

*I. Untersuchung über die bei Volumveränderung fester Körper entstehenden Wärmephänomene, sowie deren Verhältniß zu der dabei geleisteten mechanischen Arbeit; von E. Edlund.*

(Gelesen in der Akademie der Wissenschaften zu Stockholm den  
14. November 1860.)

1. Vor 11 Jahren stellte Clausius auf theoretische Gründe folgende Behauptung für die mechanische Theorie der Wärme auf: »In allen Fällen, wo mechanische Arbeit durch Wärme entsteht, *verschwindet* oder wird eine Wärmemenge *verbraucht*, welche proportional ist der entstandenen mechanischen Arbeit; und umgekehrt, kann durch Anwendung einer gleich großen mechanischen Arbeit dieselbe Wärmemenge wieder hervorgebracht werden.« — Dafs Wärme verschwindet, wenn mechanische Arbeit durch Wasserdampf verrichtet wird, ist bereits auf experimentellem Wege bewiesen worden<sup>1)</sup>. In Nachfolgendem werden wir nun unter anderem durch experimentelle Beweise zeigen, dafs derselbe Grundsatz seine volle Gültigkeit hat, wenn mechanische Arbeit durch die Elasticität fester Körper verrichtet wird.

Wenn ein elastischer fester Körper sein Volum während Verrichtung oder Absorbirung mechanischer Arbeit verändert, so verändert sich auch seine Temperatur. Wenn nun hiernach der Körper derselben Volumveränderung unterliegt, ohne dafs äußere mechanische Arbeit dabei entsteht

1) *Recherches expérimentales sur la valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur; par G. A. Hirn. Colmar 1858.*

Poggendorff's Ann. Bd. CXIV.

oder verschwindet, so muß, wenn die Behauptung des Hrn. Clausius Gültigkeit besitzt, die Veränderung, welche der Körper in der Temperatur erleidet, verschieden seyn von der, welche im ersten Falle entsteht. Da der Körper bei diesen beiden Gelegenheiten in jeder Hinsicht vollkommen dieselbe Veränderung seines Zustandes erlitten, — nur mit dem Unterschiede, daß in dem einen Falle, während des Vorganges der Veränderung selbst äußere mechanische Arbeit geleistet oder verschwunden ist, aber nicht in dem zweiten; — so kann der Unterschied zwischen den entstandenen Veränderungen in dem Wärmezustande des Körpers, im Fall eine solche sich zeigt, seinen Ursprung nur von der äußern mechanischen Arbeit herleiten, welche in einem Falle entstanden oder verschwunden ist, aber nicht im andern. Hierbei muß man natürlich genau achtgeben, daß die Volumveränderung des Körpers innerhalb der Elasticitätsgränzen vor sich geht, weil im entgegengesetzten Falle die Körperteile in ein neues stabiles Gleichgewicht treten, wobei Wärmephänomene entstehen, die der vorstehenden Frage fremd sind.

2. Die Temperaturveränderungen, welche durch Vergrößerung oder Verminderung des festen Körpervolums innerhalb der Elasticitätsgränzen hervorgebracht werden können, sind nur sehr geringe. Hiezu kommt außerdem noch, daß der Körper durch Ausstrahlung und durch Berührung mit der Luft bald dieselbe Temperatur wie die ihn umgebenden Körper erhält. Da indessen für die Lösung des Problems diese unbedeutenden Temperaturvariationen mit gehöriger Genauigkeit, wenigstens relativ oder im Verhältniß zu einander, mußten gemessen werden können, so war es vor allem nothwendig, einen zweckmäßigen, auch für die unbedeutendsten Temperaturvariationen empfindlichen Messapparat für die Wärme anzuschaffen. Ich bediente mich hierzu der Thermoelktricität<sup>1)</sup>. Ein der Aka-

1) Bei den ersten dieser Versuche, die schon im Mai 1860 angestellt wurden, leistete mir Hr. Dr. J J Chydenius seine gütige Beihülfe, für welche ich hiermit meinen freundschaftlichen Dank ablege.

