

**14. Beobachtungen über
Festigkeit bei homogener Deformation, angestellt
von L. Januszkiewicz; von W. Voigt.**

(In erweiterter Form mitgetheilt aus den Göttinger Nachr., Heft 1. 1898).

In einer früheren Arbeit habe ich eine Methode angegeben und angewendet, um die Festigkeit in einem allgemeineren Falle homogener Deformation, als ehemals erreichbar, der Messung zu unterwerfen.¹⁾ Während die älteren hierher gehörigen Beobachtungen cylindrische Präparate durch alleinigen Druck oder Zug auf die Grundflächen der Cylinder zerbrachen, waren bei meinen Messungen jene Präparate neben einem Zug auf die Grundflächen noch einem gleichförmigen Druck auf die Mantelfläche ausgesetzt. Diese Untersuchungen waren in der Absicht unternommen, festzustellen, ob für das Zerbrechen eines bestimmten Körpers bei homogener Deformation die Erreichung einer Grenzspannung oder aber einer Grenzdilatation maassgebend wäre, — und wenn keines dieser beiden, von verschiedenen Autoren vertretenen Kriterien mit der Erfahrung im Einklang sein sollte, einen Hinweis darüber zu erhalten, in welcher Richtung die wirkliche Bedingung für das Zerbrechen zu suchen sei. Mehr als ein solcher Hinweis war nämlich deshalb in keinem Falle zu erwarten, weil die angestellten Beobachtungen nicht den denkbar allgemeinsten Fall einer homogenen Deformation betrafen, insofern bei ihnen jederzeit zwei der Hauptdrucke, bez. der Hauptdilatationen untereinander gleich, überdies auch stets negativ waren. Indessen scheinen Messungen über die Festigkeit bei dem allgemeinsten Fall dreier verschiedener Hauptdrucke, bez. Hauptdilatationen ausserordentlich schwierig zu sein, und darum war die Beschränkung auf den nächst einfachen und relativ leicht zu realisirenden Fall geboten.

1) W. Voigt, Wied. Ann. **53**. p. 43. 1894.

Meine Beobachtungen waren in der Weise angestellt, dass geeignet gestaltete, untereinander möglichst identische Präparate aus Steinsalz durch einseitigen Zug einmal im Luftraum, also unter Atmosphärendruck (gleich 10 g pro Quadratmillimeter), und sodann in einem mit Kohlensäuregas beschickten Recipienten unter einem allseitigen Druck von etwa 52 Atmosphären (gleich 520 g pro Quadratmillimeter) durch die messbare Spannung einer Spiralfeder zerrissen wurden. Das erhaltene Resultat lässt sich kurz dahin aussprechen, dass innerhalb der Beobachtungsfehler *bei gleichen Querschnitten der Präparate im Luftraum, wie im Recipienten die gleiche Federspannung* (im Mittel 570 g pro Quadratmillimeter) *erforderlich war, um das Zerreißen zu bewirken.*

Hiermit waren denn die oben erwähnten beiden Kriterien zugleich als gänzlich unrichtig erwiesen. Denn die longitudinale Spannung ist bei dem Zerreißen in Luft gleich $570 - 10 = 560$ g, bei dem im Recipienten gleich $570 - 520 = 50$ g pro Quadratmillimeter, und eine einfache Rechnung unter Benutzung der Elasticitätsconstanten des Steinsalzes zeigt, dass auch die Längsdilatationen in den beiden Fällen sehr verschieden sind.

Dagegen schien das erhaltene Resultat ein anderes Kriterium nahe zu legen. Denn da die Federspannung den Ueberschuss des Längszuges über den Querzug (der hier negativ war, nämlich *drückend* wirkte) darstellt, so war jedenfalls in den untersuchten beiden Fällen *die Differenz zwischen dem Zug normal und dem parallel der Zerreißungsfläche* (d. h. dem Querschnitt des Cylinders) *von gleicher Grösse.*

