

gesetzt werden, die Härtezunahme in % der Anfangswerte ausdrücken.

Auf diese Weise ergibt die Härtemessung während der Entwicklung der Totenstarre²⁶⁾ am Kaninchenmuskel, daß 3 Stunden post mortem noch keine, wohl aber nach 7 Stunden stets eine meßbare Härtezunahme vorhanden ist, daß diese Härte dann meist noch zunimmt, 24 Stunden post mortem durchschnittlich 66,5 % zugenommen hat und bis 72 Stunden post mortem keine wesentliche Änderung oder bereits wieder eine Abnahme erfährt. Es zeigt sich weiter im Gegensatz zu bisherigen subjektiven Angaben, daß die Härte durch Wärmestarre keine deutlich höheren Grade annimmt als durch die Totenstarre, und daß daher ein auf der Höhe der Totenstarre befindlicher Muskel nicht mehr wärmestarr werden kann, soweit seine eigentliche Starre, d. h. Härtezustand, in Betracht kommt, während allerdings durch Wärme noch ein höherer Verkürzungsgrad herbeigeführt werden kann. *Verkürzung und Härtezunahme* sind hier wie unter anderen Einflüssen voneinander unabhängig. Dies scheint sich auch darin zu äußern, daß, wenigstens nach meinen bisherigen Erfahrungen, die postmortale Härtezunahme, im Gegensatz zur postmortalen Verkürzung, niemals ausbleibt. In Übereinstimmung mit diesen und weiteren Versuchen am Triceps surae des Kaninchens zeigten auch größere Versuchsreihen am Froschwadenmuskel, daß die maximale prozentische Härtezunahme bei verschiedenen Zustandsänderungen des Muskels, nämlich Totenstarre und erste und zweite Wärmestarre (Dr. *Detéring*), ferner bei tetanischer Kontraktion bei Reizung direkt oder vom Nerven aus oder im Strychnin-Tetanus, fast vollkommen die gleiche ist, und beim Kaninchen etwa 63 %, beim Frosch etwa 54 % beträgt, während durch chemische Agentien (Dr. *Inooka*), z. B. in der Chloroformstarre, noch höhere Härtegrade erreicht werden.

Wachstum und Auflösung von Kristallen.

Von G. Masing, Berlin.

I.

Die äußere konvex polyedrische, aus Flächen bestehende Form ist sicher die zuerst in die Augen fallende Eigenart eines Kristalles. Deshalb begann die Kristallographie auch mit der Untersuchung der äußeren Kristallformen. Man erkannte, daß die Formen nicht zufällig, sondern für die betreffenden Stoffe charakteristisch sind, und bereits *Hauy* stellte in unmittelbarer Anlehnung an die Formen der Kristalle die erste Theorie des Kristallzustandes auf, indem er einen einfachen Kristall, etwa einen Kochsalzwürfel, sich aus Elementarbausteinen derselben Gestalt,

also aus Elementarwürfeln, zusammengesetzt dachte, die dann durch Aneinanderreihen in einer wohlgefügten Weise die makroskopische Form des Würfels ergaben. Die primitive Annahme, daß der kleinste Baustein bereits die Form des ganzen Kristalles besitzt, sowie die gitterartige Anordnung, die diesen Elementen gegeben wurde, zeigen deutlich, wie die äußere Form gedanklich die Vorstellungen von *Hauy* über die innere Struktur der Kristalle beherrscht.

Auch als die Vorstellungen von *Hauy* durch *Bravais* modifiziert und verfeinert wurden, indem er annahm, daß die Elementarbausteine des Kristalles nur die Voraussetzungen für die *Symmetrie*, nicht aber die äußere Form des Kristalles aufweisen müssen, und daß sie ferner nicht in dichter Schachtelung den ganzen Kristall ausfüllen, wie *Hauy* es sich vorstellte, sondern in gewissen Molekularabständen unter dem Einfluß der Molekularkräfte sich im Gleichgewicht halten, änderte sich diese Sachlage nicht wesentlich. Das Bravais'sche Raumgitter, die Anordnung der Bausteine — der *Gitterpunkte* — auf sich kreuzenden Geraden und Ebenen, die der Symmetrie des Kristalles genügen, zeigen deutlich, wie im ganzen Aufbau der Theorie die äußere polyedrische Kristallform ihre Herrschaft behauptet.

Erst später setzte die Erforschung der anderen, vorwiegend der rein physikalischen Eigenschaften der Kristalle ein. Es wurde die Optik, die Elektrizitäts- und Wärmeleitung, die Elastizität usw. untersucht, es entstand allmählich die Kristallphysik. Die Kristallphysik kam zu dem Ergebnis, daß die Eigenschaften der Kristalle im allgemeinen von der Richtung im Kristall abhängen. So hängt zum Beispiel die Elastizität eines Kristalles im allgemeinen ab von der Richtung, in der er beansprucht wird, ebenso die Elektrizitätsleitung, die Wärmeleitung usw. Die Abhängigkeit dieser *Eigenschaftsvektoren* von der Richtung konnte mathematisch genau und oft ziemlich einfach formuliert werden. Die Symmetrieachsen aller Eigenschaften sind dieselben wie die der Wachstumsformen, während der Symmetriegrad für verschiedene Eigenschaften ein verschiedener sein kann. So stellte es sich zum Beispiel heraus, daß die Wärme- und Elektrizitätsleitung von der Richtung vielfach in folgender Weise abhängen: Trägt man die Werte der Eigenschaftsvektoren von einem Punkte aus in den zugehörigen Richtungen auf, so liegen die Endpunkte aller Vektoren auf einer Ellipsoidfläche als Bezugsfläche der betreffenden Eigenschaft. Es genügt also, die Werte des Eigenschaftsvektors in den drei zueinander senkrechten Richtungen der *Hauptachsen des Ellipsoids* zu bestimmen, um das Ellipsoid konstruieren und die Größen der Vektoren in jeder beliebigen Richtung ablesen zu können. Selbstverständlich können diese Zusammenhänge auch analytisch formuliert und die Vektoren dann berechnet werden.

²⁶⁾ *Mangold*, 2. Mitt., Die Härtemessung in Totenstarre und Wärmestarre, Pflügers Arch. 196, 205, 1922.

Wenn die Verhältnisse auch nicht immer so einfach liegen, so ergab sich ganz allgemein, daß die Bezugsflächen der Eigenschaftsvektoren kontinuierlich gekrümmte Flächen sind, das heißt, daß sie allgemein einer Behandlung mit Hilfe der Differentialrechnung und speziell der *Differentialgleichungen* zugänglich sind. Mit Hilfe dieser mathematischen Hilfsmittel hat in erster Linie *Voigt* ein glänzendes Gebäude der theoretischen Kristallphysik errichtet, das in seiner logischen Abgeschlossenheit der klassischen Elektrizitätslehre *Maxwells* oder der allgemeinen Elastizitätstheorie zur Seite steht — ja jene in feiner Durchbildung zur Beherrschung der komplizierteren Probleme noch übertrifft.

