



Berechnet man die Zusammensetzung nach dieser Formel, so erhält man:

		Sauerstoff.	Multipla.
Kieselerde	40,79	21,21	5
Thonerde	54,45	25,42	6
Wasser	4,76	4,2	1
	<u>100,00.</u>		

In dem chemischen System der Mineralogie wird dieß Mineral wohl keinen andern Platz einnehmen, als neben dem *Cyanit*.

VI. *Versuche zur Bestimmung des absoluten Gewichts des Wassers, der Temperatur seiner größten Dichtigkeit und der Ausdehnung desselben;*

von S. Stampfer.

Profess. der practisch. Geometrie am K. K. polytechnisch. Institute in Wien.

(Im Auszuge aus den Jahrbüchern des K. K. polytechnischen Instituts in Wien, Bd. XVI. S. 1.)

Die vorliegende Arbeit wurde hauptsächlich in der Absicht unternommen, das Gewicht des Wassers mit möglichster Schärfe in Wiener Maafs und Gewicht festzusetzen, wozu der Punkt der größten Dichtigkeit des Wassers und das Gesetz der Ausdehnung desselben durch die bisherigen Untersuchungen nicht ganz hinlänglich ermittelt zu seyn schienen.

Der Verfasser wählte zu seinen Versuchen das bekannte Verfahren, nämlich die Abwägung eines Körpers von bekanntem Volumen in Wasser. Zu dem Ende liefs

er in der Werkstatt des K. K. polytechnischen Instituts einen hohlen Cylinder von 3 Zoll Höhe und 3 Zoll Durchmesser aus etwa eine Linie dickem Messingblech verfertigen, so dafs der ganze Cylinder etwa 26 Loth wog. Hohl wurde der Körper gemacht, um das Gewicht desselben zu verringern, und somit die Genauigkeit der Abwägung zu erhöhen, vorzüglich aber, damit derselbe die jedesmalige Temperatur des Wassers leichter und schneller annahme. Bei einem massiven Körper, selbst wenn er von kleinerer Dimension wäre, würde man nicht voraussetzen können, dafs die mittlere Temperatur seiner Masse mit der des umgebenden Wassers ganz gleich sey, aufser die Temperatur bliebe eine bedeutende Zeit hindurch constant, durch welche Berücksichtigung aber die Versuche sehr beschränkt und erschwert werden müßten.

Der Verfasser bediente sich bei diesen Versuchen einer sehr genauen Wage, welche von Jos. Florenz in Wien verfertigt ist. Der stählerne Balken ist 22 Zoll, die abwärts gehende Zunge 13 Zoll lang, und die Empfindlichkeit so grofs, dafs, bei einer Belastung von *einem* Pfund auf jeder Seite, das Zulegen von $\frac{1}{2}$ Milligramm oder $\frac{1}{3}$ Richtpfennig noch einen deutlichen Ausschlag giebt, daher die Genauigkeit bis auf den millionten Theil der Belastung und darüber getrieben werden kann. Die Wage befindet sich in einem Glaskasten, welchem mittelst eines 13 Zoll langen Senkels für alle Versuche eine und dieselbe Stellung gegen die Verticallinie gegeben wurde.

Ferner wurde ein Kilogramm - Gewichtseinsatz aus Messing gewählt, welcher von Fortin in Paris verfertigt, von Hrn. Lefèvre-Gineau mit einem Certificate versehen, und in der mathematischen Sammlung des K. K. polytechnischen Instituts aufbewahrt ist. Zur Bestimmung der kleinsten Gewichts differenzen dienten eigens an einer sehr guten Granwage verfertigte kleine Gewichtchen von

$\frac{1}{2}$ bis $\frac{1}{4}$ Milligramm. Wird dann dieses gebrauchte Kilogramm-Gewicht mit dem Wiener Pfunde auf's Genaueste verglichen, so können sämmtliche Versuche oder auch nur ihre Resultate auf Wiener Gewicht reducirt werden.

Als Gefäß für das Wasser diente eine 7 bis 8 Zoll weite und 10 Zoll tiefe Glasglocke, so daß der in der Mitte hängende Cylinder rings herum von einer wenigstens zwei Zoll dicken Wasserschicht umgeben war. Der Aufhängedraht von Messing war nicht ganz 0,1 Linie dick, und der eingetauchte Theil desselben wurde so oft abgemessen, als sich die Länge änderte. Beim Einsenken des Cylinders wurde alle Vorsicht gebraucht, daß keine Luft an ihm hängen bleibe; deshalb geschah die Einsenkung so langsam, daß die Haarröhrchenkraft zur Benetzung der Oberfläche gleichen Schritt halten konnte. Der Aufhängedraht muß von einerlei Metall mit dem Cylinder seyn, um jede galvanische Wirkung zu vermeiden.

Die Temperatur des Wassers wurde durch zwei Thermometer gemessen, welche einander gegenüber, ganz nahe am Cylinder, so in das Wasser gegangen wurden, daß ihre Kugeln mit dem Mittelpunkt des Cylinders in einer geraden horizontalen Linie lagen. Jede Thermometerkugel war über einen Zoll von der Wand des Gefäßes entfernt. Die Skalen sind nach Réaumur, und unmittelbar auf die Glasröhren zart eingeschnitten, wozu die Röhren auf der Seite der Theilung plan geschliffen sind. Auf diesen Skalen betragen $11^{\circ},6$ einen Wiener Zoll; das Ablesen ist daher, besonders wenn die Quecksilbersäule auf einem Theilstrich steht, bis auf wenige Hunderttheile eines Grades sicher. Fällt der Stand eines Thermometers zwischen zwei Theilstriche, so ist zwar die Ablesung minder sicher, weil man den Bruchtheil nach dem Augenmaafs schätzen muß; allein selten ist doch hierbei ein Fehler von $0^{\circ},05$ begangen, und dieser Fehler kann durch mehrmalige Wiederholung des Versuchs noch verringert werden.

Volumen des Cylinders.

Soll die Genauigkeit der Bestimmung des Volumens des verdrängten Wassers nur einigermaßen mit jener im Verhältniß stehen, welche bei der Abwägung erhalten werden kann, so müssen die Dimensionen des Cylinders mit sehr großer Schärfe bestimmt werden. Dieser Theil der Aufgabe, das absolute Gewicht des Wassers zu bestimmen, ist eigentlich der schwierigste, und erfordert die größte Aufmerksamkeit mit möglichst vollkommenen Hilfsmitteln. Dabei ist die Größe des Cylinders selbst nicht gleichgültig; je größer man diesen macht, desto größer wird auch die Genauigkeit des Resultates seyn, unter der Voraussetzung, daß die Abmessungen eines größeren Cylinders mit derselben Schärfe ausgeführt werden können, wie bei einem kleinen.

Es sey nämlich von einem gleichseitigen Cylinder Durchmesser und Höhe $=d$, Fehler in der Abmessung dieser Dimensionen $=x$, so ist der Fehler im Volumen $=\frac{3}{4}d^2\pi x$, oder dieser Fehler im Verhältniß zum Volumen des Cylinders $=3\frac{x}{d}$.

Der Fehler verkleinert sich demnach nur im einfachen Verhältniß, nach welchem die Dimensionen des Cylinders zunehmen. Allein eine Vergrößerung des Cylinders würde wieder neue Fehlerquellen herbeiführen, welche obigen Vorthail, wo nicht ganz vernichten, wenigstens sehr verkleinern würden. Der größere Cylinder kann nicht mit jener Vollkommenheit wie der kleinere ausgeführt werden; bei jenem ist eher eine ungleichförmige Ausdehnung der einzelnen Stellen zu befürchten. Während der Abweichung selbst ist die Voraussetzung, daß das umgebende Wasser ringsherum eine gleiche Temperatur habe, um so weniger richtig, je größer der Cylinder ist. Diese Betrachtungen bestimmten den Verfasser, dem Cylinder nicht über 3 Zoll Durchmesser und

Höhe zu geben, obschon die französischen Gelehrten einen viel größeren Cylinder angewandt haben.

Die erste Bedingung zur möglichst scharfen Bestimmung des Volumens ist: daß der Cylinder selbst möglichst vollkommen gearbeitet sey; daher wurde auf dessen Verfertigung die höchste Aufmerksamkeit verwandt. Er wurde in der Werkstatt des K. K. polytechnischen Instituts auf der vorzüglichen, sogenannten Zapfendrehbank, auf welcher die stählernen Axen für die großen astronomischen Instrumente abgedreht werden, von eben demselben Arbeiter verfertigt, welcher die stählernen Axen zu drehen pflegt und hierin eine vorzügliche Geschicklichkeit besitzt. Der Cylinder wurde von 3 Zoll Höhe und Durchmesser gemacht, in soweit dies mit freiem Auge und mit einem Zirkel geschehen konnte. Um aber diese Dimensionen mit größerer Genauigkeit zu erhalten, wurden an der krummen Seitenfläche drei $\frac{1}{2}$ Zoll breite Leisten von demselben Messing, parallel mit der Axe des Cylinders und ungefähr in gleicher Entfernung unter sich, mit Zinn aufgelöthet, zugleich mit den Grundflächen des Cylinders abgedreht, und auf einer ebenen Glasplatte vorsichtig geschliffen, wodurch die Leisten sehr nahe die Höhe des Cylinders erhalten mußten. Hierauf wurden die Leisten abgenommen und der Cylinder an der krummen Seitenfläche abgedreht. An dieser wurde nichts mehr geschliffen oder polirt, sondern sie wurde, um die Figur nicht zu verderben, gelassen, wie sie unmittelbar nach dem letzten Abdrehen entstand, wobei nur noch ein äußerst dünner Span weggeschnitten wurde. Auch wurde die Vorsicht gebraucht, während des Abdrehens den Cylinder nicht mit bloßer Hand zu berühren, weil dadurch eine ungleichförmige Ausdehnung, und somit eine nicht genaue cylindrische Form hätte entstehen können. Obige Leisten hatten die Bestimmung, unter dem Komparator der Normal-Wiener-Klafter abgemessen zu werden, weil der Cylinder unmittelbar nicht unter die Mikroskope ge-

bracht werden kann. Mit diesen Leisten sollte dann der Cylinder mittelst eines besonderen Fühlhebel-Apparats verglichen werden.

In der Mitte der krummen Seitenfläche wurde ein, mit einem Löchelchen versehenes messingenes Schraubchen angebracht, um an demselben den Cylinder mittelst eines Drahtes aufhängen zu können. Der Verfasser zog diese Lage vor, weil beim Einsenken des Cylinders in das Wasser die Luft leichter ausweichen konnte, als wenn derselbe in der Verlängerung der Axe aufgehangen, folglich mit horizontaler Grundfläche eingesenkt würde. Endlich wurde der Körper noch mit Kalkwasser gewaschen, um die Oberfläche von allem fetten Schmutz zu befreien, indem dieser die genaue Adhäsion des Wassers hindern, und dadurch etwas Luft an der Oberfläche hängen bleiben würde.

