

Démonstration d'un théorème de Mr. Hesse.

(Extrait d'une lettre de Mr. J. N. BISCHOFF à Mr. L. CREMONA.)

.....
 Soit xyz un triangle conjugué par rapport à une conique K ; ω le pôle d'une droite g ; et $(u_1u_1', u_2u_2', \dots)$ l'involution des points conjugués sur g . Les points xyz et chaque paire uu' déterminent une conique c^2 , et toutes les c^2 forment un faisceau, dont le quatrième point de base se conclut facilement de ce qu'il y a dans le faisceau trois couples de droites, c'est-à-dire $(yz, \omega x)$, $(zx, \omega y)$, $(xy, \omega z)$. ω est donc le quatrième point cherché, et toutes les c^2 qui sont circonscrites au triangle fixe xyz et à un triangle conjugué variable, dont ω soit un sommet fixe, forment un faisceau ayant la base $xyz\omega$.

Soient maintenant $abcd$, $ABCD$ deux tétraèdres conjugués par rapport à une surface quadrique f^2 . La droite aA coupera les plans bcd , BCD en deux points m , M , et la droite g , commune aux plans bcd , BCD , contiendra une involution $(u_1u_1', u_2u_2', \dots)$ de points conjugués par rapport à f^2 . Les points m , M étant les pôles de g par rapport aux sections coniques, suivant lesquelles les plans bcd , BCD coupent la surface f^2 , on aura deux faisceaux de coniques avec les bases $bcdm$, $BCDM$, de manière que les coniques de chaque faisceau coupent g suivant l'involution $(u_1u_1', u_2u_2', \dots)$. Deux coniques $bcdmuu'$, $BCDMuu'$, passant par une même paire de points conjugués, déterminent avec la droite aA un hyperboloïde, et l'on a ainsi un faisceau d'hyperboloïdes passant par $abcdABCD$ et ayant pour base la droite aA et la cubique gauche $bcdBCD$. Or les droites Ab , Ac , Ad fournissent trois autres faisceaux d'hyperboloïdes. Donc les sommets des deux tétraèdres conjugués $abcd$, $ABCD$ sont les points communs à trois surfaces du second degré, q. d. e.

.....
 Munich, 29 avril 1874.
