

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

Nr. 3972-73.

Band 166.

12-13.

Spektrographische Beobachtungen am Bonner Refraktor.

Von F. Küstner.

Die Sternspektrogramme, deren Messungsergebnisse hier mitgeteilt werden, sind von mir im Sommer 1903 mit dem Bonner photographischen Refraktor, Objektiv Steinheil von 300 mm Öffnung und 5133 mm Brennweite, Montierung Repsold, aufgenommen worden. Der Spektrograph ist von Töpfer in Potsdam gebaut und gleicht in vieler Hinsicht dem Potsdamer Spektrographen IV. Seine optischen Teile sind von Steinheil. Das Kollimatorobjektiv, dreifach gekittet aus einer Crown- und zwei Flintlinsen bestehend und für die Wellenlängen 400 und 450 achromatisiert, hat 28 mm Öffnung und 450 mm Brennweite; das Verhältnis 1:16 ist absichtlich ein wenig größer als das des Refraktors 1:17. Das Kameraobjektiv, gleicher Konstruktion, hat 30 mm Öffnung und 361 mm Brennweite; letztere ist auf den Rat von Herrn Vogel etwas kleiner als die des Kollimators gemacht, um noch etwas lichtschwächere Sterne aufnehmen zu können, wodurch die Zahl der zu beobachtenden Objekte erheblich gesteigert wird, ohne eine merkliche Einbuße an Genauigkeit befürchten zu müssen. Dieser Rat hat sich vortrefflich bewährt, wie die erzielten Resultate unten zeigen werden.

Der Prismensatz besteht aus drei Prismen von 60° brechendem Winkel. Sie sind aus sehr reinem und farblosem Jenenser Flintglas O. 102 mit den Brechungsexponenten $n_C = 1.64285$ und $n_F = 1.66211$ nach Angabe von Steinheil; ihre Höhe ist 32 mm und die Seitenlängen sind 52, 54 und 56 mm. Die Prismen sind für $H\gamma$ auf das Minimum der Ablenkung eingestellt.

Die fokale Fläche ist ziemlich stark gekrümmt und die Kasette etwas geneigt gegen die Achse der Kamera gestellt, sodaß die ebene Platte die Fokalfäche nahe bei $H\gamma$ berührt. Das Spektrum wird dann völlig scharf abgebildet von 4150 bis 4500 Å, linear eine Strecke von 24 mm; bei etwas geringeren Anforderungen auch noch darüber hinaus. Durch Anwendung eines Films würde man sich genau der fokalen Fläche anschmiegen können und einen größeren Teil des Spektrums scharf abgebildet erhalten, wahrscheinlich aber etwas an Genauigkeit verlieren; ich bin deshalb, da diese für vorliegenden Zweck wichtiger war, bei der Benutzung der ebenen Glasplatten geblieben. Für andere Zwecke dürfte aber vielleicht der Film mit Vorteil zu verwenden sein.

Die Dispersion bei mittlerer Temperatur ist folgende:

λ	$1^{\text{mm}} =$	$1^{\text{Å}} =$	$1^{\text{Å}} =$	$1^{\text{R}} =$	$1^{\text{R}} =$	$1^{\text{Å}} =$	$1^{\text{km}} =$
4100 Å	10.5	0.096 ^{mm}	54.8	2.62	191 ^{km}	73.2 ^{km}	0.0137
4200	12.4	0.081	46.2	3.09	221	71.4	0.0140
4300	14.4	0.070	39.8	3.60	251	69.8	0.0143
$H\gamma$	15.2	0.066	37.6	3.80	263	69.1	0.0145
4400	16.5	0.061	34.6	4.12	281	68.2	0.0147
4500	18.7	0.054	30.6	4.67	311	66.7	0.0150
4600	21.0	0.048	27.3	5.24	342	65.2	0.0153

Die fünfte und sechste Spalte enthalten den Wert einer Revolution der Meßschraube gleich $\frac{1}{4}$ mm in Ångström-Einheiten und in Kilometern. In den letzten beiden Spalten sind zur Bequemlichkeit des Lesers noch hinzugefügt die allgemeinen Werte für eine Linienverschiebung von $1^{\text{Å}}$ in Kilometern d. h. 300000:λ, und die reziproken Werte.

Im mittleren Teil des Spektrums erscheinen mit engem Spalt auf feinkörnigen Platten noch Doppellinien von 0.25 deutlich getrennt; mit weiterem Spalt und auf den gewöhnlichen Rapidplatten ist die trennende Kraft entsprechend geringer und etwa nur 0.35.

Der Spektrograph setzt sich mit einem starken ringförmigen Flansch unmittelbar an den äußerst kräftig konstruierten Auszug des photographischen Rohres an. Er ist eingeschlossen in einen leichten hölzernen Kasten, der nach Hartmanns Anordnung, Zeitschrift für Instrumentenkunde

Bd. 21 S. 313, elektrisch automatisch auf konstanter Temperatur gehalten wird.

Als Vergleichslicht dient der Eisenbogen, zwischen zylindrischen Stäben von 10 mm Durchmesser durch Strom von 220 Volt und 7 Ampere erzeugt. Das Licht fällt durch eine Mattscheibe in der Seitenwand des Fernrohres und reflektiert von einem großen Spiegel an der Innenseite der gewöhnlichen Expositionsklappe, die hierzu um 45° geneigt gegen die optische Achse gestellt wird, diffus auf den Spalt. Bei den vorliegenden Aufnahmen ist das Eisenlicht immer zweimal, unmittelbar vor Beginn und nach Schluß der Sternaufnahme, je 10^s exponiert.

Die Einstellung der Sterne auf den Spalt geschieht mit großer Schärfe durch besonders angeordnete Beobachtungen des von der ersten Prismenfläche reflektierten Bildes, die Führung alsdann während der Exposition mit dem Mikrometer des optischen Rohres (Öffnung 360 mm, Brennweite

5442 mm) unter Anwendung eines gebrochenen Okulares von 550 facher Vergrößerung. Diese Art der Führung hat bei der außerordentlich festen Verbindung zwischen Leitrohr und photographischem Rohr, die Repsold beide in demselben Stahlrohr faßt, keine Bedenken und sie hat vor der Führung mit dem von der spiegelnden Vorderfläche des Spaltes reflektierten Bilde den Vorzug, daß man das scharfe optische Bild und nicht das für das Auge unscharfe photographische benutzt.

Bei dieser ersten kurzen Beobachtungsreihe mit dem Bonner Spektrographen, die sich mit Rücksicht auf eine am

Refraktor im Gange befindliche Reihe von photographischen Aufnahmen für Sternparallaxen, über wenig mehr als zwei Monate erstrecken konnte, kam es mir zunächst darauf an, mich mit ihm vertraut zu machen und ein Urteil über seine Lichtstärke und die mit ihm erreichbare Genauigkeit zu gewinnen. Ich habe mich hierzu auf Sterne vom II. Typus und von mittlerer Helligkeit, etwa dritter Größe im Durchschnitt, beschränkt und folgende 23 Platten aufgenommen und ausgemessen. Es ist keine zur Messung herangezogene Platte weggelassen, obgleich einige davon, die bei ungünstigem Himmelszustand erhalten waren, recht schwierig auszumessen waren.

Übersicht über die Aufnahmen.

Platte Nr.	Stern	Größe P.D.	1903	Stdw.	Achse	Exp.	Spalt	Fokus		Pr. temp.		Luft	Bemerkungen
								Kamera	Rohr	A	E		
54	γ Leo. ma. dpl.	2 ^m 8	Mai 4	+3 ^h 6 ^m	v	60 ^m	20	8.50	14.50	+14°0	+14°0	3-4	zuletzt l. Wolk.
66	ζ Herculis	3.2	21	-0 29	f	60	25	8.50	14.50	15.3	15.4	1-2	
71	β Bootis	3.7	22	+1 51	v	90	25	8.50	14.50	18.2	18.3	2	etwas dunstig
72	η Bootis	3.1	23	+0 20	v	60	25	8.75	14.70	21.2	21.3	2-3	etwas belegt
73	ϵ Leonis	3.2	24	+3 59	v	78	20	8.75	14.70	19.5	19.7	2-3	
74	δ Bootis	3.6	24	+0 43	v	80	20	8.75	14.70	20.1	20.1	2	
78	α Serpentis	3.0	26	-0 4	v	60	25	8.75	14.70	18.8	18.9	2-3	
80	ϵ Virginis	3.2	29	+1 10	v	70	20	8.75	14.70	22.6	22.6	1-2	etwas dunstig
81	α Serpentis	3.0	30	+0 40	v	60	20	8.75	14.70	21.0	21.0	2-3	
82	ϵ Boot. ma. dpl.	2.7	31	+1 16	v	60	20	8.75	14.70	22.1	22.1	1-2	
83	ζ Herculis	3.2	31	+0 42	v	60	20	8.75	14.70	22.1	22.2	1-2	
85	γ Draconis	2.5	Juni 11	-0 17	f	85	20	8.75	14.70	18.9	19.0	2-3	weißlich
86	β Ophiuchi	3.2	15	+0 10	f	75	20	8.75	14.70	13.7	13.6	2-3	
92	γ Cygni	2.5	25	-1 27	f	75	20	8.75	14.70	17.8	17.9	2	stark belegt
93	β Herculis	3.1	26	-0 30	f	60	20	8.75	14.70	20.8	20.8	1-2	etwas dunstig
95	α Ursae maj.	2.0	27	+5 12	v	60	20	8.75	14.70	22.2	22.1	2	
96	β Ophiuchi	3.2	27	+1 9	v	75	20	8.75	14.70	22.1	22.2	2-3	
97	γ Aquilae	3.2	28	-0 50	v	75	20	8.75	14.70	23.2	23.2	2-3	
103	β Cygni	3.2	Juli 1	+1 18	v	90	20	8.85	14.70	21.6	21.5	2	Wolkenstreifen
104	α Ursae min.	2.2	2	-9 20	f	60	20	8.85	14.83	23.0	23.1	1-2	
105	β Ursae min.	2.1	2	+4 4	v	75	20	8.85	14.83	23.1	23.1	2-3	
106	α Ursae min.	2.2	4	-6 50	v	79	20	8.85	14.83	21.0	20.9	2	Wolken
109	β Bootis	3.7	15	+3 44	v	90	25	8.85	14.83	20.3	20.3	3	etwas belegt

Zur Erläuterung:

Achse: gibt die Lage des Instrumentes an, es bedeutet

v = Achse voran = Rohr östlich von der Säule = Kamera bei Südsternen unter dem Kollimator

f = Achse folgt = Rohr westlich von der Säule = Kamera bei Südsternen über dem Kollimator.

Spalt: Spaltweite in tausendstel Millimeter.

Fokus: Kamera 1 Teil = 0.82 mm, Rohr 1 Teil = 0.87 mm; der Fokus des Kollimators ist unverändert gelassen

Pr. temp.: Prismtemperatur in Graden Celsius, A am Anfang, E am Ende der Exposition.

Luft: Luftzustand 1 bester, 4 schlechtester.

Zum Ausmessen der Platten diente ein Töpfersches Mikrometer-Mikroskop von bekannter Konstruktion. Die Schraube hat, wie schon erwähnt, eine Ganghöhe von $\frac{1}{4}$ mm und eine nutzbare Länge von 50 mm. Sie ist von Herrn Dr. Zuhellen im Oktober 1903 unter Anwendung von zwei photographisch hergestellten Skalen von 0.1 mm und 2.5 mm Intervall auf periodische und fortschreitende Fehler scharf untersucht worden. Die Korrekturen wegen periodischer Fehler bleiben durchweg unter 0^m001 und können mit Recht vernachlässigt werden, zumal sie sich in den gemessenen Werten von selbst noch stark abschwächen. Die Korrekturen wegen fortschreitender Fehler sind für den bei den

Messungen ausschließlich benutzten mittleren Teil der Schraube von 40 bis 160 Rev. gefunden:

Korrekturen wegen fortschreitender Fehler der Meßschraube.