Die wahre Länge der Leisten wurde nun am Komparator gemessen. Diefes Instrument enthält die wahre Wiener Klafter, und ist in der mathematischen Sammlung des K. K. polytechnischen Instituts aufgestellt. Die Maasse sind auf einem Silberstreifen, welcher in einem starken eisernen Prisma eingelassen ist, durch so feine Punkte aufgetragen, daß diese dem freien Auge gänzlich unsichtbar sind, indem sie im Mittel nur $\frac{1}{8000}$ Zoll im Durchmesser haben. Die Eintheilung ist von Linie zu Linie ausgeführt. Die Vergleichen oder Abmessungen geschehen mittelst zusammengesetzter Mikroskope, welche etwa zwanzig Mal vergrößern, und wovon eins mit einem beweglichen Mikrometer-Faden versehen ist, dessen Mikrometerscheibe unmittelbar $\frac{1}{10000}$ einer Linie angiebt*).

Nachdem auf diese Weise das wahre Maafs der drei Leisten mit möglichster Schärfe ausgemittelt war (wovon über das Original die Details mittheilt), wurde erst der
Cy-

*) Eine nähere Beschreibung dieses Instrument ist in Band 2 der Jahrbücher d. K. K. polytechnisch. Instituts enthalten.

Cylinder nach Höhe und Durchmesser mit denselben verglichen. Zu diesen Vergleichen wurde ein eigner Fühlhebel-Apparat angewandt, welcher in der Werkstätte des Instituts mit grofser Vollkommenheit verfertigt worden ist. (Das Original enthält eine Abbildung und Beschreibung der wesentlichsten Theile dieses Instruments; es mag hier die Bemerkung genügen, dafs der Apparat mit drei Fühlhebeln versehen war, von denen zwei, an einem Ende befindlich, mit ihren Armen in einander greifend, der Längenaxe des Instruments parallel lagen, der dritte aber, am andern Ende befindlich, eine senkrechte Lage gegen diese Axe besafs, und dafs die Fehler der Messungen mit diesem Fühlhebel niemals 0,00062 Zoll überschritten.)

Mittelst dieses Instruments wurde nun zuerst die Höhe des Cylinders am Rande mit den Leisten verglichen. Diese Vergleichen wurden mehrere Tage lang fortgesetzt, und nie mehr als zwei auf einmal vorgenommen, um die Fehler wegen ungleicher Aenderung der Temperatur zu vermeiden. Dabei wurde die Höhe immer an zwei diametral gegenüberstehenden Randstellen gemessen, und aus beiden Angaben des Fühlhebels das Mittel genommen. Diese Durchmesser, an deren Endpunkten die Höhe genommen wurde, wurden überdies an verschiedenen Tagen immer gewechselt. Die Berührungspunkte wurden etwa $\frac{1}{2}$ Linie vom Rande gewählt, und der Cylinder sowohl als die Leisten in solche Lage gebracht, dafs der Fühlhebel ein Minimum des Abstandes der beiden Berührungspunkte angab. Diese (im Original ausführlich enthaltenen) Vergleichen ergaben die mittlere Höhe des Cylinders am Rande bei $+13^{\circ}$ R.

aus der Leiste I. $\equiv 3,003318$ Zoll

" " " II. $\equiv 3,003305$ "

" " " III. $\equiv 3,003312$ "

im Mittel $\equiv 3,003312$ Zoll

den mittleren Durchmesser des Cylinders bei $+13^{\circ}$ R.

aus der Leiste I.	= 2,998167 Zoll
- - - II.	= 2,998154 -
- - - III.	= 2,998171 -
<hr/>	
im Mittel	= 2,998164 Zoll.

Es wurden nun, nachdem die Hauptdimensionen des Cylinders ausgemittelt waren, einige Untersuchungen über die Vollkommenheit seiner Form angestellt. Es zeigte sich bald, daß die Höhe am Rande nicht ringsherum gleich sey, sondern daß an zwei diametral gegenüberstehenden Punkten ein Minimum und Maximum stattfindet. Die Vergleichung dieser zwei Stellen gab zwischen der größten und kleinsten Randhöhe im Mittel aus mehreren Messungen eine Differenz von 0,000245 Zoll, was einer Neigung der beiden Grundflächen von 17 Secunden entsprechen würde.

Wenn bei jeder Grundfläche alle Punkte des Randes in einerlei Ebene liegen, so giebt das Mittel aus zwei in einem beliebigen Durchmesser gemessener Randhöhen jedesmal die mittlere Höhe am Rande. Nun wurde bei Vergleichen der Leisten mit der Randhöhe letztere immer als Mittel zweier Messungen erhalten, die in einem beliebigen Durchmesser vorgenommen wurden, und die gute Uebereinstimmung der Differenzen beweist, daß der Rand einer jeden Grundfläche so nahe in einer Ebene liegt, daß die Abweichungen am Doppel-Fühlhebel nicht entschieden merklich sind.

Eine Reihe von Vergleichen zwischen verschiedenen Durchmessern derselben Grundfläche zeigte den Cylinder an beiden Grundflächen so vollkommen kreisrund, daß eine Abweichung von 0,00001 Zoll sehr unwahrscheinlich ist. Eine ähnliche Reihe von Vergleichen wurde zwischen den Durchmessern beider Grundflächen angestellt, und daraus ergab sich, daß der Cylinder an der einen Grundfläche etwa um 0,000017 Zoll dicker als an der andern sey.

Die Vollkommenheit, welche der Cylinder von der Drehbank erhielt, ist demnach gewiß vorzüglich, und selbst die äußerst geringe Differenz von 0,000017 Zoll würde sich schon dadurch erklären lassen, daß der Cylinder um 0°,2 R. wärmer oder kälter geworden sey, während der Meißel die Seitenflächen desselben durchlief, oder auch dadurch, daß die Schneide des Meißels sich während der Bewegung von einem Ende zum andern um 0,000017 Zoll abstumpfte. Um die letztere Fehlerquelle zu vermeiden, werden die stählernen Axen der mathematischen und astronomischen Instrumente mit Diamanten abgedreht.

Eine weitere Untersuchung wurde darüber angestellt, ob die beiden Grundflächen des Cylinders auch vollkommen plan seyen, weil selbst eine kleine Abweichung einen merklichen Einfluß auf das Volumen haben kann. Es wurde daher eine Reihe von Vergleichen am Fühlhebel-Apparat angestellt, zwischen der Höhe am Rande, an der Axe, und in der Mitte zwischen Rand und Axe, wobei diese Punkte jedesmal in einerlei Durchmesser genommen wurden. Aus 13 Versuchen folgt die Axe um 0,000460 Zoll länger als die mittlere Randhöhe; ferner aus 10 Versuchen die Axe um 0,000146 Zoll länger als die mittlere Höhe in der Mitte zwischen Rand und Axe. Die Grundflächen sind demnach beim Abschleifen etwas convex geworden, und da beide Flächen wechselsweise auf derselben Grundfläche geschliffen wurden, so werden sie auch sehr nahe gleiche Convexität erhalten haben.

Die beobachtete Höhe des Curvensegments an der Axe ist $= 0,00023$ Zoll, dieselbe in der Mitte zwischen Rand und Axe $= 0,000157$ Zoll. Ist die Krümmung sphärisch, so muß letztere Größe $\frac{3}{4}$ der ersten, oder $= 0,000168$ Zoll seyn. Der Unterschied ist so unbedeutend, daß das Segment ohne allen merklichen Fehler als sphärisch berechnet werden kann. Nun ist der Inhalt eines Kugelsegments (dessen Höhe $= x$, halbe Corde

$=y$ ist) $=\frac{1}{2}\pi x(y^2 + \frac{1}{8}x^2)$, wofür im gegenwärtigen Fall, weil x gegen y sehr klein ist, setzen können $=\frac{1}{2}\pi y^2 x$.

Für gegenwärtigen Fall ist $x=0,000230$ Z., $y=\frac{3}{2}$ Zoll, wodurch man für die Summe beider Segmente 0,00162 Kubikzoll erhält. Der Krümmungshalbmesser dieser Segmente beträgt 815 Fufs.

Der Cylinder wurde bei 15° R. luftdicht geschlossen. Ob er aber wirklich ganz luftdicht sey, mußte untersucht werden. Die erste Probe bestand darin, daß der Verfasser den Cylinder an der Wage in's Gleichgewicht brachte, hierauf denselben um etwa 20° langsam erwärmte, und abermals an die Wage brachte. Zwei auf diese Weise angestellte Versuche entschieden die Sache nicht gehörig, indem der Cylinder wohl um etwas, aber bei weitem nicht um so viel leichter war, als er hätte seyn müssen, wenn die eingeschlossene erwärmte Luft ungehindert hätte austreten können. Der Verfasser wählte demnach eine andere Prüfungsmethode, senkte den abgekühlten Cylinder schnell in heisses Wasser, und gab genau Acht, ob an keiner Stelle desselben Luftbläschen sich hervordrängten. Wirklich zeigten sich an mehreren Stellen der Verlöthung kleine Bläschen, und man konnte deutlich bemerken, wie sie aus äusserst kleinen Oeffnungen hervortraten. Es war demnach entschieden, daß der Cylinder nicht vollkommen luftdicht sey. Da an der Aussenseite nichts mehr vorgenommen werden durfte, so wurde der Cylinder inwendig mit dem Schelllackfirnis überzogen, mit dem die Mechaniker die Messingarbeiten überziehen. Es wurde nämlich bei der Oeffnung des Aufhängeschraubchens etwas flüssiger Firnis in den gehörig erwärmten Cylinder gegossen und damit herumgeschüttelt. Als hierauf der Cylinder abermals bei 15° R. geschlossen, und der Probe mit heissem Wasser unterworfen wurde, zeigte sich keine Spur eines Luftbläschens mehr.

Die im Cylinder eingeschlossene Luft ist bei $+15^{\circ}$ R. mit der äusseren im Gleichgewicht; bei jeder anderen Temperatur ist aber dasselbe gestört, und es muß ein mit der Temperaturdifferenz zunehmender Druck auf die Wände entstehen. Dadurch wird aber eine Biegung der Böden veranlaßt, und das Volumen des Cylinders geändert. Es war demnach nothwendig, über diesen Punkt einige Versuche anzustellen. Zu diesem Zweck wurde der Doppelfühlhebel mittelst eines dreifüßigen Gestells von Messing so auf die horizontale Bodenfläche des Cylinders gesetzt, daß die drei Füße des Gestells am Rande aufstanden, während der Berührungspunkt des Hebels sich in der Mitte befand. Nun wurde in der Mitte ein Druck mit verschiedenen Gewichten angebracht, wobei dann der Fühlhebel die jedesmalige Senkung des Bodens angab. Die Versuche sind folgende:

Druck: 1 Pfd.; Senkung des Fühlheb.: 0,33 F. *), aus 4 Vers.