Die Kristallphysik war vorwiegend phänomenologischen Charakters und frei von hypothetischen Anschauungen. Sie genügte in vollem Umfange dem formalen Ideale der theoretischen Physik der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts, die Erscheinungen zu beschreiben und mit Hilfe von Differentialgleichungen miteinander zu verknüpfen. Von den Vorstellungen der Theorie des Raumgitters war sie ganz unabhängig. Sie war insofern mit der letzteren in Einklang, als die Abhängigkeit der Eigenschaften von der Richtung sich aus dem Raumgitter roh qualitativ verstehen ließ, wenn man annahm, daß die anisotropen Bausteine des Raumgitters (Atome) im Kristall gesetzmäßig orientiert sind, jedoch war es unerreicht — und es ist bis heute nicht gelungen —, eine nähere Beziehung zwischen beiden herzustellen, etwa in der Weise, daß wir die Möglichkeit hätten, aus dem Raumgitter die Form der *Bezugsfläche einer Eigenschaft* abzuleiten.

Deshalb standen die vorwiegend phänomenologische Kristallphysik und die Raumgittertheorie, die ja in der neueren Röntgenometrie eine glänzende Bestätigung gefunden hat, einander ziemlich fremd gegenüber. Dieses Mißverhältnis, daß man die *Beschreibung der Erscheinungen* und ihre als *richtig erkannte anschaulich-molekulare Deutung* miteinander nicht in organische Verbindung zu bringen vermochte, trat besonders scharf in der Frage der äußeren Kristallformen und ihrer Entstehung, das heißt des Wachstums und der Auflösung oder der Schmelzung, auf. Die polyedrischen, aus Ebenen mit Kanten und Ecken bestehenden Kristallformen spotteten einer differentialmathematischen Behandlungsweise. Sie bildeten eine Gruppe von *physikalischen Erscheinungen*, die der allgemeinen Methode der Kristallphysik unzugänglich erschienen. Die typischste Erscheinung der Kristallwelt war bis vor kurzem auch ihre rätselhafteste Erscheinung, und erst in den letzten Jahren haben die Arbeiten von *Becke*, *Johnsen* und besonders von *Groß*¹⁾ ein neues Licht auf das Problem der Entstehung der äußeren Kristallformen geworfen.

¹⁾ Verl. d. sächs. Ak. d. W. 1918. Verfasser hat im Jahre 1917 unabhängig einige Grundlagen dieser Theorie entwickelt, ohne sie zu veröffentlichen.

II.

Das Problem lautet in konkreterer Form: wie ist die *diskontinuierliche Kristallform* als Ergebnis eines *kontinuierlichen* Ansatzes zu verstehen? Ist dieses Problem gelöst, so ist die Anwendung der Differentialgleichungen auf die Fragen der Kristallform im Prinzip ermöglicht, es ist also im Prinzip gelungen, die Grundmethode der Kristallphysik auch auf diese Fragen auszudehnen, es ist gelungen, die Kristallformen bis zu einem gewissen Grade zu erklären.

Ansätze in dieser Richtung bestehen schon lange. Der bekannteste rührte von *P. Curie* her. *Curie* nahm an, daß die Oberflächenspannung am Kristall, ebenso wie andere Eigenschaften, in verschiedenen Richtungen verschiedene Werte (vektoriellen Charakter) hat und sich etwa durch die Radien eines Ellipsoids darstellen läßt. Er nahm dann weiter an, daß die Größe der einzelnen Flächen des Kristalls der Bedingung genügen muß, daß die gesamte Energie der Oberflächenspannung bei konstanter Masse ein Minimum ist. Auf diese Weise konnte man tatsächlich jeder Kristallfläche eine bestimmte, aber experimentell nicht kontrollierbare Oberflächenspannung zuschreiben und auf diese Weise die Kristallform „erklären“. *Tammann* wies jedoch darauf hin, daß eine polyedrische Kristallgestalt mit Ecken und Kanten niemals dem Gleichgewicht kontinuierlich verteilter Oberflächenkräfte entsprechen kann, da an den Ecken und Kanten nach innen gerichtete Kräfte auftreten müßten; auch konnte der Ansatz von *Curie* zwar über die Größe der einzelnen gegebenen Flächen und ihren Abstand vom Zentrum Auskunft geben, in keiner Weise aber über das Auftreten bestimmter Flächen und der polyedrischen Form überhaupt. Deshalb kann der Ansatz von *Curie* nicht zu einer brauchbaren Theorie des Wachstums führen.

Ferner war es bekannt, daß man aus vielen Körpern durch Spaltung wohlausgebildete Kristalle herstellen konnte, ja solche Spaltungsformen wurden für viele Zwecke wegen ihrer Regelmäßigkeit den Wachstumsformen vorgezogen. Die Spaltung ist nun eine mechanische Beanspruchung des Kristalles, die mit seinen *Festigkeits-* und *Elastizitätseigenschaften* in enger Beziehung stehen muß. Alle diese Eigenschaften haben kontinuierliche Bezugsflächen. Es war naheliegend, anzunehmen, daß auch die Spaltbarkeit eine derartige Bezugsfläche haben muß — eine Messung der Spaltbarkeit ist bisher nicht möglich gewesen — und daß die ebenen Flächen des Spaltstückes den Maximis der Spaltbarkeit in den dazu senkrechten Richtungen entsprechen. Es war leicht einzusehen, daß dieser Ansatz zum Verständnis der ebenen Spaltflächen des Kristalls führen konnte. Die Spaltung mußte immer längs Ebenen erfolgen, die zu den Maximis senkrecht standen, weil längs diesen Ebenen der Widerstand gegen die Spaltung ein *Minimum* war.

Die Ausdehnung dieser Betrachtungsweise auf die Vorgänge der *Kristallbildung* in Schmelzen und Lösungen hatte jedoch verschiedene Schwierigkeiten. Erstens entsprachen die Wachstumsformen der Kristalle keineswegs immer den Spaltungsformen. Zweitens zeigten sie in Abhängigkeit von den Entstehungsbedingungen eine verwirrende Mannigfaltigkeit, die noch größer und unübersichtlicher wurde, wenn man die *Lösungsformen*, das heißt die Formen, die die Kristalle während der Auflösung annahmen, mit in den Kreis der Betrachtung zog. Drittens entstanden gewisse begriffliche Schwierigkeiten, auf die noch eingegangen werden wird, die bei der Betrachtung erst überwunden werden mußten.

Es ist nun das Verdienst des Mineralogen R. Groß, diese Fragen allgemein und einheitlich gelöst zu haben. Durch seine Arbeiten haben wir jetzt bereits einen summarischen Überblick über alle Probleme des Wachstums und des Abtragens der kristallinen Materie im Sinne der phänomenologischen Kristallphysik, und, angeregt durch diese Erfolge, ist heute eine experimentelle Erforschung des Gebietes in neuen Richtungen im Flusse.

Wir wollen versuchen, den Leser in die Gedankengänge von Groß in einer von der seinigen zum Teil etwas abweichenden Darstellungsweise einzuführen.

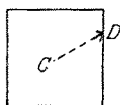


Fig. 1.