Ob dieses Gesetz sich allgemeiner bewährt, muss die Erfahrung lehren. Insbesondere war es nöthig, andere Substanzen als Steinsalz den analogen Beobachtungen zu unterziehen und dabei womöglich den Fall zu realisiren, dass die Präparate bereits bei einer Federspannung zerreißen, die kleiner ist, als die Wirkung des im Recipienten herrschenden Druckes gegen seine Druckflächen; hier würde dann ein cylindrischer Körper durch allseitigen *Druck*, und zwar einen grösseren auf die Mantelfläche, einen kleineren auf die Grundflächen nach einem Querschnitt zerbrochen, werden. Diese Messungen hat auf meine Anregung Hr. L. Januszkiewicz

für einige Körper durchgeführt; der Institutsmechaniker Köhler hat bei den Vorarbeiten für die Beobachtungen erfolgreiche Hilfe geleistet.

Eine für die Herstellung der Zerreißungspräparate geeignete Substanz muss in ziemlich grosser Menge und homogener Beschaffenheit zu erlangen sein und amorphe oder feinkörnige Structur besitzen; sie muss sich leicht bearbeiten lassen und darf endlich nur eine geringe Zerreißungsfestigkeit haben, wenn mit den zur Verfügung stehenden Piëzometerdrucken von rund 50 Atmosphären entscheidende Resultate zu erhalten sein sollen.

Die Substanzen, für die wir uns schliesslich entschieden, waren verschiedene Gemische aus reiner Stearin- und Palmitinsäure, bei denen sich ein Zusatz von Paraffin der Erzeugung eines feinkörnigen Productes nützlich erwies. Sie wurden bei niedriger Temperatur längere Zeit geschmolzen gehalten, um eine möglichst innige und homogene Mischung zu erhalten, und darauf zur Beseitigung aller Verunreinigungen filtrirt. Die Schmelze wurde dann in eine Form in Gestalt eines flachen länglichen Blechkästchens gegossen und ihr gleichmässiges, langsames Erstarren *von unten nach oben* dadurch bewirkt, dass die Form auf eine kühle Unterlage gestellt und mit einem heissen Metallblech zugedeckt sich selbst überlassen wurde. Durch diesen kleinen Kunstgriff gewannen wir ein recht homogenes, blasen- und störungsfreies Material, von dem gehofft werden durfte, dass es sich bei den Zerreißungsversuchen regelmässig verhalten würde.

Der Guss — ein Streifen von beiläufig 20 cm Länge, 4 cm Breite und 1 cm Dicke — wurde dann durch Schnitte normal zu seiner Längsrichtung in Prismen von ca. 1 qcm



Querschnitt zerlegt und diese mit Messer und Feile roh zu Kreiscylindern umgestaltet. Diese Cylinder

wurden mit ihren Enden in Messingfassungen von der nebenstehend dargestellten Gestalt befestigt und nach Beseitigung der Schrauben s_1 , s_2 derart auf die Drehbank gebracht, dass die Spitzen des Futters und der Vorlage in die Mutterbohrungen der Schrauben s_1 , s_2 griffen. Bei einiger Vorsicht liess sich

dann das Präparat auf jene nach der Mitte zu allmählich verjüngte Form abdrehen, die ich früher als für Festigkeitsbeobachtungen besonders geeignet bezeichnet habe. Wurden nunmehr die Schrauben s_1 , s_2 wieder in die Fassungen gesetzt, so fiel die Verbindungslinie ihrer Spitzen in grosser Annäherung mit der Axe des Rotationskörpers zusammen, und wenn das Präparat mit der einen Spitze auf einer horizontalen Unterlage aufgehängt wurde, während auf die andere mittels eines geeigneten Hakens die Zugkraft ausgeübt wurde, so wirkte letztere sehr nahe axial auf das Präparat und vertheilte sich daher fast gleichförmig über seinen kleinsten Querschnitt.