demie der Wissenschaften gehöriges Magnetometer, aus einer dicken Hülse von eisenfreiem Kupfer bestehend, welche mit drei Lagen übersponnenem Kupferdraht umwickelt war, wurde auf die Weise verändert, daß man den dem Magnetometer gehörigen, dicken Magnet wegnahm und ihn durch zwei, 165<sup>mm</sup> lange und 5<sup>mm</sup> dicke Magnetstangen ersetzte, welche astatisch mit einander verbunden und mit einem an diesen festgeschrobenen Spiegel, so in den Apparat gehängt wurden, daß die obere Nadel oberhalb des auf der Kupferhülse umwickelten Drahtlagers und die untere innerhalb desselben zu hängen kam. Um die obere Nadel gegen Luftzug zu schützen, schloß man sie in einen kleinen Kasten ein, dessen Wände aus Kupfer und Glas bestanden. Das Nadelsystem sammt dem dazugehörigen Spiegel wurde an einem Coconfaden von 320<sup>mm</sup> Länge aufgehängt, eingeschlossen in eine auf der obern Seite des Apparats festgeschrobene Messingröhre. Alle Oeffnungen waren so gut als möglich hermetisch geschlossen, so daß der Raum, in welchem sich Nadeln, Spiegel und Drähte befanden, von dem Aeußern abgesperrt waren. Die wärmeleitende Kupferhülse hielt die Temperatur der Luft in dem eingeschlossenen Raume so gleich auf allen Stellen, daß eine störende Einwirkung von Luftströmen im Apparate bei den Versuchen nicht verspürt wurde. Die Bewegungen der Nadel wurden auf die gewöhnliche Weise mittelst des Fernrohrs beobachtet, welches auf einen so großen Abstand von dem Apparat aufgestellt war, daß ein Scalatheil (= 1<sup>mm</sup>), obschon etwas verschieden in den verschiedenen Observationsserien, ungefähr 37 Sekunden im Winkel entsprach.

3. Die zu untersuchenden Körper waren drahtförmig. Zu deren Ausdehnung gebrauchte man einen Apparat von folgender einfachen Beschaffenheit: Ein dicker eichener Balken (Fig. 1 Taf. I) 2,5<sup>m</sup> lang, 120<sup>mm</sup> breit und 70<sup>mm</sup> dick, welcher vertical in einen Thürrahmen festgeschroben wurde, war an seinem obern Ende mit einem hervorstehenden, dicken eisernen Arm (*a*) versehen, in welchem die obern

Enden der Drähte festgeschroben wurden. 600<sup>mm</sup> darunter war am Balken eine Axe von Messing (*b*) festgeschroben. Um diese Axe bewegte sich ein Hebel (*a'a''*) 475<sup>mm</sup> lang, dessen obere Seite vollkommen eben war. Dieser Hebel wurde durch ein auf der Seite der Axe hängendes Gegengewicht balancirt. Auf diesem Hebel konnte ein Messinggehäng (*c*), welches die Gewichte (*d*) trug, womit die Drähte gespannt werden sollten, auf einer kleinen Rolle (*e*) hin- und hergeschoben werden. An dem untern Ende der Drähte wurde eine Klammer von Stahl (*f*) festgeschroben, in welcher ein rundes Loch gebohrt war. Auf der dem Eichenbalken zugewendeten Seite war der Hebel mit einer Gabel versehen, durch deren beide Schenkel gleich große horizontale, sich gerade gegenüber und winkelrecht gegen die Länge des Hebels zu stehende Löcher gebohrt waren. Das untere Ende des Drahts wurde an dem Hebel auf die Weise befestigt, daß die Stahlklammer, nachdem der Draht darin festgeschroben worden war, in die genannte Gabel eingeführt wurde, so daß die Löcher sich gerade gegenüber kamen, worauf ein mit einem Knopf versehener Stahlcylinder von der Vorderseite des Hebels durch das Loch gesteckt wurde. Um mit Genauigkeit den Winkel messen zu können, den der Hebel während der Ausdehnung oder Zusammenziehung der Drähte beschrieb, war der Hebel mit einem Spiegel (*g*) versehen, in welchem man eine Scala mit einem Fernrohr ablas. Ein Scalatheil ( $\equiv 1^{\text{mm}}$ ) entsprach einem Winkel von 47,6 Sekunden. Da der größte Winkel, den der Hebel während der verschiedenen Versuche beschrieb, niemals 2 Grade ausmachte, und da zugleich der Hebel bei der mittelsten Belastung aller Versuchsserien beinahe horizontal war, so kann man, ohne einen merkbaren Fehler zu begehen, die Verlängerungen oder Verkürzungen der Drähte proportional mit den Winkeln ansehen, was hier gleich mit den im Fernrohre gelesenen Scalatheilen ist. Der Abstand von dem Punkte, an welchem der Draht befestigt war, bis zur Mitte der Hebel-Axe betrug 51<sup>mm</sup>. Wenn der Hebel horizontal lag, betrug der Winkel,

