

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE BAND IV.

I. *Ueber die Ermittlung von Lichtbrechungsverhältnissen durch Totalreflexion; von F. Kohlrausch¹⁾.*

I.

Obwohl von keinem Vorschlage die Zweckmässigkeit unmittelbarer einleuchten dürfte, als von Wollaston's²⁾ Gedanken, die Totalreflexion zur Messung von Lichtbrechungsverhältnissen zu verwenden, so hat man doch seit Wollaston selbst, trotz der Einfachheit seiner fein ausgedachten Vorrichtung, lange Zeit von diesem Vorschlage nur wenig Gebrauch gemacht. Erst in den letzten Jahren haben Christiansen³⁾, dann Abbe⁴⁾ in seinem eleganten Refractometer, endlich fast gleichzeitig E. Wiedemann⁵⁾ und Terquem und Trannin⁶⁾ Methoden ausgedacht, um die Totalreflexion in dünnen Flüssigkeitsschichten für den genannten Zweck anzuwenden. Die Herren Terquem und Trannin entwickeln zugleich die Gründe, aus denen die ursprüngliche Wollaston'sche Methode an Schwierigkeiten oder an ungenügender Schärfe leidet.

1) Grossentheils in der physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg vorgetragen am 23. Juni 1877. Vergl. Sitzungsber. 1877.

2) Philos. Trans. 1802. p. 365.

3) Pogg. Ann. CXLIII. p. 251.

4) „Neuere Apparate zur Bestimmung des Brechungsvermögens etc.“ Jena 1874.

5) Arch. sc. phys. LI. p. 340. Pogg. Ann. CLVIII. p. 375.

6) Pogg. Ann. CLVII. p. 302.

Für feste Körper hat E. Wiedemann (l. c.) ein genaues Verfahren angegeben. Man bringt den Körper in Gestalt einer sehr dünnen Planparallelplatte in eine stärker brechende Flüssigkeit von bekanntem Brechungsverhältniss. Auf die Platte fällt ein paralleles Lichtbündel, welches nach seinem Durchgange durch die Platte mit einem Fernrohre beobachtet wird. Man bestimmt, indem man die Platte dreht, den Einfallswinkel, bei welchem die totale Reflexion beginnt, die an der plötzlichen Verdunkelung des Bildes erkannt wird. Es ist aber nicht etwa nothwendig, den Winkel zwischen der Visirrichtung und der Platte direct zu messen, worin eben die Schwierigkeit und Ungenauigkeit bei Wollaston besteht, sondern man stellt die Platte einmal durch eine Neigung nach links, sodann durch eine Neigung nach rechts auf das Verschwinden des Bildes ein; die Hälfte des Winkels zwischen diesen beiden Stellungen ist der Grenzwinkel der totalen Reflexion zwischen der Flüssigkeit und der Platte.

Durch das beschriebene Verfahren wird nicht nur der Winkelmessung jede Schwierigkeit genommen, sondern man vermeidet auch eine lästige Zugabe zu dem Wollaston'schen Verfahren, nämlich das Ankleben des Körpers an ein Prisma.

Andererseits büsst man aber auch wesentliche Vortheile des Verfahrens ein. Denn instrumentell wird wieder der ganze Spectrometerapparat gefordert. Die Anwendung durchfallenden Lichtes schliesst die undurchsichtigen Körper aus. Endlich aber wird, wie Wiedemann zeigt, ein äusserst dünner Schliff verlangt, wenn nicht erhebliche Fehler entstehen sollen; ein Schliff, welcher meist überhaupt nicht, fast immer aber schwieriger, als der eines Prismas ausführbar sein wird. Daher empfiehlt Wiedemann selbst dieses Verfahren nur für Körper, welche schon in dünnen Platten vorliegen, oder solche, aus denen Prismen sich nicht herstellen lassen.

Ich denke nun zu zeigen, dass man die Totalreflexion auch bei festen Körpern in einfachster und jeder Genauig-

keit fähiger Weise zur Bestimmung von Brechungsverhältnissen anwenden kann, indem man, unter Beibehaltung der Wiedemann'schen Drehung in einer stärker brechenden Flüssigkeit, zu der Wollaston'schen Beobachtung im reflectirten diffusen Lichte zurückkehrt. Die entstehende Methode leistet dann für feste Körper vollständig das, was von der Abbe'schen Methode für die Flüssigkeiten geleistet worden ist; ja, mit einer ganz einfachen Vorrichtung wird das kleine Instrument auch für Flüssigkeiten brauchbar. Die Interferenzstreifen des durchfallenden Lichtes an der Grenze fallen fort, und vor allem kommt der Vorthail der Wollaston'schen Methode wieder zur Geltung, dass auch undurchsichtige Substanzen untersucht werden können.

Man bedarf dabei nur eines einzigen ebenen Anschliffes des Körpers; ist der letztere ein optisch einaxiger Krystall, so erhält man die Hauptbrechungsverhältnisse aus einer beliebigen Ebene. Desgleichen liefert ein beliebiger Schliff oder eine natürliche Fläche bei einem zwei-axigen Krystall das grösste und das kleinste Brechungsverhältniss und ein Schliff in einem optischen Hauptschnitt die drei Hauptbrechungsverhältnisse.

Vorausgesetzt wird natürlich, dass man über eine Flüssigkeit verfügt, welche stärker bricht, als der Körper. Ich habe mich auf Brechungsvermögen unterhalb des Schwefelkohlenstoffes (1,63 für D) beschränkt. Unter einigen Vorsichtsmaassregeln könnte man auch eine Phosphorlösung in Schwefelkohlenstoff anwenden, welche nach Dale und Gladstone $n = 1,95$ für D besitzt¹⁾. Wie mir Hr. Friedländer mittheilte, ist auch im Phenylsulfid eine ähnlich stark brechende Flüssigkeit gegeben.

Der Schwefelkohlenstoff, welchen ich einstweilen allein benutzt habe, eignet sich durch seine Neutralität den meisten Substanzen gegenüber, durch seine Reinlichkeit beim Arbeiten und seine ausgezeichnete optische Unver-

1) Philos. Trans. CLIII. p. 341. 1868.

änderlichkeit in vorzüglicher Weise. Man kann Krystalle, welche an der Luft in kurzer Zeit angegriffen werden, tagelang in der Flüssigkeit untersuchen; der Schwefelkohlenstoff selbst zeigte nach längerer Benutzung keine Veränderung seines Brechungsverhältnisses, welche 2 Einheiten der 4. Decimale erreichte.

Freilich verlangt die grosse Veränderlichkeit des Brechungsvermögens mit der Temperatur eine genaue Beobachtung der letzteren Grösse.

Von instrumentellen Hilfsmitteln wird nichts verlangt, als ein Fläschchen mit einer ebenen Wand, ein Theilkreis mit Alhidade, an deren Drehungsaxe ein geeigneter Halter für die Objecte angebracht ist, und ein Mittel, um die Sehrichtung nach dem Object zu fixiren. Am einfachsten dient hierzu ein kleines, auf unendlich eingestelltes, schwach vergrösserndes Fernrohr mit Fadenkreuz. Mit einer derartigen Vorrichtung sind die später (unter VIII) mitgetheilten Resultate erhalten worden.

Ich gehe gleich dazu über, das Instrument, welches ich für eine genaue und bequeme Beobachtung construiert habe, zu beschreiben. Dasselbe verdient wohl einen besonderen Namen, und ich erlaube mir, es als Totalreflectometer zu bezeichnen.

Da das Instrument und die Beobachtungsweise einiges Ungewohnte enthalten, und da auch Nichtphysiker sich der Bestimmungsweise mit Vortheil bedienen können, so glaube ich, in der Beschreibung etwas eingehend verfahren zu sollen.

II. Das Totalreflectometer.

Die mechanische Herstellung des Instrumentes Taf. I Fig. 1 bis 3a) verdanke ich der Werkstätte des Herrn Universitätsmechanikus Apel in Göttingen, welcher seitdem auch für andere Physiker Exemplare ausgeführt hat.

In der hier zu beschreibenden Gestalt ist das Reflectometer nur für Beobachtungen in einfarbigem Lichte bestimmt.

In Taf. I Fig. 1 sind die Bestandtheile des Instruments getrennt von einander in $\frac{1}{2}$ natürlicher Grösse abgebildet.

Dem eisernen Gestell *a* wurde die Gestalt in Taf. I Fig. 1 aus folgenden Gründen gegeben. Der ausgeschnittene Fuss gestattet, die Beleuchtungslampe und etwaige Schirme beliebig zu nähern. Die 28 cm hohe Säule ist so abgeschragt, dass sie die Beleuchtungsrichtungen möglichst wenig beschränkt; die beiden schrägen Seitenflächen bilden einen Winkel von 66° mit einander, so dass man nur an einer von ihnen einen schwarzen Spiegel zu befestigen braucht, wenn man zu irgend einem Zwecke polarisirtes Licht bedarf.

Der eiserne Ring *b*, welcher mit einem unten angegossenen seitlichen Vorsprung auf die Säule aufgeschraubt ist, dient zum Tragen des Theilkreises (vgl. unten).

Der Theilkreis *c* mit Alhidade und Objectträger *d* (vgl. auch Taf. I Fig. 2 im Durchschnitt), welcher letztere in der durchbohrten conischen Drehungsaxe verschoben werden kann, hat an dem ausgeführten Instrument einen Durchmesser von 10 cm. Die in Zehntelgrade getheilten Nonien¹⁾ erlauben die Einstellung der Alhidade bis auf einige Hundertel des Grades zu schätzen. Diese Dimensionen reichen aus, wenn die Winkelablesung eine Genauigkeit des Brechungsverhältnisses auf einige Einheiten der 4. Decimale ergeben soll, welche für die meisten praktischen Bedürfnisse genügt, und welche einer Temperaturbeobachtung des Schwefelkohlenstoffs auf etwa $0,2^\circ$ entspricht.