-	2	-	-	-	0,76	-	-	4	-
-	3	-	-	-	1,24	-	-	5	-
-	4	-	-	-	2,00	-	-	3	-

Ganz dieselben Werthe ergaben sich auch für die zweite Bodenfläche. Bezeichnet man die Zahlen der zweiten Spalte mit y , die der ersten mit x , so wird y sehr nahe durch die Gleichung ausgedrückt:

$$y = 0,27x + 0,05x^2.$$

Nun leidet jede Bodenfläche bei der Temperatur t einen auf ihr gleichförmig vertheilten Druck von 0,3706 ($t - 15^{\circ}$) Wiener Pfund.

Nimmt man an, daß dieser gleichförmig vertheilte Druck doppelt so groß seyn müsse, um dieselbe Senkung des Bodens, wie ein im Mittelpunkt allein angebrachter, hervorzubringen, und setzt man die Krümmung sphärisch voraus (beide Voraussetzungen können, ohne

*) Der Werth eines Theilstrichs F am Fühlhebel beträgt 0,000056 Zoll.

merklichen Fehler gemacht werden), so erhält man folgende

Verbesserung des Volumens:

— 0,00045	Kbzll. für Temper. des Cylinders 0° R.	
— 0,00026	- - - - -	5
— 0,00011	- - - - -	10
0,00000	- - - - -	15
+ 0,00011	- - - - -	21
+ 0,00026	- - - - -	25
+ 0,00045	- - - - -	30

Genau genommen, sollte hierbei auch der Barometerstand berücksichtigt werden, und deshalb wurde derselbe auch an den Beobachtungstagen notirt. Die Differenzen gegen jenen, bei welchem der Cylinder geschlossen wurde, sind jedoch durchgehends gering, indem sie nur ein Mal über $\frac{1}{4}$ Zoll gehen. Eine Differenz von $\frac{1}{4}$ Zoll im Barometerstande würde aber einen Druck von 0,37 Pfund auf jede Bodenfläche des Cylinders, und dadurch eine Aenderung von 0,00004 Kubikzoll im Volumen veranlassen. Der Verfasser hat deshalb diese Verbesserung vernachlässigt, da sie größtentheils kleiner als 0,00004 Kubikzoll ist, und selbst diese das specifische Gewicht des Wassers nur um 0,000002 ändern würde.

Endlich wird eine ähnliche Correction noch durch den Druck des umgebenden Wassers auf den Boden des Cylinders veranlaßt; allein sie ist äußerst gering, und beträgt höchstens — 0,00003 Kubikzoll. Diese Correction ist für alle Versuche sehr nahe constant, und hat deshalb nur auf die Bestimmung des absoluten Gewichts des Wassers einen Einfluß, der aber wenigstens 30 Mal kleiner ist als jener, welcher von den Fehlern in den Abmessungen des Cylinders abhängt. Noch muß eine Verbesserung des Volumens wegen des Schraubchens und des eingetauchten Theiles des Aufhängdrahtes erwähnt werden. Der vorstehende Theil des ersten ist nach mikroskopischen Messungen = 0,00052 Kubikzoll. Der Auf-

hängdraht wurde oft gewechselt, und jedes Mal die Länge des eingetauchten Theiles gemessen, wodurch das Volumen desselben gegeben war, indem man früher das Volumen des Drahts von einem Zoll Länge durch das Gewicht bestimmt hatte.

Einen wesentlichen Einfluss auf das Volumen des Körpers hat die Ausdehnung¹ des Cylinders durch die Wärme, so zwar, daß selbst ein geringer Fehler hierin eine nicht unbedeutende Aenderung im Volumen hervorbringt, wenn die Temperatur von $+13^{\circ}$ R. ziemlich entfernt ist. Der Verfasser stellte deshalb eine eigene Reihe von Versuchen am Fühlhebel-Apparat über die Ausdehnung des Messings an, dazu wurde eine etwa 1 Zoll breite und 25 Zoll lange Schiene von demselben Messing (so genannten Tafelmessing) gewählt, aus welchem der Cylinder gefertigt worden, und vorher ausgeglüht, da auch der Cylinder beim Löthen ausgeglüht worden war. Die Schiene wurde in einen passenden Trog von Eisenblech so eingesetzt, daß ihre Enden zu beiden Seiten durch entsprechende Oeffnungen der Wände gingen, und etwa eine Linie weit vorstanden. Die Oeffnungen wurden durch einen weichen Kitt gegen das Austreten des Wassers geschlossen, ohne daß dadurch der Ausdehnung ein merkliches Hinderniß entgegenstand. Der Trog wurde wechselseitig mit heißem und kaltem Wasser gefüllt, und die Temperatur desselben durch zwei Thermometer gemessen. Die Versuche, bei welchen die Temperaturdifferenz von 30° bis 50° R. betrug, wurden an drei verschiedenen Tagen angestellt, und gaben ein Mittel aus 10 Versuchen für die Ausdehnung des Messings von 0° bis 80° R.:

$$0,001920$$

mit einer wahrscheinlichen Unsicherheit $= \pm 0,000002$ (das größte Resultat war 0,001933, das kleinste: 0,001906).

Eine so große Genauigkeit wird jedoch das Endresultat kaum haben, weil noch ein kleiner constanter Feh-

ler, wegen etwaiger Unvollkommenheit der gebrauchten Thermometer, oder auch daher entstehen konnte, daß die vorstehenden Enden der Messingschiene nicht ganz die Temperatur des übrigen im Wasser befindlichen Theils hatten. Letzterer Umstand würde die gefundene Ausdehnung noch etwas vergrößern und läßt sich ungefähr in Rechnung bringen. Allein, da diese Verbesserung in jedem Falle nur ganz gering seyn kann, so hat der Verfasser sie weggelassen.

Es ist demnach die Ausdehnung des Messings, woraus der Cylinder besteht, für 1° R. $= 0,000024$.

Reducirt man mittelst dieser die oben gefundenen Dimensionen des Cylinders, welche demselben bei $+13^{\circ}$ R. zukommen, so folgt bei 0° R.

mittlere Randhöhe $= 3,002375$ Zoll

mittlerer Durchmesser $= 2,997229$ -

Hieraus Kubikinhalt $= 21,18335$ Kubikzoll.

Die Segmente der convexen

Grundfläche $= 0,00162$

Mithin Volumen des Cy-

linders bei 0° $= 21,18497$

und bei t° R. $= 21,18497 (1 + 0,000024 t)^3$.

Da jedoch bei den folgenden Vergleichen t nicht über 26° R. geht, so können die höheren Potenzen von t ohne merklichen Fehler vernachlässigt werden, und man erhält:

Volumen bei t° R. $= 21,18497 + 0,001525 t$ Kubikzoll.

Dazu ist noch die Verbesserung hinzuzufügen, welche von der Biegung der Böden durch den ungleichen Druck der Luft abhängt, so wie jene, welche von dem Aufhängschraubchen und dem Aufhängdraht veranlaßt wird.

Die Versuche.

Zu den Abwägungsversuchen wurde destillirtes Wasser verwendet, welches der Verfasser aus dem Laboratorium der allgemeinen technischen Chemie am K. K. polytechnischen Institute erhielt, wo dasselbe auch jedes

Maß ausgekocht wurde. Dieses Auskochen geschah meistens in der Glasglocke selbst, in welcher die Abwägung vorgenommen wurde, um das Aufnehmen von Luft während des Umschüttens zu vermeiden. Das Wasser wurde wenigstens eine halbe Stunde im Sieden erhalten, und dabei zugedeckt, um dasselbe gegen Staub und Asche zu schützen. Einige Male wurde das Wasser in einem Glaskolben ausgekocht, aus diesem siedend in die Glasglocke geschüttet, und in dieser noch einige Minuten kochen gelassen. Die Versuche zeigten keinen merklichen Unterschied zwischen beiden Verfahrensarten des Auskochens. Mit diesem Wasser wurden die Versuche zwei, selten drei Tage fortgesetzt, dann aber wieder neues, frisch ausgekochtes Wasser genommen.

Um die Versuche für verschiedene Wärmegrade des Wassers zu erhalten, wurde dieses bei einer Temperatur an die Wage gebracht, welche um einige Grade höher oder tiefer als die der umgebenden Luft war, so daß während der Beobachtungen die Temperatur des Wassers sich nach und nach jener der Luft näherte. Es ist indess sehr schwierig, die ganze, den Cylinder umgebende Wassermenge in eine gehörig gleiche Temperatur zu versetzen, oder die mittlere Temperatur derselben genau auszumitteln, weshalb auch mehrere Versuche als mindet brauchbar verworfen werden mußten, und nur den Nutzen gewährten, daß sie zur Uebung dienten. In einer horizontalen Schicht zeigte sich kein merklicher Temperaturunterschied, indem zwei Thermometer, wovon das eine nahe an der Wand des Gefäßes, das andere in der Mitte desselben hing, ganz gleichen Stand zeigten, wenn ihre Kugeln in einer horizontalen Linie sich befanden, die Temperatur der umgebenden Luft mochte auch 10° von der des Wassers verschieden seyn. Allein in verticaler Richtung ist die Temperatur des Wassers nur dann vollkommen gleich, wenn dasselbe mit der umgebenden Luft gleiche Wärme hat. Ist dieß nicht der Fall, so sind

auch die über einander liegenden Wasserschichten von ungleicher Temperatur, und das Wasser ist in beständiger Bewegung, indem durch die Einwirkung der Luft auf die oberste Schicht diese eine von dem unteren Wasser verschiedene Temperatur erhält, wodurch das specifische Gewicht verändert, und das Gleichgewicht gestört wird. Je näher die Temperatur des Wassers jener der Luft kommt, desto genauer ist der Versuch, und es ist deshalb sehr schwer, die Versuche mit gleicher Schärfe über 25° oder 30° auszudehnen.

Andere Physiker haben bei solchen Versuchen das Wasser dadurch in verschiedene Temperaturen gebracht, daß sie das Gefäß desselben in ein größeres Gefäß setzten, und letzteres mit Wasser von verschiedener Wärme, mit Schnee oder andern kalmachenden Mischungen füllten. Allein sicher tritt auch hier der vorhin erwähnte Uebelstand ein, sobald die Temperatur der umgebenden Luft von jener des Wassers bedeutend verschieden ist; und es kann eine zweite Fehlerquelle noch dadurch entstehen, daß auch das umgebende Wasser in verschiedenen Tiefen eine ungleiche Temperatur annimmt.