der durch eine durch den Mittelpunkt der Axe bis zum Festpunkte der Drähte gezogene Linie mit der Horizontal-linie gebildet wurde  $12^{\circ} 30'$ . Auf diese Weise gerechnet betrug die Verlängerung der Drähte, welche einen Scala-theil im Fernrohre entspricht,  $0,0114^{\text{mm}}$ . Die Länge der Drähte belief sich bei allen Versuchen ungefähr auf  $590^{\text{mm}}$ .

4. Die Construction des thermoelektrischen Apparats, der an den Drähten applicirt wurde, um die Temperaturvariationen anzugeben, unterlag Anfangs mehreren Veränderungen. Nachfolgende Construction wurde als die wirklich zweckmäßigste befunden:  $h$  und  $h'$  (Fig. 2 Taf. I) sind zwei kleine cylindrische Hülsen von Knochen, welche mit Fläusen ( $k$  und  $k'$ ) versehen und der Länge nach durchbohrt sind. An den äußern Enden sind diese Löcher mit Gewinden versehen und darin zwei Kupferschrauben ( $l$  und  $l'$ ) eingeschoben. Damit diese Schrauben während der Versuche unverrückt blieben, war jede mit einer Hemmmutter versehen ( $o$ ,  $o'$ ). Mit diesen Schrauben stehen Drähte in Verbindung, die nach dem Magnetometer führen. In die eine Knochenhülse ist ein Wismuthkrystall und in die andere ein Krystall von Antimon eingelegt (beide zu einer cylindrischen Form abgeschliffen), so daß die Krystalle mit den äußern Enden an die Enden der Kupferschrauben stoßen und mit den innern über die Knochenhülsen hervorragen<sup>1)</sup>.

1) Die Ursachen, weshalb ich nach einigen vorherigen Versuchen schließlich *Krystalle* von Wismuth und Antimon anstatt gewöhnlicher Stangen dieser Metalle gebrauchte, waren folgende. Bricht man eine solche Stange entzwei, so gewahrt man in dem krystallinischen Bruche, daß die kleinen Krystalle alle möglichen Lagen gegeneinander haben. Nun aber ist die thermoelektrische Kraft bei diesen Krystallen verschieden bei den verschiedenen Krystallisationsflächen. Wenn man daher zu zwei verschiedenen Malen denselben Draht im Apparat festschraubt, so erhält man nur dieselbe elektromotorische Kraft, so bald der Draht bei beiden Gelegenheiten genau dieselben Stellen der Stapelstangen berührt. Schraubt man den Apparat ungleich stark zu, so daß der Draht einmal mehr als das anderemal eingedrückt wird, so kann dadurch auch eine ungleiche elektromotorische Kraft entstehen, da die Drähte dabei in Berührung mit andern Krystallflächen kommen. Diese Schwierigkeiten verschwinden, wenn man Krystalle anwendet.

Auf jede Knochenhülse wurde eine gehämmerte Messingfeder ( $mm, m'm'$ ) gesetzt, welche in der Mitte ein so großes Loch hatte, daß der Knochencylinder, doch nicht die an dessen Enden sich befindenden Flänsen, hindurchgehen konnte. Diese Messingfedern konnten mit drei Schrauben zusammengeschoben werden, die durch die Löcher  $nnn, n'n'n'$  gingen, von denen die in den Federn  $mm$  Gewinde hatten. Als der thermoelektrische Apparat gebraucht wurde, setzte man den Draht zwischen die beiden Krystall-Enden und schrob die Schrauben zu. Durch die Elasticität der Messingfedern wurde der Druck gegen die Drähte unverändert beibehalten. Um aber die Drähte so viel als möglich gegen fremde Temperaturwechsel zu schützen, wurden dieselben von einem Holzschranke umgeben ( $B$ ), dessen Vorderseite aus einer Glasthür bestand ( $C$ ). Um wenigstens in Etwas überall im Schranke eine gleichmäßige Lufttemperatur beizubehalten, war derselbe inwendig mit Stauniol belegt.