Das etwa $1\frac{1}{2}$ mal vergrößernde Fernröhrchen *e* hat eine Objectivöffnung von etwa 6 mm, eine Länge von 40 mm. Zum Visiren dient ein Fadenkreuz oder bei dop-

1) Seitdem man die vortrefflichen fünfstelligen Tafeln von Bremiker hat, welche die Minutentheilung des Grades mit der Hunderttheilung vertauscht haben, erscheint es unzweckmässig, kleinere Theilungen nach Minuten zu beziffern.

pelt brechenden Substanzen eine Mikrometertheilung (vgl. unter V), um den Unterschied der zwei Strahlen genauer ablesen zu können, als es die Kreistheilung bei gesonderter Einstellung beider Grenzen gestattet. Mittels eines aufgeschnittenen Stieles f kann man das Fernrohr an einem Träger g längs einer Führung auf- und niederschieben. Die genaue Visirrichtung auf die Drehungsaxe des Instrumentes (vgl. unter III) wird vermöge dreier Schrauben in dem Träger¹⁾ bewirkt, an deren abgerundete Spitzen der Fernrohrstiel durch eine Zugschraube mit Mutter angedrückt wird.

Der Kreis kann an den eisernen Ring in zwei um 90° verschiedenen Stellungen angeschraubt werden, so dass das Fernrohr entweder nach der Säule gerichtet ist oder dieselbe links liegen lässt.

Als Objectträger kann in die centrirte Durchbohrung des drehbaren Conus eingesetzt werden erstens ein mit zwei Kugelgelenken versehener Halter d (Taf. I Fig. 1), an welchen nach der Natur des Objectes eine kleine Zange oder eine Doppelspitze (zum Aufstecken eines Korkes) angeschraubt werden kann.

Ein zweiter Objectträger h für bequemere Orientirung ist Taf. I Fig. 2 in zwei Stellungen abgebildet. Derselbe besteht aus einer Platte mit einem Fensterchen, dessen Wände vorn abgeschrägt und möglichst zugeschärft sind, um noch sehr seitlichem Lichte den Zutritt zu ermöglichen. Die Vorderwand des Fensters ist geschwärzt. Die Rückwand ist eben abgehobelt und für manche Objecte zweckmässig vergoldet. Die Rückwand soll der Drehungsaxe parallel sein, zu welchem Zwecke mit den drei Schrauben am Kopfe, gegen welche der Kopf durch eine starke Spiralfeder angedrückt wird, nachgeholfen werden kann.

Die Objectplatte wird durch eine Feder i , nöthigen-

1) Diese Befestigung des Fernrohres ist dem vortrefflichen kleinen Meyerstein'schen Spectrometer entlehnt.

falls mit Unterlegung eines Korkes, an die Hinterwand des Fensters angedrückt.

In der Mitte des Fensters kann ein verticaler Faden gespannt werden, den man mittels der Correctionsschrauben am Kopfe genau in die Drehungsaxe bringen kann. Verzichtet man auf den Gebrauch dieses Fadens (vgl. unter III), so ist die Correctionsvorrichtung nicht nöthig.

Das Fläschchen endlich, welches die Flüssigkeit aufnimmt, ist an seinem dickwandigen Bauche eben abgeschliffen und mit einem angekitteten Stück Spiegelglas bedeckt. Dickflüssiges Gummi arabicum hält als Kitt gegen Schwefelkohlenstoff sehr gut.

Am Theilkreise wird das Fläschchen durch einen Bajonnettverschluss mit drei flachköpfigen Schrauben befestigt, welche genau in die Einschnitte der an das Fläschchen gekitteten Messingfassung einpassen. Die Form der Einschnitte ermöglicht das Ansetzen des Fläschchens ohne viel Probiren.

An den Kreis kann ein kleines Thermometer angehängt werden.

Um zerstreutes Licht im Fläschchen zu erhalten, umgibt man das letztere mit Ausnahme der ebenen Wand mit stark durchscheinendem Oelpapier, welches mit etwas Wachs angeklebt wird. Passende Blenden dienen dazu, falsches Licht und strahlende Wärme möglichst abzuhalten. Insbesondere muss der Hintergrund des Fläschchens dunkel sein.

Schlecht spiegelnde oder nicht ganz ebene Objecte lassen im Fernrohre die Grenze der totalen Reflexion schwierig erkennen. Durch theilweise Abblendung des Objectivs kann man allerdings nachhelfen; in einzelnen Fällen aber beobachtet man besser mit blossem, auf unendlich accomodirtem Auge. Um hierbei zugleich eine unendlich entfernte Marke zum Visiren zu haben, wird anstatt des Fernrohres ein Rohr mit einem Faden hinter einer kleinen halben Linse (Taf. I Fig. 3) eingesetzt. Das Auge kann alsdann zugleich direct nach der spiegelnd-

den Fläche und durch die Linse nach dem Faden blicken. Auch der centrirte Faden des zweiten Objectträgers kann mit vorgesetzter, sehr kleiner Linse den Visirgegenstand vorstellen.

Das beschriebene Instrument sucht den Bedürfnissen zu genügen, welche etwa als diejenigen des Mineralogen und Krystallographen oder des praktischen Optikers charakterisirt werden können. Es steht nichts im Wege, dasselbe Verfahren zu einer grösseren Feinheit auszubilden. Zu diesem Zwecke wird zunächst ein grösserer Theilkreis verlangt, auch lässt sich ein grösseres Fernrohr verwenden, da fehlerfreie Objecte vorausgesetzt werden. Um die Dispersion zu bestimmen, würde, abgesehen von der möglichen Verwendung von Lithium-, Natrium- und Thalliumlicht, ein Spectroskop als Ocular sich empfehlen. Auf einzelne Spectrallinien einzustellen, würde eine Abänderung des Verfahrens voraussetzen. Ohne Schwierigkeit aber würde das sinnreiche Abbe'sche Ocular aus zwei geradsichtigen Prismen zur Bestimmung der Gesamtdispersion anwendbar sein.

Es bedarf kaum der Erwähnung, dass das Instrument auch als Reflexionsgoniometer, sowie als Axenwinkelapparat für Krystalle ohne Mühe eingerichtet werden kann.

III. Das Einstellungsverfahren.

Zuerst wird das Fernrohr so eingestellt, dass das Fadenkreuz (oder die Theilung) deutlich erscheint und gegen das Bild eines entfernten Gegenstandes keine Paralaxe zeigt.

Um sodann das Fernrohr parallel zum Theilkreise zu richten, legt man über den letzteren ein Lineal, visirt nach einem entfernten Object und bestimmt so einen Punkt des letzteren, welcher in der Ebene des Theilkreises liegt. Auf die Höhe dieses Punktes corrigirt man die Stellung des Fernrohres mit der oberen und unteren

Schraube des Fernrohrträgers. Dieses Verfahren genügt vollständig.

Ebenso reicht es aus, die Fernrohraxe in folgender Weise auf die Drehungsaxe des Instrumentes zu richten. Man setzt den zweiten Objectträger (vgl. p. 6 u. Taf. I Fig. 2) ein, welcher inmitten des Fensterchens den Verticalfaden trägt. Freilich kann man den Faden bei seinem geringen Abstände von dem auf unendlich eingestellten Fernrohr nicht unmittelbar sehen, wohl aber, indem man vor das Fernrohr eine Linse setzt (z. B. kann man in die Hülse, welche das Fernrohr trägt, das zweite Rohr mit der halben Linse einschieben) und der Deutlichkeit nöthigenfalls noch durch Ausziehen des Ocularrohres nachhilft. Mit den drei Schrauben des Objectträgers corrigirt man, wenn nothwendig, zunächst den letzteren so, dass der Faden im Fenster bei dem Herumdrehen der Alhidade seine Stellung nicht ändert.

Alsdann entfernt man die Linse von dem Rohre und visirt nach dem Faden, indem man eine Lupe zwischen Auge und Fernrohr hält. Das Bild des Fadens muss in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheinen, bezw. man stellt das Fernrohr mit den Correctionsschrauben seines Trägers so auf das Bild ein. Dabei corrigirt man an beiden Schrauben gleich viel, um die Horizontalstellung nicht wieder zu verderben.

Sind die letzten Drehungen an den Schrauben beträchtlich gewesen, so prüft man die Horizontalstellung noch einmal, bezw. corrigirt dieselbe wiederum. Eine zweimalige Wiederholung der Operation führt immer genügend genau zum Ziele, da die Einstellung des Fernrohrs auf die Drehungsaxe nur genähert zu sein braucht.

Aus letzterem Grunde genügt es auch, das Fernrohr nach dem Augenmaass, etwa indem man vor der Mitte des Objectivs und des Oculars je ein Senkel herabhängen lässt und längs der Senkel visirt, auf die Drehungsaxe zu richten.

Die spiegelnde Fläche des Objectes soll der Drehungsaxe parallel sein und muss bei der Untersuchung kleiner Flächen auch nahe in der Drehungsaxe liegen, damit man bei den schrägen Stellungen noch hinreichend Licht bekommt.

Im allgemeinen wird es genügen, die Fläche hinter das Fenster des zweiten Objectträgers (p. 6) zu legen.

Bei Anwendung der Kugelgelenke richtet man die Objectfläche zuerst nach dem Augenmaass in die verlangte Stellung, welche Aufgabe durch eine verticale Schneide, die man in der Fortsetzung der Drehungsaxe befestigt, erleichtert wird.

Behufs genauerer Prüfung, ob die spiegelnde Fläche der Drehungsaxe parallel ist, nimmt man zwei ferne Objecte, die in der Kreisebene, aber einander nicht zu nahe liegen. Visirt man nach dem einen Objecte direct, neben der spiegelnden Fläche vorbei, so muss das Spiegelbild des anderen in der Höhe des ersteren erscheinen. Mit dem bereits orientirten Fernrohr visirt man einfach nach dem Spiegelbilde eines seitlich in der Kreisebene gelegenen fernen Objectes. Dieses Bild muss bei passender Stellung der Alhidade im Fadenkreuz erscheinen.

