 + z'_1 z'_2) \varrho_2 \dots$$

Da nun, wie wir bereits oben gesehen haben

$$\int A^2 p = 0,$$

so bleibt das Integral P in der That endlich auch in unendlicher Entfernung.

Nun ist weiter

$$\int \left(u' \frac{dP}{dx} + v' \frac{dP}{dy} + w' \frac{dP}{dz} \right) = \int P n' d\zeta = 0$$

über eine unendlich grofse Kugel integrirt. Ebenso ist

$$\int \left(U' \frac{dp}{dx} + V' \frac{dp}{dy} + W' \frac{dp}{dz} \right) = 0$$

über eine unendlich große Kugel integrirt. Denn $U' V' W'$ sind in unendlicher Entfernung unendlich klein und

$$\frac{dU'}{dx} + \frac{dV'}{dy} + \frac{dW'}{dz} = 0.$$

Es ist nämlich:

$$\begin{aligned} \frac{dU'}{dx} &= \frac{d}{dx_1} \int \frac{u'_2}{r} = - \int u'_2 \frac{d}{dx_2} \left(\frac{1}{r} \right) \\ &= - \int \frac{1}{r} u'_2 \cos(nx) d\omega + \int \frac{1}{r} \frac{du'_2}{dx'_2}. \end{aligned}$$

Das erste der beiden letzten Integrale verschwindet über eine unendliche Kugelfläche integrirt und aus dem zweiten Integral ergibt sich leicht der zu beweisende Satz.

Multiplirt man nun die drei Gleichungen (2) mit $u' v' w'$ addirt und integrirt, so erhält man:

$$\int (u'^2 + v'^2 + w'^2) + A^2 \int (u' U' + v' V' + w' W') = 0.$$

Weiter ist $u' = -\frac{1}{4\pi} A^2 U'$ gemäß der Definition von U' u. s. f. also:

$$\int u' U' = -\frac{1}{4\pi} \int U' A^2 U' = \int \left[\left(\frac{dU'}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dU'}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dU'}{dz} \right)^2 \right].$$

Bezeichnet man den letzten eingeklammerten Ausdruck einfach durch $(AU')^2$, so hat man:

$$\int (u'^2 + v'^2 + w'^2) + \frac{A^2}{4\pi} \int [(AU')^2 + (AV')^2 + (AW')^2] = 0,$$

welche Gleichung erfordert:

$$u' = 0; \quad v' = 0; \quad w' = 0.$$

Die Gleichungen (2) reduciren sich daher schließlic auf eine einzige:

$$p - A^2 P + C = 0,$$

und hieraus erhält man

$$A^2 p + 4\pi A^2 p = 0.$$

Diese Differentialgleichung erfordert nicht mehr $p = 0$, sondern wird auch durch wirkliche Functionen aufgelöst. Setzt man zur Vereinfachung $4\pi A^2 = \gamma^2$ und setzt man weiter voraus, daß p bloß eine Function von ϱ , der Entfernung vom Centrum sey, so wird diese Gleichung aufgelöst durch:

$$p = \frac{\sin \gamma \varrho}{\varrho}.$$

Berechnet man nun das Integral P innerhalb einer Kugel vom Radius R , so erhält man für alle Punkte innerhalb dieser Kugel:

$$P = 4\pi \left(\frac{\sin \gamma \varrho}{\gamma^2 \varrho} - \frac{4\pi \cos \gamma R}{\gamma} \right),$$

und für alle Punkte anßerhalb dieser Kugel:

$$P = \frac{4\pi (\sin \gamma R - \gamma \cos \gamma R)}{\gamma^2 \varrho}.$$

Bestimmt man daher den Radius der Kugel so, daß

$$\sin \gamma R - \gamma \cos \gamma R = 0$$

ist, so erfüllt die Function, welche von 0 bis R gleich

$$p = \frac{\sin \gamma \varrho}{\varrho}$$

und von da an gleich Null ist, die Gleichung (3).