5. Wie die Ausschlagswinkel der Magnetnadel sich zu den Temperaturvariationen der Drähte verhalten, kann man am besten auf folgende Weise zeigen: Man lasse  $m$  den Einfluß der erdmagnetischen Kraft auf das Nadelsystem bedeuten, dividirt mit dem Trägheitsmoment des letztern,  $k$  den Einfluß des thermoelektrischen Stromes, der durch die Einheit des Temperatur-Ueberschusses entsteht, und  $2n$  einen Faktor, abhängig von der durch die dicke Kupferhülse und dem Drahtlager verursachten Dämpfung, diese beiden letztern Quantitäten ebenfalls dividirt mit dem Trägheitsmoment; so erhält man zum Berechnen der Bewegungen des Nadelsystems, da  $x$  den variablen Ausschlagswinkel bedeutet, (welche, da diese sehr klein sind, für den Sinus gesetzt werden können),  $t$  die Zeit und  $v$  den Wärme-Ueberschuss bei der Zeit  $t$ :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -mx + kv - 2n \frac{dx}{dt} . . . . (1).$$

Der Wärmeverlust, der bei den Drähten durch Ausstrahlung und Berührung mit der Luft entsteht, kann, da die Temperatur-Ueberschüsse so gering sind, als proportio-

nal mit dem Temperatur-Ueberschusse angesehen werden. Wenn  $a$  den Wärmeverlust während der Zeiteinheit bei dem Einheits-Wärmeüberschusse bedeutet, so hat man folglich

$$dv = -avdt.$$

Nennt man  $v_0$  den Temperatur-Ueberschuss, der durch die Volumveränderung der Drähte am Anfange der Oscillation sich entwickelt, so erhält man:

$$v = v_0 e^{-at} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Setzt man diesen Werth von  $v$  in die Gleichung (1) so wird:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -mx + kv_0 e^{-at} - 2n \frac{dx}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Wird diese Gleichung integrirt, so erhält man:

$$x = e^{-nt} (C \cos(t\sqrt{m-n^2}) + C_1 \sin(t\sqrt{m-n^2})) \\ + \frac{kv_0 e^{-at}}{a^2 - 2an + m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

und

$$\frac{dx}{dt} = h = (C_1 \sqrt{m-n^2} - nC) \cos(t\sqrt{m-n^2}) e^{-nt} \\ - (C \sqrt{m-n^2} + nC_1) \sin(t\sqrt{m-n^2}) e^{-nt} \\ - \frac{kav_0}{a^2 - 2an + m} e^{-at} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Wenn in den Gleichungen (4) und (5) die Constanten so bestimmt werden, dafs  $x$  und  $h$  zugleich mit  $t$  Null werden, so erhält man

$$h = \frac{kav_0}{a^2 - 2an + m} \cos(t\sqrt{m-n^2}) e^{-nt} \\ + \frac{kv_0(m-an)}{\sqrt{m-n^2}(a^2 - 2an + m)} \sin(t\sqrt{m-n^2}) e^{-nt} \\ - \frac{kav_0}{a^2 - 2an + m} e^{-at} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

und

$$x = \frac{kv_0}{a^2 - 2an + m} e^{-at} \\ + \frac{kv_0(a-n)}{\sqrt{m-n^2}(a^2 - 2an + m)} \sin(t\sqrt{m-n^2}) e^{-nt} \\ - \frac{kv_0}{a^2 - 2an + m} \cos(t\sqrt{m-n^2}) e^{-nt} \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