Offenbar ist durch dieses Verfahren die für die Verwerthung der Messungen vorauszusetzende Homogenität der Deformation im dünnsten Theile der beobachteten Präparate so vollständig erreicht, dass Abweichungen zwischen den erhaltenen Festigkeitszahlen in ganz überwiegendem Maasse auf Unregelmässigkeiten des Materiales — Luftbläschen, Sprünge infolge beim Erstarren entstehender innerer Spannungen etc. — zurückzuführen sind. Der Apparat, welcher zur Messung der Zerreiissungsfestigkeit der Präparate unter Atmosphärendruck und im Compressionsapparat diente, ist in meiner oben citirten Arbeit so genau beschrieben worden, dass es genügt hier auf jene Darstellung zu verweisen.

Es erübrigt somit nur noch die Zusammenstellung und Berechnung der von Hrn. L. Januszkiewicz erhaltenen Beobachtungsergebnisse. Das Gemisch, aus dem er seine Präparate herstellte, enthielt beiläufig 61,5 Proc. Stearinsäure, 22,0 Proc. Palmitinsäure und 16,5 Proc. deutsches Paraffin (Schmelzpunkt ca. 74—80°) und war gewählt, weil unter zahlreichen Probenmischungen eine von nahe der vorstehenden Zusammensetzung schön feinkörnig und homogen erstarrte, auch bei vorläufigen Zerreiissungsversuchen recht regelmässige Resultate lieferte. Natürlich können andere Gemische sich ebenso oder noch besser zu Festigkeitsbeobachtungen eignen.

Dies Gemisch wurde wiederholt benutzt, indem die zerriissenen Präparate theils allein, theils mit proportionalen Zusätzen der Bestandtheile wieder eingeschmolzen wurden. Die Angaben über alle Präparate, die aus einer und derselben Schmelze hergestellt und direct hintereinander beobachtet sind,

finden sich in nachstehender Tabelle in je einer Gruppe vereinigt.

In dieser Zusammenstellung beziehen sich die ersten drei Columnen auf Beobachtungen in der Atmosphäre, d. h. unter einem Druck $D = 10$, die letzten vier Columnen auf solche im Compressionsapparat, wo D zwischen 320 und 450 variierte. Bei der gewöhnlichen Temperatur im Beobachtungsraum während der winterlichen Zeit stieg der im Recipienten herrschende Sättigungsdruck der Kohlensäure nicht höher. $2R$ bezeichnet den Durchmesser des Präparates an seiner dünnsten Stelle in Millimetern, S die Grösse der Federspannung im Moment des Zerreißens, ausgedrückt in Grammen; S/Q ist also der hier von auf ein Quadratmillimeter des Querschnittes fallende Betrag.

	$2R$	S	S/Q	$2R$	S	S/Q	D
I.	5,0	2830	144	5,1	3250	159	420
	5,1	2750	135	5,1	3130	153	420
	5,2	3000	142	5,0	3200	163	420
	5,2	2750	129	5,2	3000	141	420
	5,2	3130	147	5,1	3050	149	420
				5,0	3300	168	420
II.	5,1	3630	178	4,7	2700	156	420
	4,9	2950	156	5,0	2750	140	420
	4,8	2830	156	5,0	2750	140	420
	5,5	4000	168	5,2	3650	172	420
	5,3	3250	151	4,9	2750	146	400
	5,1	3000	147	5,2	2750	130	400
	5,4	3700	162	5,2	4250	200	380
	5,1	3550	174	5,3	3630	164	380
	5,2	3500	165	5,0	3700	188	360
III.	5,0	2750	141	5,5	2900	122	420
	5,1	2800	137	5,2	2700	127	420
	5,1	3000	147	5,1	2750	135	420
	5,1	2880	141	5,0	2500	127	390
	5,2	2800	132	5,3	3250	147	390
	5,5	2880	121	5,1	2750	135	380
				5,3	3130	142	370
				5,0	2770	142	350
IV.	5,6	3250	132	5,3	2750	125	320
	5,4	3000	131	5,3	4000	181	440
	2,5	2900	135	5,2	3250	153	450
	5,8	4000	162	5,2	3700	174	450

	2 R	S	S/Q	2 R	S	S/Q	D
V.	5,0	2950	151	5,0	2880	146	440
	5,2	2500	118	5,5	2750	116	440
	5,6	3130	127	5,3	2950	134	440
	5,0	2450	125	5,2	3000	141	440
	5,0	3130	159	5,2	3380	159	440
	5,0	2500	127	5,0	2000	102	440
	5,0	2750	140	5,1	2250	110	440
	5,1	3250	159	5,2	2380	112	440
				5,1	3250	159	440