Es stellt somit der Ausdruck

$$\frac{d}{d\varrho} \left(\frac{\sin \gamma \varrho}{\varrho} \right) = \frac{\gamma \cos \gamma \varrho}{\varrho} - \frac{\sin \gamma \varrho}{\varrho^2}$$

eine von den unendlich vielen Arten vor, auf welche aus dem Gleichgewichtszustande heraus nach dem Weber'schen Gesetze die Elektrizität in Bewegung gerathen kann. *Der Weber'sche Ausdruck für die zwischen den elektrischen Theilchen wirkende Kraft kann also unmöglich ein Naturgesetz darstellen.*

Ich glaube überhaupt, daß alle Versuche, die elektrodynamischen Erscheinungen durch ein einfaches Gesetz der Wirkung zwischen den gleichnamigen und ungleichnamigen *Elektricitäten* zu erklären, fruchtlos bleiben. Es gilt dies namentlich auch von dem Versuche, welchen Hr. Clausius in einem der letzten Hefte dieser Zeitschrift unternommen hat, indem er für die zwischen zwei Elektrizitätstheilchen e und e' wirkende Kraft (d. i. für ihre Componenten) folgende Ausdrücke setzt:

$$\begin{aligned}\frac{1}{ee'} X &= \frac{\xi}{r^3} - k \left(\frac{\xi}{r^3} \cos \varepsilon + n \frac{d^2 \frac{\xi}{r}}{ds ds'} \right) v v' + k \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \frac{d\xi}{dt} \right), \\ \frac{1}{ee'} Y &= \frac{\eta}{r^3} - k \left(\frac{\eta}{r^3} \cos \varepsilon + n \frac{d^2 \frac{\eta}{r}}{ds ds'} \right) v v' + k \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \frac{d\eta}{dt} \right), \\ \frac{1}{ee'} Z &= \frac{\zeta}{r^3} - k \left(\frac{\zeta}{r^3} \cos \varepsilon + n \frac{d^2 \frac{\zeta}{r}}{ds ds'} \right) v v' + k \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \frac{d\zeta}{dt} \right).\end{aligned}$$

Hierbei sind X , Y , Z die Componenten der Kraft, v und v' die absoluten Geschwindigkeiten; $\xi = (x - x')$, $\eta = (y - y')$, $\zeta = (z - z')$, ε der Winkel vv' , k und n sind Constanten, n beliebig, wahrscheinlich gleich Null.

Daß dieses Gesetz dem Princip der Erhaltung der Kraft widerspricht, läßt sich leicht nachweisen. Multipliziert man nämlich die erste Gleichung mit $\frac{d\xi}{dt}$, die zweite mit $\frac{d\eta}{dt}$, die dritte mit $\frac{d\zeta}{dt}$ und addirt, so erhält man für den Zuwachs der Arbeit ee' mal

$$\begin{aligned}- \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \right) + k \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \right) & \left[\cos \varepsilon v v' + \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 \right] \\ & + \frac{k}{2r} \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 \right] \\ & = \frac{d}{dt} \left[- \frac{1}{r} + \frac{k}{2r} \left(\left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 \right) \right] \\ & + \frac{k}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \right) \left[2 \cos \varepsilon v v' + \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 \right].\end{aligned}$$

Nun ist

$$\cos \varepsilon v v' = \frac{dx}{dt} \frac{dx'}{dt} + \frac{dy}{dt} \frac{dy'}{dt} + \frac{dz}{dt} \frac{dz'}{dt}.$$

Setzt man $e = e'$, so sind die Coordinaten des Schwerpunktes der beiden Elektrizitätsmassen:

$$x_0 = \frac{x + x'}{2}; \quad y_0 = \frac{y + y'}{2}; \quad z_0 = \frac{z + z'}{2},$$

und wenn man die absolute Geschwindigkeit des Schwerpunktes mit v_0 bezeichnet, so hat man

$$4v_0^2 - \left[\left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 \right] = 4 \cos \varepsilon v v'.$$

Die Zunahme der Arbeit berechnet sich somit zu $e e'$ mal:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[-\frac{1}{r} + \frac{k}{2r} \left(\left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 \right) \right] \\ + \frac{k}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \right) \left[2v_0^2 + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 \right) \right]. \end{aligned}$$

Nun entspricht zwar der erste Theil dieses Ausdrucks dem Princip der Erhaltung der Kraft, aber nicht der zweite. Denn da die absolute Geschwindigkeit des Schwerpunktes ganz unabhängig ist von der relativen Bewegung der einzelnen Theile, so braucht man nur v_0^2 übereinstimmend periodisch mit $\frac{1}{r}$ sich verändern zu lassen, um eine periodische Bewegung zu erhalten, die fortwährend Arbeit erzeugt. Ist z. B. die relative Bewegung der beiden Punkte e und e' eine elliptische, so daß man hat:

$$\begin{aligned} \xi &= a \cos t, \quad \eta = b \sin t, \quad \zeta = 0, \\ r^2 &= \xi^2 + \eta^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} + \frac{a^2 - b^2}{2} \cos 2t, \end{aligned}$$

so findet man für den zweiten Theil der Zunahme der Arbeit

$$\frac{k}{2} \frac{(a^2 - b^2) \sin 2t}{r^3} \left[2v_0^2 + \frac{a^2 + b^2}{4} - \frac{a^2 - b^2}{4} \cos 2t \right].$$

Giebt man nun dem Schwerpunkte des Systems eine oscillirende Bewegung, so daß $v_0^2 = A + B \sin 2t$ ist, so ergibt sich, daß bei einer solchen Bewegung die Arbeit beständig zunimmt.