Wir betrachten einen in der Schmelze oder in der Lösung wachsenden Kristall von einer einfachen, z. B. würfelförmigen Gestalt (Fig. 1). Erfahrungsgemäß behält der Kristall, wenn er von einem punktmäßigen Kern aus wächst, seine unveränderte geometrische Gestalt. Wenn wir die Abstände der Punkte *D* der Kristalloberfläche vom gemeinsamen Ausgangspunkte *C* proportional den relativen Wachstumsgeschwindigkeiten in den entsprechenden Richtungen setzen, also die Vektoren der Wachstumsgeschwindigkeit bilden, erhalten wir in einer rein formalen Weise eine *Bezugsfläche der Wachstumsgeschwindigkeit*. Diese Fläche hat dieselbe Form wie die Kristalloberfläche und bietet deshalb der mathematischen Behandlung dieselben Schwierigkeiten wie die Kristallfläche selbst. In dieser Form sind wir also durch den rein formalen Ansatz um keinen Schritt weiter gekommen.

Es läßt sich jedoch außerdem zeigen, daß dieser Ansatz überhaupt keine allgemeine Gültigkeit hat. Es ist eine bekannte Erscheinung, daß beschädigte Kristalle oder, allgemeiner, Kristallstücke, die eine von der (unter den betreffenden Bedingungen) natürlichen Wachstumsform abweichende Gestalt haben, beim weiteren Wachs-

tum *ausheilen*, das heißt, allmählich die natürliche Form annehmen.

Wir betrachten eine aus einem Kristall künstlich hergestellte Kugel (Fig. 2). Wenn die natürliche Wachstumsform des Kristalls wieder ein Würfel ist, so kann das innerhalb des Kreises dargestellte Quadrat als Projektion der (wie oben abgeleiteten) würfelförmigen Bezugsfläche des Wachstums betrachtet werden. Wenn wir mit Hilfe dieser Bezugsfläche die Kristallformen konstruieren, die sich aus der Kugel entwickeln, indem wir von der Kugeloberfläche aus in den entsprechenden Richtungen Strecken auftragen, die den Wachstumsvektoren proportional sind, so erhalten wir gekrümmte Wachstumsformen, die zwar allmählich immer flacher, aber niemals eben werden. Das widerspricht der Erfahrung; in Wirklichkeit werden in solchen Fällen sehr schnell tadellose polyedrische Kristallformen erreicht, wie sie etwa durch das Quadrat *m* angedeutet sind. Man sieht, daß in diesem Falle die Wachstumsvektoren in den Richtungen nach den Kanten *m* hin viel größer sind, als sich aus unserer Bezugsfläche ergibt.

Mit unserem Ansatz ist also etwas nicht in Ordnung. Während er im Falle des *Weiterwachstums* einer *normalen* Wachstumsform sich bewährt, versagt er, sobald der Ausgangskörper eine andere Gestalt hat. Eine Bezugsfläche des Wachstums läßt sich also nicht ohne weiteres konstruieren, wie das etwa für die elektrische Leitfähigkeit usw. möglich ist, ohne daß man sich in Widersprüche verwickelt. Das kann nur daran liegen, daß der Ansatz fehlerhaft ist, und den Fehler können wir beim Vergleich der Fig. 1 und der Fig. 2 auch leicht finden.

Der einzige Unterschied zwischen Fig. 1 und Fig. 2 besteht darin, daß in beiden Fällen *verschieden orientierte Flächen wachsen*. Die Wachstumsgeschwindigkeit in einer bestimmten Richtung hängt also jedenfalls nicht nur von dieser Richtung ab, sondern auch von dem Winkel, den die wachsende Fläche mit der Wachstumsrichtung bildet, und von der Richtung der Normalen auf ihr.

Es scheint unter diesen Umständen nun, daß die Wachstumsgeschwindigkeit in einer bestimmten Richtung dadurch vieldeutig wird und überhaupt nicht als ein charakteristischer Vektor betrachtet werden kann. Um diese Schwierigkeit zu beseitigen, machen wir die etwas weitergehende Annahme, daß die Wachstumsgeschwindigkeit durch die Orientierung der wachsenden Fläche *eindeutig bestimmt wird*. Die Wachstumsgeschwindigkeit ist hierbei die Strecke, um die sich eine Kristallfläche in der Zeiteinheit parallel mit sich verschiebt unter Konstanterhaltung der übrigen Versuchsbedingungen wie Temperatur, Natur des Lösungsmittels usw. Dann ist im Gegensatz zu anderen physikalischen Eigenschaften die Wachstumsgeschwindigkeit in einem Punkte der Oberfläche nicht bestimmt durch die

Richtung der Verbindungsstrecke dieses Punktes mit dem Nullpunkt des durch die geometrische Gestalt des Kristalles festgelegten Koordinatensystems, sondern ausschließlich durch die Orientierung derjenigen ebenen Grenzfläche, der der Oberflächenpunkt angehört.

Die in Fig. 1 angedeutete Konstruktion der Bezugsfläche des Wachstums, die nur eine Richtung des Wachstums gegen das Achsen-system des Kristalls ins Auge faßt, nicht aber eine Orientierung der jeweils wachsenden Fläche, ist unter diesen Umständen natürlich unzulässig. Wenn ein Kristall nur Würfelflächen aufweist, so darf man sein Wachstum nur in den Richtungen senkrecht zu diesen Flächen betrachten. Die Wachstumsvektoren anderer Richtungen kommen auf diesen Flächen überhaupt nicht zur Geltung. Auf die Verhältnisse an den Kristallecken und Kanten wird später zurückzukommen sein.

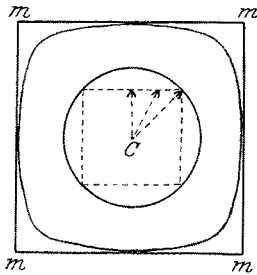


Fig. 2.

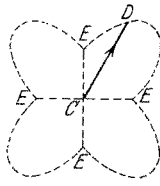


Fig. 3.

Eine Bezugsfläche des Wachstums etwa von der in Fig. 3 dargestellten Gestalt hat also folgende Bedeutung. Die gerichteten Längen der Verbindungspfeile CD vom Wachstumszentrum bis zum Durchstich durch die Bezugsfläche geben die Wachstumsgeschwindigkeiten auf den zu diesen Pfeilen senkrechten Flächen wieder. Die Richtung der Bezugsfläche in Punkt D hat mit der Richtung der mit der Geschwindigkeit CD wachsenden Fläche nichts zu tun. Hat der Kristall die Gestalt eines Würfels, besitzt er also nur Würfelflächen, so sind auch nur die Geschwindigkeiten senkrecht zu den Würfelflächen definiert (CE Fig. 3). Diese Geschwindigkeiten können nun allerdings genau in derselben Weise, wie aus Fig. 1 aus der äußeren Form des Kristalles bestimmt werden. Die zwischenliegenden Geschwindigkeiten der Fig. 3 kommen aus Mangel an entsprechenden dazu senkrechten Flächen in der Form des Kristalles überhaupt nicht zur Geltung. Wenn wir das Wachstum eines würfelförmigen Kristalles betrachten, so verträgt sich damit zunächst jede bis zu einem gewissen Grade willkürliche, auch kontinuierliche Form der Wachstumsfläche.