40 ^R	-0 ^R 0004	110 ^R	+0 ^R 0004
50	+0.0010	120	-0.0008
60	+0.0018	130	-0.0005
70	+0.0022	140	+0.0002
80	+0.0023	150	+0.0006
90	+0.0021	160	+0.0003
100	+0.0015		

sie sind also auch sehr klein, jedoch trotzdem überall berücksichtigt.

Alle Platten sind bei dieser Versuchsreihe absichtlich sowohl von mir als von Zurhellen ausgemessen und zwar ganz unabhängig, auch inbezug auf die Auswahl der jeweils zu messenden Stern- und Eisenlinien, jedoch so, daß wenn der erste Beobachter Linien vorwiegend in der »blauen« Hälfte d. h. bei 4250 gemessen hatte, dann der zweite Beobachter möglichst — falls das Sternspektrum es erlaubte — Linien in der »roten« Hälfte d. h. bei 4450 nahm, um die Gesamtzahl der gemessenen Sternlinien möglichst zu erhöhen und überhaupt die Bedingungen zu variieren.

Jede Platte ist von beiden Beobachtern zur Elimination persönlicher Fehler in zwei Lagen ausgemessen:

Lage I, rot nach rechts im Mikroskop gesehen,
die Schraubenangaben wachsen mit den Wellenlängen;

Lage II, rot nach links im Mikroskop gesehen,
die Schraubenangaben nehmen ab mit wachsender Wellenlänge.

In jeder Lage sind die abwechselnd aufeinander folgenden Eisen- und Sternlinien einmal vorwärts mit wachsenden Angaben der Schraube und dann rückwärts mit abnehmenden durchgemessen, um zeitliche Änderungen in der gegenseitigen Lage von Platte und Mikroskop zu eliminieren. Die Platten sind immer so aufgelegt, daß die Eisenlinie 4337 in Lage I auf 114^R10, in Lage II auf 85^R90 fiel und es sind bei der Rechnung sofort die in Lage II erhaltenen Ablesungen durch Abzug von 200 konform mit denen in Lage I gemacht, sodaß also rechnerisch stets wachsenden Schraubenangaben auch wachsende Wellenlängen entsprechen, was die Übersicht über die Ergebnisse sehr erleichtert.

Die schwarzen und scharf begrenzten Eisenlinien*) sind durch beiderseitige Berührung mit dem einzelnen Mikrometerfaden eingestellt, ganz in der bekannten Weise, wie man die Koinzidenzen der Fäden im Fadenmikrometer beobachtet. Diese Einstellungsmethode ist von großer Schärfe und dabei frei von Helligkeitsgleichung. Die Neigung von Faden und Spalt ist immer direkt eliminiert; die Linienkrümmung ist durch eine allgemeine Untersuchung bestimmt und bei jeder Linie in Rechnung gestellt, die Korrekturen schwanken hier zwischen +0^R0026 und +0^R0040. Die hellen — im Negativ — Sternlinien sind der Regel nach mit dem obigen Faden biseziert; nur ganz ausnahmsweise habe ich einzelne sehr feine Sternlinien, die durch den Faden ganz verdeckt wurden, durch beiderseitige Berührung beobachtet.

Über das Reduktionsverfahren habe ich mancherlei Versuche angestellt, bin aber dann doch zu dem Verfahren, das Hartmann ausführlich in A. N. 3702-4 auseinandergesetzt hat, zurückgekehrt, da es — nach Erledigung der nötigen allgemeinen Vorarbeiten — in jedem einzelnen Falle die größte Genauigkeit mit dem geringsten Aufwand von Zeit zu erreichen erlaubt. Es hat dabei den großen Vorzug, daß es hierbei ganz gleichgültig ist, ob die Sternlinien und die Vergleichslinien zu denselben oder auch nur nahe benachbarten Wellenlängen gehören oder nicht, und daß man bei der Messung sowohl wie bei der Reduktion völlig unbefangen bleibt, da das Ergebnis sich in keiner Weise voraussehen

läßt. Es verlangt allerdings die allgemeine Ableitung einer Dispersionsformel und mittels dieser die Umrechnung der Wellenlängen λ aller in Frage kommenden Eisen- und Sternlinien in Schraubenteile x für möglichst viele Argumente der Temperatur, was jedoch mit Hilfe einer Rechenmaschine mit verhältnismäßig geringer Mühe geschieht und wobei die Rechnung sich durch die Differenzen von selbst prüft. Den gelegentlich gemachten Einwand, daß in der graphischen Ausgleichung der $\Delta x = B - R$ eine gewisse Willkür enthalten sei, halte ich praktisch für bedeutungslos. Ich habe bei den Ausgleichungen hier, wobei in den meisten Fällen eine Kurve zweiten Grades genügte, gefunden, daß es ganz ausgeschlossen war, die Kurve auch nur um 0^R0001 oder allerhöchstens 0^R0002 an dieser oder jener Stelle anders zu zeichnen, eine Genauigkeit, die mehr als ausreichend ist, da sie die bei Messung der Sternlinien erreichbare bei weitem übersteigt. Allerdings darf man in der Zahl der zu messenden Anhaltlinien nicht zu sparsam sein, die ja aber gerade bei dem Eisenspektrum in reicher Menge zur Verfügung stehen. Man würde sonst einen ähnlichen Fehler begehen, wie er früher oft bei dem Anschluß von Zonensternen an die Fundamentaltsterne gemacht worden ist, indem zu wenige und nur auf Anfang und Ende der Zonen verteilte Anhaltsterne beobachtet wurden. Es ist überhaupt, um dies beiläufig zu bemerken, für den alten Meridiankreisbeobachter sehr interessant zu sehen, wie nahe verwandt diese scheinbar so verschiedenen Aufgaben inbezug auf Anordnung und Reduktion der Beobachtung miteinander sind. Nur mit dem Unterschied, daß der jetzt zur Verfügung stehende Fundamentalkatalog der Sternörter in sich viel homogener ist, als das Rowlandsche oder das hieran angeschlossene Kayersche Verzeichnis der Wellenlängen, und daß man ferner bei der Beobachtung der Sternörter nur ausnahmsweise durch das Zusammenfließen von zwei oder mehr Sternen gestört wird, während leider die Spektrallinien sich sehr häufig zusammendrängen und miteinander in nicht streng kontrollierbarer Weise vermischen.

Als Dispersionsformel habe ich

$$x = x_0 + \frac{c}{\sqrt{\lambda - \lambda_0}}$$

angewandt, nachdem die vorläufige Durchrechnung eines Eisenspektrums gezeigt hatte, daß mit dieser einfachen und rechnerisch bequemen Formel ein völlig genügender Anschluß erzielt werden konnte. Herr Dr. Zurhellen hat alsdann aus den Messungen von je 13 Linien in 7 Eisenspektren, die zwischen -6° und $+27^\circ$ C. auf Chlorbromplatten aufgenommen waren, die numerischen Werte für λ_0 und c und ihre Abhängigkeit von der Temperatur genau ermittelt und nach leichter Ausgleichung der unmittelbar gefundenen Werte die folgende Tabelle aufgestellt:

Konstanten der Dispersionsformel.

d	t	λ_0	$\log c$	x_0
105 ^R 30	— 7 ^o C.	3249 ^A 751	4.2756587 _n	676 ^R 4563
.40	— 3.3	50.198	7851 _n	
.50	+ 0.4	50.645	9115 _n	
.60	+ 4.0	51.092	4.2760379 _n	

*) Zur Entwicklung habe ich stets Rodinal in möglichst konzentrierter Lösung benutzt.

d	t	λ_0	$\log c$	x_0
105 ^R 70	+ 77 C.	3251 ^A 539	4.2761643 _n	677 ^R 3097
.80	+ 11.4	51.986	2907 _n	
.90	+ 15.0	52.433	4171 _n	
106.00	+ 18.7	52.880	5435 _n	678.1647
.10	+ 22.3	53.327	6699 _n	
.20	+ 26.0	53.774	7963 _n	

Für λ_0 und $\log c$ gelten hiernach die Formeln:

$$\lambda_0 = 3251^A 615 + 4.47 (d - 105^R 717)$$

$$\log c = 4.2761858_n + 0.001264 (d - 105^R 717).$$

Als Argument wurde nicht die abgelesene Temperatur, sondern der auf den Platten gemessene Abstand d der ersten und letzten Linie ($\lambda = 4118.709$ und $\lambda = 4494.755$) gewählt und die Ablesungen am Prismenthermometer ebenfalls hiernach ausgeglichen (2. Kolumne). Die Abweichung der gemessenen und der mit der Dispersionsformel berechneten x beträgt im Durchschnitt aus allen 7×13 Linien $0^R 004 = 0^A 015$ und erreicht im Maximum $0^R 010 = 0^A 038$. Die ausgeglichenen Werte von λ_0 und $\log c$ stimmten mit den ursprünglich gefundenen innerhalb der Unsicherheitsgrenzen überein. Nunmehr wurde für $d = 105^R 40$, $105^R 70$ und $106^R 00$ eine vollständige Tabelle der x bis zur vierten Dezimale der Revolution für die λ aller in Frage kommenden Eisen- und Sternlinien berechnet, indem x_0 so gewählt wurde, daß die Linie $\lambda = 4337.219$ stets den Wert $x = 114^R 1000$ ergab. Es zeigte sich, daß die so erhaltenen x linear mit d fortschritten; infolge dessen gestaltete sich die Berechnung der übrigen Tabellen sehr bequem: sie konnten aus den drei berechneten einfach mit dem Argument d interpoliert werden.

Bei den hier ausgemessenen Sternspektrogrammen sind im ganzen folgende 38 Eisenlinien zum Anhalt benutzt:

Wellenlängen nach Kayser
der zum Vergleich benutzten Eisenlinien.

Linie Nr.	λ	Linie Nr.	λ
13	4181 ^A 918	39	4294 ^A 290
14	4185.054	40	4299.420
16	4191.611	41	4315.255
17	4199.256	42	4337.219
18	4202.195	44	4352.910
19	4204.140	46	4369.954
20	4210.521	47	4376.104
21	4216.344	50	4404.929
22	4219.523	52	4408.594
23	4222.387	53	4415.301
24	4227.606	54	4422.751
25	4233.771	55	4427.490
26	4236.118	56	4442.522
27	4238.980	57	4447.907
28	4245.423	59	4459.300
29	4247.604	60	4466.737
32	4267.136	62	4476.207
33	4267.993	63	4482.413
36	4282.567	65	4494.755

Diese Wellenlängen sind dem Verzeichnis von H. Kayser »Normalen aus dem Bogenspektrum des Eisens« in den Annalen der Physik 1900 entnommen; für die dort nicht vorkommenden Linien Nr. 14, 19, 21, 32, 33, 52, 54, 59 und 63 hat Herr Kayser mir freundlichst die von ihm in denselben Messungsreihen bestimmten Wellenlängen handschriftlich mitgeteilt. Die Linie 63 ist ein im Spektrograph nicht trennbarer Duplex, bestehend aus den beiden gleich hellen Komponenten 4482.356 und 4482.469, deren Mittel oben angesetzt ist.