Hr. Clausius motivirt die Einführung der absoluten Geschwindigkeiten in sein Gesetz dadurch, daß er eine Wirkung des umgebenden Mediums (der Luft oder des umgebenden Weltäthers) auf die elektrisirten Theilchen annimmt. Man hätte also unter v und v' nicht die absoluten Geschwindigkeiten der Theilchen e und e' zu verstehen (absolute Geschwindigkeiten giebt es überhaupt nicht), sondern die relativen Geschwindigkeiten der Elek-

tricitätstheilchen und des Mediums. Nun bewegt sich aber auch das Medium selbst, und diese Bewegung des Mediums darf man nicht vernachlässigen. Weit entfernt also, auf dem Gebiete der elektrodynamischen Erscheinungen ein sicherer Führer zu sein, geleitet uns das neue Clausius'sche Gesetz in ein wahres Labyrinth von Schwierigkeiten, aus dem es gar keinen Ausweg giebt.

Wir sind überhaupt durch Nichts gezwungen, die elektrodynamischen Erscheinungen durch Kräfte zu erklären, welche zwischen den *Elektricitäten* zur Wirkung kommen. Die Annahme, daß es zwei Elektricitäten giebt, welche sich gegeneinander bewegen, ist im Gegentheil sehr unwahrscheinlich und man thut gewiß gut daran, diese Annahme nur als eine *Fiction* anzusehen, welche die analytische Betrachtung der elektrischen Erscheinungen erleichtert.

So lange man überhaupt über das Wesen der Elektricität nichts näheres weiß, wird man sich auf die Beantwortung der Frage beschränken müssen, welches die Gesetze sind, nach denen elektrische Ströme durch Induction entstehen und in welcher Weise die Elemente, welche Träger von elektrischen Strömen sind, magnetisch (ponderomotorisch) aufeinander einwirken. Ist diese Frage erschöpfend beantwortet, dann mag die Wissenschaft weitere Schritte unternehmen, um die weitere Ursache der elektrischen Erscheinungen selbst zu ergründen.

Analytisch formulirt sich diese Aufgabe folgendermaßen: Welches sind die elektromotorischen und magnetischen (ponderomotorischen) Kräfte, welche zur Wirkung kommen, wenn die elektrischen Strömungen in einem System materieller Theilchen sowie die Bewegungen dieser Theilchen selbst gegeben sind?

In dieser Weise wurde das Problem von den meisten Physikern seither behandelt.

Es kann nun nicht Aufgabe des gegenwärtigen Aufsatzes sein, einen kritischen Ueberblick über verschiedene elektrodynamische Theorien zu geben; ich will mich viel-

mehr darauf beschränken, einige Bemerkungen über das sogenannte Potentialgesetz des Hrn. Helmholtz zu machen, da dieses Gesetz wegen des Ansehens, welches sein Urheber genießt, der Gegenstand einer sehr lebhaften Discussion geworden ist, die namentlich auch in diesen Blättern geführt wird.

Das Helmholtz'sche Potentialgesetz hat hauptsächlich aus dem Grunde große Anfechtung erfahren, weil sich durch dasselbe die Rotationserscheinungen nicht leicht erklären lassen; auch ich gehöre zu denjenigen, welche das Helmholtz'sche Potentialgesetz verwerfen, wenn auch aus anderen Gründen, als viele andere Gegner dieses Gesetzes. So ist nach meiner Ansicht unanfechtbar, was Hr. Helmholtz über die Wirkung der Zwischenschicht in seinem Aufsatz über die Elektrodynamik im 78. Bande des Borchardt'schen Journals schreibt und ist keiner der von Hrn. Zöllner in dieser Zeitschrift veröffentlichten Versuche im Stande, Hrn. Helmholtz zu widerlegen, insofern man überhaupt das Vorhandensein einer solchen Zwischenschicht zugesteht. Ob nun aber *physikalisch* das Vorhandensein einer solchen Zwischenschicht, wie sie Hr. Helmholtz in seiner *analytischen* Behandlung der Rotationserscheinungen voraussetzt, sich überall nachweisen läßt, ist eine andere Frage, die mir in hohem Grade zweifelhaft erscheint. Hierin liegt *eine* große Schwierigkeit, auf welche man geführt wird, wenn man mit dem Potentialgesetz die Rotationsphänomene erklären will. Eine *zweite* weit größere Schwierigkeit entsteht, wenn man das Potentialgesetz nicht auf die magnetischen, sondern auf die elektromotorischen Wirkungen anwendet. Nach dem Potentialgesetz ist nämlich die elektromotorische Kraft, die ein Strom in der Richtung x z. B. ausübt, proportional dem Ausdruck