Wir wollen sehen, ob wir über diese Form auf Grund der allgemeinen Erfahrungen der Kristallographie nicht etwas Näheres aussagen können.

III.

Zu diesem Zwecke betrachten wir etwas näher die Verhältnisse an den Ecken und Kanten des Polyeders. Da wir auf Grund verschiedener Tatsachen die Existenz einer sehr erheblichen Oberflächenspannung auch bei den festen Kristallen annehmen müssen, so finden an diesen Stellen keine mathematisch *diskontinuierlichen* Richtungsänderungen der Oberfläche statt. Vielmehr müssen wir die Ecken und Kanten als unter dem Druck der Oberflächenspannung *abgerundet* annehmen. Der Krümmungsradius ist zwar mikroskopisch, vielleicht auch ultramikroskopisch klein, aber noch sehr groß den Molekulardimensionen gegenüber, so daß man im molekularen Sinne von einer *kontinuierlichen* Richtungsänderung sprechen kann. Ist das der Fall, so sind in Wirklichkeit an den Ecken und Kanten des Polyeders alle Zwischenflächen, wenn auch in differentiellen Dimensionen vorhanden, und die entsprechenden Wachstumsvektoren müssen bei der Betrachtung der Entwicklung der Kristallform berücksichtigt werden.

Wir fragen uns nun: wie kommt es, daß ein würfelförmig kristallisierender Stoff, wenn man ihm künstlich, etwa auf mechanischem Wege, zwischenliegende Flächen erteilt, wie in Fig. 4 angedeutet, bei weiterem Wachstum wieder zu einem Würfel wird? Welchen Bedingungen müssen die Geschwindigkeitsvektoren genügen, damit das eintritt?

In derselben Zeit, in welcher sich die Würfel-
fläche a_0 um die zu ihr senkrechte Strecke a_0a_1 verschoben hat, hat sich die Fläche b_0 um die Strecke b_0b_1 bis zum Rudiment b_1 dieser Fläche verschoben. Das Verhältnis von b_0b_1 zu a_0a_1 ist größer als das der Halbdiaagonale Cb_1 zu Ca_1 ; wenn wir eine Geschwindigkeitsfläche um C konstruieren, so muß sie jedenfalls eine derartige Form bekommen, daß der Geschwindigkeitsvektor Cb_2 in der Richtung der Diagonale *außerhalb* einer durch a_2 gehenden Würfel-
fläche $a_2b_2a'_2$ liegt.

Allgemeiner können wir das für alle Richtungen zwischen den Würfel-
flächen a_1b_1 und $b_1a'_1$ beweisen. Betrachten wir eine Kristallkugel C (Fig. 5), die sich in einer gewissen Zeit zum Würfel a_2b_2de mit der zwischen b_2 und d noch abgerundeten Kante auswächst. Damit im Verlauf des Wachstums eine Ausheilung des Kristalls zum Würfel stattfinden kann, muß das Wachstum in den zu den Würfel-
flächen senkrechten Richtungen zurückbleiben und in allen Zwischenrichtungen *voreilen*. Das Verhältnis des Abstandes b_1b_2 zu a_1a_2 muß größer sein als das Verhältnis der Abstände Cb_2 zu Ca_2 vom Zentrum C bis zu den entsprechenden Punkten der Würfel-
fläche: sonst würde der Wachstumspfeil Cb die Würfel-
ebene a_2b_2 nicht einholen können.

Die punktierte Geschwindigkeitsfläche $a_2a_2b_2a'_2$ (Fig. 4) genügt dieser Forderung und ist in

diesem Sinne mit der Wachstumsform eines Würfels verträglich.

Hier erhebt sich jedoch sofort ein Einwand. Wenn ein Würfel weiterwächst, so ist es *geometrisch gegeben*, daß das zur Diagonale Cb (Fig. 4) senkrechte Flächenelement der als abgerundet gedachten Kante b_1 tatsächlich mit der Geschwindigkeit Cb_3 wächst, wenn die Würfel- fläche selbst mit der Geschwindigkeit Ca_2 wächst. Sonst müßte sich ja bei b_1 ein Pfeil verschieben, und die Form des Würfels könnte beim Wachsen nicht erhalten bleiben. Das Resultat, zu dem wir eben gekommen sind, daß der Geschwindigkeitsvektor in der *Diagonalen* größer, also etwa wie Cb_2 , sein muß, scheint der alltäglichen Erfahrung zu widersprechen.

Diese Schwierigkeit wird behoben, wenn wir folgendes überlegen: Alle unsere Betrachtungen gelten für gegebene normale äußere Wachstumsbedingungen, also z. B. für konstante Temperatur und konstante *Übersättigung* der Lösung oder Schmelze. Nun ist es aber allgemein bekannt, daß die Löslichkeit eines Stoffes von seiner Dispersität, genauer von der Krümmung seiner Oberfläche abhängt, und zwar nimmt sie mit abnehmendem Krümmungsradius zu. Bei den

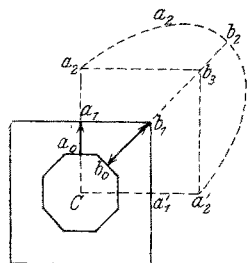


Fig. 4.

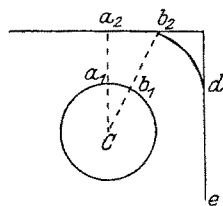


Fig. 5.

makroskopischen und meistens auch mikroskopischen Dimensionen ist dieser Einfluß verschwindend gering. Er wird jedoch bedeutend, sobald der Krümmungsradius sich *molekularen* Dimensionen zu nähern beginnt. Solche Verhältnisse herrschen nun an den Kristallkanten und -ecken. Bei der Entwicklung der Kante aus einer makroskopisch abgerundeten Form wird die Kante solange mit der normalen Geschwindigkeit Cb_2 (Fig. 4) vorgetrieben, bis durch fortschreitende Ausheilung der Würfel- flächen die Krümmung derartig stark geworden ist, daß die Übersättigung geringer wird, und der Geschwindigkeitsvektor *de facto* bis auf die Länge der Würfel- diagonalen Cb_3 herabsinkt. Der normale Geschwindigkeitsvektor Cb_2 behält also die Bedeutung einer charakteristischen Materialkonstanten: er entzieht sich jedoch der Beobachtung an normalen Wachstumsformen wegen der an den Kanten automatisch eintretenden Änderung der Wachstumsbedingungen.

Die Verhältnisse an den Kanten und Ecken ergeben also keine Schwierigkeiten. Was die Kristallebenen betrifft, so entsprechen ihnen

Minima der Wachstumsgeschwindigkeiten. Zur völligen Klärung dieses wichtigen Umstandes sei noch ein Beispiel betrachtet.

Die verletzte Kristallform $a_1 b_1 c_1 d_1 e_1 f_1$ weise eine Reihe benachbarter Ebenen $a_1 b_1$, $b_1 c_1$, $c_1 d_1$ usw. auf (Fig. 6). Die zugehörigen Geschwindigkeitsvektoren seien $C(ab)$, $C(bc)$, $C(cd)$ usw. Wie wird das Wachstum eines solchen Gebildes erfolgen?