Der Verfasser unternahm daher die Versuche, um eine vollständige Reihe derselben von 0° bis 25° zu erhalten, zu verschiedenen Jahreszeiten, und suchte auf diese Weise die jedesmalige Temperaturdifferenz zwischen Wasser und Luft möglichst klein zu machen. Bei einigen Versuchen wurde diese Absicht auch durch zweckmäßige Heizung des Zimmers erreicht. Die Uebereinstimmung der unter den zu einerlei Temperatur gehörigen, aber zu verschiedenen Zeiten und unter verschiedenen Umständen angestellten Versuchen zeigt, daß die noch vorhandenen Fehler nur ganz gering seyn können. Indefs hängen diese Fehler von der Lage der Thermometer ab. Befinden sich diese in jener Wasserschicht, welche genau die mittlere Temperatur der den Cylinder umgebenden Wassermasse besitzt, so werden die Fehler ganz vermieden. Der Verfasser

brachte die beiden Thermometer jedes Mal in jene horizontale Wasserschicht, welche durch den Mittelpunkt des Cylinders ging, und er schloßst daraus, daß die in Rede stehenden Fehler höchstens die sechste Decimalstelle im specifischen Gewicht des Wassers afficiren, so lange die Differenz der Temperatur des Wassers und der umgebenden Luft nicht über 8° beträgt.

Bei der Abwägung des Cylinders im Wasser wurde so verfahren. Durch Wegnahme oder Zulegung von kleinen Gewichten wurde das Gleichgewicht etwas gestört, hierauf die Zeit des scharfen Einspielens der Zunge abgewartet, und für diesen Moment der Stand der beiden Thermometer im Wasser, die Temperatur der umgebenden Luft, die Summe der Gewichte in der Schale, und die Uhrzeit aufgeschrieben. Diese Operation wurde in der Nähe eines ganzen Grades der im Wasser befindlichen Thermometer mehrmals wiederholt, und aus den einzelnen Beobachtungen das Mittel genommen. Diese Mittelwerthe sind in der folgenden Tafel angeführt. Die Angabe der Zeitmomente hielt der Verfasser für zweckmäßig, um daraus die Geschwindigkeit der Temperaturänderung des Wassers und die Zwischenzeit der Versuche. ansehen zu können.

1829.	No.	Uhrzeit.	Gewicht in der Schale.	Thermometer im Wasser.		Umgebende Luft.	Zahl der Beob.
				I.	II.		
12. März	1	8 ^h 8' Morg.	Grn. 2,1404	0°,00	— 0°,09	+ 6°,0	5
	2	9 27	2,0757	1,15	+ 1,10	6,5	3
	3	10 24	2,0310	2,16	2,10	7,0	3
	4	11 18	1,9990	3,05	3,01	7,7	2
	5	12 37	1,9715	4,08	4,05	8,3	2
	6	2 30 Ab.	1,9502	5,22	5,17	8,3	2
	7	4 14	1,9445	6,00	5,96	8,2	2
21. März	8	7 ^h 37' Morg.	1,9822	2°,68	2°,62	7°,1	6
	9	9 8	1,9497	3,81	3,79	8,0	4
	10	10 27	1,9253	5,00	4,99	9,0	3
	11	11 52	1,9177	5,97	5,95	9,2	6
	12	2 57 Ab.	1,9167	7,05	7,05	9,5	2
	13	8 50	1,9234	7,86	7,85	8,5	7

1829.	No.	Uhrzeit.	Gewicht in der Schale.	Thermometer im Wasser.		Umgebende Luft.	Zahl der Beob.
				I.	II.		
26. März	14	5 ^h 0' Ab.	Grn. 1 21,420	13°,91	+13°,90	+ 9°,5	5
27. -	15	8 30	1,9952	10,66	10,65	8,7	5
	16	7 8 Morg.	1,9850	2,60	2,56	7,3	3
	17	7 30	1,9753	2,93	2,87	7,5	3
	18	9 20	1,9422	4,11	4,07	8,1	4
	19	10 50	1,9258	5,04	5,02	8,9	3
	20	12 20	1,9180	5,98	5,95	9,2	3
	21	4 50 Ab.	1,9180	7,19	7,17	8,8	2
28. -	22	12 30	1,9505	9,17	9,15	8,6	4
3. Mai	23	6 ^h 42' Morg.	0,6397	8°,81	8°,80	14°,0	8
27. -	24	7 50	0,6660	9,95	9,95	14,8	4
	25	11 14	0,7744	12,73	12,74	16,1	5
	26	6 40 Ab.	0,8665	14,34	14,36	15,8	2
	27	7 5 Morg.	0,6715	9,00	8,97	14,3	6
	28	8 48	0,7239	10,77	10,75	15,3	4
	29	10 50	0,7811	12,20	12,19	15,8	4
	30	12 55	0,8225	13,07	13,07	16,0	5
28. -	31	11 15	0,9567	15,25	15,26	17,3	3

1829.	No.	Uhrzeit.	Gewicht in der Schale.	Thermometer im Wasser.		Umgebende Luft.	Zahl der Beob.
				I.	II.		
3. Sept.	32	12 ^h 5' Ab.	Grm. 6,1700	29°,11	+29°,16	+17°,0	8
	33	1 50	5,5200	24,18	24,20	16,5	4
	34	2 7	5,4283	23,35	23,38	16,5	6
	35	8 0	4,8937	18,00	18,00	16,1	4
	36	6 50 Morg.	4,5081	12,18	12,21	15,7	4
	37	8 30	4,5465	13,02	13,02	16,0	4
	38	11 40	4,6113	14,10	14,13	16,3	3
5. Sept.	39	2 0 Ab.	4,6370	14,53	14,55	16,0	2
	40	12 ^h 4'	6,3620	30°,46	—	17°,1	10
	41	2 15	5,5158	24,10	24°,10	17,0	6
	42	5 15	5,0634	19,85	19,87	16,7	7
	43	8 10	4,8692	17,63	17,64	16,3	5
	44	8 20 Morg.	4,4727	11,28	11,28	15,0	6
	45	9 40	4,5072	12,18	12,08	15,5	4
6.	46	9 26	4,6566	14,87	14,85	16,4	5

1829.	No.	Uhrzeit.	Gewicht in der Schale.	Thermometer im Wasser.		Umgebende Luft.	Zahl der Beob.
				I.	II.		
7. Nov.	47	12 ^h 45' Ab.	Grn. 41,3414	26°,85	+26°,91	+15°,8	7
	48	1 2	41,2250	25,93	25,94	15,1	4
	49	2 56	40,7317	21,62	21,65	13,0	6
	50	10 10 Morg.	39,8739	5,84	5,80	9,0	5
	51	11 9	39,8692	6,48	6,47	11,8	3
	52	11 47	39,8679	7,00	7,00	10,5	3
	53	10 43	39,8788	8,07	8,08	8,8	3
10. -	54	2 48 Ab.	40,0787	13,65	13,63	10,8	3
	55	9 50 Morg.	39,8890	8,55	8,55	8,8	2
	56	12 11 Ab.	40,4070	18,20	18,20	12,7	4
	57	2 53	40,1530	14,83	14,78	10,9	3
11. Nov.	58	12 ^h 57' Ab.	41,2480	26°,11	26°,04	13°,2	4
	59	2 40	40,6175	20,52	20,48	10,9	8
	60	4 3	40,3550	17,60	17,55	10,3	2
	61	10 3 Morg.	39,8927	8,73	8,72	8,8	2
12. -	62	11 43	40,4472	18,67	18,63	11,6	5
	63	12 16 Ab.	40,3572	17,58	17,58	10,8	4
	64	2 44	40,0988	13,92	13,90	9,8	5
	65	9 8 Morg.	39,8840	8,05	8,02	8,0	2

1829.	No.	Uhrzeit.	Gewicht in der Schale.	Thermometer im Wasser.		Umgebende Luft.	Zahl der Beob.
				I.	II.		
14. Nov.	66.	11 ^h 5'	Grn. 41,2933	26°,42	+26°,46	+15°,4	6
	67	11 33	41,1042	24,91	24,89	14,3	6
	68	12 14 Ab.	40,8692	22,90	22,89	13,0	6
	69	12 47	40,7162	21,45	21,49	12,5	4
	70	2 53	40,3285	17,20	17,25	11,2	4
	71	3 24	40,2650	16,47	16,48	10,9	3
	72	7 43	39,9992	12,02	12,03	9,7	4
15. Nov.	73	8 ^h 00' Morg.	40,0455	0°,30	0°,40	6°,7	5
	74	10 02	39,9783	1,56	1,65	7,1	3
	75	10 26	39,9598	1,98	2,02	7,1	4
	76	11 12	39,9270	2,90	2,94	9,0	4
	77	12 29 Ab.	39,8856	4,56	4,58	9,3	4
	78	2 49	39,8632	6,05	6,07	8,7	3
	79	7 45 Morg.	39,8610	6,93	6,95	7,2	2
16. -							

1829.	No.	Uhrzeit.	Gewicht in der Schale.	Thermometer im Wasser.		Umgebende Luft.	Zahl der Beob.
				I.	II.		
7. Dec. 8 -	80	11 ^h 42'	Grn. 40,6176	20°, 26		+13°, 1	5
	81	12 23 Ab.	40,5201	19, 22		11, 6	4
	82	2 24	40,2166	15, 41		9, 6	4
	83	3 0	40,1569	14, 52		8, 9	3
	84	8 10	39,9216	9, 16		6, 2	2
	85	9 10 Morg.	40,0587	0, 48		3, 8	3
	86	10 22	40,0045	1, 55		8, 0	4
	87	10 45	39,9873	1, 94		8, 5	3
	88	11 18	39,9587	2, 64		8, 7	4
	89	11 50	39,9430	3, 06		8, 6	3
	90	12 30 Ab.	39,9277	3, 64		8, 8	3
	91	7 30	39,8975	5, 15		5, 5	2
	92	9 34 Morg.	39,9247	3, 68		3, 4	2

1829.	No.	Uhrzeit.	Gewicht in der Schale.	Thermometer im Wasser.		Umgebende Luft.	Zahl der Beob.
				I.	II.		
9. Dec.	93	11 ^h 30'	40,0216	12°, 10		+ 6°, 7	3
	94	12 20 Ab.	39,9961	11, 49		6, 4	3
	95	12 40	39,9809	11, 05		6, 4	2
	96	2 50	39,9320	9, 66		6, 8	4
	97	8 15	39,8922	6, 35		4, 8	2
	98	9 8 Morg.	39,9331	3, 45		3, 0	3
	99	10 24	40,0512	12, 75		6, 5	3
	100	10 50	40,0196	12, 03		6, 2	3
	101	11 50	39,9616	10, 62		5, 5	3
	102	12 25 Ab.	39,9417	9, 93		5, 3	4
10. -	103	2 54	39,8969	7, 62		4, 6	2
	104	7 30	39,8991	5, 17		4, 6	2
	105	9 0 Morg.	39,9534	2, 83		2, 3	3
11. -							

Bei den Beobachtungen im December wurde nur das Thermometer No. I. angewandt. Wenn das Wasser über Nacht der freien Luft ausgesetzt war, um die Temperatur desselben herabzubringen, geschah dieß allzeit in der zugedeckten Glasglocke selbst, und sowohl der Cylinder als die beiden Thermometer wurden jedesmal schon Abends in das Wasser gesenkt, damit sie am folgenden Morgen, beim Beginn der Versuche, vollkommen gleiche Temperatur mit dem Wasser hatten. Nur am 12. März war die Temperatur desselben unter 0° herabgegangen, ohne daß es gefroren war, hingegen am 15. November und 8. December war das Wasser, sowohl an der Oberfläche als an der Wand des Gefäßes, mit einer dünnen Eisrinde umgeben. Beim Versuche No. 73. war nur eine Oeffnung in der Eisdecke von oben so groß gemacht, daß der Aufhängdraht freien Spielraum hatte, daher auch während der einzelnen sechs Versuche die Thermometer vollkommen unverändert auf 0° stehen blieben. Nach diesem Versuche wurde der Apparat von der Wage genommen, und das Eis entfernt. Beim Versuche No. 85 war hingegen die Oberfläche größtentheils vom Eise frei, und dieses bildete nur an der Seitenwand eine dünne Schale. Auch hier wurde nach dem ersten Versuch der Apparat von der Wage genommen und das Eis entfernt.