Die Vergleichung der jeweils gefundenen Schraubenablesungen für diese Linien mit den tabulierten Werten und die Ausgleichung dieser Differenzen durch die Kurve lieferte übrig bleibende Fehler $v = \text{Beob.} - \text{Kurve} = \text{Bonn} - \text{Kayser}$, die zur Kontrolle, da ihre Summe für jede Platte stets genau null sein mußte, überall gebildet sind. Diese v haben jedoch auch ein selbständiges Interesse, da sie einen Anhalt dafür geben, ob und in welchem Grade die vorzüglichen Wellenlängen Kayzers — unter Festhaltung natürlich ihres »Systems« für vorliegenden Spektralbereich — etwa noch kleiner individueller Verbesserungen fähig sind. Tatsächlich treten auch die v bei gewissen Linien in demselben Sinne und nahe gleichem Betrage und dies bei beiden Beobachtern auf. Ich habe deshalb alle v , unter Weglassung jedoch der ersten zwei und der letzten zwei Linien jeder Platte, da der Kurvenzug an den Enden weniger sicher ist, nach den Linien geordnet und gemittelt. Die folgende Tabelle gibt für beide Beobachter K und Z diese Mittel, hier gleich in Ångström-Einheiten umgewandelt, für diejenigen Linien, die auf wenigstens sechs Platten gemessen sind.

Beobachtete Korrekturen der Wellenlängen
der Eisenlinien.

Linie Nr.	λ Kayser	Küstner $d\lambda$	B	Zurhellen $d\lambda$	B	Mittel $d\lambda$	B
27	4238 ^A 980	0 ^A 000	8	+ 0 ^A 002	9	+ 0 ^A 001	17
29	47.604	+ 10	13	+ 12	16	+ 11	29
36	82.567	— 3	14	— 7	18	— 5	32
39	94.290	+ 3	12	— 5	16	— 2	28
40	99.420	— 5	14	— 5	18	— 5	32
41	4315.255	— 3	20	— 1	22	— 2	42
42	37.219	0	23	+ 2	23	+ 1	46
44	52.910	+ 1	22	— 1	22	0	44
46	69.954	— 2	13	— 2	10	— 2	23
47	76.104	+ 11	18	+ 14	19	+ 13	37
50	4404.929	— 6	9	— 11	9	— 9	18
53	15.301	— 8	14	— 10	11	— 9	25
55	27.490	+ 6	15	+ 6	16	+ 6	31
57	47.907	— 8	12	— 12	10	— 10	22
59	59.300	+ 12	10	+ 17	8	+ 14	18
60	66.737	— 8	8	— 6	7	— 7	15
62	76.207	+ 14	9	+ 14	4	+ 14	13

Bildet man noch zur Übersicht über die innere Genauigkeit, mit der diese Eisenlinien auf den Spektrogrammen gemessen sind, das arithmetische Mittel der ursprünglichen v absolut genommen, so gibt dies als durchschnittliche Abweichung von Kayser der einzelnen Messung einer Linie für

$K \pm 0.00191$, für $Z \pm 0.00212$, und diese durchschnittliche Abweichung erniedrigt sich für K auf ± 0.00126 , für Z auf ± 0.00135 , wenn von neuem die Abweichungen gegen die obigen Linienmittel für die mindestens sechsmal gemessenen Linien gebildet und gemittelt werden.

Die letzte Spalte enthält die Mittel der beobachteten Korrekturen $d\lambda$ aus beiden Beobachtern nach der Zahl der Beobachtungen gebildet. Aus der Summe der Quadrate dieser 17 Werte, diese einfach als gleichwertig betrachtet, folgt als wahrsch. Fehler einer beobachteten Differenz gegen Kayser ± 0.0054 . Nehmen wir weiter an, daß Kayser das doppelte Gewicht im Vergleich zu unseren Messungen zu beanspruchen habe, so würde folgen als w. F. für Kayser ± 0.0031 und für uns ± 0.0044 . Letztere Zahl dürfte gut verbürgt sein und einen richtigen Maßstab geben für die Genauigkeit, die in bezug auf das Eisenspektrum — aufgenommen auf gewöhnlichen Platten und am bewegten Fernrohr durch zweimalige Exposition vor und nach der Sternaufnahme — mit dem Spektrographen zu erzielen ist; durch besondere Aufnahmen mit ruhendem Apparat im Laboratorium und auf feinkörnigen Platten würde sie gewiß noch gesteigert werden können.

Es ist vielleicht noch von Interesse zu sehen, ob die beobachteten $d\lambda$ der Eisenlinien einen Gang mit der Intensität zeigen. Nachstehend sind sie deshalb nach der Intensität der Linien geordnet, wobei als Argument für diese die Breite genommen ist, gemessen auf einer Platte, wo alle diese Linien bis zur völligen Schwärzung exponiert waren.

Beobachtete Korrekturen $d\lambda$ der Eisenlinien
geordnet nach der Intensität.

Linie Nr.	Breite	K	Z	M
46	0.08	-0.002	-0.002	-0.002
57	0.08	—	—	10
44	0.09	+	—	1
47	0.10	+	11	+
27	0.10	—	0	+
29	0.11	+	10	+
42	0.11	—	0	+
55	0.11	+	6	+
41	0.12	—	3	—
59	0.12	+	12	+
60	0.14	—	8	—
62	0.14	+	14	+
36	0.17	—	3	—
39	0.18	+	3	—
40	0.18	—	5	—
53	0.23	—	8	—
50	0.27	—	6	—

Einen deutlichen mit der Intensität fortschreitenden Gang vermag ich hierin nicht zu erkennen; die Anhäufung positiver Werte bei den Breiten 0.10 bis 0.14, namentlich bei Z , ist wohl nur zufällig.

Die größeren $d\lambda$ der Eisenlinien dürften wohl reell sein. Ich habe jedoch keinen Gebrauch von ihnen gemacht, da sie auf den weiteren Gang der Rechnung keinen merklichen Einfluß üben können, und weil ferner eine Verschärfung

der Kayserschen Wellenlängen im einzelnen besser durch die großen Gitterspektrogramme, wo 1 mm = 2^Å, die Zerstreuung also die achtfache ist, zu erzielen sein wird.

Die Wellenlängen der Sternlinien sind nach Rowland »Preliminary table of solar spectrum wave-lengths«, Astroph. Journal Bd. I, wie folgt angenommen:

Wellenlängen der Sternlinien nach Rowland.

Linie Nr.	λ_{\odot}	Int.	Linie Nr.	λ_{\odot}	Int.
17	4199.267	5	45	4351.957	(12)
19	4219.520	(8)	46	4352.908	4
20	4222.382	5	47	4359.783	(3 ² / ₂)
21	4238.965	(5 ¹ / ₂)	48	4364.274	(2)
22	4239.975	(7)	49	4367.841	(9)
23	4245.439	(6 ¹ / ₂)	50	4369.887	—
24	4246.237	(2 ¹ / ₂)	51	4371.312	(4)
25	4246.996	5	52	4395.286	(5)
26	4250.287	8	53	4399.912	(3 ¹ / ₂)
27	4250.954	(9 ¹ / ₂)	55	4401.589	(5)
28	4254.505	8	58	4408.549	(7)
31	4274.922	(9 ¹ / ₂)	60	4427.420	(7)
32	4278.378	(3 ¹ / ₂)	61	4428.711	1
34	4288.134	(4)	64	4435.184	(7)
35	4293.241	(5)	65	4442.510	6
36	4294.273	(7)	68	4447.892	6
37	4314.321	(5)	72	4459.304	(6)
38	4315.178	(8)	74	4460.460	(1 ² / ₂)
39	4318.817	4	75	4464.772	(5)
40	4320.992	(5)	76	4468.663	5
41	4328.080	2	77	4472.957	(1 ² / ₂)
42	4334.050	—	78	4476.214	(7)
43	4340.634	20	79	4482.376	(8)
44	4344.597	(6)			

Hierbei sind nahe benachbarte Sonnenlinien, die im Sternspektrum notwendig zusammenfließen müssen, in üblicher Weise mit Gewichten proportional ihren Intensitäten bei Rowland zu Mitteln vereinigt. Ich habe der Regel nach Linien bis zu 0.3 Å Abstand (breitere Bänder und unsicher begrenzte sind möglichst vermieden) als zusammenfließend betrachtet und angenommen, daß noch die Linien mit der Intensität 0 bei Rowland mit Gewicht 1/2 mitgesprochen haben. Diese »mehrfachen« Linien, wie sie im Gegensatz zu den leider seltenen einfachen Linien zu nennen sind, sind oben durch Einklammerung der Intensität bezeichnet und man erkennt zugleich aus diesen Intensitätszahlen und an Hand der Rowlandschen Tafel unzweideutig, welche Linien in jedem Falle vereinigt sind, sodaß eine Angabe derselben im einzelnen hier überflüssig ist. Nur folgende Linien bedürfen einer Bemerkung:

39 schwankt in ihrer Lage etwas in den hier gemessenen Sternen; es rührt dies, wie schon Campbell in Astroph. J. 8.151 bemerkt, von einer nahen Begleitlinie her. Die Unsicherheit ist jedoch noch erträglich und die Linie deshalb unten überall beibehalten.

40 ist oben zusammengesetzt aus

$$\begin{array}{r} 4320.907 \\ 4321.119 \end{array} \quad \begin{array}{c} Sc \\ - \\ 2 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{c} 4320.907 \\ 4321.119 \end{array}} \right\} 4320.992$$

und darf entsprechend in den Sternen nur mäßig breit sein; anderenfalls ist vermischt damit die Doppellinie

Linie	K	Z
	km	km
35	+25.1	+24.9
37	+26.5	+26.2
38	+19.7	
39	+21.3	+21.4
40	+25.5	+25.9
46	+27.2	+29.2
47	+26.0	+26.5
58	+28.6	+30.1
60	+25.5	+26.8
64	+26.4	+27.7
77		(+37.5) ¹
78		+20.1

15	14	14
Eisen	16	17
ξ_1	+25.07	+25.90
(ν_2)	-0.19	-0.29

¹ fortgel. laut Bem. b. Beob.

Pl. 73. ϵ Leonis.

1903 Mai 24 13^h 39^m

17	+37.4	
19	+31.8	
21	+38.9	
26	+29.9	+29.0
27	+30.1	+29.6
28	+32.2	+32.1
31	+35.7	
34	+31.6	+31.7
35	+31.7	+32.8
36	+30.7	+31.3
37	+34.3	+32.7
38		+32.4
39	+39.9	+40.3
40	+32.9	
44	+35.2	+35.1
48	+37.8	+38.0
53		+40.7
68		+33.5
72		+37.4
79		+36.6

20	15	15
Eisen	14	16
ξ_1	+34.01	+34.21
(ν_2)	+0.16	-0.42

Pl. 74. δ Bootis.

1903 Mai 24 15^h 55^m

19	-4.0	
20	-2.2	
21	+1.7	
23	-2.6	-1.2
25	-10.0	-9.6
31	-5.1	-5.9

Linie	K	Z
	km	km
35	+1.4	
36	-4.5	
41	-0.2	+0.7
46		-2.9
47	-4.1	-4.5
50	-4.7	-3.7
51	-1.9	-1.2
52	-4.5	
55		+4.7
60	-3.5	-4.3
61	(-11.9) ¹	(-10.6) ¹
68		-1.0
76		-9.0
78		+3.9
79		(+6.6) ²

19	14	13
Eisen	17	16
ξ_1	-3.16	-2.62
(ν_2)	+0.12	+0.03

¹ fortgel. laut Bem. b. Beob.
² fortgel. wahrscheinlich Comes verschmolzen, vgl. Bem. ob.

Pl. 78.

α Serpentis.