Wenn in der Gleichung (6) die Geschwindigkeit ( $h$ ) gleich Null gemacht wird, so erhält man die Zeit, welche die Nadel zu einem Ausschlag gebraucht. Da  $kv_0$  als Faktor in alle Termen eingeht, so kann dieser hinwegdividirt werden, und diese Gleichung zeigt folglich, daß die Oscillationszeit unabhängig von der Wärmemenge ist, welche bei Beginn der Oscillationszeit im Drahte entwickelt wird. Da dagegen  $a$  eine Veränderung von einem Drahte zum andern unterliegen kann, so kann die Oscillationszeit, wenn verschiedene Drähte als Wärmequelle benutzt werden, etwas variiren. Wenn die von  $v_0$  für einen und denselben Draht unabhängige Ausschlagszeit in die Gleichung (7) gesetzt wird, so erhält man die Gröfse des Ausschlags. Da in dieser Gleichung  $kv_0$  als Faktor in alle Termen eintritt, so folgt daraus, daß für denselben Draht *die Ausschläge proportional mit den entwickelten Wärmemengen sind*. Bei vorstehender Rechnung hat man angenommen, daß sich die Wärmemenge  $v_0$  in dem Augenblicke entwickelt, da die Nadel sich zu bewegen beginnt; was nicht ganz exact seyn kann, weil eine gewisse, wenn auch noch so geringe Zeit im Verhältnisse zur Oscillationszeit der Nadel, für die Ausdehnung oder Zusammenziehung der Drähte vergeht, da die Gewichte auf dem Hebel hin- und hergeführt werden. Daß dieß indessen keinen merkbaren Einfluß auf die Oscillationsamplitude hat, wird dadurch bewiesen, daß man denselben Ausschlag erhält, wenn die Gewichte von der Axe des Hebels nach dessen Ende oder umgekehrt entweder in 6 oder 2 Sekunden gefunden wurden. Die Zeit also, welche die Ausdehnung oder Zusammenziehung der Drähte beansprucht, übt sonach, vorausgesetzt, daß sie an Länge nicht eine gewisse Gränze überschreitet, keinen wesentlichen Einfluß auf die Gröfse des Ausschlags aus. Außerdem ist bei der Rechnung vorausgesetzt worden, daß der thermoelektrische Strom proportional mit den Temperaturvariationen der Drähte ist; eine Voraussetzung, die mit Grund als richtig angenommen werden darf, da alle jene vorkommenden Variationen sehr gering sind. Daß übrigens



das Resultat oben stehender Berechnung bezüglich der Abhängigkeit des Ausschlages von der entwickelten Wärmemenge richtig ist, wird experimentell durch die Versuche selbst bewiesen. Am leichtesten kann dieser Beweis folgender Weise geführt werden: Man dehnte einen Stahldraht (Klaviersaite) dadurch aus, dafs man die Gewichte bis zum äufsersten Ende des Hebels führte. Als die Nadel zur Ruhe gekommen war, wurde das Gewicht wieder zur Axe des Hebels geführt. Dabei zog sich der Draht zusammen und entwickelte Wärme, welche den Magnet in Bewegung setzte. Die Zahlen, welche in der ersten Reihe der folgenden Versuchsserien stehen, bezeichnen die Gleichheitslagen der Nadel vor den Observationen; und die in der zweiten Reihe die Punkte auf der Scala, zu welchen die Nadel sich wandte. Der Unterschied zwischen beiden macht sonach den durch die Wärme verursachten Ausschlag aus:

372,5	368,5	363,0	364,0	378,0	380,0
435,0	430,5	428,5	429,0	444,0	442,5
<u>62,5</u>	<u>62,0</u>	<u>65,5</u>	<u>65,0</u>	<u>66,0</u>	<u>62,5</u>
389,0	395,0	Medium = 63,56.			
451,0	458,0				
<u>62,0</u>	<u>63,0</u>				

Hierauf wurden dieselben Gewichte von dem äufsersten Ende des Hebels nach  $a'$  geführt. Dabei erhielt man folgenden Ausschlag:

364,5	344,0	347,0	348,5	365,5	366,0
387,0	367,0	371,0	370,5	388,5	389,5
<u>22,5</u>	<u>23,0</u>	<u>24,0</u>	<u>22,0</u>	<u>23,0</u>	<u>23,5</u>
368,5	362,0	Medium = 23,13.			
392,0	385,5				
<u>23,5</u>	<u>23,5</u>				

Als man die Gewichte von  $a'$  nach  $a''$  führte, wurde das Verhältniß folgendes:

358,0	361,5	360,0	347,0	336,5	364,0
<u>384,5</u>	<u>387,5</u>	<u>386,0</u>	<u>373,0</u>	<u>363,0</u>	<u>389,5</u>
26,5	26,0	26,0	26,0	26,5	25,5
362,0	363,0				
<u>387,5</u>	<u>388,0</u>	Medium = 25,88.			
25,5	25,0.				