In einer Zeitspanne Δt verschieben sich die Ebenen $a_1 b_1$, $b_1 c_1$, $c_1 d_1$ usw. um senkrechte Abstände, die den Geschwindigkeitsvektoren $C(ab)$, $C(bc)$, $C(cd)$ usw. proportional sind, und es entsteht das neue Gebilde $a_2 b_2 c_2 d_2 e_2 f_2$. Da die Fläche $b_1 c_1$ sich schneller verschiebt als die Fläche $a_1 b_1$, so folgt rein geometrisch, daß die Kante b_1 beim Wachstum des Kristalles sich in der Weise verschiebt, daß die Fläche $a_1 b_1$ auf Kosten der Fläche $b_1 c_1$ an Ausdehnung zunimmt.

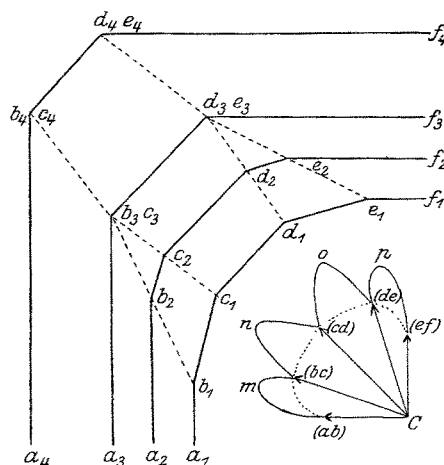


Fig. 6.

Den Weg $b_1 b_2 b_3$, den die Kante b beim Wachsen des Kristalles zurücklegt, nennt *Groß* die Grat- fläche resp. Gratlinie (bei einer Ecke). Die Wachstumsgeschwindigkeiten der Flächen $b_1 c_1$ und $c_1 d_1$ unterscheiden sich nicht wesentlich voneinander; dementsprechend weicht die (senkrecht zum Papier gedachte) Gratfläche $c_1 c_2 c_3$ nicht viel von der Halbierenden des Winkels $b_1 c_1 d_1$ ab. Die höhere Wachstumsgeschwindigkeit der Fläche $b_1 c_1$ führt also rein geometrisch zu ihrem Verschwinden. Aus der Figur ist ersichtlich, daß beim Erreichen der Niveaufläche $a_3 b_3 c_3 d_3 e_3 f_3$ die Flächen $b_1 c_1$ und $d_1 e_1$ bereits auf eine (zur Zeichnung senkrechte) Kante $b_3 (c_3 d_3) e_3$ zusammengeschrunpft sind.

Während die Fläche $c_1 d_1$ sich den Nachbarflächen $b_1 c_1$ und $d_1 e_1$ gegenüber behaupten konnte, so daß sie von $c_1 d_1$ bis $c_3 d_3$ sogar an Ausdehnung etwas gewonnen hat, ändert sich die Sachlage, sobald sie hinter der Niveaufläche $a_3 b_3 c_3 d_3 e_3 f_3$ in die Nachbarschaft der Flächen $a_1 b_1$ und $e_1 f_1$ kommt, die vermöge ihrer *geringeren* Geschwindigkeits- vektoren ein *viel größeres* Ausdehnungsbestreben besitzen. Jetzt nimmt die Fläche $c_1 d_1$ an Aus-

dehnung ab und muß beim Fortwachsen des Kristalls zuletzt verschwinden.

Allgemeiner können wir sagen, daß von zwei Flächen benachbarter Orientierung diejenige auf Kosten der anderen beim Wachsen des Kristalls stets zunehmen muß, die einen geringeren Geschwindigkeitsvektor hat. Die *wachstumsfähigen Flächen entsprechen allgemein den minimalen Wachstumsvektoren*. Wenn wir auch alle geometrisch möglichen Zwischenflächen berücksichtigen, erhalten wir kontinuierliche Geschwindigkeitsflächen des Wachstums, wie die gestrichelte Kurve $(ab)(bc)(cd)(de)(ef)$ in Fig. 6 angedeutet, bei denen die wachstumsbeständigen Flächen ab und ef den Minimis (ab) und (ef) entsprechen. Es kann aber auch vorkommen, daß die Flächen bc , cd und de sich beim Wachstum von einer beispielsweise kugelförmigen Gestalt ausgehend vorübergehend entwickeln. In einem solchen Fall sind diese Flächen zwar nach wie vor unbeständiger als die Flächen ab und ef , aber beständiger als unmittelbar benachbarte Flächenrichtungen. Da sie sich auf Kosten dieser entwickeln, so müssen sie auch geringere Wachstumsgeschwindigkeiten haben als diese. Das heißt, ihnen entsprechen partielle Minima der Wachstumsgeschwindigkeit, und die Geschwindigkeitsfläche hat etwa die Gestalt $(ab)m(bc)n(ed)o(de)p(ef)$ (Fig. 6), mit den den Flächen entsprechenden Minimis und den dazwischenliegenden Maximis.

Wir haben nun unseren Ansatz allgemein und prinzipiell durchgeführt. Es ist uns gelungen, die *diskontinuierlichen* Kristallformen durch einen *kontinuierlichen* Geschwindigkeitsansatz zu erklären. Bezüglich der Wachstumsflächen und der zwischenliegenden Richtungen sind wir zu gewissen Minimum- und Maximumbedingungen gelangt, denen die Geschwindigkeitsvektoren genügen müssen. — Es sei nun noch betont, daß die Geschwindigkeitsfläche des Wachstums kein theoretisches Wahngelbde ist, sondern einer direkten experimentellen Bestimmung zugänglich ist. Man braucht ja nur beliebige Flächen am Kristall herzustellen und die senkrechten Verschiebungen der Flächen zu messen. Die bisherigen Beobachtungen haben die Forderungen der Theorie auf das glänzendste bestätigt. Die Bezugsflächen des Wachstums sind heute keine Spekulationen mehr, sondern *experimentelle Befunde*.

IV.

Es sind jedoch noch einige Schwierigkeiten zu überwinden und Einwände zu beseitigen. Ist die Geschwindigkeitsfläche für den Stoff charakteristisch, so ist zu erwarten, daß der Stoff immer in der einen, durch diese Fläche vorgeschriebenen Form kristallisieren wird. Wie eingangs bereits angedeutet, ist das durchaus nicht der Fall. Die Wachstumsformen vieler Kristalle sind außerordentlich mannigfaltig, sie treten bald als flächenreiche Kombinationen, bald als ein-

fache Formen auf, wobei alle diese Formen nur der einen Bedingung genügen, daß sie dieselbe Symmetrie besitzen. So kristallisiert Kochsalz aus reinem Wasser in Würfelform, und aus wässrigen Harnstofflösungen je nach der Konzentration des Harnstoffs in Oktaedern oder in Kombinationen des Würfels mit dem Oktaeder. Auch ist es allgemein bekannt, daß bei geringeren Unterkühlungs- oder Übersättigungsgraden flächenreichere Kristalle entstehen als bei größeren. Unter diesen Umständen kann es fraglich erscheinen, ob es überhaupt noch einen Sinn hat, von Geschwindigkeitsflächen als Charakteristiken des Stoffes zu reden.