Bei den verschiedenen Versuchsreihen war ein beliebiges constantes Gewicht in der Schale, sowohl bei der Abwägung des Cylinders im Wasser, als in der Luft, nicht gezählt, daher die große Verschiedenheit der Zahlen in der vierten Spalte der vorigen Tafel. Während einer zusammenhängenden Reihe von Versuchen blieben die Schneiden des Wagbalkens unverändert auf derselben Stelle, indem der Wagbalken nicht auf die Rast gesetzt, sondern nur durch Zugabe eines Gramm-Gewichts in Ruhe versetzt wurde. Auf diese Weise stehen auch

die Versuche No. 22, 31, 46, 53, 61, 65, 79, 92 und 105 mit dem vorübergehenden Tage in Verbindung.

Soviel es sich thun liefs, trachtete der Verfasser darnach, die Versuche, sowohl bei steigender als fallender Temperatur, für dieselben Thermometergrade zu erhalten. So correspondiren z. B. die Beobachtungen vom 9. und 10. December mit jenen vom März und Mai. Mehrere Versuchsreihen konnte der Verfasser, durch andere Geschäfte verhindert, nicht so vollständig machen, wie er gewünscht; deshalb vermehrte er die Versuche so lange, bis diese von 0° bis 25° ziemlich gleichmäfsig vertheilt vorhanden waren, jedoch mit vorzüglicher Rücksicht auf die Gegend der gröfsten Dichtigkeit des Wassers.

Vor Allem war es nöthig, die gebrauchten beiden Thermometer einer genauen Prüfung zu unterwerfen. Da sie schon etwa 16 Jahre alt sind, so war zu vermuthen, dafs, der allgemeinen Erfahrung gemäfs, auch bei diesen Thermometern der Nullpunkt sich gehoben habe. Sie wurden daher vier Mal an verschiedenen Tagen in schmelzenden Schnee gesteckt, und ohne merklichen Unterschied immer derselbe Stand gefunden; es zeigte nämlich No. I. $= +0^{\circ},40$ und No. II. $= +0^{\circ},30$. Um die Schätzung zu erleichtern, wurde eine kleine Skale mit sehr feiner Theilung angewandt, und mittelst einer Lupe abgelesen.

Diese Thermometer gehen nur bis 35° ; der Siedpunkt konnte daher nicht unmittelbar bestimmt werden, und die weitere Untersuchung bestand in einer sorgfältigen Vergleichung mit einem Normalthermometer, welches der Verfasser besitzt. Diefs Thermometer wurde vor 4 Jahren unmittelbar unter Dessen Augen verfertigt; die Röhre desselben wurde vom Verfasser aus einer grossen Zahl mehrere Fufs langer Thermometerröhren ausgesucht, und durch sorgfältige Kalibrirung mittelst Quecksilberfäden von verschiedener Länge so gleichförmig cylindrisch gefunden, dafs in dieser Beziehung zwischen den Punkten -20° und $+80^{\circ}$ ein Fehler über $0^{\circ},03$ schwer-

lich vorhanden seyn dürfte. Die beiden Fixpunkte dieses Thermometers wurden im März 1829 neuerdings mit aller Aufmerksamkeit bestimmt, dabei alle nöthigen Vor-sichten angewandt, und überhaupt nach den Grundsätzen verfahren, welche Egen in seiner schätzbaren Abhandlung: *Untersuchungen über das Thermometer* (Poggen-dorff's Annalen, Bd. 87.) aufgestellt hat. Auch bei diesem Thermometer hatte der Gefrierpunkt sich in drei Jahren um $0^{\circ},12$ gehoben; allein nachdem das Thermo-meter die Bestimmung des Siedpunkts ausgehalten hatte, war der Nullpunkt wieder genau auf seinen ursprünglichen Stand zurückgekehrt, und acht Tage später nicht merklich verändert. Der Abstand der zwei Fixpunkte dieses Thermometers beträgt 9,04 Wiener Zoll, die Skale ist von $\frac{1}{2}$ zu $\frac{1}{2}$ Grad getheilt, und das Ablesen durch Schätzung bis auf $0^{\circ},02$ sicher.

Eine sorgfältige Vergleichung der drei Thermometer durch die ganze Skale von 0° bis 35° in Wasser ange-stellt, gab folgende Berichtigung:

Stand der beiden Therm.	gegen wahre Temperatur zu hoch		Stand der beiden Therm.	gegen wahre Tempe- ratur zu hoch	
	I.	II.		I.	II.
0°	$0^{\circ},40$	$0^{\circ},30$	20°	$0^{\circ},22$	$0^{\circ},22$
5	0 ,30	0 ,26	25	0 ,22	0 ,26
10	0 ,24	0 ,24	30	0 ,25	0 ,30
15	0 ,22	0 ,22	35	0 ,30	0 ,37

Bei diesen Vergleichungen wurde auch auf die ver-schiedene Temperatur des außer dem Wasser befindli-chen Theiles der Quecksilbersäule gehörig Rücksicht ge-nommen. Die Verbesserungstafel hält der Verfasser bis auf $0^{\circ},02$ sicher.

Die Versuche müssen ferner noch so verbessert wer-den, wie wenn sie im leeren Raum angestellt worden wären. Aus den bisher angenommenen Verhältnissen zwischen den Wiener und Pariser Längen- und Gewichts-

maßen folgt vorläufig Gewicht eines Wiener Kubikzolls Wasser im Punkte seiner größten Dichtigkeit = 18,278 Grammen. Ferner ist das specifische Gewicht der trocknen Luft bei 0° R. und 336,9 Par. Lin. Barometerstand gegen Wasser im Punkte seiner größten Dichtigkeit = 0,001299 *), mithin Gewicht eines Wiener Kubikzolls trockner atmosphärischer Luft bei 0° R. und 336,9 B. = 0,023743 Grm.

Ferner ist die Ausdehnung der Luft für 1° R. = 0,0047, mithin ist bei t Grad R. und dem Barometerstand = h Par. Linien das Gewicht eines Wiener Kubikzolls trockner Luft:

$$p = \frac{1}{1 + 0,0047 \cdot t} \cdot \frac{h}{336,9} \cdot 0,023743 \text{ Grammen,}$$

$$\text{oder } p = 0,000070475 \cdot \frac{h}{1 + 0,0047 \cdot t} \cdot \text{Grammen.}$$

Die Luft ist indess nie ganz trocken, sondern mehr oder weniger mit Wasserdampf gemischt. Für gegenwärtigen Fall ist kein merklicher Fehler zu befürchten, wenn man die Luft von mittlerer Feuchtigkeit voraussetzt, oder annimmt, der in der Luft befindliche Wasserdampf betrage halb so viel, als derselbe, im Maximo seiner Dichtigkeit vorhanden, betragen würde. Ist die der Temperatur t entsprechende Elasticität des Wasserdampfs = ε Pariser Linien, und haben h und p die obige Bedeutung, so ist das Gewicht eines Wiener Kubikzolls Luft von mittlerer Feuchtigkeit:

$$= p \left(1 - \frac{3\varepsilon}{16h} \right) \text{ Grammen.}$$

Bei den Abwägungen im Wasser war die eine Wagschale weggenommen, und statt derselben der Cylinder eingehangen, wobei auf der anderen Seite durch die Schale und Gewichte ein Ueberschuß an Volumen in der Luft = 0,436 Kubikzoll verursacht wurde. Setzt man

*) Gehler's physikal. Wörterb. N. A. Bd. IV. S. 1512.

im Mittel $h=330$ Pariser Linien, so erhält man folgende Gewichte für obiges Luftvolumen:

0° R.	0,0101 Grm.
5 -	0,0099 -
10 -	0,0097 -
15 -	0,0095 -

welche Werthe von den beobachteten Gewichten abgezogen werden müssen, um sie auf den leeren Raum zu reduciren.

Bei der Abwägung des Cylinders in der Luft betragen auf 0° reducirt:

die Gewichte sammt der Schale	= 2,925 Kubikzoll
Volumen des Cylinders bei 0°	= 21,185 -
also auf Seite des Cylinders mehr	= 18,260 -

Da ferner die kubische Ausdehnung des Messings für 1° R. = 0,000072 ist, so ist bei t° das Volumen der verdrängten Luft:

$$q = 18,260 (1 + 0,000072 \cdot t) \text{ Kubikzoll,}$$

und endlich das Gewicht f dieser Luft bei mittlerer Feuchtigkeit:

$$f = p q \left(1 - \frac{3\varepsilon}{16h} \right) \text{ Gramm.}$$

welcher Werth zum Gewicht des Cylinders in der Luft zu addiren ist, um dasselbe auf den leeren Raum reducirt zu erhalten.

Folgende Tabelle giebt die Abwägungen des Cylinders für die fünf Hauptperioden der Versuche. Jede derselben gründet sich auf mehrere einzelne Wägungen, welche an zwei oder drei nahe liegenden Tagen vorgenommen worden sind. Die Barometerstände h sind schon auf 0° reducirt, und die Werthe für ε aus dem neuen Gehler'schen physikalischen Wörterbuch, Bd. II. S. 351., genommen.