$$\frac{d}{dt} \int \frac{i dx}{r},$$

wenn i die Intensität des bewegten oder veränderlichen Stromes, dx die x -Coordinate des Drahtstückes ds und r

die Entfernung des Elementes ds von dem Punkte bedeutet, für welchen man die elektromotorische Kraft bestimmen will. Bei einem Kreisstrom (oder Magneten) der um seine Achse rotirt, bleibt nun dieses Integral constant, sein Differentialcoëfficient nach der Zeit genommen ist Null und es kann keine elektromotorische Kraft auftreten. Tritt aber keine elektromotorische Kraft auf, so kann auch kein Strom entstehen. Nun entsteht aber, wie durch Versuche unwiderleglich nachgewiesen ist, ein Strom, wenn man einen Magneten rotiren läßt, während auf seiner Achse und auf seiner Oberfläche die Enden eines leitenden Drahtes schleifen.

Will man daher das Potentialgesetz aufrecht halten, so muß man demselben eine Ergänzung zufügen, welche etwa lautet: Schleift in der Nähe eines rotirenden Magneten ein Stück leitenden Stoffes auf einem anderen Stück, so wird eine elektromotorische Kraft an der Gleitstelle inducirt, welche die und die Gesetze befolgt. Oder allgemeiner: haben die Theilchen eines leitenden flüssigen Stoffes die Geschwindigkeiten u, v, w , so wird durch Bewegung eines Stromes eine elektromotorische Kraft inducirt, welche proportional ist den Verschiebungcoëfficienten

$$\frac{du}{dx}, \frac{du}{dy}, \frac{du}{dz}, \frac{dv}{dx} \text{ u. s. f.}$$

Macht man aber den Versuch, eine solche Ergänzung dem Potentialgesetz zuzufügen, so geräth man nicht bloß auf den unsicheren Boden von unmotivirten Hypothesen, sondern der Hauptzweck des Potentialgesetzes, eine einfache leicht zu übersehende Regel zur Bestimmung der elektrodynamischen Erscheinungen darzustellen, geht überdies verloren.

Weit mehr noch, als durch diese Gründe wird aber das Potentialgesetz durch einen Versuch erschüttert, welchen Hr. Helmholtz selbst angestellt und in einer in der Sitzung der Berliner Akademie vom 17. Juni 1875 verlesenen Abhandlung¹⁾ beschrieben hat. Durch diesen Ver-

1) Hr. Helmholtz hatte die Güte, mir einen Abdruck dieser Abhandlung zu übersenden.

such wird mit Hülfe eines Condensators nachgewiesen, daß in der That *auch ohne Gleitstelle* in einem Conductor, der in der Nähe eines Magneten rotirt, eine elektromotorische Kraft wirkt. Auch Hr. Helmholtz erkennt in dieser Abhandlung an, daß dieser Versuch das Potentialgesetz unhaltbar erscheinen läßt, indem er den Vorbehalt ausspricht, mit Hülfe der Faraday-Maxwell'schen Theorie dem Potentialgesetz einen Zusatz zu geben, der es auch mit diesem Versuch in Einklang bringt.

Bei diesem Stand der Sache möchte ich mir daher erlauben, die Aufmerksamkeit der Fachmänner auf das Elementargesetz zu lenken, welches ich in dem oben erwähnten im Jahre 1874 erschienenen Aufsätze aufgestellt habe, da dieses Elementargesetz alle Schwierigkeiten löst, welche sich bis jetzt in der Elektrodynamik ergeben haben. Dieses Gesetz lautet folgendermaßen:

I. *Die elektromotorische Kraft, welche von einem Volumenelement 1 aus im Punkte 2 wirkt, ist gleich diesem Volumenelement multiplicirt mit:*

$$\frac{A^2}{V_r} \left(4 \frac{d^2 V_r}{ds_1 dt} i_2 - 2 \frac{d V_r}{dt} \frac{d \epsilon_1}{dt} + 2 \frac{d V_r}{ds_1} \frac{d i_1}{dt} \right) + A^2 \frac{d^2 \epsilon_1}{dt^2} + \frac{\epsilon_1}{r^2},$$

und geht in der Richtung von 1 zu 2.