Dieser Einwand läßt sich heute nicht ganz beheben. Zum Teil lassen sich die Schwankungen der beobachteten Formen und damit der Geschwindigkeitsflächen auf einfache physikalische Einflüsse zurückführen, als welche Wärme- und Diffusionsströmungen zu nennen sind. Zu einem großen Teil treten aber Beeinflussungen der Form auf, die sich nicht so leicht deuten lassen: als eine solche ist vor allen Dingen der Einfluß des Lösungsmittels und der Lösungsgenossen zu nennen. Nun spielt sich der Vorgang des Kristallwachstums an der Grenze zwischen Lösung oder Schmelze und Kristall ab, und beide sind an ihm beteiligt. Deshalb ist es wohl denkbar, daß auch beide von Einfluß auf den Vorgang sind. Über die näheren Ursachen des Einflusses des Lösungsmittels sind wir aber so gut wie gar nicht unterrichtet.

Die durch diesen Umstand hervorgerufene Unsicherheit in der Deutung wird durch folgenden Umstand erheblich herabgesetzt. *Groß* hat die Vermutung ausgesprochen, und alle bisherigen Beobachtungen haben sie bestätigt, daß durch äußere Umstände zwar die Tiefe der verschiedenen Minima der Wachstumsgeschwindigkeit verändert werden kann, daß also partielle Minima zu totalen und umgekehrt werden können, daß aber niemals ein Minimum verschwinden oder ein neues entstehen kann. Bei dem heutigen Stande unserer Kenntnisse müssen wir also in erster Linie die *Zahl* und die *Orientierung* der Geschwindigkeitsminima als für einen Stoff charakteristisch ansehen.

Hieraus ergibt sich eine wichtige Konsequenz. Wir haben schon bemerkt, daß die Form der Kristalle eines Körpers außerordentlich mannigfaltig sein kann. Ja, nach den heutigen Erfahrungen kann man sagen, daß bei einem Kristall durch geeignete Maßnahmen so gut wie alle kristallographisch möglichen, mit der Symmetrie verträglichen Ebenen sich müssen herstellen lassen. Diesen Ebenen entsprechen aber nach einem bekannten Gesetz der Kristallographie einfache ganzzahlige Indizes¹⁾, und es sind *Gitterebenen*, das heißt, sie sind unter der Gesamtheit der Schnittebenen durch ein Raumgitter mit Gitterpunkten besonders dicht besetzt. Diesen Ebe-

geschwindigkeiten verschiedener Flächen stehen in einem direkten Verhältnis zu den Wachstumsgeschwindigkeiten, für die Lösungsgeschwindigkeiten gilt qualitativ dieselbe Geschwindigkeitsfläche wie für das Wachstum, mit denselben Richtungen der Maxima und Minima. Diese Tatsache verträgt sich nicht mit der Annahme, daß die Unterschiede in den Wachstumsgeschwindigkeiten in verschiedenen Richtungen durch die Kräfte bestimmt werden, mit denen der Kristall die Bausteine (Moleküle) aus der Schmelze oder Lösung an sich heranzieht. Denn eine stärkere Attraktion würde die Auflösung in den den maximalen Wachstumsgeschwindigkeiten entgegengesetzten Richtungen erschweren und zu einem Minimum statt zu einem Maximum der Lösungsgeschwindigkeit führen. Die Unterschiede in den Wachstums- und Lösungsgeschwindigkeiten müssen also rein kinetisch durch Unterschiede der molekularen Beweglichkeit in verschiedenen Richtungen gedeutet werden. Eine Annahme verschiedener Attraktionen gegen die gelösten oder geschmolzenen Moleküle an den verschiedenen Flächen, die zur Erklärung verschiedener Löslichkeit wohl unerläßlich wäre, wird durch die Verhältnisse beim Wachstum und bei der Auflösung nicht gestützt.

Wir wollen nun untersuchen, was für Konsequenzen bezüglich der Lösungsformen der Kristalle sich aus dem Verhältnis der Lösungsgeschwindigkeiten zu den Wachstumsgeschwindigkeiten ergeben. Dazu betrachten wir einen Quadranten der aus dem Kristall hergestellten Kugel $a_1b_1c_1d_1e_1$ (Fig. 8), die in einer schwach untersättigten Lösung dem Auflösungsvorgang unterworfen sei. Die Geschwindigkeitsfläche der Auflösung sei $lmnop$. Da der Auflösungsvektor in der Richtung d_1oC_1 ein Maximum hat, so wird sich die Kugel in dieser Richtung abflachen. Im Gegenteil, an den Stellen der geringsten Lösungsgeschwindigkeit bleibt die Auflösung zurück, es bildet sich ein Auflösungsgrat. Im Gegensatz zu den Verhältnissen beim Wachstum entwickeln sich also bei der Auflösung konvexer Formen die Flächen in den Richtungen senkrecht zu den Maximis der Geschwindigkeitsvektoren, und in Richtung der Minima liegen die Kanten und Ecken. Durch Auflösung konvexer Körper können also niemals dieselben Kristallformen entstehen wie durch Wachstum, beide Formen sind zueinander komplementär.

Wenn man auf Fig. 8 von den Punkten d_1 und a_1 nach dem Inneren der Kugel Strecken aufträgt, die proportional den zugehörigen Wachstumsvektoren der Fläche $lmnop$ sind, so sieht man, daß man infolge des starken Zurückbleibens der Auflösung in Richtung des Minimums a_1a_2 nach einer gewissen Zeit zu einer durch die Kurve $a_2d_2e_2$ ganz schematisch dargestellten *konkaven* Form gelangen müßte. Das tritt niemals ein¹⁾, und zwar treten an der Ecke oder Kante a_2 dieselben Oberflächen-

kräfte auf, die beim Wachstum das Hervorschießen der Ecken und Kanten verhindern. In diesem Falle erhöhen sie die Auflösungsgeschwindigkeit in der Richtung a_1C_1 , indem die Untersättigung der leichter löslichen Kante a größer ist als auf der übrigen Fläche des Kristalles. Auf diese Weise wird die Entstehung konkaver Formen verhindert. Gleichzeitig sehen wir, daß man infolge dieser Erhöhung der Lösungsgeschwindigkeit durch äußere Kräfte in den Richtungen der Minima der Auflösung die Geschwindigkeitsvektoren ebenso wenig verfolgen kann, wie die maximalen Vektoren an einem wachsenden Kristall. Die wirkliche Kristallfläche wird also nicht $a_2d_2e_2$ oder eine ähnliche sein können.

Bei aller Ähnlichkeit des Wachstums- und Lösungsvorganges treten zwischen den Wachstums- und Lösungsformen Unterschiede auf, die der Deutung bedürfen.

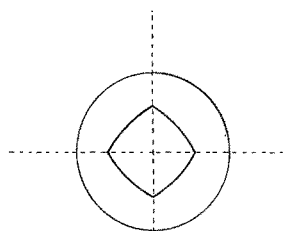


Fig. 9.