Ein drittes Verfahren wäre noch das folgende. Man legt über den Theilkreis ein steifes Lineal, von welchem zwei Senkelfäden herabhängen. Dieselben tragen in der Höhe der Objectplatte je eine Marke in gleichem Abstände vom Lineal. Visirt man mit blosssem Auge längs der Marken auf die Objectplatte, so muss bei geeigneter Stellung der Alhidade das Spiegelbild des Auges in der Visirlinie erscheinen.

Ueber die bei diesen Operationen verlangte Genauigkeit vgl. unter VII.

IV. Die Messung des Grenzwinkels.

Nachdem das Fläschchen mit der stark brechenden Flüssigkeit über das orientirte Object übergesteckt worden ist, beleuchtet man die transparente Umhüllung auf der

einen Seite, z. B. der linken, mit der Natriumflamme, wobei der Hintergrund des Fläschchens mittels eines Schirmes dunkel erhalten wird. Nun bringt man das auf grosse Entfernung accomodirte Auge dicht vor die ebene Glaswand und dreht die Objectfläche mit der Alhidade in eine so nach links rückwärts geneigte Stellung, dass die Grenze erscheint, welche den linken hellen Theil des total reflectirten Lichtes von dem rechts liegenden nicht total reflectirten scheidet. Ist das Object eben und gut spiegelnd, so erscheint diese Grenze vollkommen scharf. Vorausgesetzt aber wird, wie gesagt, dass das Auge auf unendlich accomodirt sei (nicht etwa die Krystallfläche fixire), wozu für ein kurzsichtiges Auge stets, aber bei der bekannten Gewohnheit auch des normalen Auges, eine kürzere Sehweite zu fixiren, auch für ein solches oft eine Zerstreuungslinse nöthig ist.

Ebenso verfährt man dann auf der rechten Seite.

Nachdem man sich so überzeugt hat, dass und in welcher Stellung der Alhidade ungefähr eine Grenze erscheint (d. h. dass nicht etwa das Object stärker bricht, als die Flüssigkeit), und dass diese Grenze vertical verläuft, wenn man horizontal visirt, was bei einem isotropen Object stets der Fall sein muss, so setzt man das Fernrohr ein. Nun bringt man mit der Alhidade auf der linken und auf der rechten Seite die Grenze in die Visirlinie und liest jedesmal das Thermometer in der Flüssigkeit und die Stellung der Nonien ab. Der Winkel φ , um welchen man zwischen diesen beiden Einstellungen drehen muss, ist der doppelte Grenzwinkel der totalen Reflexion zwischen dem Object und der Flüssigkeit.

Wenn also N das Lichtbrechungsverhältniss der Flüssigkeit für das Mittel aus den beobachteten Temperaturen ist, hat man dasjenige des Objectes:

$$n = N \sin \frac{\varphi}{2}.$$

N wird auf gewöhnliche Weise mit dem Hohlprisma ermittelt oder auch mit dem Instrumente selbst, indem

man einmal ein Object (Glasplatte) von bekanntem Brechungsverhältniss nimmt. Vgl. hierüber auch VI.

Die von mir angewandten Schwefelkohlenstoffe hatten bei 20° gegen Natriumlicht Brechungsverhältnisse zwischen 1,6274 und 1,6280; Dale und Gladstone geben 1,6262 an, aus den Beobachtungen von Wüllner würde 1,6274 folgen. Begnügt man sich mit einer in der dritten Decimale noch zuverlässigen Bestimmung von n , so wird man für jeden Schwefelkohlenstoff $N_{20} = 1,6274$ setzen dürfen.

Die sehr grosse Abnahme des Brechungsverhältnisses mit der Temperatur beträgt auf 1°:

nach Dale und Gladstone . .	0,00082,
„ Wüllner	0,00080,
„ meinen Beobachtungen . .	0,00080,

so dass man die letztere Zahl für die Temperaturreduktionen unbedenklich gebrauchen kann. Und zwar ist diese Aenderung innerhalb der vorkommenden Temperaturen als constant anzunehmen.¹⁾

Ueber die praktische Ausführung der Beobachtungen dürften noch einige Winke am Platze sein.

Selbstverständlich wird die Beobachtung im dunkelen Raume erleichtert. Auch die Umgebung des Objectes, die Zange oder den Kork, worin es gehalten wird, schwärzt man zweckmässig. Tusche wird von Schwefelkohlenstoff durchaus nicht angegriffen. Ist das Object durchsichtig, so schwärzt man auch seine sonstigen Flächen.

Die günstigste Stellung der Flamme und der Schirme für ein möglichst scharfes Auftreten der Grenze muss durch Probiren ermittelt werden. Bei genauen Beobachtungen blende man alles unnöthige Licht ab.

Um die Temperatur nicht unnöthig zu steigern, wird man die Flamme nur während der Einstellungen in der Nähe des Instrumentes halten. Zweckmässig zur Abhaltung strahlender Wärme ist ein Verschluss der Schirmöffnung mit dickem Glase. Wollte man eine Genauigkeit

1) vgl. Wüllner, Pogg. Ann. CXXXIII. p. 31.

über die vierte Stelle hinaus verbürgen, so sind weitere Maassregeln, z. B. die Einschaltung von Alaun- oder Wasserschichten, erforderlich.

Wegen der Behandlung empfindlicher Objecte ist endlich noch zu beachten, dass nach dem Ausheben aus dem Schwefelkohlenstoff durch Verdunstung des letzteren alsbald eine Temperaturverminderung eintritt, welche meistens zur Thau- oder Reifbildung führt. Deswegen bringe man solche Objecte ohne Zeitverlust unter den Exsiccator. Dass man andererseits Körper mit Krystallwasser nicht zu lange im Exsiccator lassen darf, ist selbstverständlich.

V. Die Behandlung von Krystallen.

Die optische Untersuchung der Krystalle gestaltet sich mit dem Totalreflectometer zu einer höchst einfachen Arbeit, denn es genügt für reguläre und optisch einaxige Krystalle eine beliebig gelegene, z. B. eine natürliche spiegelnde Fläche, für zweiaxige Krystalle genügt eine in einem Hauptschnitt gelegene Fläche.

Ueber reguläre Krystalle ist nichts zu bemerken, da sie keine andere Behandlung verlangen als ein amorpher Körper.

Nicht reguläre Krystalle lassen im allgemeinen, den zwei Brechungsverhältnissen jeder Strahlenrichtung entsprechend, zwei Grenzen der totalen Reflexion erscheinen. Diese beiden Grenzen gehören natürlich zweien senkrecht auf einander polarisirten Lichtwellen an. Die Richtung der Schwingung eines jeden Strahles lässt sich mit einem Nicol'schen Prisma erkennen, das man vor das Auge hält und dreht. Jede Grenze verschwindet nämlich bei einer bestimmten Stellung des Nicol's vollständig, während die andere Grenze alsdann am kräftigsten auftritt. Die Richtung der grösseren Diagonale des Nicol's zeigt die Polarisationssebene desjenigen Strahles an, dessen Reflexionsgrenze bei dieser Stellung des Nicol's möglichst hell erscheint.

Optisch einaxige Krystalle.

1. Ist die Fläche senkrecht zur Axe geschliffen, so liefert irgend eine Beobachtungsrichtung die beiden Hauptbrechungsverhältnisse. Der horizontal polarisirte Strahl ist der ordentlich gebrochene.

2. Ist die Fläche der Axe parallel, so erscheint, wenn die optische Axe horizontal liegt, nur eine Grenze, welche dem ordentlich gebrochenen Strahle entspricht.

Wenn die Axe vertical liegt, so erhält man die beiden Hauptbrechungsverhältnisse. Der ordentliche Strahl erscheint vertical polarisirt.

3. Eine beliebig gelegene Fläche liefert natürlich in jeder Richtung den ordentlichen Strahl. Jede Fläche enthält aber auch eine auf der optischen Axe senkrechte Richtung (z. B. die Halbierungslinie des spitzen Winkels in der Spaltfläche des Kalkspaths oder des Natronsalpeters, in der Quarzpyramidenfläche die Richtung der Grundlinie des Dreiecks). Stellt man diese Richtung horizontal, so liefert die Beobachtung der beiden Grenzen die beiden Hauptbrechungsverhältnisse. Der ordentliche Strahl ist hierbei derjenige, dessen Polarisationsebene mit der vom beobachtenden Auge gesehenen Hauptaxe zusammenfällt.

Es bedarf kaum der Bemerkung, dass man auch ohne krystallographische Anhaltspunkte die fragliche Richtung rein optisch bestimmen kann; denn es ist diejenige Richtung, in welcher der Unterschied zwischen dem ordentlichen und dem ausserordentlichen Strahle ein Maximum ist. Mittels einer Vorrichtung, welche die Krystallfläche in ihrer eigenen Ebene innerhalb der Flüssigkeit zu drehen gestattet, kann man diese Richtung leicht feststellen.

Wenn man nun ausserdem noch das Brechungsverhältniss des ausserordentlichen Strahles in einer Richtung senkrecht zu der genannten bestimmt, so ergibt sich die interessante Möglichkeit, auch die Lage der Fläche gegen die optisch-krystallographische Hauptaxe zu berechnen. Wenn nämlich ω und ε das ordentliche und

ausserordentliche Hauptbrechungsverhältniss, ϵ' aber das Brechungsverhältniss des ausserordentlichen Strahles in der genannten senkrechten Richtung (wo der Unterschied gegen ω ein Minimum ist) bedeutet, so wird der Winkel α der Fläche mit der Hauptaxe, wie man leicht ableiten kann, gegeben durch:

$$\sin^2 \alpha = \frac{\epsilon'^2 - \omega^2}{\epsilon'^2 - \omega^2}.$$

Es ist nicht nur von Interesse, sondern von praktischer Bedeutung, dass eine einzige Krystall- oder Schlifffläche, über deren Lage von vornherein gar nichts bekannt ist, erkennen lässt, ob der Körper regulär, ob hexagonal oder quadratisch, oder ob er in einem der übrigen Systeme krystallisirt. In dem Falle, dass man es mit einem der optisch einaxigen Systeme zu thun hat, ergeben sich die optisch elastischen Eigenschaften des Krystalles aus einem einzigen Splitter mit einer Fläche in erschöpfender Weise; und endlich findet man noch die Lage der Fläche gegen die Hauptaxe.