II. *Die magnetische Kraft, welche zwischen zwei Volumenelementen wirkt, die sich in den Punkten 1 und 2 befinden, ist gleich dem Producte dieser Volumelemente mal:*

$$\frac{A^2}{V_r} \cdot 4 \frac{d^2 V_r}{ds_1 ds_2} i_1 i_2 + A^2 \frac{d \epsilon_1}{dt} \frac{d \epsilon_2}{dt} + \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{r^2},$$

und sucht in der Richtung der Verbindungslinie die Elemente zu entfernen.

Hierbei bedeutet A die bekannte elektromagnetische Constante, r die Entfernung der Punkte 1 und 2, i_1 und i_2 sind die Intensitäten der Strömung in den Punkten 1 und 2, s_1 und s_2 die Richtungen der Strömungen i_1 und i_2 , e_1 und e_2 die Dichtigkeit der freien Elektricität in den Punkten 1 und 2, t die Zeit.

Dieses Gesetz ist mit Ausnahme derjenigen Glieder, welche eine Wirkung der frei werdenden Elektricität (ich möchte sagen der Elektricität in statu nascenti) angeben, ganz dasselbe, wie dasjenige, welches aus der Weber'schen Hypothese folgt.

Aehnliche Ausdrücke für die Wirkung der frei werdenden Elektricität ergeben sich auch aus dem Potentialgesetz des Hrn. Helmholtz. Mein Elementargesetz unterscheidet sich indeß in einem wesentlichen Punkte von jenem Gesetz.

Ich lege nämlich den Betrachtungen, welche mich zu obigem Elementargesetz geführt haben, außer dem Princip von der Erhaltung der Kraft noch ein weiteres Princip zu Grunde, welches ich in dem oben erwähnten Aufsatze *das Princip der Erhaltung des Magnetismus* genannt habe. Geht man nämlich von der Hypothese aus, daß die Elemente des Eisens elektrische Ströme enthalten, welche ohne Widerstand kreisen, so muß man annehmen, daß kein elektrischer Kreisproceß im Stande ist, diese Ströme zu verändern; denn außerdem wäre es ja möglich, durch einen solchen Kreisproceß die magnetische Eigenschaft des Eisens zu vernichten. Soll nun kein Kreisproceß im Stande seyn, eine solche Wirkung zu äußern, so muß die in einem geschlossenen Stromleiter inducirte elektromotorische Kraft analytisch gesprochen gleich

$$\frac{dF}{dt}$$

sein, wobei F eine Function bedeutet, die nur von den elektrischen Zuständen abhängt. Dieser Ausdruck spricht nämlich aus, daß dies Integral F der elektromotorischen Kraft in einem geschlossenen Leiter dasselbe wird, so oft derselbe elektrische Zustand wiederkehrt.

Diesem Gesetze wird aber auch Genüge geleistet, wenn man die in einer beliebigen Richtung x z. B. wirkende elektromotorische Kraft gleich

$$\frac{dF}{dt} + \frac{dG}{dx}$$

setzt. Denn durch Integration über eine geschlossene Curve verschwindet das zweite Glied.

Für einen geschlossenen oder ungeschlossenen Strom 1 giebt mein Gesetz insbesondere eine im Punkt 2 wirkende elektromotorische Kraft in der Richtung x , welche gleich ist:

$$- A^2 \frac{d}{dt} \int \frac{i_1 dx_1}{r} - A^2 \frac{d}{dx_2} \int \left(4 \frac{dV_r}{ds_1} \frac{dV_r}{dt} + \frac{d^2 r}{ds_1 dt} \right) i_1 ds_1 + \frac{d\varphi}{dx_2}.$$

Hierbei bedeutet φ die Potentialfunction der freien Electricität. Bewegt sich blos der Punkt 2 mit einer Geschwindigkeit, deren Componenten $\xi_2 \eta_2 \zeta_2$ sind, so wird diese elektromotorische Kraft:

$$- A^2 \frac{d}{dt} \int \frac{i_1 dx_1}{r} + A^2 \frac{d}{dx_2} \int \frac{(\xi_2 dx_1 + \eta_2 dy_1 + \zeta_2 dz_1)}{r} i_1 + \frac{d\varphi}{dx_2}.$$

Für eine Elementarcurve, deren Fläche f ist und deren Normale parallel mit der z -Achse ist, findet man:

$$\int \frac{dx_1}{r} = -f \frac{d}{dy_1} \left(\frac{1}{r} \right); \int \frac{dy_1}{r} = f \frac{d}{dx_1} \left(\frac{1}{r} \right); \int \frac{dz_1}{r} = 0.$$