Endlich wurden die Gewichte von  $a_i$  nach der Axe des Hebels geführt, wodurch folgende Zahlen erhalten wurden:

363,0	360,0	360,0	373,0	377,5	378,0
<u>379,0</u>	<u>374,5</u>	<u>375,0</u>	<u>388,0</u>	<u>393,0</u>	<u>393,5</u>
16,0	14,5	15,0	15,0	15,5	15,5
383,0	375,0				
<u>397,0</u>	<u>388,5</u>	Medium = 14,88.			
14,0	13,5.				

Die Summe der drei letzten Media beträgt 63,89 und unterscheidet sich sonach nur mit 0,33 von dem ersten Medium. Diese Zahlen können also als vollkommen gleich groß angesehen werden. Angenommen der Ausschlag sey eine beliebige Funktion ( $f$ ) der entwickelten Wärme. Nennt man dann die sich entwickelnde Wärme durch Führung der Gewichte vom Ende des Hebels bis zur Axe  $V$  und den entsprechenden Ausschlag  $X$ , so hat man

$$X = f(v)$$

Wenn  $v$ ,  $v_i$ ,  $v_u$ ;  $x$ ,  $x_i$  und  $x_u$  entsprechende Bedeutung haben, für den Fall, daß die Gewichte von dem Ende des Hebels bis  $a'$ , von  $a'$  nach  $a''$  und von  $a''$  bis zur Axe geführt werden, so ist auf dieselbe Weise

$$x = f(v); x_i = f(v_i); x_u = f(v_u)$$

Aber nun ist nach obigen Observationen  $x + x_i + x_u = X$ ; und daraus folgt, daß

$$f(v) + f(v_i) + f(v_u) = f(V)$$

Die sich während der Führung der Gewichte vom Ende des Hebebaumes bis zur Axe entwickelnde Wärme, muß gleich groß seyn mit der Summe der Wärme, welche sich

entwickelt, wenn sie vom Ende bis  $a'$ , von  $a'$  bis  $a''$  und von  $a''$  bis zur Axe geführt werden. Man hat sonach  $v + v_i + v_u = V$ ; und sodann

$$f(v) + f(v_i) + f(v_u) = f(v + v_i + v_u)$$

Wenn dieser Bedingung Genüge gethan werden soll, so muß  $f$  eine Constante seyn. Experimentell ist sonach bewiesen, daß

$$x = mv; \text{ wo } m \text{ eine Constante ist.}$$

Wir gehen nun zu den eigentlichen Observationen über.

6. Ein Stahldraht (Klaviersaite) von 1,14<sup>mm</sup> in Diameter wurde in den Apparat eingesetzt. Der Draht wurde dadurch ausgedehnt, daß man nachverzeichnete, in schwedische Pfunde ausgedrückte, Gewichte mit einer Schnur von der Axe des Hebels bis zu dessen äußerstem Ende führte. Der Draht hatte also bei der Ausdehnung einen Verlust äußerer mechanischer Arbeit verursacht. Als darauf die Gewichte zur Axe zurückgeführt wurden, zog sich der Draht zusammen, und verrichtete dadurch eine ebenso große mechanische Arbeit, als bei der Ausdehnung verloren ging. Endlich wurde der Draht von neuem gespannt, und, nachdem die Nadel in Ruhe gekommen war, zog man mit einer Schnur den obenerwähnten Stahlcylinder heraus, der die Stahlklammer, in welcher das untere Ende des Drahtes eingeschoben war, an dem Hebel festhielt. Dieser letztere fiel darauf auf den Absatz ( $p$ ) und der Draht zog sich ebensoviel wie im erstern Falle zusammen, doch ohne dabei eine andere mechanische Arbeit zu verrichten, als die, welche das Heben des eigenen Gewichtes und der daran festgeschrobenen Stahlklammer erforderte. — Die Kolumne  $a$  giebt die Gleichgewichtslage der Nadel vor der Ausdehnung des Drahtes an,  $b$  den Wendepunkt der Nadel,  $u$  den Ausschlag bei der Ausdehnung des Drahtes;  $a'$  die Gleichgewichtslage der Nadel vor Zusammenziehung des Drahtes beim Verrichten von mechanischer Arbeit,  $b'$  den Wendepunkt der Nadel, und  $u'$  den Ausschlag bei Zusammenziehung des Drahtes. Die Kolumnen  $a'$ ,  $b'$  und  $u'$  geben die