Während beim Wachstum einer Kugel zuerst die zu den Minimis senkrechten Flächen sich zu vollkommen ebener Form entwickeln, noch lange ehe sich die spitzen Ecken und Kanten entwickelt haben (siehe z. B. Fig. 5), spitzen sich bei der Auflösung umgekehrt die Kanten und Ecken zu scharfen Graten zu, noch lange ehe die entstehenden Flächen eben geworden sind. Ja, die Neigung der ursprünglich abgerundeten konvexen Formen, bei der Lösung sich in den Richtungen der Maxima abzuflachen, ist so gering und die Abplattung geht so langsam vonstatten, daß man in der Mehrzahl der Fälle nicht ebene, sondern konvex gekrümmte Lösungsformen mit zugespitzten Ecken und Kanten beobachtet. Ein schematisches Beispiel dafür gibt Fig. 9. Wie ist dieses Verhalten zu erklären?

Zur Erklärung braucht man nach *Groß* nur anzunehmen, daß, während die Minima der Geschwindigkeitsfläche sehr steil, die Maxima umgekehrt sehr flach sind. Ist ein Minimum steil, so heißt das, daß die Geschwindigkeit in den benachbarten Richtungen sehr schnell anwächst. Beim Wachsen einer konvexen Form (Kugelfläche) werden deshalb die der Richtung des Minimums benachbarten Elemente viel schneller als in der Richtung des Minimums wachsen,

¹⁾ Aus einer konvexen Ausgangsform kann allgemein weder durch normales Wachsen, noch durch Auflösung eine konkave entstehen.

und die ursprünglich konvexe Fläche schnell zu einer Ebene abplatteten. Bei der Auflösung werden die zur Minimumrichtung senkrechten Elemente der ursprünglichen Kugeloberfläche hinter den Nachbarn stark zurückbleiben und so schnell zur Bildung scharfer Ecken und Kanten führen. Da die zur Maximumsrichtung benachbarten Richtungen beim Wachstum umgekehrt nur wenig zurückbleiben, so findet die Zuspitzung der Kanten und Ecken erst nach vollendeter Ebenenbildung statt. Bei der Auflösung werden diese Nachbarlemente auch nur wenig zurückbleiben, und die konvex-krummlinige Gestalt der Lösungsflächen wird lange erhalten bleiben.

Durch systematische und konsequente Übertragung der Ansätze auf den Vorgang des Abbaus der Kristalle ist es uns also gelungen, die von den Wachstumsformen so auffallend abweichenden Lösungsformen einheitlich zu deuten. Wir mußten hierzu unsere Ansätze (hinsichtlich der Maxima und Minima) präzisieren. Soweit Erfahrungen an konvexen Formen vorliegen, müssen diese Ansätze als bestätigt gelten. Aber unabhängig davon erhalten sie eine glänzende und auf den ersten Blick höchst überraschende Bestätigung durch die Übertragung auf *konkave* Wachstums- und Lösungsformen.

VI.

Wir sahen, daß Kristallstücke konvexer Gestalt sowohl beim Wachsen wie bei der Auflösung polyedrischen Gebilden mit ebenen Begrenzungsflächen zustreben. Eine ebene Oberfläche ist sowohl beim Wachstum wie bei der Auflösung stets eine stabile Begrenzungsform, die sich zu erhalten strebt. Wie mit unseren Ansätzen leicht zu zeigen ist, liegt für eine solche Oberfläche — ganz abgesehen von den Kanten und Ecken — niemals eine Veranlassung zur Richtungsänderung oder zur Bildung einer krummen Oberfläche vor. Wenn daher ein konvexes Oberflächenstück, wie wir es bisher betrachtet haben, sich zu einem Stück einer Ebene umgebildet hat, so findet die Umbildung der Form — immer abgesehen von anderen Ebenen und Kanten — damit ihren Abschluß. Im Verlauf des Wachstums oder der Auflösung kann aus einer konvexen niemals über die Ebene hinweg eine konkave Form entstehen.

Wenn konkave Formen so niemals auf „natürlichem“ Wege entstehen können, so hindert uns nichts, eine konkave Form künstlich zu erzeugen und an ihr den Vorgang der Auflösung oder des Wachstums zu verfolgen.

Nehmen wir z. B. an, daß wir aus einem Kristall mit würfelförmiger Wachstumsfläche einen Körper mit einem kugelförmigen Hohlraum hergestellt haben. Um diesen Hohlraum in Wirklichkeit der Beobachtung zugänglich zu machen und die notwendige Diffusion zu ermöglichen, beschränkt man sich in praxi auf Teile einer solchen Kugel, doch ist das hier ohne Belang. In Fig. 10 ist ein Kristall mit einem kugelförmigen Hohlraum *abcdefgh* abgebildet. Von

diesem Hohlraum aus soll die Auflösung mit den durch die Geschwindigkeitsfläche *mnopqrst* gegebenen Geschwindigkeiten erfolgen, wobei der Hohlraum naturgemäß wachsen muß.

Durch Betrachtungen, die sich in keiner Weise von denen unterscheiden, mit deren Hilfe wir das Wachstum einer Kristallkugel betrachtet hatten, kommen wir zum Ergebnis, daß in den zu den *Minimis* der Geschwindigkeitsfläche senkrechten Richtungen zunächst Lösungsebenen entstehen, und dann in den Richtungen der *Maxima* allmählich sich konkave Ecken und Kanten entwickeln. Bei der Betrachtung des Auflösungsvorganges an konvexen Formen hatten wir umgekehrt gesehen, daß in den Richtungen der *Minima* Ecken und Kanten (Grate) und in den zu den *Maxima* senkrechten Richtungen die Flächen entstehen. Wenn wir also statt einer konvexen eine konkave Ausgangsform zur Auflösung bringen, so ändern sich dadurch die entstehenden

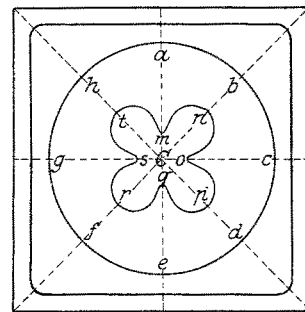


Fig. 10.

Formen ganz grundsätzlich, ja sie verhalten sich zueinander in einer ähnlichen Weise komplementär wie die *Wachstums- und Lösungsformen konvexer* Gebilde. Ja, wir können noch weitergehen. Wenn wir die Fig. 10 betrachten, so sehen wir ohne weiteres, daß sie sich in genau gleicher Weise für die *Auflösung* einer *konkaven* Form mit einem kugelförmigen Hohlraum und für das Wachstum der *konvexen* Kugel *abcdefgh* verwenden läßt, vorausgesetzt, daß die Wachstums- und Lösungsgeschwindigkeitsfläche dieselbe Gestalt haben. Das ist auch verständlich, da unsere Überlegungen rein geometrisch formal waren. Die Gleichheit oder, allgemeiner, geometrische Ähnlichkeit der Wachstums- und Lösungsgeschwindigkeitsflächen vorausgesetzt, können wir sagen, daß der Charakter der entstehenden Form unabhängig davon ist, ob sie durch Wachstum oder Auflösung entsteht, sondern lediglich dadurch bestimmt wird, ob die Oberfläche im Verlaufe des Vorganges vom Bezugszentrum *C* weg oder auf diesen zu wandert. Der erste Fall ergibt das Wachstum einer konvexen und die Auflösung einer konkaven Form und ist von uns bereits betrachtet worden. Der zweite entspricht der Auflösung einer konvexen und dem Wachstum einer konkaven Form. Die Gültigkeit dieser Feststellung auch für diesen Fall kann leicht festgestellt werden.