Optisch zweiaxige Krystalle.

Die sich hier bietende Aufgabe ist gelöst, sobald man die Hauptbrechungsverhältnisse und die Lage der Elasticitäts-Hauptaxen kennt.

Auch für zweiaxige Krystalle liegt principiell die Möglichkeit vor, aus Beobachtungen in einer einzigen, beliebig gelegenen Fläche die genannte Aufgabe zu erledigen, wie Herr Brill, welcher die Rechnung durchführte, mir bestätigte. Die Eliminationen scheinen aber eine zu verwickelte Rechnung zu verlangen, als dass man praktisch von dieser Möglichkeit Gebrauch machen wird.

Andererseits sieht man aber sofort, dass die zwei wichtigsten der Constanten, nämlich das grösste und

das kleinste Hauptbrechungsverhältniss sich aus jeder Fläche durch Probiren finden lassen. Dies folgt daraus, dass die Hauptlichtgeschwindigkeiten in der Fresnel'schen Wellenfläche auf Kreisen vertreten sind, welche von jeder hindurchgelegten Ebene nothwendig geschnitten werden.

Ich beschränke mich hier darauf, die optischen Constanten an einem Körper zu bestimmen, welcher eine mit einem optischen Hauptschnitt (der Ebene zweier optischer Elasticitätsaxen) parallele Ebene besitzt.

In der Regel wird dies diejenige Ebene sein, welche das bekannte optische Axenbild zeigt, d. h. zur ersten Mittellinie der optischen Axen senkrecht steht. In diesem Falle ist die Verbindungslinie der beiden Axenbilder die eine, die darauf senkrechte Gerade die andere Elasticitätsaxe. Wird die Krystallplatte in dem Reflectometer so befestigt, dass die Ebene der optischen Axen horizontal liegt, so liefert die Beobachtung der beiden entstehenden Grenzen zwei Hauptbrechungsverhältnisse. Horizontal polarisirt ist das mittlere Brechungsverhältniss. Ist dasjenige des anderen, vertical polarisirten Strahles grösser, so ist der Krystall positiv, und umgekehrt.

Wird die Verbindungsebene der optischen Axen vertical eingesetzt, so erhält man das grösste und das kleinste Brechungsverhältniss. Horizontal polarisirt erscheint im positiven Krystall der Strahl vom kleinsten Brechungsverhältniss, und umgekehrt.

Abgesehen von der Polarisationsrichtung wird also ein positiver Krystall daran erkannt, dass bei ihm das grösste der drei Brechungsverhältnisse zweimal gewonnen wird, und umgekehrt.

Ein Schliif in einer anderen Hauptebene wird selten vorliegen. Er wird mit den entsprechenden Modificationen ebenso behandelt, wie eben angegeben wurde. Die Lage der optischen Elasticitätsaxen wird im Nörremberg'schen Apparate erkannt. Macht man nämlich das Gesichtsfeld dunkel und bringt dann die Krystallplatte in den Apparat,

so wird das Gesichtsfeld im allgemeinen erhellt. Die Stellungen grösster Dunkelheit entsprechen einer Lage der beiden Elasticitätsaxen senkrecht und parallel zur Polarisationsebene des Analysators.

Anwendung der Mikrometerscala bei Krystallen.

Meistens sind die Unterschiede der Brechungsverhältnisse so gering, dass beide Grenzen gleichzeitig im Gesichtsfelde erscheinen. Dann kann man mit Vortheil von einer Mikrometerscala im Ocular des Fernrohrs Gebrauch machen, deren Winkelwerth bekannt ist. Man vermeidet nämlich dadurch bei der Bestimmung des Unterschiedes der beiden Brechungsverhältnisse den Ablesungsfehler am Kreise. Die genaue Kenntniss dieses Unterschiedes aber ist häufig von grösserer Bedeutung, als eine entsprechend genaue absolute Kenntniss des Brechungsverhältnisses. Auch fällt bei der Scalenbeobachtung die Fehlerquelle der wechselnden Temperatur des Schwefelkohlenstoffes heraus.

Man verfährt dann so, dass man die Brechungsverhältnisse jeder Grenze durch Einstellung auf den mittelsten Theilstrich mit dem Kreise bestimmt. Nachher aber ändert man die gefundenen Resultate durch gleich grosse Verkleinerung des einen und Vergrösserung des anderen beobachteten Winkels φ so ab, dass die Differenz dem Ablesungsunterschiede an der Scala entspricht.¹⁾

Den Winkelwerth des Scalentheils ermittelt man am einfachsten durch Visiren nach einem senkrecht zur Visirlinie entfernt aufgestellten Maasstabe. Ist L der Abstand des letzteren von dem Fernrohr, und bedeckt der Scalentheil im Fernrohr die Länge l des Maasstabes, so ist der Winkelwerth des Scalentheiles gleich $\text{arc tang } \frac{l}{L}$.

1) oder nach Umständen einem Mittelwerthe aus den Unterschieden, welche aus der Scalenbeobachtung und der Kreiseinstellung gewonnen werden, wobei man dem einen und dem anderen Unterschied je nach den Umständen ein verschiedenes grosses Gewicht beilegen kann.

Ebenso kann man das Fernrohr mit einem grösseren Kreise (Spectrometer, Theodolith) drehbar verbinden und den Winkel beobachten, um welchen man drehen muss, um eine entfernte Marke auf verschiedene Theilstriche einzustellen.

Der so gefundene Winkelwerth der Scale bedarf aber für die Beobachtung durch die Flüssigkeit im Fläschchen einer Abänderung, denn es muss die Brechung berücksichtigt werden, welche die Strahlen bei dem Austritte aus der Flüssigkeit in die Luft erleiden. Man sieht leicht, dass zwei Strahlen, welche nach dem Austritte in die Luft den (kleinen) beobachteten Winkel δ mit einander bilden, innerhalb der Flüssigkeit den Winkel:

$$\delta = \frac{\delta}{N}$$

besessen, wenn N das Brechungsverhältniss der Flüssigkeit bedeutet. Es sind also durch N die an der Mikrometerscala beobachteten Richtungswinkel zu dividiren.

VI. Die Bestimmung für Flüssigkeiten.

Durch eine sehr einfache Vorrichtung wird das Instrument auch geeignet, um von einem Tropfen Flüssigkeit das Brechungsverhältniss zu bestimmen. Hinter das Fenster des zweiten Objectträgers h (vgl. p. 6 und Taf. I Fig. 2) kann nämlich ein Paar von Glasplatten (Taf. I. Fig. 3a) gesetzt werden. Die vordere ist sehr dünn, etwa 0,4 mm dick, die hintere dicke Platte ist in einem Durchmesser von 6 mm zu einer flachen Höhlung ausgeschliffen, in welche ein Tropfen der zu bestimmenden Flüssigkeit eingebracht wird. Das Deckgläschen kann leicht luftfrei aufgeschoben werden und haftet alsdann sehr fest.

Da die Planparallelplatte ohne Einfluss auf die Erscheinung der Lichtgrenze ist, (vgl. auch S. 24) so wird die Beobachtung der Flüssigkeit nun gerade so vorgenommen, wie im vorigen Paragraphen für feste Platten angegeben worden ist.

Selbstverständlich muss man sich nicht durch eine Grenze täuschen lassen, welche am Glase selbst auftreten

kann, wenn dasselbe schwächer bricht, als die umgebende Flüssigkeit. Jedenfalls muss das Glas stärker brechen als der Flüssigkeitstropfen. Am zweckmässigsten ist deswegen Flintglas. Meine Platten hat Hr. Dr. Steeg allen Anforderungen entsprechend hergestellt.

Die Gläser müssen gut auf einander schliessen, damit nicht die äussere Flüssigkeit eindringen kann. Ich fand bei einigen Versuchen mit Wasser die Grenze tagelang scharf und in der Lage ungeändert, dagegen wurde die Grenze für Alkohol in kurzer Zeit undeutlich.

Die beschriebene Vorrichtung lässt sich natürlich auch verwenden, um das Brechungsverhältniss N der Flüssigkeit (Schwefelkohlenstoff) im Fläschchen zu ermitteln. Wenn nämlich der Hohlraum zwischen den Platten mit Luft gefüllt ist, so wird der Grenzwinkel φ der totalen Reflexion durch:

$$N \cdot \sin \varphi = 1$$

bestimmt, woraus N durch φ gegeben ist. In diesem Falle aber (vgl. §. 24) gibt ein Ablesungsfehler von $0,01^\circ$ in φ schon zu einem Fehler um 0,0002 in N (für Schwefelkohlenstoff) Veranlassung.

VII. Theorie des Totalreflectometers.

Um das beschriebene Verfahren zur Bestimmung des Grenzwinkels zu übersehen und bezüglich seiner Fehlerquellen einer Kritik zu unterwerfen, wird die folgende Ueberlegung am bequemsten sein.

Von den Strahlen, welche aus allen möglichen Richtungen im Schwefelkohlenstoff auf die Objectplatte fallen, dringen nur diejenigen ein, welche mit dem Einfallslothe einen Winkel kleiner als $\varphi = \arcsin \frac{1}{N}$ bilden. Die ausserhalb dieses Richtungskegels liegenden Strahlen werden von der Platte total reflectirt.

Da nun das auf unendlich accomodirte Fernrohr oder Auge die Parallelstrahlen jeder Richtung zu einem Bilde zusammenfasst, so können wir für die Einstellung die

Grenze der totalen Reflexion als einen Kegelmantel von dem Oeffnungswinkel 2φ ansehen, welcher von dem anvisirten Punkte der Drehungsaxe des Instrumentes ausgeht, und dessen Mittellinie zur Objectplatte senkrecht steht.

Dieser Strahlenkegel bewegt sich bei der Drehung der Alhidade mit herum. Stellen wir so ein, dass die Visirlinie mit einem Strahle des Kegelmantels zusammenfällt, so erscheint das Gesichtsfeld in eine helle und eine weniger helle Hälfte getheilt.