	Gew. in der Schale.	<i>h</i>	<i>t</i>	<i>ε</i>	<i>f</i>
März .	388,7042 Grm.	329 ^{'''} ,2	9 ^o ,4	3 ^{'''} ,8	0,4049 Grm.
Mai . .	387,4137 -	332,0	17,0	7,5	0,3944 -
September	391,1685 -	331,7	15,6	6,7	0,3970 -
November	426,6548 -	332,2	8,7	3,4	0,4100 -
December	426,6591 -	335,3	2,7	2,0	0,4255 -

Der Aufhängdraht wurde im März zwei Mal, im Mai ein Mal gewechselt; hingegen wurde bei den Versuchsreihen im September, November und December ein etwas stärkerer Draht genommen, daher während jener Reihe von Versuchen nur ein Draht nöthig war. Wo es nöthig war, den Draht zu wechseln, wurde die Gewichts-differenz zwischen dem neuen und alten Draht genau ausgemittelt. Mit Rücksicht hierauf sind die mit den Beobachtungen vergleichbaren Gewichte des Cylinders im leeren Raume folgende:

389,1396 Gramm.,	für die Beobachtungen:	1 bis	7
389,1091	- - -	-	8 - 13
389,1110	- - -	-	14 - 22
387,8081	- - -	-	23 - 26
387,8365	- - -	-	27 - 31
391,5655	- - -	-	32 - 46
427,0648	- - -	-	47 - 79
427,0846	- - -	-	80 - 105

Der Cylinder wurde vor den Beobachtungen im September, November und December jedesmal mit Kalkwasser gereinigt, weil die Oberfläche desselben etwas angelaufen war. Dadurch mußte er, wenn auch sehr wenig, von seinem Volumen verlieren, und um diesen Verlust kennen zu lernen, wurde der Cylinder vor und nach jeder Reinigung gewogen. Er verlor bei der Reinigung:

am 2. Sept.	0,0270 Grm.	oder	0,00017 Kubikzoll
- 5. Nov.	0,0124	- -	0,00008 -
- 6. Dec.	0,0060	- -	0,00004 -

auf welche Aenderungen des Cylinders bei der weiteren Berechnung der Beobachtungen gehörig Rücksicht genommen ist.

Die folgende Tafel enthält das aus Reduction der Versuche erfolgende absolute Gewicht eines Wiener Kubikzolls Wasser. Die zweite Spalte enthält das Mittel der beiden Thermometer I. und II., verbessert nach S. 101. Die Zahlen der dritten Spalte werden erhalten, wenn man die Gewichte in der Schale Taf. S. 92. nach S. 102. verbessert, vom entsprechenden Gewicht des Cylinders im leeren Raume abzieht. Das Volumen des Cylinders in der folgenden Spalte ist nach den Daten S. 84. und S. 87. berechnet, und auf den eingetauchten Theil des Drahts gehörig Rücksicht genommen. Die letzte mit n bezeichnete Spalte enthält die Vergleichung der Beobachtungen mit der aus ihnen abgeleiteten Finalgleichung.

No.	Des verdrängten Wassers			Gewicht ein. Wiener Kbkz. Wasser.	(n)
	Temper. R. °.	Gewicht.	Volumen.		
		Gramm.	Kubikz.	Gramm.	
1	— 0°,40	387,0092	21,18456	18,26846	—10
2	+ 0,79	0739	18612	26991	— 5
3	1,81	1186	18802	27064	— 2
4	2,72	1506	18945	27092	— 1
5	3,77	1781	19109	27080	— 0
6	4,91	1994	19287	27027	— 7
7	5,70	2051	19409	26949	— 7
8	2°,33	387,1369	21,18879	18,27084	— 1
9	3,50	1694	19063	27079	+ 5
10	4,71	1938	19251	27032	— 2
11	5,68	2014	19402	26938	0
12	6,78	2024	19573	26795	— 4
13	7,59	1957	19698	26656	— 5

No.	Des verdrängten Wassers			Gewicht ein. VWien. Kbkz. Wasser.	(n)
	Temper. R. °	Gewicht.	Volumen.		
		Gramm.	Gramm.	Kubikz.	
14	+13°,67	386,9790	21,20652	18,24810	— 3
15	10 ,41	387,1258	20142	25943	+ 7
16	2 ,26	1360	18873	27080	0
17	2 ,59	1457	18925	27081	+ 4
18	3 ,80	1788	19115	27073	+ 3
19	4 ,75	1952	19262	27024	+ 1
20	5 ,69	2030	19409	26934	+ 2
21	6 ,91	2030	19599	26771	— 3
22	8 ,91	1705	19910	26349	+ 6
23	8°,56	387,1779	21,19855	18,26436	+ 3
24	9 ,72	1516	20035	26156	— 2
25	12 ,51	0432	20468	25272	— 9
26	14 ,13	386,9511	20718	24623	— 6
27	8 ,76	387,1745	19888	26391	+ 3
28	10 ,54	1221	20165	25905	+ 7
29	11 ,98	0649	20388	25444	+ 1
30	12 ,85	0235	20523	25133	— 3
31	15 ,01	386,8893	20861	24208	+ 4
32	28°,86	385,4052	21,23011	18,15371	—54
33	23 ,95	386,0552	22245	19090	— 1
34	23 ,13	386,1469	22117	19631	+ 7
35	17 ,78	386,6815	21286	22863	+ 2
36	11 ,96	387,0671	20388	25454	— 1
37	12 ,80	387,0287	20518	25155	— 5
38	13 ,90	386,9639	20688	24710	0
39	14 ,32	386,9382	20753	24532	0
40	30°, 0	385,2132	21,23219	18,14291	—63
41	23 ,86	386,0594	22230	19121	+16
42	19 ,64	386,5118	21573	21817	+ 7
43	17 ,41	386,7060	21228	23028	+19
44	11 ,04	387,1025	20244	25745	+ 9
45	11 ,95	387,0680	20384	25462	— 3
46	14 ,64	386,9186	20800	24400	— 3

No.	Des verdrängten VVassers			Gewicht ein. VVien. Kbkz. VVasser.	(n)
	Temper. R. °	Gewicht.	Volumen.		
		Gramm.	Kubikz.	Gramm.	
47	+26°,63	385,7329	21,22675	18,17202	— 15
48	25 ,68	385,8493	22528	17876	— 4
49	21 ,41	386,3426	21863	20771	— 7
50	5 ,56	387,2009	19403	26935	+ 9
51	6 ,21	387,2056	19508	26867	+ 3
52	6 ,73	387,2069	19588	26804	— 5
53	7 ,02	387,1960	19757	26606	— 3
54	13 ,42	386,9959	20626	24914	— 5
55	8 ,30	387,1858	19833	26493	+ 4
56	17 ,98	386,6676	21331	22759	+ 1
57	14 ,58	386,9216	20805	24410	+ 6
58	25°,83	385,8263	21,22543	18,17755	+ 3
59	20 ,28	386,4568	21681	21467	— 8
60	17 ,35	386,7195	21227	23093	0
61	8 ,48	387,1821	19853	26456	+ 2
62	18 ,43	386,6271	21393	22515	0
63	17 ,36	386,7171	21227	23082	+ 3
64	13 ,69	386,9758	20659	24790	+ 3
65	7 ,79	387,1908	19745	26591	+ 8
66	26°,18	385,7810	21,22597	18,17495	+ 6
67	24 ,66	385,9701	22360	18590	+ 3
68	22 ,66	386,2053	22049	19964	— 4
69	21 ,24	386,3583	21829	20874	— 5
70	17 ,00	386,7461	21171	23267	+ 3
71	16 ,25	386,8096	21056	23665	— 9
72	11 ,80	387,0756	20369	25510	— 1
73	0°,00	387,0293	21,18526	18,26880	+ 3
74	1 ,28	0965	18726	27025	— 1
75	1 ,68	1150	18789	27058	— 3
76	2 ,61	1478	18934	27088	+ 1
77	4 ,28	1892	19196	27057	0
78	5 ,78	2016	19428	26915	+ 6
79	6 ,68	2038	19568	26805	— 1

No.	Des verdrängten Wassers			Gewicht ein. VWien. Kbkz. VWasser.	(n)
	Temper. R. °.	Gewicht.	Volumen.		
		Gramm.	Kubikz.	Gramm.	
80	+20°,04	386,4770	21,21636	18,21599	— 2
81	19°,00	386,5745	21476	22196	+ 1
82	15°,19	386,8780	20885	24135	+ 7
83	14°,30	386,9377	20750	24533	+ 4
84	8°,92	387,1730	19915	26361	— 2
85	0°,09	0359	18538	26900	— 1
86	1°,18	0901	18706	27012	+ 2
87	1°,58	1073	18769	27040	+ 4
88	2°,29	1359	18880	27078	+ 2
89	2°,72	1516	18948	27093	— 1
90	3°,31	1669	19038	27088	+ 2
91	4°,85	1971	19281	27020	— 1
92	3°,33	1699	19043	27098	— 4
93	11°,87	387,0730	21,20371	18,25497	— 7
94	11°,25	0985	20275	25700	— 4
95	10°,81	1137	20207	25830	+ 2
96	9°,42	1626	19991	26247	— 8
97	6°,07	2024	19470	26883	+ 4
98	3°,12	1615	19010	27087	+ 3
99	12°,52	0434	20471	25271	—10
100	11°,80	0750	20361	25515	— 3
101	10°,38	1330	20140	25978	— 7
102	9°,70	1529	20034	26163	— 3
103	7°,36	1977	19670	26688	0
104	4°,87	1955	19284	27011	+ 3
105	2°,49	1412	18911	27075	+ 7

Aus vorstehender Tafel leitet nun der Verfasser zunächst ab: *a*) die Temperatur für den Punkt der größten Dichtigkeit des Wassers, und *b*) das absolute Gewicht desselben für diese Temperatur.

Die Tafel enthält mehrere Reihen von Versuchen zwischen den Temperaturen 0° und 6° bis 8°, von denen jede einzeln zur Ausmittlung der beiden gesuchten Größen dient. Da während der Versuche einer jeden Reihe der Apparat unverändert an der Wage geblieben

ist, und die Schneiden des Wagbalkens nicht die geringste Verrückung erlitten haben, so sind auch die Versuche einer jeden solchen Reihe von einem Fehler in der Wage in relativer Beziehung frei, und wenn auch irgend ein solcher Fehler vorhanden war, so hat er auf die Bestimmung der Temperatur für das Maximum der Dichtigkeit keinen Einfluß. Dieser Vortheil würde aber verloren gehen, wenn man die Beobachtungen unter sich vermengen und aus allen gemeinschaftlich die gesuchten Größen ableiten wollte. Aus diesem Grunde, und weil der Grad der Uebereinstimmung, welche die aus den einzelnen Beobachtungsreihen erhaltenen Resultate erreichen, am besten die Richtigkeit des Endresultats beurtheilen läßt, hat der Verfasser die Berechnung der einzelnen Reihen vorgezogen.