Diese Elementarcurve stelle einen Elektromagneten dar Rotirt dieser um die z -Achse, oder was dasselbe ist, rotirt der Raum rückläufig um dieselbe Achse mit der Winkelgeschwindigkeit g , so hat man:

$$\xi_2 = g(y_2 - y_1); \eta_2 = -g(x_2 - x_1); \zeta_2 = 0$$

und das Integral, welches wir oben mit G bezeichnet hatten, wird gleich

$$\begin{aligned} & - \left[A^2 i_1 f g \left[(y_2 - y_1) \frac{d}{dy_1} \left(\frac{1}{r} \right) + (x_2 - x_1) \frac{d}{dx_1} \left(\frac{1}{r} \right) \right] \right. \\ & \left. = A^2 i_1 f g \left[\frac{1}{r} - \frac{(z_1 - z_2)^2}{r^3} \right] = A^2 i_1 f g \frac{d^2 r}{dz_1^2} \right]. \end{aligned}$$

Für die magnetische Wirkung zwischen zwei Strömen habe ich in dem mehrfach erwähnten Aufsätze gefunden:

$$\begin{aligned} & A^2 \iint i_1 i_2 \frac{d}{dt} \left(\frac{\cos(s_1 s_2)}{r} \right) ds_1 ds_2 + A^2 \int G_1 \frac{d\varepsilon_2}{dt} ds_2 \\ & + A^2 \int G_2 \frac{d\varepsilon_1}{dt} ds_1. \end{aligned}$$

Der erste Theil dieser Wirkung ist derselbe, der aus dem Potentialgesetz folgt. Die den beiden letzten Integralen entsprechende Wirkung soll nun näher betrachtet werden.

Ist das Stromsystem 1 ein Magnet, so ist $\frac{d\epsilon_1}{dt} = 0$; erstreckt sich ferner das Stromsystem 2 über den ganzen Raum, so wird das zweite Integral

$$\int G_1 \frac{d\epsilon_1}{dt}$$

und ist nun die Integration über den ganzen Raum zu vollziehen.

Ist das Rotationsmoment des Magneten um die z -Achse gleich M , so ist die Zunahme der magnetischen Wirkung

$$Mg \frac{dg}{dt} = \int G \frac{d\epsilon}{dt} = A^2 i_1 f g \int \frac{d^2 r}{dz_1^2} \frac{d\epsilon_2}{dt}$$

$$M \frac{dg}{dt} = A^2 i_1 f \int \frac{d^2 r}{dz_1^2} \frac{d\epsilon_2}{dt}.$$

Der durch eine elektrische Entladung ertheilte Stoß ist daher:

$$Mg = - A^2 i_1 f \frac{d^2}{dz_1^2} \int r \epsilon,$$

wobei ϵ die Dichtigkeit der freien Elektrizität vor der Entladung bedeutet.

Ist die Elektrizität vor der Entladung in kugelförmigen concentrischen Schichten gelagert, so ist das Integral nur eine Function von ρ , der Entfernung vom Centrum dieser Kugelschichten. Nun ist

$$A^2 \int \epsilon r = 2 \int \frac{\epsilon}{r},$$

d. i. gleich dem doppelten Niveau der Elektrizität; dies ist innerhalb der Hohlkugel constant gleich N ; man hat daher:

$$A^2 \int \epsilon r = 2N = 2 \frac{d}{d\rho} \int \epsilon r + \frac{d^2}{d\rho^2} \int \epsilon r;$$

$$\int \epsilon r = \frac{N\rho^2}{3} + C = \frac{N(x^2 + y^2 + z^2)}{3} + C.$$

Befindet sich daher innerhalb einer Kugel, welche bis zum Niveau N mit Elektrizität geladen ist, ein Elementarmagnet,

so erhält dieser durch die Entladung einen Stofs, welcher gleich ist

$$-\frac{2}{3} A^2 i f N,$$

und dieser Stofs sucht den Magneten um seine magnetische Achse zu bewegen.

Ist die Länge des Magneten gleich l , so ist der Stofs gleich

$$-\frac{2}{3} A^2 i f l N.$$

Es handelt sich jetzt noch darum, die hier vorkommenden Ausdrücke gehörig zu bestimmen.