Man sieht sofort, wie der Unterschied 2φ der Einstellungen auf beiden Seiten den Oeffnungswinkel des Kegels misst, sobald: 1. die Objectplatte der Drehungsaxe parallel, d. h. die Kegelaxe zur Drehungsaxe des Instrumentes senkrecht ist, 2. auch die constante Visirlinie in der Flüssigkeit auf der Drehungsaxe senkrecht steht.

Man kann nun leicht bestimmen, wie genau die genannten Bedingungen der Orientirung für eine bestimmte, im Resultate verlangte Sicherheit erfüllt sein müssen. Wir wollen im Falle fehlerhafter Orientirung für den gemessenen Winkel die Bezeichnung 2φ beibehalten, den richtigen Grenzwinkel aber durch φ_0 , also durch $2\varphi_0$ den Kegelswinkel bezeichnen.

1. Wenn die Objectfläche nicht der Drehungsaxe parallel ist, sondern mit derselben den Winkel α bildet, so stellt dieser Winkel auch die Neigung der Kegelaxe gegen die Drehungsebene dar. Dann messen wir also anstatt des gesuchten Oeffnungswinkels $2\varphi_0$ des Kegels den kleineren Winkel 2φ , in welchem eine durch die Kegelspitze gelegte Schnittebene von der Neigung α gegen die Axe den Kegel schneidet.

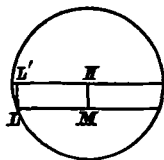


Fig. 1.

Nebestehender Kreis (Fig. 1) stelle den Grundkreis des Kegels vor, welcher zu einer Höhe h , zu einer Mantellänge l gehört, so dass:

$$\frac{h}{l} = \cos \varphi_0.$$

LM sei die Schnittlinie der um α geneigten, durch die Spitze gelegten Ebene mit dem Grundkreis. Bedeutet m den Abstand des Punktes M von der Spitze, so ist offenbar:

$$\frac{h}{m} = \cos \alpha, \quad \frac{m}{l} = \cos \varphi,$$

also:

$$\cos \varphi_0 = \cos \varphi \cos \alpha,$$

oder:

$$\sin \varphi_0 = \sqrt{\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \alpha}.$$

Mit Rücksicht darauf, dass α immer klein ist, kann man hierfür schreiben:

$$\sin \varphi_0 = \sin \varphi + \frac{\alpha^2}{2} \frac{\cos^2 \varphi}{\sin \varphi}.$$

Bedeutet nun n das beobachtete, n_0 das fehlerfreie Brechungsverhältniss, Δn den Betrag, um welchen das erstere zu vermehren ist, so stellt sich der in Bruchtheilen des ganzen ausgedrückte Fehler dar durch:

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\sin \varphi_0 - \sin \varphi}{\sin \varphi},$$

oder:

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\alpha^2}{2} \operatorname{ctg}^2 \varphi.$$

Man kann hierfür auch schreiben, indem man das Brechungsverhältniss N der Flüssigkeit einführt:

$$\Delta n = \frac{\alpha^2}{2} \cdot \frac{N^2 - n^2}{n}.$$

2. Es sei zwar die Objectfläche richtig gestellt, dagegen bilde die Visirlinie in der Flüssigkeit den Winkel δ mit der Drehungsebene. Die betreffende Fehlergleichung findet sich aus Fig. 1 (p. 20) gerade wie früher.

L sei nämlich jetzt der Punkt, welcher mit der Spitze verbunden die Visirlinie gibt. Füllen wir die Senkrechte LL' auf den horizontalen Durchmesser des Kreises und nennen l' den Abstand des Punktes L' von der Spitze des Kegels, so ist offenbar:

$$\frac{h}{l} = \cos \varphi_0, \quad \frac{h}{l'} = \cos \varphi, \quad \frac{l'}{l} = \cos \delta,$$

also wieder:

$$\cos \varphi_0 = \cos \varphi \cos \delta,$$

woraus, gerade wie oben, wenn δ klein ist, folgt:

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\delta^2}{2} \operatorname{ctg}^2 \varphi.$$

Es haben also die Neigungen der Visirlinie und der Objectfläche den gleichen Einfluss auf das Resultat.

Die Neigung δ der Visirlinie in der Flüssigkeit entspringt aber aus zwei Ursachen, nämlich aus der Neigung β des Fernrohrs gegen die Drehungsebene und der Neigung γ der Planplatte des Fläschchens gegen die Drehungsaxe. Zählen wir den Winkel β vorn nach unten, γ oben nach vorn positiv, so ist jedenfalls:

$$\frac{\sin(\beta - \gamma)}{\sin(\delta - \gamma)} = N,$$

wenn N das Brechungsverhältniss der Flüssigkeit. Mit Rücksicht auf die Kleinheit von β , γ und δ erhält man hieraus:

$$\delta = \frac{\beta + \gamma(N-1)}{N}.$$

Die in Bruchtheilen des ganzen Brechungsverhältnisses gemessenen Fehler, welche einzeln aus den fehlerhaften Neigungen α , β , γ der Objectfläche, des Fernrohrs und der Deckplatte des Fläschchens entstehen, sind also beziehungsweise:

$$\frac{\alpha^2}{2} \operatorname{ctg}^2 \varphi, \quad \frac{1}{N^2} \frac{\beta^2}{2} \operatorname{ctg}^2 \varphi, \quad \left(\frac{N-1}{N} \right)^2 \frac{\gamma^2}{2} \operatorname{ctg}^2 \varphi.$$

Um für einen bestimmten mittleren Fall den Fehler in Zahlen zu berechnen, setzen wir $n = 1,5$, $N = 1,63$ (Schwefelkohlenstoff), also $\varphi = \arcsin \frac{1,5}{1,63} = 67^\circ$. Damit das beobachtete Brechungsverhältniss um eine Stelle der vierten Decimale zu klein wird, muss die fehlerhafte Neigung betragen:

$\alpha = 0,027$ oder $1,7^\circ$, $\beta = 0,044$ oder $2,5^\circ$, $\gamma = 0,070$ oder 4° , Fehler, welche ohne Mühe vermieden werden.

Als Fehler zweiter Ordnung sind übrigens bei gleichzeitigem Vorhandensein der verschiedenen Fehlerquellen deren Einflüsse nicht von einander unabhängig. Die vollständige Fehlergleichung erhält man folgendermaassen. Um den Schnittpunkt der Visirlinie (in der Flüssigkeit) mit der Drehungsaxe sei eine Kugel vom Halbmesser Eins beschrieben. Diese Kugelfläche werde in N (Fig. 2) von der Objectnormale, in V von der Visirlinie getroffen, dann ist, nach erfolgter Einstellung auf die Grenze, $VN = \varphi_0$ der gesuchte Winkel. Beobachtet aber wird der halbe Drehungswinkel φ , welchen man erhält, wenn man von V und N auf die Drehungsebene senkrechte Kreise fällt. Die betreffenden Kreisstücke geben zugleich die Winkel α und δ .

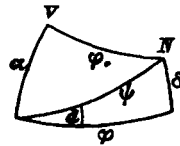


Fig. 2.

Zieht man in dem sphärischen Viereck, welches unten zwei Rechte hat, eine Diagonale ψ , welche mit dem Bogen φ den Winkel d bilde, so ist:

$$\cos \psi = \cos \varphi \cos \delta.$$

Ferner:

$$\cos \varphi_0 = \cos \psi \cos \alpha + \sin \psi \sin \alpha \cdot \sin d,$$

oder, da:

$$\sin d = \frac{\sin \delta}{\sin \psi},$$

$$\cos \varphi_0 = \cos \varphi \cdot \cos \alpha \cos \delta + \sin \alpha \sin \delta.$$

α und δ sind kleine Winkel, woraus:

$$\cos \varphi_0 = \cos \varphi \sqrt{1 - \alpha^2} \sqrt{1 - \delta^2} + \alpha \delta$$

und mit Vernachlässigung höherer Potenzen und Producte von α und δ , als der zweiten:

$$\begin{aligned} \cos \varphi_0 &= \cos \varphi - \left(\frac{\alpha^2 + \delta^2}{2} \cos \varphi - \alpha \delta \right) \\ &= \cos \varphi - \sin \varphi \left(\frac{\alpha^2 + \delta^2}{2} \operatorname{ctg} \varphi - \frac{\alpha \delta}{\sin \varphi} \right). \end{aligned}$$

Da nun $\cos(\varphi + \Delta\varphi) = \cos\varphi - \Delta\varphi \cdot \sin\varphi$, und $\sin(\varphi + \Delta\varphi) = \sin\varphi + \Delta\varphi \cdot \cos\varphi$ ist, so folgt:

$$\sin\varphi_0 = \sin\varphi + \cos\varphi \left(\frac{\alpha^2 + \delta^2}{2} \operatorname{ctg}\varphi - \frac{\alpha\delta}{\sin\varphi} \right).$$

Hieraus ergibt sich dann die Fehlergleichung:

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\sin\varphi_0 - \sin\varphi}{\sin\varphi} = \operatorname{ctg}^2\varphi \left(\frac{\alpha^2 + \delta^2}{2} - \frac{\alpha\delta}{\cos\varphi} \right),$$

woraus die einzelnen Ausdrücke für $\alpha = 0$ oder $\delta = 0$ wie oben erhalten werden.

In ähnlicher Weise zeigt sich auch, dass bei der Anwendung des Instruments auf Flüssigkeiten (vgl. unter VI) aus einer etwas keilförmigen Gestalt des Deckglases nur ein Fehler höherer Ordnung entsteht. Angenommen, dass der Winkel des Keiles $= \varepsilon$, und dass der Keil sich in der ungünstigsten Lage, nämlich mit aufrechter Schneide, befinde, so wird der relative Fehler:

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\varepsilon^2}{2\cos^2\varphi} (1 - m^2),$$

wenn m das relative Brechungsverhältniss aus der umgebenden Flüssigkeit in die Glasplatte darstellt. Der Fehler kommt unter allen Umständen für die vierte Decimale noch nicht in Betracht.