Der Verfasser legt nun die Gleichung

$$g = a + bt + ct^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

zum Grunde, worin g das absolute Gewicht eines Wiener Kubikzolls Wasser, in Grammen ausgedrückt, bei t Grad Reaumur bezeichnet. Diese Gleichung reichte für alle Versuche aus, mit Ausnahme derer vom 15. November, wo die äußersten Werthe von t weiter als 6 bis 8 Grad von einander lagen, und wo die Resultate durch Hinzuziehung eines Gliedes dt^3 im zweiten Theile der Gleichung merklich genauer dargestellt wurden.

Die Berechnung selbst geschah nach der Methode der kleinsten Quadrate, der gemäß die Coëfficienten a , b , c durch folgende Gleichungen bestimmt wurden:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \frac{\sum g}{n} + a + b \frac{\sum t}{n} + c \frac{\sum t^2}{n} \\ 0 &= \frac{\sum tg}{\sum t} + a + b \frac{\sum t^2}{\sum t} + c \frac{\sum t^3}{\sum t} \\ 0 &= \frac{\sum t^2 g}{\sum t^2} + a + b \frac{\sum t^3}{\sum t^2} + c \frac{\sum t^4}{\sum t^2} \end{aligned} \right\} . \quad . \quad . \quad (b)$$

wo n die Zahl der Beobachtungen und \sum das bekannte Summenzeichen bedeutet.

Auf diese Weise wurden folgende Gleichungen erhalten aus den Beobachtungen:

No. 1 bis No. 7

$$g = 18,26901 + 0,0012664t - 0,00020732t^2 \quad . \quad . \quad (c)$$

No. 8 bis No. 13

$$g = 18,26916 + 0,0011822t - 0,00020080t^2 \quad . \quad . \quad (d)$$

No. 16 bis No. 22

$$g = 18,26897 + 0,0012729t - 0,00021158t^2 \quad . \quad . \quad (e)$$

No. 73 bis No. 79

$$g = 18,26879 + 0,0015190t - 0,00028920t^2 \\ + 0,000006693t^3 \quad . \quad (f)$$

No. 85 bis No. 92

$$g = 18,26886 + 0,0013477t - 0,00022014t^2 \quad . \quad . \quad (g)$$

No. 93 bis No. 105

$$g = 18,26896 + 0,0012523t - 0,00020875t^2 \quad . \quad . \quad (h)$$

welche Gleichungen folgende Werthe t für den Punkt der größten Dichtigkeit des Wassers geben:

Aus der Gleichung	(c)	. .	$t = +3^{\circ},054$	R.
- - -	(d)	. .	$= 2,944$	-
- - -	(e)	. .	$= 3,007$	-
- - -	(f)	. .	$= 2,922$	-
- - -	(g)	. .	$= 3,061$	-
- - -	(h)	. .	$= 3,000$	-

Mittel $2^{\circ},998$ R.

oder in runder Zahl $3,000$ -

Wahrscheinliche Unsicherheit dieses Endresultats $= \pm 0,014$.

Dieser Grad von Genauigkeit würde jedoch nur bei gänzlicher Abwesenheit von constanten Fehlern eintreten; allein es kann noch eine kleine Unrichtigkeit in den gebrauchten Thermometern vorhanden seyn, welche S. 101. zu $0^{\circ},02$ angegeben ist. Ferner hat auch eine Unsicherheit in der gefundenen Ausdehnung des Messings einen constanten Einfluss auf jenen Werth von t , welcher

Einfluß im höchsten Falle $\pm 0^{\circ},02$ betragen kann. Die Summe dieser drei Fehler ist $= 0^{\circ},054$.

Aus den Beobachtungen des Verfassers folgt demnach für das Maximum der Dichtigkeit des Wassers $t = +3^{\circ},00$ R. $= 3^{\circ},75$ C., mit einer Genauigkeit, daß ein Fehler über $\pm 0,05$ nicht wahrscheinlich sey.

Für das absolute Gewicht eines Wiener Kubikzolls Wasser beim Maximum der Dichtigkeit erhält man ferner aus der Gleichung:

(c) . . . 18,27095 Grm.	(f) . . . 18,27093 Grm.
(d) . . . 18,27090 -	(g) . . . 18,27092 -
(e) . . . 18,27088 -	(h) . . . 18,27084 -

Das Mittel aus allen 6 Gleichungen giebt $g = 18,27090$ Grm., und mit Ausschluss der Gleichung (h), $g = 18,27092$.

Verbessert man das constante Glied der Gleichungen so, daß alle Gleichungen für das Maximum der Dichtigkeit $g = 18,27092$ geben, so erhält man:

aus (c) für g bei 0°	$= 18,26898$
- (d) - - - -	$= 18,26918$
- (e) - - - -	$= 18,26901$
- (f) - - - -	$= 18,26878$
- (g) - - - -	$= 18,26886$
- (h) - - - -	$= 18,26904$

Das Mittel aus allen wäre $= 18,26897$. Genauer muß aber das Mittel aus den Gleichungen (c), (f) und (g) seyn, weil hier sehr gute Beobachtungen unmittelbar bei 0° selbst vorhanden sind. Dieses Mittel giebt das Gewicht eines Wiener Kubikzolls Wasser bei 0°
 $= 18,26886$.

Es bietet sich nun die Aufgabe dar, eine Gleichung aufzufinden, welche alle Beobachtungen möglichst genau darstellt. Sämmtliche Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate in Rechnung zu nehmen, wäre eine äußerst mühsame und dennoch wenig belohnende Arbeit, indem das Resultat durch den verschiedenen Werth

und den ungleichen Einfluß der einzelnen Beobachtungen bedeutend modificirt werden kann. Der verschiedene Werth der Versuche hängt von mehreren Umständen ab, als:

a) von der ungleichen Ausdehnung des Wassers selbst, so daß bei einer Aenderung von $t=0,1$ Grad die letzte Decimalstelle von g sich ändert, bei 0° um 15, bei 10° um 20, und bei 25° um 72 Einheiten. Demnach haben die beim Ablesen der Thermometer begangenen Fehler einen sehr ungleichen Einfluß auf den Werth von g . Auch hat der Versuch unter übrigens gleichen Umständen eine um so größere Genauigkeit, je kleiner die Aenderung des specifischen Gewichts des Wassers ist.

b) Von der Differenz der Temperaturen des Wassers und der umgebenden Luft. Je kleiner diese ist, desto richtiger ist die Voraussetzung, daß die den Cylinder umgebende Wassermasse genau dieselbe Temperatur habe, welche die beiden Thermometer angeben. Auch ändert sich die Temperatur des Wassers um so langsamer, je näher dieselbe schon der Temperatur der umgebenden Luft kommt, was die Folge hat, daß der Abwägungsversuch unter diesen Umständen viel genauer ausfällt, weil sich das specifische Gewicht des Wassers nur langsam ändert. Aendert sich aber dasselbe zu schnell, so ist es schwer den Moment des Gleichgewichts zu treffen.

Wollte man auch diese Umstände berücksichtigen, und die relativen Werthe der einzelnen Versuche durch Zahlen ausdrücken, so würde immer einige Willkühr dabei eintreten müssen, so daß verschiedene Berechner auch etwas verschiedene Resultate erhalten würden. Der Verfasser hat demnach folgenden Weg eingeschlagen.

Aus den 6 Gleichungen, S. 110., und aus den übrigen Beobachtungen zwischen 0° und 10° leitete er eine Gleichung ab, welche die Aenderungen von g zwischen 0° und 10° schon sehr gut darstellt. Eine ähnliche Gleichung

chung wurde auf die Beobachtungen von 10° bis 26° gegründet. Diese Gleichungen sind:

Von 0° bis 10°

$$dg = 0,0013727t - 0,00023445t^2 + 0,000001550t^3.$$

Von 10° bis 26°

$$dg = -0,0028112(t-10) - 0,00018057(t-10)^2 + 0,000001666(t-10)^3.$$

Nun wurden aus den einzelnen Versuchen mehrere Normalwerthe gebildet, indem alle in der Nähe eines bestimmten Werthes t liegenden Versuche mittelst obiger beiden Gleichungen auf die Temperatur t reducirt wurden. Auf diese Art wurden aus den Beobachtungen folgende Normalwerthe abgeleitet, von denen die meisten sich auf mehr als 10 Beobachtungen gründen.

t	g	t	g
0° . . .	18,26886	15° . . .	18,24234
3 . . .	18,27092	18 . . .	18,22750
6 . . .	18,26900	21 . . .	18,21014
9 . . .	18,26337	24 . . .	18,19053
12 . . .	18,25437		

Aus diesen Normalwerthen wurde folgende Gleichung gefunden:

$$g = 18,268848 + 0,0013941t - 0,00024065t^2 \left. \begin{array}{l} \\ + 0,0000020753t^3 - 0,000000005555t^4 \end{array} \right\} \dots (k)$$

Die genannten Normalwerthe werden von dieser Gleichung so gut dargestellt, daß die Summe aller Fehler nur 8 Einheiten der 5ten Decimalstelle von g beträgt, und die Fehler zwischen $+2,3$ und $-1,2$ eingeschlossen sind; daher wird die Gleichung (k) die sämtlichen Beobachtungen ebenfalls sehr gut darstellen.

Um jedoch zu erfahren, wie nahe eine auf andere Normalwerthe gegründete Gleichung mit der gefundenen übereinstimme, bildete der Verfasser aus den Beobachtungen folgende zweite Reihe von Normalwerthen *).

*) Zur Bildung dieser und der vorhergehenden Normalwerthe wurde
Annal. d. Physik. B. 97. St. 1. J. 1831. St. 1.

t	g	t	g
2 . . .	18,27069	18 . . .	18,22750
6 . . .	18,26900	22 . . .	18,20386
10 . . .	18,26074	26 . . .	18,17640
14 . . .	18,24669		

und leitete daraus folgende Gleichung ab:

$$g = 18,268866 + 0,0013892t - 0,00024030t^2 + 0,0000020640t^3 - 0,000000005306t^4 \} \dots (l)$$

Die Gleichungen (k) und (l) stimmen schon sehr nahe mit einander überein; sie stellen die Normalwerthe sehr gut dar, und werden deshalb auch die sämtlichen Beobachtungen mit ziemlich gleicher Genauigkeit darstellen. Der Verfasser nimmt deshalb aus beiden Gleichungen das Mittel:

$$g = 18,26886 + 0,0013916t - 0,00024048t^2 + 0,0000020696t^3 - 0,000000005430t^4 \} \dots (m)$$

und betrachtet diese als die Endgleichung, welche sämtlichen Beobachtungen am besten entspricht.

Für die Temperatur der größten Dichtigkeit des Wassers erhält man

aus der Gleichung	0° bis 10°	. . .	$t = 3^{\circ},017$
- - -	(k)	. . .	3 ,014
- - -	(l)	. . .	3 ,007
- - -	(m)	. . .	3 ,010

durchgehends mit dem, S. 110., gefundenen Resultate sehr genau übereinstimmend.