Nun ist die Wirkung zweier Elementarmagnete oder Elementarströme, wie sie hier in Betracht gezogen sind, gleich

$$A^2 i f i' f' \frac{d^2}{dn dn'} \left(\frac{1}{r} \right),$$

wenn n und n' die Richtungen der magnetischen Achsen beider Magnete bedeuten. Die Wirkung des Magneten von der Länge l und eines Elementarmagneten $i' f'$ gleich

$$\left[A^2 i f i' f' \frac{d}{dn'} \left(\frac{1}{r} \right) \right]_b^a,$$

wobei durch die Indices oberhalb und unterhalb der Klammer die Werthe angegeben sind, welche der eingeklammerte Ausdruck an den beiden Enden des Magneten erhält und die Klammer selbst andeutet, daß man die Differenz dieser Werthe zu nehmen hat. Man sieht hieraus, daß die Abstoßung eines Pols unseres Magneten und eines Pols eines identischen Magneten gegeben wird durch den Ausdruck

$$\frac{A^2 i^2 f^2}{r^2}.$$

Diese Kraft bedeutet die Geschwindigkeit, welche eine bestimmte Masse erhält, wenn sie eine Zeiteinheit lang dem Einflusse dieser Kraft unterworfen ist. Hält also der abstoßenden Kraft der beiden Magnetpole ein Gewicht m das Gleichgewicht und ist g die Endgeschwindigkeit eines frei fallenden Körpers nach einer Secunde, so hat man:

$$\frac{A^2 i^2 f^2}{r^2} = mg; \quad A i f = r \sqrt{mg}.$$

In ähnlicher Weise läßt sich das Niveau bestimmen. Ladet man zwei Kugeln vom Radius ϱ bis zum Niveau N , so ist die Quantität Elektricität, welche jede derselben enthält, gleich $N\varrho$ und ihre Abstofung in der Entfernung R ist

$$\frac{\varrho^2 N^2}{R^2} = \mu g; \quad R = \frac{R}{\varrho} \sqrt{\mu g};$$

und hierbei bedeutet μ wieder ein Gewicht, welches der Abstofung der beiden Kugeln gleichkömmt.

Der Stofs, welchen der Magnet durch die Entladung erhält, berechnet sich also zu

$$= \frac{2}{3} \frac{A l r R g}{\varrho} \sqrt{m \mu}.$$

Nun ist $A g$ beiläufig gleich $1 : 30000000$. Setzt man weiter beispielsweise die Kraft, welche eine elektrisirte Kugel von einem Centimeter Radius, die bis zum Niveau N elektrisirt ist, auf eine gleiche Kugel in der Entfernung von 10 Cm. ausübt, gleich 10 Gr., die Kraft des Magnetpols in der Entfernung von 5 Cm. gleich 1000 Grm., die Länge des Magneten 30 Cm., so hat man für die Gröfse des Stofses

$$\frac{30 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot \sqrt{10000}}{3 \cdot 30000000} = \frac{1}{300} \text{ Centim. mal Gramm}$$

in der Secunde. Bei der hier vorausgesetzten Stärke des Magneten würde es natürlich vortheilhafter seyn, die elektrisirte Hohlkugel beweglich aufzustellen, um den Stofs zu beobachten.

Würde man einen kleineren Magneten anwenden von hundertmal kleinerer Kraft, so würde gleichwohl der Stofs nur zehnmal kleiner werden und man würde daher den Versuch ohne Zweifel in letzter Weise am besten einrichten, da man alsdann den Magneten, der um seine magnetische Achse nur ein kleines Drehungsmoment hat, drehbar einrichten kann.

Es bleibt nun nur noch übrig, die Vorzeichen richtig zu wählen.

Der den Magneten ersetzende Kreisstrom ist in Bezug auf den Nordpol rechtläufig. Es wird sich also, wenn die Hohlkugel mit positiver Elektricität geladen ist, der darin

aufgehängte Magnet um seinen Nordpol bei der Entladung rückläufig drehen.

Die von mir behauptete Wirkung der elektrischen Entladung auf einen Magneten ergibt sich übrigens ganz einfach durch folgende Betrachtung: Ist die elektromotorische Kraft durch eine Function G in der oben angegebenen Weise ausgedrückt und sind die Strömungscomponenten u , v , w , so ist die Zunahme der elektromotorischen Wirkung

$$\int \left(u \frac{dG}{dx} + v \frac{dG}{dy} + w \frac{dG}{dz} \right)$$

über den unendlichen Raum integrirt, und dieses Integral wird nach bekannter Methode:

$$\begin{aligned} \int G (u \cos(nx) + v \cos(ny) + w \cos(nz)) d\epsilon \\ - \int G \left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} \right). \end{aligned}$$

Bedeutet nun ϵ die Dichte der Elektricität, so ist der eingeklammerte Ausdruck im ersten Integral gleich $\frac{d\epsilon}{dt}$ an der Oberfläche, und der eingeklammerte Ausdruck im zweiten Integral gleich $\frac{d\epsilon}{dt}$ im Innern. Beide Integrale zusammen geben daher als elektromotorische Wirkung einfach

$$\int G \frac{d\epsilon}{dt}.$$

Nach dem Princip der Erhaltung der Kraft muß aber diese elektromotorische Wirkung durch eine gleich grofse entgegengesetzte magnetische Wirkung compensirt werden.