Diese Betrachtungen ergeben uns nun die Möglichkeit, den Vorgang der Korrosion oder *Ätzfigurenbildung* zu deuten. Es ist bekannt, daß, wenn ein Lösungsmittel eine natürliche Wachstumsfläche angreift, der Stoff zunächst nicht gleichmäßig abgetragen wird, sondern daß stellenweise Vertiefungen von polyedrischer Begrenzung entstehen, deren Symmetrie der Symmetrie des Kristalles entspricht und die als *Ätzfiguren* bezeichnet werden. Zur Erklärung ihrer lokalen Entstehung nimmt man *Fehler* der Oberfläche an und als solche (nach Vorgang von *Groß*) *Haarrisse*. Ein solcher ist stark vergrößert in Fig. 11 dargestellt. Der Lösungsvorgang wird, abgesehen vom gleichmäßigen Abtragen der Fläche *ae*, zunächst ausschließlich an den Punkten *b* und *d* einsetzen, da bei *c* wegen der Enge des Haarrisses der Abtransport des gelösten Stoffes stocken wird. Bei *b* und *d* haben wir aber konvexe Lösungsformen. Dementsprechend werden sich an dieser Stelle zunächst die Flächen der maximalen Lösungsgeschwindigkeit entwickeln. Das sind die *primären Ätzflächen*. So-

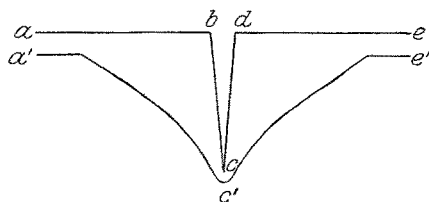


Fig. 11.

bald jedoch der Riß durch den Vorgang der Auflösung aufgeweitet ist und etwa das Stadium *a'c'e'* erreicht ist, wird im weiteren der konkave Charakter in der Nähe von *c* in Wirkung treten, und es werden sich neben diesen Flächen in steigendem Maße sekundäre Ätzflächen entwickeln, die zu den Minimumvektoren der Lösungsgeschwindigkeit senkrecht stehen. Auch diese Voraussagen der Theorie entsprechen den Erfahrungen.

Auf weitere Erscheinungen wollen wir nicht eingehen und ebenso darauf verzichten, die experimentellen Gestalten der Lösungs- und Wachstumsgeschwindigkeitsflächen näher zu beschreiben. Bei unserer Darstellung haben wir uns auf das Prinzipielle beschränkt und die Erscheinungen primitiv schematisch behandelt. Es ist schon erwähnt worden, daß die wirklichen Formen der Geschwindigkeitsflächen vielkomplizierter als die von uns benutzten sind.

Physikalisch muß der Wachstumsvorgang sehr kompliziert sein. Das ergibt sich einerseits aus der Wechselwirkung zweier Phasen — der kristallinen und isotropen —, die daran beteiligt sind, und ferner daraus, daß wir gegenwärtig gezwungen sind, an der Oberfläche der Kristalle Störungsschichten anzunehmen, in denen die Gittereigenschaften bis zu einem gewissen Grade

unterdrückt sind. Deshalb stößt eine molekularkinetische Theorie des Wachstums und der Auflösung auf große Schwierigkeiten.

Was jedoch als erreicht betrachtet werden kann, das ist eine einheitliche, phänomenologisch abgeschlossene und von jeder speziellen Hypothese unabhängige Theorie des Kristallwachstums und der Kristallauflösung auf Grund von kontinuierlichen Richtungsansätzen.

Besprechungen¹⁾.

Ostwald, Wilhelm, Die Grundlagen der messenden Farbenlehre. Sonderabdruck aus der „Zeitschrift für technische Physik“ 1920, Nr. 9 und 12, 1921 Nr. 6. Leipzig, Johann Ambrosius Barth, 1921. 24 S. Preis M. 8,—.

Je nachdem die physikalische oder die psychologische Seite, die als Reiz und Empfindung unterschieden werden, bei der Behandlung der Probleme, die das Farbensehen bietet, in den Vordergrund gestellt wurden, ist auch die Lehre vom Farbensinn überwiegend physikalisch oder psychologisch behandelt worden. Es sei hier an die bekannten Gegensätze *Newton—Goethe* und *Helmholtz—Hering* erinnert.

In den letzten Jahren hat sich *Wilhelm Ostwald* in eingehender Weise mit der Farbenlehre beschäftigt. Ein Band seines auf 5 Bücher veranschlagten Werkes ist kürzlich hier besprochen worden (siehe diese Zeitschrift 1922 S. 503). In der vorliegenden Abhandlung sucht *Ostwald* den Physikern die Grundlagen seiner Farbenlehre näherzubringen. In dem Rahmen einer kurzen Besprechung ist es natürlich nicht möglich, den Standpunkt, den *Ostwald* vertritt, im ganzen Umfange zur Darstellung zu bringen. Der Grundgedanke, den er hier entwickelt, läßt sich dahin zusammenfassen, daß eine genaue Festlegung der Farben nach Maß und Zahl angestrebt wird. Bei Betonung der physikalischen Voraussetzungen des Farbensehens werden aber hierbei auch die sinnesphysiologischen Vorbedingungen berücksichtigt. Für die unbunten Farben (Grau-Weiß-Empfindungen) wird eine Ordnung aufgestellt, die auf Grund des Fechnerschen Gesetzes der Unterschiedsempfindlichkeit Abstufungen nach gleichmerklichen Unterschieden vornimmt. Die Stufen von tiefstem Schwarz bis zu reinstem Weiß bilden also durch die grauen Farben²⁾ hindurch entsprechend dem Fechnerschen Gesetz eine geometrische Reihe. Der Weißgehalt eines gegebenen unbunten Papiers wird dabei durch das Reflexionsvermögen (Albedo) festgelegt und danach in der eben erwähnten Weise die Einordnung vollzogen.

Bei den bunten Farben bildet eine der Grundlagen für die *Ostwaldsche* Lehre die Unterscheidung zwischen unbezogenen und bezogenen Farben. Als erstere werden die Spektralfarben bezeichnet, die nicht unter Berücksichtigung der umgebenden Belichtung, wie es bei den praktisch vor allem in Betracht kommenden Körperfarben geschieht, gesehen werden. Die Körperfarben (Pigmente) sind nach *Ostwald* dadurch charakterisiert, daß sie jeweils die Hälfte des Farbtönenkreises, der von den Spektralfarben gebildet wird und durch die aus Mischung der langwelligsten und kurzwelligsten Spektrallichter entstandenen Purpur-

¹⁾ Die Preise der Bücher sind ohne die Teuerungszuschläge eingesetzt.