Der Einfluss des Ablesungs- und Einstellungsfehlers endlich ergibt sich aus:

$$n = N \sin\varphi,$$

$$dn = N \cos\varphi d\varphi = \sqrt{N^2 - n^2} \cdot d\varphi.$$

$N = 1,63$ gesetzt, hat man z. B. für den Ablesungsfehler $d\varphi = 0,0017$, d. h. ein zehntel Grad, für die kleinsten und grössten in Betracht kommenden Brechungsverhältnisse $n = 1,33$ und $1,6$ die Fehler $0,0016$ und $0,0005$. Die Messung kleiner Brechungsverhältnisse verlangt also eine Genauigkeit bis auf $0,01^0$, wenn die vierte Decimale

auf eine Einheit richtig werden soll. Eine Einstellung bis zu dieser Genauigkeit wird bei guten Flächen keine Schwierigkeit finden; deswegen wird die Ausführung eines Reflectometers mit einem grösseren Theilkreise, welcher auch die entsprechende Ablesung ermöglicht, nicht überflüssig sein.

VIII. Beobachtungen.

Die hier folgenden ersten Anwendungen unseres Verfahrens bezwecken zugleich eine Prüfung desselben in Bezug auf folgendes Bedenken gegen die Wollaston'sche und unsere Beobachtungsweise. Man kann nämlich dagegen einwenden, dass die Lichtgeschwindigkeit längs der Oberfläche nicht nothwendig dieselbe ist wie im Innern eines Körpers. Indessen sieht man zugleich, wie schon Abbe für sein Flüssigkeits-Refractometer bemerkt, dass ein Fehler hieraus nur dann erwachsen könnte, wenn in der Trennungsoberfläche zwischen dem zu untersuchenden Körper und der stärker brechenden Flüssigkeit eine Schicht entstünde, welche schwächer bricht als der Körper. Dies ist von vornherein unwahrscheinlich und würde ohne Zweifel an secundären Erscheinungen, wie Undeutlichkeit der Grenze oder Interferenzstreifen, kenntlich sein.

Immerhin kann hierüber nur die Erfahrung entscheiden. Deswegen wird man in dem folgenden Beobachtungsmaterial von etwa 100 Brechungsverhältnissen, ausser neu untersuchten Substanzen, auch eine Anzahl von solchen finden, deren Brechungsverhältniss schon anderweitig bekannt ist¹⁾. Ein kleines Glasprisma habe ich ferner sowohl mit Totalreflexion wie auf gewöhnliche Weise mit dem Spectrometer untersucht.

1) Aus Beer, *Optik*. — Groth, *Krystallographie*. — Grailich, *Krystallographisch-optische Untersuchungen*. — Pape, *Pogg. Ann. Ergbd.* VI. p. 35. — Schrauf, *Wien. Ber.* *XLII.* p. 778. *XLII.* p. 116. 1860. — Topsøe und Christiansen, *Ann. d. chim. et phys.* (5) I. 1874. — Tschermak, *Wien. Ber.* *LVII.* p. 641. 1868. — Calderon, *Beibl.* I. p. 399. 1877.

Endlich ist von einem optisch zweiaxigen Krystall stets auch der äussere Axenwinkel $2E$ in Natriumlicht (nur für Kupfervitriol in weissem Lichte) gemessen und zur Controle der Beobachtungen verwendet worden. Man berechnete nämlich aus dem Axenwinkel, aus dem grössten und dem kleinsten Brechungsverhältniss α und γ jedesmal das mittlere Brechungsverhältniss β nach den Formeln $\beta^2 =$

$$\gamma^2 + \frac{(\alpha + \gamma)(\alpha - \gamma)}{\alpha^2} \sin^2 E \text{ oder } \alpha^2 - \frac{(\alpha + \gamma)(\alpha - \gamma)}{\gamma^2} \sin^2 E$$

für positive oder negative Krystalle und stellte diesen berechneten neben den beobachteten Werth.

Die zur Controle dienenden, nicht selbst beobachteten Zahlen sind durch kleine Schrift ausgezeichnet.

Ferner wünschte ich ganz besonders die Anwendbarkeit des Totalreflectometers in solchen Fällen zu prüfen, in denen der Gebrauch des Spectrometers durch die Gestalt, Kleinheit oder Undurchsichtigkeit des Körpers ausgeschlossen ist. Deswegen habe ich absichtlich zum Theile derartiges Material ausgewählt.

So besass die Mejonitplatte nur eine Fläche von etwa 2 mm ins Quadrat. Man sieht, wie die beiden Messungen gut übereinstimmen; von dem Unterschiede kommt wohl ein Theil noch auf die Temperaturdifferenz.

Zu den dem Spectrometer unzugänglichen Körpern gehören auch die so wenig untersuchten Glimmer. Für das Reflectometer findet man leicht Flächenstückchen von hinreichend ebener Gestalt, die nach dem Vorigen sehr klein sein können. Das übrige verdeckt man mit Tusche. Allerdings wird zu den meisten Glimmern das Brechungsverhältniss des Schwefelkohlenstoffes nicht genügen. So konnte man an dem schwarzen, nahe einaxigen Glimmer nur den ausserordentlichen Strahl bestimmen, während der ordentliche offenbar nahe das Brechungsvermögen des Schwefelkohlenstoffes besass. Es zeigten sich nämlich im reflectirten weissen Lichte schon Farben in der äussersten Stellung. Beobachtet man in niedriger Temperatur, so

wird die Auswahl der untersuchbaren Glimmer schon sehr gross sein.

Als Beispiele der Anwendung auf undurchsichtige Körper dienen die Gläser, von denen auch das mit Kobalt und mit Kupfer gefärbte für Natriumlicht „undurchsichtig“ ist (über das letztere vgl. noch unter IX). Es fiel auf, dass das tiefschwarze Glas trotz sehr guter Politur eine weniger scharfe Grenze lieferte. Wie weit die Undurchsichtigkeit mit der totalen Reflexion verträglich ist, verdient offenbar eine besondere Untersuchung. Der Obsidian gab ein gutes Bild, war aber auch an den Rändern durchscheinend.

Ein Theil von den undurchsichtigen Körpern besass eine ungünstige Oberflächenbeschaffenheit; so waren die Flusspathe, insbesondere der graue, noch mehr die Elfenbeinplatte und ganz besonders der Schiefer Körper, welche man keineswegs mehr Spiegel nennen konnte. Nur bei sehr schrägem Visiren lieferten sie wirklich Spiegelbilder. Entsprechend war auch die Lichtgrenze nicht vollkommen scharf, aber deutlich als Grenze der totalen Reflexion durch das Farbenspiel im weissen Lichte gekennzeichnet.

Dass im Elfenbein eine schwache Doppelbrechung stattfindet, in dem Sinne, dass die Schwingungen senkrecht zur Faser etwas rascher fortschreiten, liess sich nur mit dem Nicol erkennen, und eine Schätzung des Unterschiedes war nur mit der Ocularscala ausführbar.

Der Achat, obwohl gut geschliffen und polirt, lieferte trotzdem eine undeutliche Grenze, offenbar weil dieser Körper aus unregelmässig gelagerten, einzeln doppelbrechenden Krystallen besteht.

Von den Beryllen will ich noch bemerken, dass sie theilweise ohne einen ersichtlichen Grund nicht ganz tadellose Grenzbilder gaben.

Die meisten Krystalle verdanke ich Hrn. Dr. Steeg in Homburg, der mich seine reiche Sammlung von Präparaten in liberalster Weise ausnutzen liess. Desgleichen gestattete mein College Hr. Sandberger freundlichst die

Benutzung geeigneten Materiales aus der Mineraliensammlung der Universität.¹⁾

Wo im Folgenden nichts anderes bemerkt ist, waren die Flächen angeschliffen und ferner bei doppelbrechenden Krystallen senkrecht zur Axe, bezw. der ersten Mittellinie der beiden Axen gelegen.

Sämmtliche Brechungsverhältnisse gelten für Natriumlicht und beziehen sich auf Luft = 1.

Isotrope Körper.

	n	Temp.	Andere Beobachtungen.
Glasprisma, eine Fläche . . .	1,5291	23 ⁰	1,5292 in durchgehen- dem Licht.
Dasselbe, andere Fläche . . .	1,5288	23	
Schwarzes Glas	1,5489	24	
Kobaltglas	1,5115	23	
Kupferoxydglas, ungeschliffen	1,5224	23	
Dasselbe, angeschliffen . . .	1,556	16	
Dasselbe, die weisse Oberfläche	1,5224	22	
Die letztere Fläche, angeschliffen	1,523	16	
Flusspath, derb, grau	1,4324	23	1,433, bis 1,436 (Beer)
Flusspath, schwarz	1,4342	19	
Obsidian	1,4953	23	1,488 (Brewster)
Bernstein	1,532	21	
Achat	1,540	23	
Devonischer Schiefer	1,534	22	
Chlorsaures Natron	1,5145	22	
Kali-Alaun, natürlich, überpolirt	1,4561	16	1,4549 (Gratlich)
Chrom-Alaun, natürlich, desgl. .	1,481	22	
Elfenbein	1,540	21	
Elfenbein, anderes Stück . . .	1,535	19	
Schwefelkohlenstoff	1,6271	21,9 ⁰	1,6266 im Prisma.
Alkohol	1,3628	20	
Wasser	1,3327	21	

1) Im Schwefelkohlenstoff fand ich mit Natriumlicht keine Grenze an den Materialien: Apatit, Eisenepidot, Eisenspath, Enklas, Idokras, Phenakit, Turmalin, Zinnstein, Zirkon, Basalt, schwarzem und weissem Marmor. Diese Körper haben also, wie theilweise bekannt ist, ein Brechungsverhältniss $> 1,62$.

Optisch einaxige Körper.