1903 Mai 26 15^h 35^m

19	+8.6	
21	+8.7	
22	+7.8	
23	+8.5	
24	+3.3	
35	+9.9	+10.5
37		+13.0
38	+6.9	
39	+10.6	+12.3
40	+3.8	+4.1
41	+13.6	+14.9
42		+12.8
46	+16.0	
47		+11.1
50	+8.7	+10.1
51	+13.6	
52	+11.6	
53		(+24.0) ¹
55	+7.4	+6.7
60		+11.0
61		+12.6
65		+11.3
74		+8.9
77		+11.8

23	15	14
Eisen	16	16
ξ_1	+9.27	+10.79
(ν_2)	+0.10	-0.37

¹ fortgel. laut Bem. b. Beob.

Pl. 80. ϵ Virginis.

1903 Mai 29 14^h 7^m

Linie	K	Z
	km	km
17	+10.4	
19	+9.7	
20	+8.6	+8.3
21	+13.5	+12.3
22	+8.9	+7.1
23	+11.0	
24	+7.7	+10.0
27	+6.1	
34	+12.5	+13.4
36	+11.8	+13.5
37	+18.7	+19.2
39	+15.4	
41	+14.5	+13.6
42		+14.0
43	+9.3	+7.3
45		+13.2
46	+13.2	+13.1
47		+18.2
50		+15.2
51		+13.3

20	15	15
Eisen	15	13
ξ_1	+11.42	+12.78
(ν_2)	+0.25	+0.16

Pl. 81. α Serpentis.

1903 Mai 30 16^h 19^m

19		+11.2
22		+11.9
23		+10.0
24		+12.9
25		+7.1
26		+14.7
34		+12.0
38		+11.9
39	+12.1	+12.5
41	+11.1	+10.6
46	+13.3	+12.6
47	+13.7	+13.6
48		+11.4
51	+14.0	+13.4
58	+17.4	
60	+15.8	
64	+13.4	
65	+12.1	
68	+11.8	
72	+15.6	
74	+14.4	
75	+17.3	
77	+15.4	
78	+12.2	

24	15	14
Eisen	16	14
ξ_1	+13.97	+11.84
(ν_2)	-0.29	+0.31

Pl. 82. ϵ Bootis, maj. dpl.

1903 Mai 31 15^h 57^m

Linie	K	Z
	km	km
20		+4.3
21		-3.1
22		-0.9
23		-1.1
24		-5.3
26		+0.2
27		-1.1
31		+0.1
34	-0.6	+0.8
35		+6.9
36	-3.5	-3.0
40	-7.7	-7.2
44	+5.0	
46	+5.0	+5.0
50	-0.9	-0.7
51	+3.0	+3.6
52	-1.1	
55	-2.9	
60	+3.6	
68	-6.7	
72	+5.1	
76	+1.8	
77	-6.2	
78	-7.9	

24	15	15
Eisen	16	14
ξ_1	-0.93	-0.10
(ν_2)	-0.30	+0.48

Pl. 83. ζ Herculis.

1903 Mai 31 17^h 20^m

17	-68.9	
19	-75.3	
22	-71.4	
23	-70.6	
25	-78.3	
26	-71.9	
27	-74.0	
31	-73.2	-73.9
34	-72.7	-72.4
36	-72.8	-73.4
38	-74.7	-74.1
39		-71.5
45	-68.4	-68.5
46		-75.5
47	-72.1	
49	(-72.8)	(-75.0)
50		-66.4
52		-72.2
60		-69.4
68		(-63.6) ¹

¹ fortgel. laut Bem. b. Beob.

Linie	K	Z
	km	km
72		-71.4
75		-71.1
20	13	12
Eisen	15	16
ξ_1	-72.64	-71.65
(v_2)	+ 0.65	- 0.08

Pl. 85.

 γ Draconis.1903 Juni 11 17^h 37^mSternspektrum verwaschen,
Linien meist verbreitert.

23		-30.1
24		-36.1
32		-29.5
35		-21.5
39	-29.6	-28.5
42	-28.8	-28.8
46	-24.9	-25.8
48	-24.1	-24.3
50	-27.4	-27.9
51	-30.7	-30.0
55	-28.0	-27.0
60	-27.7	-30.5
68	-26.7	-26.0
72	-21.8	
74	-30.2	
76	-22.5	
77	-32.4	
78	-32.0	
18	14	14
Eisen	14	14
ξ_1	-27.63	-28.15
(v_2)	- 0.51	- 0.29

Pl. 86.

 β Ophiuchi.1903 Juni 15 17^h 48^m

21	-12.1	
23	-13.8	
24	-16.5	
25	-12.5	
38	-14.5	-14.1
39	-14.2	
40	(-21.9) ¹	
41	-17.3	-17.3
44	- 7.0	- 8.8
47	-11.5	-11.1
48		- 6.9
50	- 9.2	- 9.7
51	-11.5	-11.8
53	-15.0	-14.3
55	- 9.7	

¹ fortgel. wegen abweichender
Beschaffenheit der Linie, vgl. Be-
merkung oben.

Linie	K	Z
	km	km
60	-10.0	- 9.0
65		-13.5
68		-14.4
72		- 9.7
77		-10.1
78		- 9.9

20	14	14
Eisen	15	15
ξ_1	-12.49	-11.47
(v_2)	+ 0.22	- 0.44

Pl. 92. γ Cygni.1903 Juni 25 18^h 52^mSternspektrum kräftig, aber
etwas unscharf.

19		-19.4
22		-17.3
26		-20.7
27		-18.2
34		-23.5
36		-16.8
37	-21.6	-19.7
38	-16.2	-16.9
40	-18.5	-19.2
44	-25.5	-23.4
45	-18.7	-16.4
46	-20.4	-21.0
47	-14.2	-15.6
49	(-14.1)	(-16.2)
50	-26.8	
52	-24.8	-22.2
60	-14.1	
68	-14.9	
72	-16.3	
75	-26.2	
79	(-10.1) ¹	

19	13	14
Eisen	17	15
ξ_1	-19.86	-19.31
(v_2)	- 0.32	+ 0.18

¹ fortgel., wahrscheinlich Comes
verschmolzen, vgl. Bem. ob.Pl. 93. β Herculis.1903 Juni 26 15^h 56^m

23	- 6.2	
24	- 5.9	
25	- 6.0	
27	- 2.5	
34		+ 5.3
36	- 3.3	- 4.1
38	- 1.7	- 1.7
41		- 1.8
42	- 1.0	- 1.1
44	+ 1.6	+ 0.1
46	+ 5.3	+ 5.4

Linie	K	Z
	km	km
47	+ 0.6	- 0.5
50		+ 0.5
51	+ 4.1	+ 2.6
53	- 3.9	- 5.0
55	+ 1.2	+ 0.4
60	+ 3.1	+ 3.0
72		+ 5.0
76		- 1.9
79		+ 6.8

20	14	16
Eisen	14	16
ξ_1	- 1.04	+ 0.81
(v_2)	+ 0.45	- 0.48

Pl. 95.

 α Ursae maj.1903 Juni 27 16^h 10^m

19		+ 4.3
21		+ 2.9
22		+ 4.3
23		+ 8.0
24		- 2.0
25		0.0
35	+ 3.7	+ 5.5
36	+ 4.2	+ 3.4
37	+ 4.4	+ 4.7
38		+ 2.0
39	+ 5.3	+ 5.0
44	+ 7.0	+ 7.2
46	+ 7.0	+ 7.3
47	+ 2.3	+ 3.6
51	+ 8.4	+ 9.6
60	+ 5.8	
68	+ 5.2	
72	+ 7.3	
77	+ 6.7	
79	+ 2.5	

20	13	15
Eisen	15	14
ξ_1	+ 5.37	+ 4.39
(v_2)	- 0.72	+ 0.15

Pl. 96. β Ophiuchi.1903 Juni 27 18^h 48^m

19		- 6.8
20		- 6.3
24		- 8.2
26		- 6.7
27		- 4.3
32		- 3.4
39	- 7.2	- 6.5
41	- 6.7	- 6.5
42	- 4.8	- 5.2
44	- 8.6	
46	+ 0.6	+ 1.2
48	- 5.5	- 7.1
51	- 3.2	- 1.8

Linie	K	Z
	km	km
53	- 5.1	
61	+ 0.4	- 0.4
65	- 0.8	- 1.9
72	+ 5.0 ¹	
77	- 6.6	
78	- 5.2	

19	13	14
Eisen	14	16
ξ_1	- 3.67	- 4.56
(v_2)	- 0.36	+ 0.11

¹ dl merklich, vgl. u.Pl. 97. γ Aquilae.1903 Juni 28 18^h 52^mSternspektrum sehr matt und
verwaschen.

23	-11.2	-10.4
35	- 9.6	- 8.9
39	-11.6	-13.0
41	- 3.6	- 4.3
42	-10.4	-10.0
44	-12.8	
46	- 4.3	- 3.1
47	-14.9	-12.9
48	-10.5	-10.9
50	-11.2	- 9.8
51	-10.8	
60	-12.5	-16.2
68	- 5.9	- 6.6

13	13	11
Eisen	14	14
ξ_1	- 9.95	- 9.65
(v_2)	- 0.80	- 0.76

Pl. 103.

 β Cygni, maj. dpl.1903 Juli 1 20^h 45^mSternspektrum etwas matt
und verwaschen.

23	-29.5	-29.9
25	-29.6	-30.2
26	-31.5	-32.9
35		-30.3
41	-25.4	-28.1
44	-30.7	-29.8
50	-30.9	-31.3
51	-29.7	-29.6
55	-27.4	-25.3
61	-31.1	-33.1
64	-29.9	-30.1
68	-33.4	-33.3
77	-27.0	-28.0
78	-29.9	-27.9

14	13	14
Eisen	17	16
ξ_1	-29.69	-29.98
(v_2)	+ 0.40	- 0.18

Linie	K	Z
Pl. 104.		
α Ursae min.		
1903 Juli 2 16 ^h 2 ^m		
	km	km
19	-19.1	
22	-19.3	
23	-15.4	
25	-19.4	
26	-18.4	
27	-19.3	
28	-19.3	
31	-17.0	
36	-19.6	-21.8
37	-16.8	-17.3
38	-18.6	-16.0
39	-13.0	-11.1
40		-14.4
44		-18.4
45	-16.2	-15.8
46	-15.4	-15.3
47	-14.6	-13.3
50		-19.2
52	-17.7	-19.1
55		-14.4
60		-14.2
72		-11.1
75		-18.9
77		-15.0
78		-17.8
79		-11.4
26	16	18
Eisen	15	16
ξ_1	-17.44	-15.81
(v_2)	+ 0.41	- 0.49

Linie	K	Z
Pl. 105.		
β Ursae min.		
1903 Juli 2 18 ^h 56 ^m		
Sternspektrum etwas matt und verwaschen.		
	km	km
21		+23.8
23		+22.7
24		+19.5
39	+23.7	+23.4
41	+24.5	+24.2
42	+25.0	+24.4
44	+24.9	+26.5
46	+27.8	+29.2
50	+24.9	+23.3
51	+24.2	+24.7
53	+17.4	+17.2
60	+22.9	+22.8
61	+17.0	+18.0
68	+21.5	+23.4
72	+28.5	
74	+15.4	
77	+19.8	
17	14	14
Eisen	13	15
ξ_1	+22.68	+23.08
(v_2)	- 0.19	- 0.14

Linie	K	Z
Pl. 106.		
α Ursae min.		
1903 Juli 4 ¹ 18 ^h 32 ^m		
	km	km
17		-16.1
19		-17.4
22		-20.1
24		-21.5
25		-19.2
26		-23.7
27		-22.5
28		-19.8
31		-20.1
34		-21.1
36	-18.6	-19.4
37	-15.8	-15.4
38	-18.0	-19.2
40	-18.6	-19.3
43		-21.6
44	-22.1	
45	-18.0	-20.5
46	-17.6	-18.7
50	-21.8	
52	-20.6	
55	-17.0	
60	-15.1	
72	-20.1	
75	-23.8	
76	-16.0	
77	-16.3	

¹ Das Datum Juli 4 steht deutlich so im Beob.-Tagebuch, ist jedoch nicht absolut zweifelfrei.