Schließlich sey noch eines Versuches gedacht, der nach einem kürzlich in diesen Blättern erschienenen Aufsatz Hr. Edlund Schwierigkeiten gemacht hat. Man denke sich nämlich eine metallene Trommel, in deren innerem Raum ein Magnet so befestigt ist, daß seine Achse mit der Achse der Trommel zusammenfällt und daß man nach Belieben sowohl die Trommel allein, als auch den Magneten mit der Trommel rotiren lassen kann. Läßt man nun den Magneten mit der Trommel rotiren, während ein Leitungsdraht mit seinen beiden Enden auf der Achse und der

cylindrischen Oberfläche der Trommel gleitet, so entsteht ein Strom; es entsteht aber auch ein Strom, wenn man die Trommel allein rotiren läßt und dieser Strom hat gleiche Intensität und Richtung, ob man nun den Magneten mit der Trommel oder diese allein rotiren läßt.

Diese Erscheinung hat durchaus nichts Auffallendes, wenn man den oben für die elektromotorische Kraft gegebenen Ausdruck in Betracht zieht. Rotirt nämlich ein Magnet rechtläufig mit der Geschwindigkeit g , so wird in dem Raume, in Bezug auf welchen der Magnet rechtläufig rotirt, eine elektromotorische Kraft inducirt, welche sich durch die Function

$$A^2 i f g \frac{d^2 r}{dz^2} = g H$$

in der Weise ausdrücken läßt, daß der nach irgend einer Richtung genommene Differentialcoefficient dieser Function die in dieser Richtung wirkende elektromotorische Kraft angiebt. Rotiren nun Magnet und Trommel rechtläufig mit der Geschwindigkeit g , so wird nur im Draht eine elektromotorische Kraft inducirt. Diese ist:

$$g \int_a^b \frac{dH}{ds} ds = g H_b - g H_a,$$

wenn H_b und H_a die Werthe bedeuten, welche die Function H an den Endpunkten a und b des Drahtes besitzt. Diese elektromotorische Kraft bewirkt einen Strom

$$g H_b - g H_a,$$

der im Drahte von a nach b und in der Trommel von b nach a geht. Dreht man dagegen die Trommel allein, so bewegt sich der Magnet nur in Bezug auf die Trommel, jetzt aber mit der relativen Geschwindigkeit $-g$ und es wird nur in der Trommel eine elektromotorische Kraft

$$-g \int_a^b \frac{dH}{ds} ds = -g H_b + g H_a.$$

inducirt, welche wieder einen in der Trommel von b nach a und im Draht von a nach b gehenden Strom

$$gH_b - gH_a$$

erzeugt, der also ganz derselbe ist, wie der vorige.

Speyer, im März 1876.

VI. Ueber die Abhängigkeit der elektrischen Leitungsfähigkeit des Selens von Wärme und Licht; von W. Siemens.

(A. d. Monatsbericht d. Kgl. Akad. d. W. zu Berlin, Febr. 1876.)

Das von Berzelius 1817 entdeckte Selen steht wie das Tellur auf der Grenze zwischen den Metallen und Metalloiden und hat sowohl chemische wie physikalische Eigenschaften beider Klassen von Körpern.

Die physikalischen Eigenschaften des Selens sind namentlich von Hittorf¹⁾ in seiner Abhandlung über die Allotropie des Selens untersucht. Er fand, daß es bei 217° schmilzt, daß es bei der Abkühlung bis weit unter seinen Schmelzpunkt flüssig bleibt, daß es bei weiterer schneller Abkühlung zu einer glasigen, amorphen, die Elektrizität nicht leitenden, Masse von etwas grünlichem Ansehen vom specifischen Gewichte 4,276 erstarrt, ohne eine latente Schmelzwärme abzugeben. Wird dies amorphe Selen wieder erhitzt, so beginnt bereits bei 80° C. eine Umwandlung desselben. Es bekommt ein weißes metallisches Ansehen, ein feinkörniges, krystallinisches Gefüge, verdichtet sich zum specifischen Gewichte 4,796²⁾ und verbindet eine so bedeutende Wärmemenge, daß es sich in größeren Mengen bis zu seinem Schmelzpunkte erhitzt.

1) Pogg. Ann. Bd. 84, S. 214. 1851.

2) Rammelsberg hat neuerdings das sp. Gewicht des amorphen Selens auf 4,28, das des krystallinischen auf 4,8 resp. 4,5 bestimmt.