	ω	ϵ	Temp.
Quarz	1,5488	1,5530	23°
Quarz, natürlich, parallel	1,5486	1,5531	24
Rudberg	1,5442	1,5538	—
Amethyst	1,5440	1,5533	23
Citrin-Quarz, parallel	1,5444	1,5532	22
Derselbe, parallel, Axe horizontal	1,5445	—	22
Apophyllit	1,5343	1,5369	22
Blutlaugensalz, gelbes, nat.	1,5752	1,5815	24
Essigsäures Kalkkupfer, nat., überpolirt	1,436	1,478	23
Derselbe, natürlich, parallel	1,435	1,478	25
Elfenbein	1,5392	1,5407	21
Beryll, wasserhell, parallel	1,571	1,566	21
Beryll, desgleichen, parallel	1,5725	1,5678	24
Beryll, grünbläulich, parallel	1,5804	1,5746	23
Dasselbe, parallel, Axe horizontal	1,5803	—	22
Beryll, wasserhell, nat., parallel	1,573	1,568	23
Nach Schrauf: Beryll von Nertschinak	1,5708	1,5659	21
„ „ Elba	1,5734	1,5684	19
„ „ Brasilien	1,5821	1,5757	18
Mejonit	1,5649	1,5454	22
Derselbe	1,5657	1,5459	19
Mellit	1,5415	1,5154	21
Schrauf	1,5393	1,5110	16
Schwarzer Glimmer, nat.	—	1,586	23
Natronsalpeter	1,5842	1,3346	22
Natronsalpeter, nat. Spaltfläche	1,5854	1,3369	23
Schrauf	1,5874	1,3361	17
Schwefelsaures Nickel, nat.	1,5099	1,4860	24
Topsöe und Christiansen	1,5109	1,4873	—
Unterschwefels. Ammon-Chlornatrium	1,5546	1,5352	23

Was die Genauigkeit der Resultate betrifft, so ist selbstverständlich von zusammengesetzten Substanzen, wie Schiefer oder Achat, von Körpern, die, wie Bernstein, von Schwefelkohlenstoff angegriffen werden, oder von solchen,

Optisch zweiaxige Körper.

	α	β	γ	Temp.	$2E$	β ber.
Gyps	1,5280	1,5206	1,5183	—	93,7°	1,5209
„ nat. gespalten . .	1,5289	1,5216	1,5198	26°	—	—
Ångström	1,5297	1,5227	1,5206	—	—	—
Weinsäure	1,6047	1,5355	1,4951	24°	146,6	1,5350
Citronensäure	1,5077	1,4975	1,4930	24°	114,9	1,4976
Schrauf	1,5089	1,4977	1,4932	15°	—	—
Adular v. d. Eifel . .	1,5253	1,5250	1,5206	21°	41,6°	1,5250
Adular v. St. Gotthardt	1,5246	1,5230	1,5192	21°	106,7	1,5231
Descloiseaux	1,5260	1,5237	1,5190	—	—	—
Glimmer, ostind., nat .	1,5997	1,5941	1,5609	23°	71,9	1,5943
Arragonit	—	—	1,5301	22°	—	—
Rudberg	—	—	1,5301	—	—	—
Kalialpeter	1,5046	1,5031 ¹⁾	1,3327	23°	7,5	1,5042
Mitscherlich	1,5052	1,5046	1,3330	—	—	—
Schrauf	1,5064	1,5056	1,3346	—	—	—
Bittersalz	1,4612	1,4553	1,4324	21°	78,6	1,4556
Topsøe u. Christiansen	1,4608	1,4554	1,4325	—	—	—
Borax	1,4712	1,4682	1,4463	23°	59,0	1,4683
Tschermak	1,4715	1,4686	1,4468	—	—	—
Kupfervitriol	1,5433	1,5368	1,5140	23°	93,1	1,5366
Derselbe, in d. Axenebene	—	1,5370	—	24°	—	—
Pape	1,5463	1,5394	1,5158	—	—	—
Zucker	1,5698	1,5643	1,5362	24°	78,5	1,5641
Calderon	1,5716	1,5667	1,5397	—	—	—

1) Eine spätere Prüfung ergab, dass diese Zahl jedenfalls durch einen Beobachtungsfehler zu klein gerathen ist.

die, wie Elfenbein oder Schiefer, keine hohe Politur annehmen, nicht mehr zu erwarten, als die Natur der Oberfläche ermöglicht. Auch natürliche Krystallflächen sind bekanntlich oft keineswegs vollkommen spiegelnde Ebenen, so dass die Grenze der totalen Reflexion nicht scharf erscheint. Bei solchen Körpern ist die vierte Decimale oben weggelassen.

Der oben berührte principielle Argwohn gegen das Ver-

fahren jedoch wird durch diese Zahlen vollends beseitigt. Dass verschiedene Individuen einer Substanz um einige Einheiten der dritten Decimale des Brechungsquotienten variiren können, ist nichts Neues. Schrauf's Bestimmungen an Beryllen von verschiedenen Fundorten liefern das beste Beispiel für derartige Unterschiede. Soweit es sich um Charakterisirung eines festen Körpers als Substanz oder auch um Erkennung eines solchen handelt, genügt eine Genauigkeit bis zur dritten oder bis auf einige Einheiten der vierten Decimale vollständig, und diese Genauigkeit spricht sich in den obigen Resultaten aus. Auch das angewandte Instrument, so wie die beträchtlichen Aenderungen in der Temperatur des Schwefelkohlenstoffs liessen eine grössere Uebereinstimmung nicht erwarten.

IX. Bemerkungen über das Verhältniss der Lichtgeschwindigkeiten im Innern und an der Oberfläche des Körpers.

In einigen Fällen zeigte sich ein erwähnenswerther Unterschied zwischen der Lichtbrechung im Körper und derjenigen eines oberflächlichen Strahles. Dieser Unterschied aber enthält keinen Einwand gegen unser Verfahren, sondern vielmehr eine nützliche Seite desselben.

Merkwürdig verhielt sich zunächst das rothe Kupferglas, welches bekanntlich nur einseitig mit einer dünnen Schicht gefärbter Substanz bedeckt ist. Es erschien mir bei der ersten Beobachtung auffällig, dass dieses Glas auf der rothen und der ungefärbten Fläche nahe gleiche Brechungsverhältnisse zeigte. Das Glas schien in dem ursprünglichen Zustande ungeschliffen zu sein. Ich schliff die rothe Fläche ein wenig an, fand aber nachher ein nur wenig geändertes Brechungsverhältniss, nämlich 1,5238 anstatt vorher 1,5224. Zum zweiten male geschliffen, bot sich nun ein sonderbarer Anblick. Man sah in der einen Hälfte der Fläche eine anders gelegene Grenze als in der anderen Hälfte, beide durch einen undeutlichen, schräg verlaufenden Strich von einander getrennt. Die beiden Brechungsverhältnisse fanden sich gleich 1,5226 das eine,

also dem früheren nahe entsprechend, aber 1,556 das andere. Nochmaliges Anschleifen lieferte wieder eine klare Grenze mit dem Brechungsverhältniss 1,5553. An der weissen Glasfläche wurde kein Einfluss des Anschleifens bemerkt.

Jedenfalls bestand hiernach die rothe Oberfläche aus zwei übereinanderliegenden verschieden brechenden Schichten. Die obere war entweder verschieden dick oder wurde durch ungleichen Druck bei dem Schleifen verschieden stark angegriffen, so dass sie bei der dritten Beobachtung nur noch einen Theil der Oberfläche bedeckte. Diese Eigenthümlichkeit muss mit der Herstellungsweise des Glases zusammenhängen. Man wird auch bei anderen geblasenen Gläsern auf dergleichen Unterschiede der Oberfläche gegen das Innere achten müssen.

In anderer Weise erforderte das Bittersalz ($\text{MgSO}_4 + 7\text{H}_2\text{O}$) einiges Nachdenken, da dieser Körper bei verschiedenen Bestimmungen inconstante Resultate zeigte. Ich hatte, wie dies gewöhnlich bei den in Wasser löslichen Körpern geschah, die Fläche mit absolutem Alkohol polirt. Erst die Beobachtung, dass das Salz unter dem Exsiccator in kurzer Zeit verwitterte, klärte die Schwierigkeit mit grosser Wahrscheinlichkeit dahin auf, dass der absolute Alkohol Krystallwasser entzogen hatte. Man darf also derartige Körper nicht mit absolutem Alkohol poliren. Deswegen befeuchte ich in solchen Fällen die Zinnasche mit einem etwa 60-procentigen Weingeist.

Endlich ist noch in Betreff des Blutlaugensalzes hervorzuheben, dass das betreffende Stück, wie gewöhnlich dieser Körper, obwohl er quadratisch krystallisirt, sich unter dem Polarisationsapparate optisch zweiaxig zeigte. Trotzdem fanden sich in verschiedenen Richtungen des durch die natürliche Spaltungsebene gebildeten Hauptschnittes dieselben Brechungsverhältnisse. Dies stimmt mit der Annahme überein, dass die scheinbare Zweiaxigkeit auf inneren Spannungen beruht¹⁾.

1) Groth, Krystallographie, p. 322.

Man sieht aus den vorigen Beispielen, dass in der Totalreflexion ein Weg zur Erforschung von Eigenthümlichkeiten der Oberfläche gegeben ist, welcher vielleicht in mancher Richtung nützlich sein kann.

X. Ueber das Studium der Lichtwellenflächen in Krystallen.

Eine interessante Anwendung bietet das Totalreflectometer noch auf einem Felde der theoretischen Optik. Schon Wollaston¹⁾ hat die Huygens'sche Annahme über die Wellenfläche im Kalkspath geprüft. Die jetzige Methode erlaubt diese Prüfung mit grosser Schärfe.

Ich habe mich auf einige Beobachtungen in der natürlichen Spaltfläche des Gypses beschränkt, welche bekanntlich in der optischen Axenebene liegt. Dabei war das Durcheinandergehen der beiden Brechungsverhältnisse, der Fresnel'schen Wellenfläche entsprechend, leicht zu beobachten. Besonderes Interesse bietet der Anblick des Doppelpunktes dieser Fläche, welcher bei der Beobachtung in der Richtung einer Axe als Kreuzungspunkt der beiden Lichtgrenzen dem Auge direct erscheint.