Linie	K	Z
Pl. 107.		
	km	km
78	-13.8	
79	-18.9	
28	17	17
Eisen	17	14
ξ_1	-18.36	-19.74
(v_2)	- 0.01	+ 0.78
Pl. 109.		
β Bootis.		
1903 Juli 15 18 ^h 42 ^m		
23	- 3.6	- 2.4
25	- 0.5	+ 0.4
27	- 1.3	+ 1.0
36	- 4.5	- 4.5
37	+ 2.1	+ 2.0
38	- 6.2	- 5.1
39	0.0	
41	- 2.3	- 3.0
42	- 4.7	- 1.0
53		+ 4.3
55	+ 0.4	
58	- 5.9	- 5.0
60	- 0.5	
72	- 3.4	- 3.6
76	- 0.4	- 3.2
15	14	12
Eisen	16	16
ξ_1	- 2.20	- 1.68
(v_2)	- 0.35	+ 0.48

In der obigen Zusammenstellung der Ergebnisse ist durchaus kein gemessener und berechneter Wert unterdrückt und es sind nur einige wenige Werte, darunter die der grundsätzlich verworfenen Linie 49, worüber schon oben das nähere gesagt ist, und ferner ein paar vereinzelte, die schon bei der Messung selbst als verdächtig bezeichnet waren und gänzlich abwichen, nicht zur Mittelbildung herangezogen worden. Zur Kennzeichnung sind diese Werte eingeklammert.

Es ist hier, ehe die Ergebnisse weiter diskutiert werden, noch ein Wort über die sogenannte Lagendifferenz zu sagen. Die Werte oben sind sofort im Mittel aus beiden Lagen berechnet, da es eine ganz überflüssige Verdoppelung der Arbeit gewesen wäre, die Auswertung für jede einzelne Lage getrennt durchzuführen, und weil die Lagendifferenz sich mit geringer Mühe aus den folgenden Zahlen herleiten läßt.

Ermittelung der Lagendifferenz II—I.

Platte Nr.	Küstner						Zurhellen					
	Eisen		Stern		Differenz		Eisen		Stern		Differenz	
	ρ	d. A.	ρ	d. A.	$\Delta\rho$	= II—I km	ρ	d. A.	ρ	d. A.	$\Delta\rho$	= II—I km
54	+ 55	23	+ 82	42	+27	+0.7	+ 83	15	+140	40	+ 57	+1.5
66	-194	18	-135	33	+59	+1.6	-128	21	- 76	47	+ 52	+1.4
71	+ 93	17	+151	31	+58	+1.5	+ 54	27	+126	37	+ 72	+1.9
72	- 31	15	+ 13	31	+44	+1.2	- 84	18	+ 4	30	+ 88	+2.3
73	+358	17	+374	35	+16	+0.4	+242	24	+333	33	+ 91	+2.4
74	+199	20	+218	41	+19	+0.5	+ 97	10	+190	51	+ 93	+2.5
78	+ 54	18	+114	43	+60	+1.6	+ 15	16	+101	55	+ 86	+2.3
80	+364	8	+365	41	+ 1	0.0	+242	15	+297	50	+ 55	+1.5
81	+368	19	+343	43	-25	-0.7	+256	12	+302	37	+ 46	+1.2

Platte Nr.	Küstner						Zurhellen					
	Eisen		Stern		Differenz		Eisen		Stern		Differenz	
	ρ	d. A.	ρ	d. A.	$\Delta\rho$	$= \text{II} - \text{I}$	ρ	d. A.	ρ	d. A.	$\Delta\rho$	$= \text{II} - \text{I}$
						km						km
82	+390	25	+385	41	-5	-0.1	+197	17	+229	47	+32	+0.8
83	+418	25	+412	35	-6	-0.2	+341	22	+408	37	+67	+1.8
85	0	21	+48	27	+48	+1.3	+80	19	+140	44	+60	+1.6
86	-54	17	-23	52	+31	+0.8	-24	13	+42	32	+66	+1.7
92	+22	30	+49	24	+27	+0.7	-61	15	-16	29	+45	+1.2
93	+23	32	+55	67	+32	+0.8	+11	19	+45	57	+34	+0.9
95	+62	21	+123	37	+61	+1.6	+13	13	+62	30	+49	+1.3
96	+365	19	+395	58	+30	+0.8	+217	21	+320	43	+103	+2.7
97	+229	24	+315	56	+86	+2.3	+144	16	+237	38	+93	+2.5
103	-6	15	+32	58	+38	+1.0	+100	11	+196	58	+96	+2.5
104	-196	22	-196	51	0	0.0	-170	16	-87	44	+83	+2.2
105	+137	30	+118	40	-19	-0.5	+38	21	+145	49	+107	+2.8
106	+126	32	+194	35	+68	+1.8	-27	14	+53	48	+80	+2.1
109	+198	17	+195	40	-3	-0.1	+67	18	+191	48	+124	+3.3
	Mittel	21.1		41.7	+28.1	+0.74		17.2		42.8	+73.0	+1.93

Zur Kontrolle der Rechnung war gleich bei jeder Eisen- und Sternlinie die Differenz II—I der Mittel der Schraubenablesungen hingeschrieben; II wie erwähnt immer subtrahiert von 200. Die Plattenmittel ρ dieser Differenzen sind oben in Einheiten von 0.0001 angegeben. Bildet man die Differenz $\Delta\rho$ im Sinne Stern minus Eisen, so ist dies die gesuchte Lagendifferenz in derselben Einheit. Zur Umwandlung in Kilometer ist $1^R = 264 \text{ km}$ gesetzt, entsprechend der durchschnittlichen Wellenlänge $\lambda = 4344$ der Sternlinien. Für die einzelne Platte ist dies nicht ganz richtig, obschon der Fehler kaum das zehntel Kilometer beeinflusst; für das Mittel jedoch ist die Umwandlung zutreffend. Es ergibt sich, daß beide Beobachter in der Lage II, wo Rot links im Mikroskop, die Sternengeschwindigkeit stärker positiv messen, als in Lage I, wo Rot rechts im Mikroskop erscheint, und zwar:

Küstner +0.74 km
Zurhellen +1.93 km

Diese Werte sind an sich nicht groß — sie sind linear auf der Platte gleich +0.0007 mm und +0.0018 mm — und haben nichts auffälliges, lehren aber doch wieder, daß die Durchmessung in beiden Lagen unerlässlich ist.

Endlich sind bei dieser Nebenrechnung noch gebildet die Abweichungen der Differenzen II—I der einzelnen Linien

von den Plattenmitteln ρ . Das arithmetische Mittel dieser absolut genommenen Abweichungen ist oben unter d. A. angeführt. Es geht hieraus hervor, daß beide Beobachter sehr nahe gleich genau gemessen haben, und daß die Sternlinien bei gleicher Zahl der Einstellungen sich nur halb so genau als wie die Eisenlinien haben messen lassen, was nicht zu verwundern ist. Diese durchschnittliche Abweichung mit 0.423 multipliziert ergibt genähert den wahrscheinlichen Fehler r der Messung einer Linie durch einen Beobachter im Mittel aus beiden Lagen. Es folgt speziell für die Sternlinien:

Küstner Zurhellen
 $r = \pm 0.000176$ ± 0.000181
 $\pm 0.46 \text{ km}$ $\pm 0.48 \text{ km}$

Diese Zahlen werden unten auf ganz anderem Wege eine unabhängige Bestätigung finden. Sie geben selbstverständlich nur Auskunft über die innere Schärfe der Messung gegebener photographischer Linienbilder, die mit diesem ganz vorzüglichen Mikroskop und Mikrometer sich erreichen läßt, und lehren, wie sich gleich zeigen wird, daß die reinen Meßfehler verschwindend klein sind gegenüber den aus anderen Quellen stammenden Fehlern, und daß somit die Bemühung zur Verschärfung des Endergebnisses nicht an dieser Stelle wird einzusetzen haben.

Plattenmittel verschiedener Näherung der beobachteten Geschwindigkeiten.

Pl. Nr.	L. Z.	Küstner			L. Z.	Zurhellen			K—Z			$\frac{1}{2}(K+Z)$		
		g_1	g_2	g_3		g_1	g_2	g_3	Δg_1	Δg_2	Δg_3	g_1	g_2	g_3
		km	km	km		km	km	km	km	km	km	km	km	km
54	13	-7.00	-6.64	-7.22	15	-6.57	-6.02	-6.58	-0.43	-0.62	-0.64	-6.79	-6.33	-6.90
66	14	-73.59	-73.51	-73.59	16	-73.26	-72.90	-73.44	-0.33	-0.61	-0.15	-73.42	-73.21	-73.52
71	14	-10.42	-9.53	-10.42	11	-9.18	-9.13	-9.18	-1.24	-0.40	-1.24	-9.80	-9.33	-9.80
72	14	+25.07	+24.88	+24.86	14	+25.90	+25.61	+25.69	-0.83	-0.73	-0.83	+25.49	+25.25	+25.28
73	15	+34.01	+34.17	+34.01	15	+34.21	+33.79	+34.02	-0.20	+0.38	-0.01	+34.11	+33.98	+34.01
74	14	-3.16	-3.04	-2.97	13	-2.62	-2.59	-2.64	-0.54	-0.45	-0.33	-2.89	-2.82	-2.80
78	15	+9.27	+9.37	+9.74	14	+10.79	+10.42	+11.31	-1.52	-1.05	-1.57	+10.03	+9.90	+10.52
80	15	+11.42	+11.67	+11.50	15	+12.78	+12.94	+12.86	-1.36	-1.27	-1.36	+12.10	+12.31	+12.18
81	15	+13.97	+13.68	+13.59	14	+11.84	+12.15	+12.12	+2.13	+1.53	+1.47	+12.90	+12.91	+12.86

Pl. Nr.	Z. d. Z.	Küstner			Z. d. L.	Zurhellen			K - Z			$\frac{1}{2}(K + Z)$		
		g_1	g_2	g_3		g_1	g_2	g_3	Δg_1	Δg_2	Δg_3	g_1	g_2	g_3
		km	km	km		km	km	km	km	km	km	km	km	km
82	15	-0.93	-1.23	-0.86	15	-0.10	+0.38	+0.49	-0.83	-1.61	-1.35	-0.52	-0.43	-0.19
83	13	-72.64	-71.99	-72.43	12	-71.65	-71.73	-72.12	-0.99	-0.26	-0.31	-72.14	-71.86	-72.27
85	14	-27.63	-28.14	-28.04	13	-28.15	-28.44	-28.06	+0.52	+0.30	+0.02	-27.89	-28.29	-28.05
86	14	-12.49	-12.27	-12.00	14	-11.47	-11.91	-11.67	-1.02	-0.36	-0.33	-11.98	-12.09	-11.84
92	13	-19.86	-20.18	-20.30	14	-19.31	-19.13	-19.52	-0.55	-1.05	-0.78	-19.59	-19.66	-19.91
93	14	-1.04	-0.59	-0.76	16	+0.81	+0.33	+0.45	-1.85	-0.92	-1.21	-0.11	-0.13	-0.15
95	13	+5.37	+4.65	+4.93	15	+4.39	+4.54	+4.65	+0.98	+0.11	+0.28	+4.88	+4.60	+4.79
96	13	-3.67	-4.03	-4.11	14	-4.56	-4.45	-4.47	+0.89	+0.42	+0.36	-4.12	-4.24	-4.29
97	13	-9.95	-10.75	-10.17	11	-9.65	-10.41	-9.91	-0.30	-0.34	-0.26	-9.80	-10.58	-10.04
103	13	-29.69	-29.29	-29.48	14	-29.98	-30.16	-29.79	+0.29	+0.87	+0.31	-29.84	-29.72	-29.64
104	16	-17.44	-17.03	-17.45	18	-15.81	-16.30	-16.13	-1.63	-0.73	-1.32	-16.62	-16.67	-16.79
105	14	+22.68	+22.49	+22.27	14	+23.08	+22.94	+23.17	-0.40	-0.45	-0.90	+22.88	+22.72	+22.72
106	17	-18.36	-18.37	-18.70	17	-19.74	-18.96	-19.51	+1.38	+0.59	+0.81	-19.05	-18.66	-19.10
109	14	-2.20	-2.55	-2.21	12	-1.68	-1.20	-1.69	-0.52	-1.35	-0.52	-1.94	-1.88	-1.95
Mittel:									-0.36	-0.35	-0.43			

In der vorstehenden Übersicht sind zunächst die schon oben bei den einzelnen Platten angegebenen Mittel g_1 zusammengestellt. Bildet man jetzt die Abweichungen v_1 der einzelnen Linien von diesen Mitteln g_1 , und zwar getrennt für beide Beobachter, und summiert sie absolut genommen, so folgt in guter Näherung und im Durchschnitt der ganzen Reihe der wahrsch. Fehler der Geschwindigkeitsbestimmung

durch eine Linie $r_1 = 0.8453 \frac{\sum v_1}{\sqrt{m \cdot (m-n)}}$, wo m die Gesamtzahl der Beobachtungen und n die Zahl der Platten d. i. 23 bedeutet.