Ueberblickt man diese Tabelle, so sieht man, dass von Gruppe zu Gruppe die für S/Q erhaltenen Zahlen etwas wechseln, gleich als ob die Festigkeit derselben Mischung durch wiederholtes Umschmelzen sich etwas ändere. Die Zahlen innerhalb derselben Gruppe schwanken nicht mehr, wie es bei Festigkeitsbeobachtungen erfahrungsgemäss immer eintritt; einzelne Gruppen zeigen sogar eine ungewöhnlich gute Uebereinstimmung.

Bildet man aus allen mitgetheilten Werthen von S/Q und D das Mittel, so erhält man:

$$S/Q = 145 \pm 1,9 \quad \text{bei } D = 10,$$

$$S/Q = 146 \pm 2,5 \quad \text{bei } D = 413.$$

Dies Resultat ist in vollständiger Uebereinstimmung mit dem von mir aus meinen Beobachtungen an Steinsalzpräparaten geschlossenen Satz: *dass bei gleichen Querschnitten der Präparate im Luftraum, wie im Compressionsapparat die gleiche Federspannung erforderlich war, um das Zerreißen zu bewirken.* Es ist jedenfalls von Interesse, dass derselbe, nachdem er an einem Krystall zuerst gefunden war, sich nun auch bei einer amorphen oder körnigen Substanz erprobt hat.

Wichtiger erscheint indessen noch, dass bei diesen Beobachtungen das Zerreißen der Präparate im Compressionsapparat durch einen allseitigen *Druck* stattgefunden hat. In der That, bezeichnet man den longitudinalen Druck mit P , den transversalen wie bisher mit D , so war im Mittel

$$\text{im Luftraum } P = -135, \quad D = +10,$$

$$\text{im Apparat } P = +267, \quad D = +413.$$

Durch diese Zahlen werden die älteren Kriterien des Zerreißungspunktes, die eine Grenzspannung oder eine Grenzdilatation heranziehen, womöglich noch nachdrücklicher widerlegt, als durch meine Beobachtungen. In der That: während bei jenen nach dem im Eingang Gesagten die longitudinalen Grenzspannungen, obwohl stark verschieden, in freier Luft und im Recipienten wenigstens gleiche *Vorzeichen* hatten, zeigen sie hier entgegengesetzte. Für die longitudinalen Grenzdilatationen sind allerdings zuverlässige absolute Werthe aus den vorstehenden Beobachtungen nur unter Zuziehung der Werthe der Elasticitätsconstanten der benutzten Substanz zu gewinnen, deren Bestimmung unterblieben ist. Die Ableitung ihres *Verhältnisses* erfordert hingegen nur die Kenntniss des *Verhältnisses* der beiden Elasticitätsconstanten. Letzteres ist nun bei der ganz überwiegenden Zahl aller bisher untersuchten festen Körper nicht erheblich von 3:1 verschieden gefunden worden, und man darf sonach erwarten, einen ungefähren Werth für das Verhältniss der Grenzdilatationen in freier Luft und im Recipienten zu erhalten, wenn man mit dieser Zahl rechnet. Das Resultat ist 28:—12; es ist somit sehr wahrscheinlich, dass wie die beiden Grenzspannungen, so auch die beiden Grenzdilatationen bei den beiden Versuchsreihen entgegengesetztes Vorzeichen besessen haben.

Je unhaltbarer aber die älteren Kriterien sich erweisen, um so bedeutungsvoller erscheint die Thatsache, dass bei den Messungen des Hrn. Januszkiewicz, genau wie bei den meinigen, *die Differenz zwischen den gleichsinnig gerechneten Spannungen normal und parallel zur Zerreißungsfläche eine der Substanz individuelle, für den Moment des Zerreißens charakteristische Constante ist.*

Göttingen, im April 1898.

(Eingegangen 22. October 1898.)