Ueber eine eingehende Untersuchung in dieser Richtung ist von anderer Seite in der Sitzung der medicinischen Gesellschaft zu Würzburg vom 9. d. M. berichtet worden.

Würzburg, März 1878.

1) Philos. Trans. 1802. p. 381.

Fig. 1.

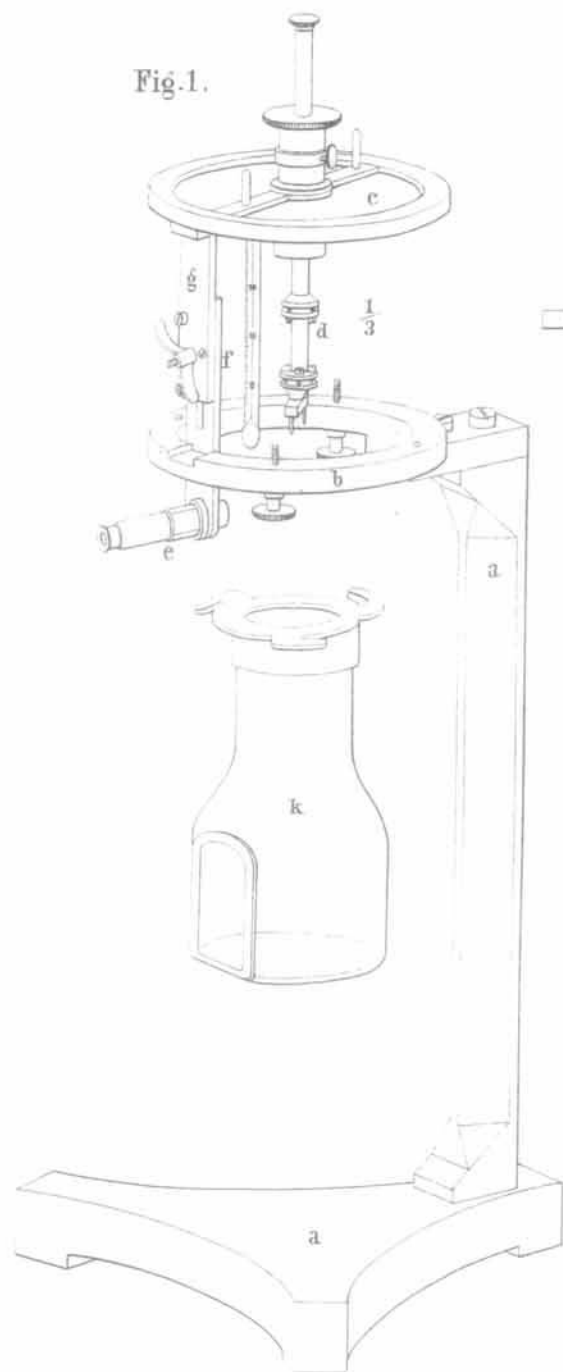


Fig. 2.

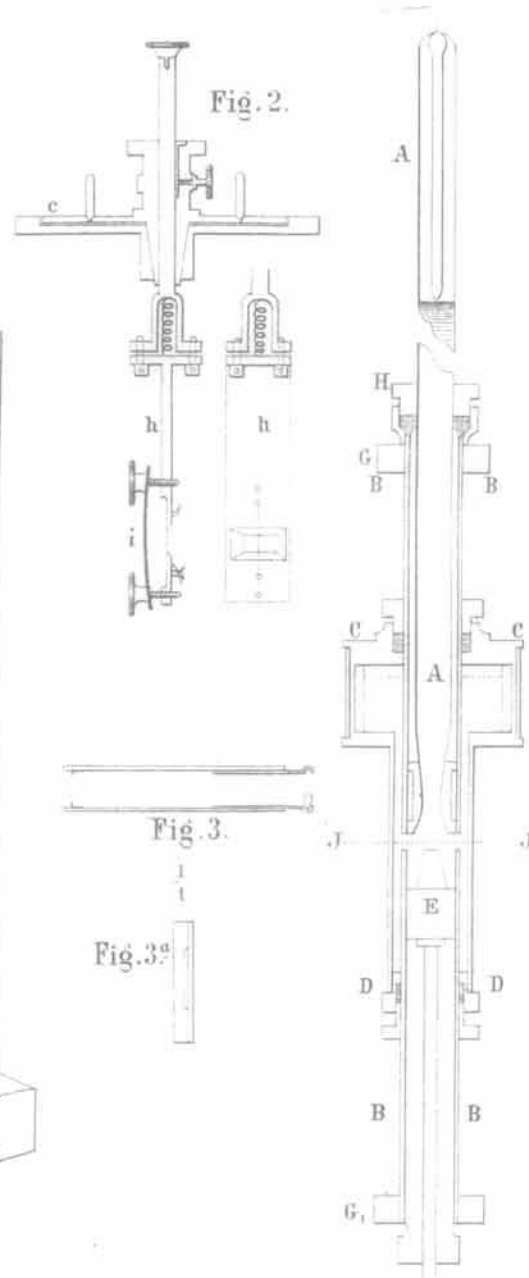


Fig. 3.

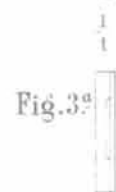


Fig. 3^a.

Fig. 6.

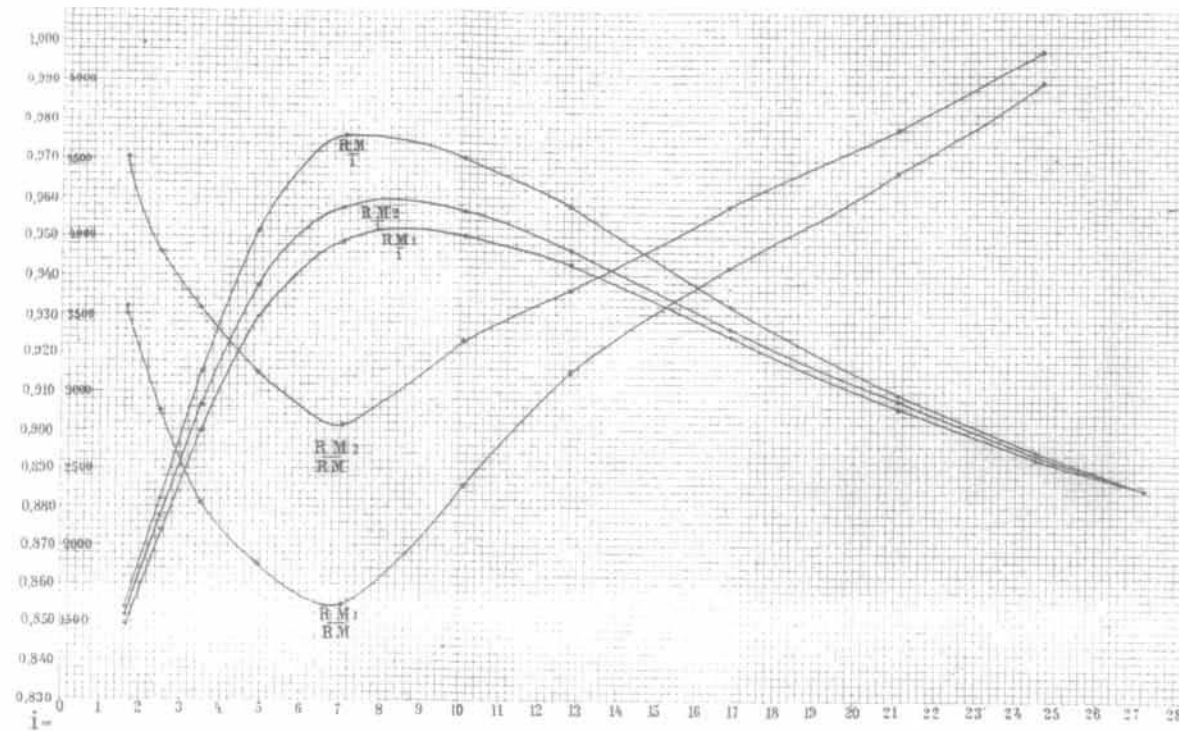
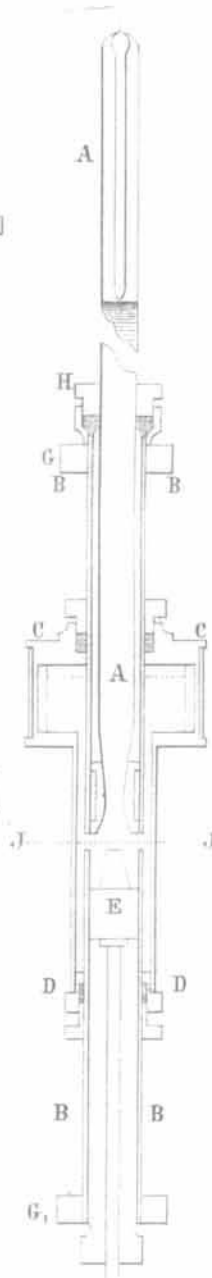


Fig. 4.

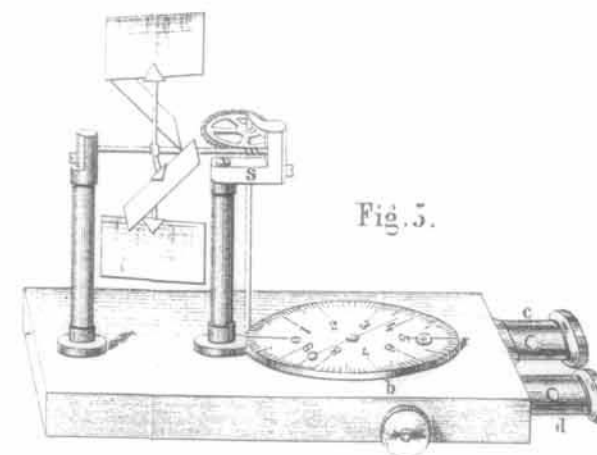


Fig. 5.