	Küstner	Zurhellen
$\sum v_1$	801.3	762.5
Beob.	325	326
r_1	± 2.16 km	± 2.05 km

Bei näherer Betrachtung der v_1 erkennt man jedoch sofort, daß die für die Sternlinien in erster Näherung nach

Rowlands Sonnenlinien angenommenen Wellenlängen sehr wohl noch einer Verbesserung bedürfen, indem manche Linien durchgehends bei allen Sternen und bei beiden Beobachtern in demselben Sinne abweichen. Es sind deshalb zunächst einmal, um ohne jede willkürliche Ausschließung vorzugehen, für alle Linien — getrennt immer für beide Beobachter — die Linienmittel (v_1) gebildet und in der folgenden Tabelle zusammengestellt; die letzte Kolonne enthält die Mittel aus beiden Beobachtern gebildet mit Rücksicht auf die Zahl der Beobachtungen. Die Zusammenfassung aller beobachteten Sterne war hierbei gestattet, da ihr Spektraltypus in dem hier untersuchten Wellenlängengebiet wenig differiert, und sie war andererseits geboten wegen des geringen vorläufig in dieser Versuchsreihe zur Verfügung stehenden Materials; sobald eine längere Beobachtungsreihe vorliegen wird, werden natürlich die Sterne in bezug auf die Verbesserung d. h. die Bestimmung der Wellenlängen ihrer Linien entweder einzeln oder in Untergruppen zu behandeln sein.

Beobachtete Korrekturen der Wellenlängen der Sternlinien nach Rowland.

Linie Nr	Küstner		Zurhellen		Mittel	
	(v_1)	B	(v_1)	B	(v_1)	B
	km		km		km	
17	+1.2	4	+1.5	2	+1.3	+0.018 6
19	-1.2	7	-0.5	7	-0.9	- 13 14
20	-0.9	2	-0.6	3	-0.7	- 10 5
21	+2.3	5	-1.1	4	+0.8	+ 11 9
22	-1.2	6	-0.7	8	-0.9	- 13 14
23	-0.3	11	-0.2	9	-0.3	- 4 20
24	-4.6	4	-3.8	8	-4.1	- 58 12
25	-2.5	7	-2.8	7	-2.7	- 38 14
26	-1.5	6	-1.6	9	-1.6	- 23 15
27	-2.0	9	-0.6	8	-1.3	- 18 17
28	-1.8	3	-1.1	2	-1.5	- 21 5
31	-0.2	5	-1.3	5	-0.6	- 9 10
32	-3.4	1	-1.5	3	-2.0	- 29 4
34	-0.1	6	+0.3	11	+0.2	+ 3 17
35	+0.3	7	+1.6	9	+1.1	+ 16 16
36	-1.6	11	-1.1	13	-1.3	- 19 24

Linie Nr.	Küstner		Zurhellen		Mittel	
	(v_1)	B	(v_1)	B	(v_1)	B
	km		km		km	
37	+1.7	8	+1.5	9	+1.6	+0.023 17
38	-1.6	12	-1.4	13	-1.5	- 22 25
39	+0.6	15	+0.6	13	+0.6	+ 9 28
40	-1.8	9	-2.3	8	-2.1	- 30 17
41	+1.5	11	+0.3	11	+0.9	+ 13 22
42	+0.1	7	+0.2	8	+0.2	+ 3 15
43	-2.1	1	-3.7	2	-3.2	- 46 3
44	+0.6	13	+0.7	10	+0.6	+ 9 23
45	+1.7	5	+1.0	6	+1.3	+ 19 11
46	+3.3	15	+2.6	17	+2.9	+ 42 32
47	+0.4	11	+0.8	14	+0.6	+ 9 25
48	+1.2	4	+1.3	6	+1.3	+ 19 10
50	-0.6	11	+0.3	13	-0.1	- 1 24
51	+1.3	13	+1.3	12	+1.3	+ 19 25
52	-1.1	8	-1.3	5	-1.2	- 18 13
53	-2.6	5	-0.5	6	-1.4	- 21 11

Linie Nr.	Küstner (v_1) B		Zurhellen (v_1) B		Mittel (v_1) = $d\lambda$ B		
	km		km		km		
55	+1.1	9	+1.6	6	+1.3	+0.019	15
58	+1.1	3	+0.5	2	+0.8	+	12 5
60	+1.5	15	-0.1	12	+0.8	+	12 27
61	-1.0	3	-0.5	4	-0.7	-	10 7
64	+0.2	3	+0.6	2	+0.3	+	4 5
65	+0.5	2	+0.4	3	+0.4	+	6 5
68	-0.1	9	+0.5	8	+0.1	+	1 17

Die Abweichungen jetzt weiter der ursprünglichen v_1 von diesen Linienmitteln (v_1) mögen heißen $v_2 = v_1 - (v_1)$. Bilden wir wieder die Summe der v_2 absolut genommen, benutzen hierbei jedoch aus leicht ersichtlichem Grunde nur die mindestens viermal beobachteten Linien, 35 bei jedem der Beobachter, so berechnet sich mit Rücksicht auf die jetzt von 23 auf 58 gestiegene Zahl der bestimmten Unbekannten der wahrsch. Fehler einer Linie wie folgt:

	Küstner	Zurhellen
Σv_2	608.4	626.3
Beob.	297	301
r_2	± 1.93 km	± 1.96 km

somit ist in der Tat durch die zweite Näherung eine merkliche Verkleinerung des w. Fehlers einer Linie erzielt worden. Aber auch der Wert r_2 ist noch immer sehr viel größer, als der oben aus der Lagendifferenz berechnete wahrscheinliche Messungsfehler $r = \pm 0.47$ km einer Linie. Es treten also zu diesem reinen Beobachtungsfehler noch starke »Linienfehler« hinzu, deren Ursache wir zu suchen haben in Fehlern der photographischen Abbildung, zufälligen Kornablagerungen, kleinen Schichtverziehungen, ferner namentlich in Fehlern der Identifizierung der Linien selbst, in dem verschiedenen Mitsprechen von Begleitlinien etc. Außerdem kämen noch hinzu der Fehler der persönlichen Auffassung der Linie durch den Beobachter und der Fehler, der im Anschluß an das Eisenspektrum und in der Umwandlung also der Mikrometerwerte in Wellenlängen enthalten ist. Daß dieser »persönliche Fehler« und der »Anschlußfehler« jedoch den reinen Meßfehler nur unbedeutend vergrößert haben, läßt sich nachweisen aus den Differenzen K—Z der Geschwindigkeiten, die unabhängig von beiden Beobachtern aus denselben Sternlinien gefunden sind, da aus diesen Differenzen der Linienfehler herausfällt.

Es finden sich in den oben ausführlich mitgeteilten Ergebnissen der einzelnen Linien auf den 23 Platten im ganzen 206 gemeinsam von beiden Beobachtern gemessene Linien. Das Mittel aus allen 206 Differenzen mit Rücksicht auf die Vorzeichen gebildet ist:

$$K - Z = -0.13 \text{ km},$$

d. h. es ist nur ein sehr kleiner, kaum nachweisbarer, konstanter Unterschied vorhanden, rechnermäßig in dem Sinne, daß K die Sternlinien kaum merklich nach Blau im Vergleich mit Z verschoben sieht; die jedesmalige Durchmessung in beiden Lagen hat also ihren Zweck erfüllt. Das Mittel ferner der 206 Differenzen absolut genommen ist ± 0.92 km; aus dieser durchschnittlichen Differenz folgt genähert die wahrsch.

Linie Nr.	Küstner (v_1) B		Zurhellen (v_1) B		Mittel (v_1) = $d\lambda$ B		
	km		km		km		
72	+3.4	9	+2.0	6	+2.8	+0.042	15
74	-3.2	3	-1.9	1	-2.8	-	42 4
75	-2.8	3	-1.3	2	-2.2	-	33 5
76	+1.9	5	-3.3	4	-0.4	-	6 9
77	-1.4	9	+1.2	4	-0.6	-	9 13
78	-2.3	7	-0.3	8	-1.2	-	18 15
79	-1.0	3	+4.3	3	+1.6	+	24 6

Differenz ± 0.78 km und weiter — unter der berechtigten Annahme, daß beide Beobachter gleich scharf gemessen haben — der wahrsch. Fehler einer Linie gemessen von einem Beobachter $r' = \pm 0.55$ km. Genau denselben Wert erhalten wir auch durch die strenge Berechnung, wenn wir die Abweichungen v der einzelnen Differenzen K—Z von ihrem Mittel -0.13 km bilden und die Quadrate dieser summieren; es ist dann $\Sigma vv = 276.54$, die w. Differenz

$$= 0.67 \cdot \sqrt{\frac{\Sigma vv}{206-1}} = \pm 0.78 \text{ km und } r' = \pm 0.55 \text{ km wie zuvor.}$$

Es ist somit tatsächlich r' nur unbedeutend größer als r . Persönliche Auffassungsdifferenzen der photographisch gegebenen Linienbilder haben hier also nur eine sehr geringe Rolle gespielt, und da auch kein merklicher konstanter Unterschied zwischen beiden Beobachtern vorhanden ist, so wird es bei der großen inneren Schärfe der Messung in Zukunft genügen, wenn jede Platte nur von einem Beobachter ausgemessen wird. Sehr merklich dagegen ist der Linienfehler und zwar möchte ich unter den genannten Bestandteilen desselben, neben dem Mitsprechen von Begleitlinien, als besonders schädlich die Zufälligkeiten der Kornablagerung betrachten. Ich hatte bei dieser Versuchsreihe absichtlich Sterne mitgenommen, die nicht gerade hell für das 30 cm Objektiv des Bonner Refraktors und für den hier meist recht dunstigen Himmel zu nennen sind, und es sind deshalb in den betreffenden Spektrogrammen manche Sternlinien nur eben angedeutet. Solche Bilder können ersichtlich besonders leicht durch geringfügige Unregelmäßigkeiten der Kornablagerung deformiert und in ihrer Lage verschoben werden. In dem Messungsjournal finden sich auch häufig Bemerkungen wie: Korn stört, Linie krumm, schräg, verkürzt etc. Dabei bewirkt in der Mitte des Spektrums bei $H\gamma$ eine Verschiebung von nur 0.001 mm bereits eine Änderung der Geschwindigkeit von 1.05 km. Mit lichtstärkeren Instrumenten oder bei helleren Sternen wird dieser schädliche Einfluß geringer sein und ich bin überzeugt, daß bei letzteren mit dem Bonner Spektrographen eine merklich größere Genauigkeit zu erzielen sein wird. Die wenigen in dieser Reihe vorkommenden helleren Sterne lassen dies auch schon erkennen.