Dividirt man die Gleichung (m) mit dem Werthe $g = 18,27092$, welcher dem Maximo der Dichtigkeit entspricht, so erhält man die folgende Gleichung für die Dichtigkeit D des Wassers, die größte Dichtigkeit = 1 gesetzt:

$$D = 0,999887 + 0,000076165t - 0,000013162t^2 + 0,00000011327t^3 - 0,0000000002972t^4 \} (n)$$

den sämtliche Beobachtungen benutzt, mit Ausnahme der No. 32 und No. 40.

und für die hunderttheilige Skale:

$$D = 0,999887 + 0,000060932t - 0,0000084236t^2 \\ + 0,00000005800t^3 - 0,0000000001217t^4 \} (o)$$

Zur Beurtheilung der Genauigkeit und Uebereinstimmung der einzelnen Beobachtungen wurden die Gewichte eines Kubikzolls Wasser in der Tafel, Seite 105., mit dem Werthe $= 18,27092$, welcher der größten Dichtigkeit entspricht, dividirt, und die so aus den Beobachtungen erhaltenen Dichtigkeiten mit den zugehörigen Werthen der Gleichung (n) verglichen. Diese Differenzen sind der Tafel, S. 105., in der mit (n) bezeichneten Spalte beigefügt; die Zahlen daselbst sind Einheiten der 6ten Decimalstelle von D , und geben, ihrem Zeichen gemäß zu den beobachteten Werthen hinzugefügt, die nach der Gleichung (n) berechneten.

Mit Ausnahme der Beobachtungen 32 und 40, die unter ungünstigen Umständen angestellt wurden, ist

Summe der positiven Fehler	$= 0,000211$
negativen	$= 0,000207$

Mittlerer Fehler einer Beobachtung $= \pm 0,000004$
welcher letzterer im Mittel einer Aenderung von $t = \pm 0^{\circ},02$ entspricht.

Bis zu 26° R. wird die nach den Gleichungen (n) und (o) berechnete Dichtigkeit höchstens um wenige Einheiten der 6ten Decimalstelle unsicher seyn; über 26° , bis 35° , vielleicht selbst bis 40° R., wird der Fehler schwerlich die 4te Decimalstelle von D erreichen.

Auch der wahrscheinlichste Fehler in der Ausdehnung des Messings, der nach S. 87. beträgt: $0,000002$, verursacht, selbst wenn man ihn $= 0,00001$ annimmt, keine merkliche Aenderung in der Dichtigkeit des Wassers, nämlich: $0,000002$ bei 10° R., $0,000006$ bei 20° R., $0,00001$ bei 30° R.

Die folgende Tafel, nach der Gleichung (o) berechnet, enthält die Dichtigkeit und das Volumen des Was-

sers für 1 bis 40 Grad des 100theiligen Thermometers.
Die größte Dichtigkeit des Wassers ist genau bei 3° R.
 $= 3,75^{\circ}$ C. genommen.

Temperatur.	Dichtigkeit.	Differenz.	Volumen.	Differenz.
— 3 C.	0,999627		1,000373	
2	0,999731	104	1,000269	104
1	0,999818	87	1,000182	87
0	0,999887	69	1,000113	69
+ 1	0,999939	52	1,000061	52
2	0,999975	36	1,000025	36
3	0,999995	20	1,000005	20
3,75	1,000000	5	1,000000	5
4	0,999999	1	1,000001	1
5	0,999988	11	1,000012	11
6	0,999962	26	1,000038	26
7	0,999921	41	1,000079	41
8	0,999865	56	1,000135	56
9	0,999795	70	1,000205	70
10	0,999711	84	1,000289	84
11	0,999613	98	1,000387	98
12	0,999503	110	1,000497	110
13	0,999380	123	1,000620	123
14	0,999244	136	1,000757	137
15	0,999095	149	1,000906	149
16	0,998935	160	1,001066	160
17	0,998763	172	1,001239	173
18	0,998580	183	1,001422	183
19	0,998386	194	1,001617	195
20	0,998180	206	1,001822	205
21	0,997965	215	1,002039	217
22	0,997740	225	1,002265	226
23	0,997504	236	1,002502	237
24	0,997259	245	1,002749	247
25	0,997003	256	1,003005	256
26	0,996740	263	1,003271	266
27	0,996468	272	1,003545	274
28	0,996187	281	1,003828	283
29	0,995898	289	1,004119	291
30	0,995601	297	1,004418	299
31	0,995296	305	1,004726	308

Temperatur.	Dichtigkeit.	Differenz.	Volumen.	Differenz.
+32 C.	0,994984	312	1,005041	315
33	0,994665	319	1,005363	322
34	0,994338	327	1,005694	331
35	0,994004	334	1,006032	338
36	0,993665	339	1,006375	343
37	0,993320	345	1,006725	350
38	0,992968	352	1,007081	356
39	0,992611	357	1,007444	363
40	0,992247	364	1,007813	369

Es sind schon sehr viele Versuche gemacht worden, die Ausdehnung des Wassers, so wie die Temperatur seiner größten Dichtigkeit zu bestimmen, worüber man im ersten Theil des *neuen* Gehler'schen physikalischen Wörterbuchs eine ausführliche Darstellung findet. Dasselbst ist auch eine Tabelle für die Ausdehnung des Wassers von 0° bis 80° R. beigelegt. Früher schon hat Biot *) diesen Gegenstand in großer Ausführlichkeit behandelt und eine Tabelle über die Ausdehnung des Wassers gegeben. Vorzüglich zahlreich sind über dieselbe die Versuche von Hällström **), der auch die Berechnung derselben mit besonderer Genauigkeit, durchgehends nach der Methode der kleinsten Quadrate, durchgeführt hat. Der daselbst mitgetheilten Tabelle liegt jedoch ein Gesetz für die Ausdehnung des Glases zum Grunde, dessen Richtigkeit wohl nicht ohne Grund in Zweifel gezogen werden kann, indem dasselbe nicht nur wegen seiner zu großen Ungleichförmigkeit an und für sich unwahrscheinlich ist, sondern sich auch durch die Versuche anderer Physiker nicht bestätigt. Endlich hat auch Muncke ***) Versuche über die Ausdehnung des Wassers angestellt, die derselbe, nebst den daraus abgeleite-

*) *Traité de Physique T. I.*

**) Gilbert's Annalen, Bd. 77. (Auch Bd. 85.)

***) Neues physikalisches Wörterbuch, Bd. IV. S. 1491.

ten Resultaten für genauer hält, als die bekannten. Die von Muncke gefundene Temperatur für die größte Dichtigkeit des Wassers $= 3^{\circ},78$ C. stimmt, sagt der Verfasser, mit der aus meinen Versuchen erhaltenen $3^{\circ},75$ C. sehr genau überein. Auch fügt derselbe a. a. O. eine Tabelle für die Ausdehnung des Wassers bei.

Der Verfasser giebt nun eine Vergleichung dieser vier Tabellen mit der Gleichung (o), wobei die im Bande I. des neuen physikalischen Wörterbuchs, S. 616., befindliche Tabelle bloß mit I. bezeichnet, und die größte Dichtigkeit des Wassers $= 1$ gesetzt ist. Die zweite Spalte enthält die Dichtigkeit nach der Gleichung (o), die folgenden bloß die Differenzen.

Temperat.	Stampfer	Biot.	I.	Hällström	Muncke.
0° C.	0,999887	+0,000038	+0,000007	+0,000005	+0,000002
5	0,999988	-0,000003	+0,000009	+0,000007	+0,000001
10	0,999711	+0,000019	+0,000093	+0,000072	+0,000011
15	0,999095	+0,000076	+0,000212	+0,000170	+0,000034
20	0,998181	+0,000138	+0,000335	+0,000272	+0,000067
25	0,997004	+0,000188	+0,000441	+0,000355	+0,000107
30	0,995601	+0,000193	+0,000503	+0,000391	+0,000145
35	0,994004	+0,000137	+0,000503		+0,000174

Man sieht aus dieser Vergleichungstafel, daß die Uebereinstimmung noch sehr viel zu wünschen übrig läßt, und bleibt dem Urtheile der Sachverständigen überlassen, sagt der Verfasser, ob und in wiefern ich durch meine Bemühungen der Wahrheit näher gekommen bin, als meine Vorgänger. Wenigstens macht es die oben, S. 115., gezeigte gute Uebereinstimmung der sämtlichen zahlreichen Beobachtungen mit der Endgleichung ganz und gar unwahrscheinlich, daß zwischen 0° und 27° R. die Abweichung dieser Gleichung von der Wahrheit die fünfte Decimalstelle der Dichtigkeit des Wassers erreiche, indem der wahrscheinliche Fehler kaum auf die sechste Decimalstelle einwirkt. Am nächsten kommen meine Resultate jenen von Muncke, und die Uebereinstimmung,

besonders von 0° bis 10° , ist gewiß befriedigend. Auffallend ist es, daß sämtliche Differenzen in vorstehender Tafel positiv sind, meine Werthe sind nämlich unter allen die kleinsten. Allein auch Muncke's Angaben, die unstreitig vorzügliches Zutrauen verdienen, sind durchgehends bedeutend kleiner, als jene der drei übrigen Tabellen, welcher Umstand mich wohl zu der Schlußfolge berechtigen dürfte, daß meine Werthe der Wahrheit ziemlich nahe liegen.

[Der übrige Theil der Abhandlung bezieht sich größtentheils auf das absolute Gewicht des Wassers, namentlich auf dessen Festsetzung in Wiener Maas und Gewicht. Hinsichtlich dieses verweisen wir auf das Original; dagegen ist in gegenwärtigem Auszuge Alles mitgetheilt, was nöthig schien, um beurtheilen zu können, welche Sorgfalt und Genauigkeit der Hr. Verfasser (dem man bereits mehrere schätzbare Untersuchungen mathematisch-optischen Inhalts, so wie eine sehr zweckmäßige Methode, die Krümmungshalbmesser achromatischer Objective zu messen, verdankt) auf diese Untersuchung verwandt hat.]

VII. *Ueber die Gestalt der isogonischen, isoklinischen und isodynamischen Linien im Jahre 1829, und die Anwendbarkeit dieser eingebildeten Curven für die Theorie des Erdmagnetismus;*

von G. A. Erman.

Auf einer in den Jahren 1828, 1829 und 1830 ausgeführten Reise habe ich die Intensität der magnetischen Kraft und die zur Bestimmung ihrer Richtung im Raume nöthigen zwei Winkelcoordinaten, an 310 verschiedenen Orten der Erdoberfläche bestimmt. 125 dieser Orte befinden sich auf dem Continente der alten Welt zwischen den Meridianen 15° und 160° östl. Länge von Greenwich,