Kehren wir zurück zu den Abweichungen v_2 der zweiten Näherung und fassen alle v_2 nach den Platten in Mittel (v_2) zusammen, so sind dies ohne weiteres die Korrekturen, die an die Plattenmittel g_1 der ersten Näherung anzubringen sind, um die Plattenmittel g_2 der zweiten Näherung zu erhalten; sie sind deshalb schon oben bei den einzelnen Platten unter die g_1 gesetzt. Wie man sieht, sind diese Korrekturen

(v_2) nicht erheblich: sie liegen bei K zwischen $+0.89$ km Pl. 71 und -0.80 km Pl. 97, bei Z zwischen $+0.78$ km Pl. 106 und -0.76 km Pl. 97, und betragen im Durchschnitt bei K ± 0.35 km, bei Z ± 0.33 km. Es folgt hieraus, daß eine dritte Näherung, die sonst in gleicher Weise mit leichter Mühe durchzuführen wäre, die g_2 nicht merklich weiter ändern würde. Ich möchte vielmehr schon den Werten g_2 der zweiten Näherung keine allzu große Bedeutung beilegen. Sie sind erhalten durch Einführung der oben auf S. 197 ff. ausführlich angegebenen Linienkorrekturen (v_1), die zwar formell richtig hergeleitet sind, die aber bei einer größeren Zahl seltener beobachteter Linien durch diese kurze Beobachtungsreihe doch zu schwach begründet sind. Als w. F. einer Beobachtung war gefunden für K ± 1.93 km, für Z ± 1.96 km, also sehr nahe übereinstimmend und im Mittel gleich ± 1.94 km $= \pm 0.4028$; dies dividiert durch die Wurzel aus der Zahl der Beobachtungen B gibt sofort den zufälligen w. F. der Linienkorrekturen. Ich möchte hiernach vorläufig nur die Korrekturen der Linien 24, 25, 46 und 72 als verbürgt ansehen, die ich hier zugleich mit ihren ursprünglich nach Rowland angenommenen und den korrigierten Wellenlängen nochmals hersetze:

Linie Nr.	Rowland λ	Korr. $d\lambda$	korrig. λ
24	4246 ^A .237	-0.058	4246 ^A .179
25	4246.996	-0.038	4246.958
46	4352.908	$+0.042$	4352.950
72	4459.304	$+0.042$	4459.346

und dabei folgendes bemerke:

24 war gebildet aus

$$\left. \begin{array}{l} 4246.180 \\ 4246.251 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -0 \\ Fe \ 2 \end{array} \left. \right\} 4246.237 \ (2\frac{1}{2}),$$

es geht in der Sonne unmittelbar voran die Linie 4246.071 — 00, der vielleicht in diesen Sternen eine etwas stärkere Intensität zukommt und die dann mitgesprochen hat.

25 ist die isolierte Linie 4246.996 F_2 5; das merkliche $d\lambda$ ist etwas auffallend!

46 war angesprochen als die isolierte Eisenlinie 4352.908 F_2 4 bei Rowland (Kayser hat dafür 4352.910 sehr nahe übereinstimmend). Die gefundene starke Korrektur $d\lambda +0.042$ erklärt sich wahrscheinlich dadurch, daß die im Sonnenspektrum folgende Linie 4353.044 V 0 in diesen Sternspektren im Durchschnitt stärker als in der Sonne ist. Es spricht hierfür der Umstand, daß auch in dem nahe verwandten Arkturspektrum die Vanadiumlinien, wie ich bei einer Durchmusterung desselben fand, sehr viel stärker als in der Sonne auftreten. Nimmt man an, daß die Vanadiumlinie, etwa die Intensität 2 habe, so folgte für das Gemisch beider Linien 4352 953 entsprechend der Beobachtung.

72 war gebildet aus

$$\left. \begin{array}{l} a \ 4459.199 \ Ni \ 2 \\ b \ 4459.301 \ Fe \ 3 \\ c \ 4459.525 \ Fe, Cr \ 1 \end{array} \right\} 4459.304 \ (6).$$

a und b verschmelzen unbedingt zu 4459.260 (5), c steht hiervon ab um 0.265 und erscheint somit bei der geringeren Dispersion dieser Wellenlängen nicht getrennt von ab (nur einmal bei Pl. 109 ist von Beob. Z dupl. bemerkt). Aber das Gewichtsverhältnis 5:1 ist für die Vereinigung wie es scheint nicht zutreffend, sei es, daß nicht der Lichtschwerpunkt sondern mehr die geometrische Mitte zur Beobachtung gelangt, oder daß die Chromlinie vielleicht verstärkt ist, oder daß die Intensitätszahlen nicht völlig zutreffen. Nimmt man für ab 4 und für c 2, so folgt schon 4459.348. Die Wellenlängen solcher Gemische müssen allein schon wegen kleiner Fehler in den Intensitätszahlen bei Rowland aus den Sternen selbst bestimmt werden.

Außer bei diesen vier Linien fällt noch bei Linie 40 eine starke und scheinbar gut verbürgte Korrektur auf; sie rührt jedoch wesentlich nur her von Pl. 78: K -5.5 , Z -6.7 km, und Pl. 82: K -6.8 , Z -7.1 km. Die Linie ist hier offenbar, wie dies schon oben in der ersten Rechnung bezüglich der Pl. 86 bemerkt war, durch Zusammenfließen mit den vorangehenden schwachen Linien um 0.410 nach Blau verschoben. Ich lasse sie deshalb auf den Platten 78 und 82 fort; sie wird in Zukunft wegen ihres schwankenden Verhaltens nur mit besonderer Vorsicht zu benutzen sein.

Werden also in der ursprünglichen Rechnung nur die Wellenlängen der eben genannten vier Linien wie angegeben korrigiert und wird Linie 40 bei Pl. 78 und 82 vom Mittel ausgeschlossen, so gehen die Sternsgeschwindigkeiten g_1 über in die Werte g_3 , die oben schon mit aufgeführt sind. Dasselbst sind ferner angegeben die Unterschiede K—Z beider Beobachter: Δg_1 , Δg_2 und Δg_3 . Ihre Mittel -0.36 , -0.35 und -0.43 km geben im wesentlichen auch wieder den kleinen konstanten Auffassungsunterschied der Beobachter zu erkennen, enthalten ihrer Herleitung nach aber auch noch Reste der Linienfehler, weshalb es nicht auffallend ist, daß diese Werte hier ein wenig stärker negativ herauskommen, als der oben aus den gemeinsamen Linien gefundene Wert K—Z $= -0.13$ km; dieser ist der richtigere, da er gänzlich frei von Linienfehlern ist. Es folgt weiter aus den Quadratsummen der Abweichungen der einzelnen Δg vom zugehörigen Mittel als zufälliger wahrsch. Fehler einer Plattendifferenz K—Z

$$\begin{array}{ll} \text{w. Fehler eines } \Delta g_1 & \pm 0.671 \text{ km} \\ \text{» » } \Delta g_2 & \pm 0.503 \text{ »} \\ \text{» » } \Delta g_3 & \pm 0.508 \text{ »} \end{array}$$

und es ist also in den g_3 , wo nur vier Wellenlängen identisch für K und Z korrigiert sind, dieselbe Verbesserung in der Übereinstimmung zwischen beiden Beobachtern erzielt worden, wie in den g_2 , wo alle Wellenlängen und getrennt für K und Z korrigiert sind; ich ziehe deshalb die g_3 vor.

Aus dem w. F. einer Differenz $\Delta g_3 = \pm 0.508$ km würde weiter als w. F. eines Plattenmittels g_3 von einem Beobachter ± 0.36 km folgen. Im Durchschnitt hat jeder Beobachter je 14 Linien auf einer Platte gemessen, ferner war oben als w. F. einer Linie gefunden ± 1.94 km, woraus sich der wahrsch. Fehler eines Plattenmittels etwas größer gleich $\pm 1.94 : \sqrt{14} = \pm 0.52$ km berechnet. Tatsächlich ist der aus den Differenzen Δg_3 gefolgerte Wert etwas zu klein berechnet, da beide Beobachter zum Teil dieselben Linien gemessen haben und somit aus den Differenzen Δg_3 die Linienfehler zum Teil herausgefallen sind. Streng genommen wären nun auch neue Plattenmittel gemeinsam aus den Werten beider Beobachter mit gehöriger Rücksicht auf das Verhältnis zwischen dem »persönlichen Fehler« und dem »Linienfehler« zu bilden gewesen. Ich habe von dieser komplizierteren Mittelbildung, durch die nichts wesentliches geändert würde, Abstand genommen und bin bei den obigen einfachen arithmetischen Mitteln $\frac{1}{2}(K+Z)$ der Plattenwerte g_3 stehen geblieben. Sie sind zur besseren Übersicht hier nochmals nach den Sternen und deren RA. geordnet und auf die Sonne reduziert. Unter Z steht die Anzahl der verschiedenen Linien, V_a ist die Korrektur wegen jährlicher Geschwindigkeit

der Erde berechnet mit Schlesinger's Tafeln *Astroph. Journal* Bd. X S. 4, V_d die Korrektion wegen täglicher Geschwindigkeit, entnommen aus einer kleinen mit den Argumenten Dekl. und Stdw. für Bonn berechneten Hilfstafel, V endlich die resultierende Geschwindigkeit gegen die Sonne.

Radiale Geschwindigkeiten von 18 Sternen reduziert auf die Sonne.

Platte Nr.	Stern	RA.	Dekl. •	1903 M. Z. Gr.	g' km	Achse	L	V_a km	V_d km	V km
104	α Ursae min.	1 ^h 23 ^m	+88° 46'	Juli 2.371	—16.79	f	26	+ 2.57	0.00	—14.22
106	»	»	»	» 4.470	—19.10	v	28	+ 2.98	0	—16.12
73	ε Leonis	9 40	+24 14	Mai 24.379	+34.01	v	20	—28.27	— 23	+ 5.51
54	γ Leo. ma. dpl.	10 14	+20 21	» 4.421	— 6.90	v	18	—28.05	— 20	—35.15
95	α Ursae maj.	10 58	+62 17	Juni 27.391	+ 4.79	v	20	—11.90	— 13	+ 7.24
80	ε Virginis	12 57	+11 30	Mai 29.385	+12.18	v	20	—23.94	— 8	—11.84
72	η Bootis	13 50	+18 54	» 23.403	+25.28	v	15	—17.66	— 3	+ 7.59
82	ε Boot. ma. dpl.	14 41	+27 30	» 31.455	— 0.19	v	23	—14.91	— 9	—15.19
105	β Ursae min.	14 51	+74 34	Juli 2.492	+22.72	v	17	— 4.55	— 7	+18.10
71	β Bootis	14 58	+40 47	Mai 22.516	— 9.80	v	18	—10.39	— 10	—20.29
109	»	»	»	Juli 15.447	— 1.95	v	15	—17.14	— 19	—19.28
74	δ Bootis	15 11	+33 41	Mai 24.473	— 2.80	v	19	— 9.69	— 5	—12.54
78	α Serpentis	15 39	+ 6 44	» 26.454	+10.52	v	22	— 6.04	0	+ 4.48
81	»	»	»	» 30.473	+12.86	v	24	— 7.79	— 5	+ 5.02
93	β Herculis	16 26	+21 42	Juni 26.383	— 0.15	f	20	—12.09	+ 4	—12.20
66	ζ Herculis	16 38	+31 47	Mai 21.491	—73.52	f	19	+ 0.33	+ 3	—73.16
83	»	»	»	» 31.513	—72.27	v	20	— 2.66	— 4	—74.97
86	β Ophiuchi	17 39	+ 4 37	Juni 15.491	—11.84	f	20	+ 0.28	— 1	—11.57
96	»	»	»	» 27.500	— 4.29	v	19	— 4.95	— 9	— 9.33
85	γ Draconis	17 54	+51 30	Juni 11.494	—28.05	f	18	+ 0.94	+ 1	—27.10
103	β Cygni ma. dpl.	19 27	+27 45	Juli 1.570	—29.64	v	14	+ 6.87	— 9	—22.86
97	γ Aquilae	19 42	+10 22	Juni 28.500	—10.04	v	13	+10.02	+ 6	+ 0.04
92	γ Cygni	20 19	+39 56	» 25.508	—19.91	f	19	+12.24	+ 9	— 7.58

Der wahrsch. Fehler einer beobachteten Geschwindigkeit V wird nicht zu günstig berechnet, wenn man ihn gleich $\pm 1.94 : \sqrt{L}$ setzt, da hierbei dann außer acht bleibt, daß die Linien zum Teil nicht von einem, sondern von zwei Beobachtern gemessen sind. Im Mittel ist $L = 20$ und der w. Fehler eines V berechnet sich somit im Durchschnitt gleich ± 0.43 km.

Diese Zahl enthält aber nur den zufälligen Fehler des Resultates einer Platte, dagegen nicht den systematischen oder plattenkonstanten Fehler. Dieser, der erfahrungsmäßig von gleicher Ordnung wie jener ist, wird sich erst bestimmen lassen, wenn eine sehr viel größere Reihe mit wiederholten Aufnahmen derselben Sterne unter veränderten Umständen, in verschiedenen Lagen von Refraktor und Spektrograph, mit verschiedenen Aufnahmen des Vergleichsspektrums etc. vorliegen wird, deren Ergebnisse unter sich und mit denen anderer Instrumente werden verglichen werden können. Ein ganz kleiner Anfang ist in dieser Hinsicht oben bereits gemacht, indem drei Sterne α Ursae minoris, ζ Herculis und β Ophiuchi in den beiden Lagen des Refraktors Achse folgt und voran, d. h. Kamera oben und unten, aufgenommen sind. Der Polarstern gewährt hier jedoch wegen seiner rasch ver-

änderlichen Geschwindigkeit ohne weiteres keinen Anhalt. Bei den anderen beiden Sternen hat die Differenz $f-v$ entgegengesetztes Vorzeichen, sodaß — wenn man aus zwei Werten überhaupt schon etwas schließen darf — wenigstens kein besonders starker konstanter Lagenunterschied vorhanden zu sein scheint.

Auf eine Quelle systematischer, von dem Stundenwinkel und von der Lage des Instrumentes abhängiger Fehler, die bei dem Bonner Spektrographen volle Beachtung erfordert, bin ich bei der Fortsetzung der spektrographischen Beobachtungen in diesem Frühjahr aufmerksam geworden: es ist die Biegung des Spektrographen selbst. Man kann sie leicht mit aller Schärfe untersuchen, indem man schmale Eisenspektren (immer mit diffussem Eisenlicht) auf derselben Platte dicht nebeneinander in verschiedenen Lagen des Fernrohres aufnimmt. Der so für den Bonner Spektrographen von mir ermittelte Biegungskoeffizient¹⁾ beträgt für $H\gamma$ (genau genommen für $\lambda 4337$) $1^{\text{A}}09$, ist also sehr erheblich, und da der Bonner Spektrograph an Festigkeit der Konstruktion anderen ähnlichen nicht nachzustehen scheint, so werden wohl auch bei diesen merkliche Biegungen vorhanden sein.²⁾

¹⁾ Diese Biegung verläuft stetig und immer in derselben Weise, ich werde darüber an anderer Stelle noch ausführlicher berichten; um eine Schlotterung etwa einzelner Teile handelt es sich nicht.

²⁾ Bestimmte Zahlenangaben hierüber habe ich bei einer Durchsicht der Litteratur nicht finden können, trotzdem die Biegung sehr häufig und von verschiedenen Autoren erwähnt wird. Auch Deslandres, der 1898 *Bull. astr.* 15.55 in der oben angegebenen, naheliegenden Weise die Biegung des damals von ihm benutzten Spektrographen untersucht hat, gibt nur an, daß sie unmerklich sei; die Montierung dieses Spektrographen scheint demnach allerdings rigider als die des Bonner Spektrographen zu sein.

Bei der Aufnahme der Sternspektren kommt es nun allerdings nicht auf die Biegung selbst, sondern nur auf ihre Änderung mit dem Stundenwinkel bei konstanter Deklination an. Aber auch diese Änderung ist noch sehr merklich. In maximo erreicht hier die stündliche Linienverschiebung durch Biegungsänderung 0.418 in extremen Lagen von Rohr und Spektrograph, und selbst in den gewöhnlichen Gebrauchslagen steigt sie immer noch bis 0.410 gleich 6.9 km an. Dies sind Verschiebungen durchaus vergleichbar den durch 1° C. Temperaturänderung verursachten (vgl. Hartmann, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 21.315). Ferner aber ist die Biegung vom Sinus und Cosinus des Stundenwinkels abhängig; ihre Änderung erfolgt somit nicht einfach proportional der Zeit, vielmehr hat — wenn man sich die Lage einer Linie als Funktion der Zeit t gezählt von der Mitte der Exposition durch eine Potenzreihe $x = a + bt + ct^2 + \dots$ ausgedrückt denkt — der Koeffizient c des quadratischen Zeitgliedes infolge der Biegung des Spektrographen merkliche und mit dem Stundenwinkel der Aufnahme systematisch wechselnde Beträge. Es können deshalb auch systematische Fehler entstehen, wenn das Vergleichsspektrum nur am Anfang und Ende, oder auch wenn es nur in der Mitte der Sternaufnahme exponiert wird. Die mittlere Lage des kontinuierlich während der Zeit T aufgenommenen Sternspektrums ist gegeben durch $x_0 = a + \frac{c}{12} T^2$, wie man durch

Integration der Reihe oben sofort sieht (vgl. auch Astroph. Journal 12.277, wo Wright dieselbe Frage aus allgemeinen Gründen erörtert), und man hat also bei den diskontinuierlichen Aufnahmen des Eisenspektrums dafür zu sorgen, daß im Mittel derselben das quadratische Glied — während die ungeraden Potenzen durch symmetrische Anordnung gegen die Mitte von selbst herausfallen — ebenfalls den Faktor $1/12$ c erhält.

In der vorjährigen Reihe habe ich das Eisenspektrum am Anfang und Ende aufgenommen, besonders aus dem Grunde, weil dann bei der langen Zwischenzeit Linienverschiebungen irgendwelcher Herkunft sich am ehesten durch Unschärfe oder gar Verdoppelung der Eisenlinien verraten müssen. Diese Prüfung wird aber nur ziemlich grobe Verschiebungen erkennen lassen; bei kleineren, für die verlangte große Genauigkeit der Geschwindigkeitsbestimmung aber immer noch gefährlichen, Verschiebungen bleiben die Eisenlinien scharf begrenzt und ihre geringe Verbreiterung wird nicht augenfällig. Andererseits erhält c hierbei den Faktor $1/4$, sodaß ein Fehler von $\frac{c}{6} T^2$ in der Lage der Eisenlinien relativ gegen die Sternlinien entsteht. Es wäre dann

eine Aufnahme in der Mitte, deren Fehler nur $\frac{c}{12} T^2$ sein würde, noch vorzuziehen.

Ist die Annahme gestattet, daß die photographische Lichtwirkung proportional der Zeit sei, so kann der verlangte

Faktor $\frac{c}{12}$ und damit die genaue Elimination des quadratischen Zeitgliedes am einfachsten so erzielt werden, daß man das Eisen am Anfang τ^s , in der Mitte $4\tau^s$ und am Ende nochmals τ^s aufnimmt, wie es auch die bekannte — bei Präzessionsrechnungen häufig benutzte — Simpsonsche Regel lehrt. Bei längeren Sternaufnahmen habe ich es jedoch mit Rücksicht auf die bessere Elimination von unregelmäßigen zufälligen Änderungen im Apparat vorgezogen, mehr Eisenaufnahmen zu machen, und diese zum Teil nicht auf, sondern dicht nebeneinander zu legen, weil man so in jedem gegebenen Fall die tatsächlich eingetretene Verschiebung scharf durch die Messung kontrollieren kann. Es stehen dann zahlreiche Kombinationen zur Verfügung, die den Faktor $\frac{c}{12}$

entweder streng oder mit hinreichender Genauigkeit ergeben, und die allmählich sich dem Grenzfall sehr zahlreicher, gleich langer, in sehr kurzen Pausen erfolgender Expositionen nähern; das idealste wäre es natürlich, das Eisenspektrum kontinuierlich mit dem Stern aufzunehmen, wie es der sinnreiche von Wright a. a. O. beschriebene Vergleichsapparat gestatten würde, oder wie es Vogel bei seinen ersten klassischen Bestimmungen der Sternengeschwindigkeiten mit dem Wasserstoffspektrum getan hat.

Abgesehen von dieser Elimination des quadratischen Zeitgliedes nehme ich ferner jetzt die Sterne möglichst in den günstigsten Stundenwinkeln und in der Lage des Refraktors, wo die stündliche Biegungsänderung ein Minimum ist, auf. Ein glücklicher Zufall hat es auch gefügt, daß die meisten der oben bearbeiteten Spektrogramme vom Sommer 1903 in günstiger Lage aufgenommen sind; eine Ausnahme machen nur die Aufnahmen der beiden Polsterne α und β Ursae min., und hier wäre also am ehesten der besprochene systematische Fehler zu befürchten.

Die Biegung des Spektrographen auf mechanischem Wege, etwa durch Konterbalanzierungen, zu beseitigen, woran man denken könnte, halte ich wegen ihres komplizierten Verlaufes für ausgeschlossen. Vielleicht aber würde sie durch eine noch festere Konstruktion der tragenden Teile und insbesondere des Prismengehäuses sich etwas vermindern lassen, und ich möchte wegen der hier gemachten Erfahrung die Aufmerksamkeit der Astronomen und Mechaniker erneut auf die wichtige Forderung größter Rigidität in dem Bau von Spektrographen richten.

F. Küstner.

Beobachtungen von kleinen Planeten auf der k. k. Sternwarte in Wien.

Planet	1904	M. Z. Wien	α app.	$\log p \cdot \Delta$	δ app.	$\log p \cdot \Delta$
1904 OQ	Okt. 2	11 ^h 12 ^m 6 ^s	23 ^h 42 ^m 36 ^s 86	8.393	— 11° 6' 14" 0	0.877
»	» 8	10 20 50	23 39 15.97	8.249 _n	— 11 49 14.5	0.880
1904 OT	» 13	11 20 44	0 41 28.51	8.127	+ 19 6 51.2	0.629
1904 OU	» 8	12 22 16	0 42 38.54	8.936	+ 18 53 0.8	0.634
1904 OY	» 13	11 10 28	0 51 40.50	8.372 _n	+ 18 22 52.7	0.638
1904 PA	» 13	12 8 50	0 58 17.64	8.818	+ 3 54 32.5	0.787 J. Palisa.

Bonn, 1904 August 14.