entsprechende Zahl für den Fall an, daß der Draht von dem Hebel freigemacht wird und sich sonach zusammenzieht, ohne mechanische Arbeit zu verrichten. Die Kolonne  $c$  nimmt die Zahlen auf, welche in dem Fernrohre zur Bestimmung der Ausdehnung des Drahtes abgelesen wurden. Bei Ausdehnung des Drahtes erhielt die Nadel eine Bewegung entgegengesetzter Richtung gegen die, welche bei dessen Zusammenziehung entstand. Im erstern Falle entstand eine Abkühlung; im letztern eine Erwärmung. Bei der ersten Versuchsserie wurde der Strom mit einem Kommutator umgeworfen, so daß die abgelesenen Zahlen nach derselben Seite der Gleichgewichtstage fallen.

$a$	$b$	$u$	$a'$	$b'$	$u'$	$a_1$	$b_1$	$u_1$	$c$
Belastung = 11,848.									
257,0	209,0	48,0	279,0	233,0	46,0	282,0	185,0	97,0	769,0
258,0	210,0	48,0	282,0	239,0	43,0	294,0	195,0	99,0	767,0
262,0	217,0	45,0				297,0	206,0	91,0	773,0
283,0	238,0	45,0	288,0	239,0	49,0	298,0	199,0	99,0	775,0
Medium		46,5			46,0			96,5	771,0

Medium von  $u$  und  $u' = 46,3$ .

Belastung = 6,665.									
282,0	253,0	29,0	300,0	275,0	25,0	316,0	272,5	43,5	718,0
280,0	253,5	26,5	295,0	270,0	25,0	317,0	276,0	41,0	716,5
			299,0	269,0	30,0	326,0	286,0	40,0	718,5
290,0	259,0	31,0	277,5	244,0	33,5	323,0	281,0	42,0	715,0
267,0	233,0	34,0	280,0	254,0	26,0				716,0
254,0	228,0	26,0	290,0	267,0	23,0				716,0
Medium		49,3			27,1			41,6	716,7

Medium von  $u$  und  $u' = 28,2$ .

Belastung = 8,393.									
260,0	226,0	34,0	299,0	271,0	28,0	307,0	250,0	57,0	735,0
256,0	221,0	35,0	305,0	277,0	28,0	308,0	254,5	53,5	736,5
250,0	213,5	36,5	300,0	262,0	38,0	310,0	257,0	53,0	735,0
256,0	222,5	33,5	316,5	286,5	30,0	308,0	258,0	50,0	736,5
259,5	225,0	34,5	323,5	288,5	35,0	316,0	259,0	57,0	736,0
252,0	222,0	30,0	320,0	280,0	40,0	315,0	258,5	56,5	736,5
Medium		33,9			33,2			54,5	735,9

Medium von  $u$  und  $u' = 33,5$ .

$a$	$b$	$u$	$a'$	$b'$	$u'$	$a_1'$	$b_1'$	$u_1'$	$c$
Belastung = 10,242.									
296,0	259,0	37,0	319,0	275,0	44,0	334,0	260,0	74,0	756,5
303,5	256,0	47,5	329,0	289,0	40,0	342,5	268,5	74,0	752,5
299,0	258,5	40,5	338,0	293,0	45,0	349,0	276,5	72,5	755,0
326,0	279,0	47,0	357,0	321,0	36,0	349,0	274,5	75,0	757,0
317,0	277,0	40,0	345,0	300,5	44,5	358,0	283,5	74,5	756,5
326,0	285,0	41,0	336,0	292,5	43,5				756,5
Medium	42,2			42,2				74,0	755,7

Medium von  $u$  und  $u' = 42,2$ .

Belastung = 13,758.									
275,0	217,0	58,0	299,0	243,0	56,0	325,0	203,0	122,0	786,0
294,0	234,0	60,0	321,0	271,0	50,0	355,0	243,0	112,0	790,0
291,0	235,0	56,0	332,0	273,0	59,0	329,0	216,0	113,0	793,0
338,0	281,0	57,0	331,0	276,0	55,0	338,0	221,0	117,0	788,0
337,0	284,0	49,0	285,5	231,0	54,5	329,5	214,0	115,5	798,0
			286,0	232,5	53,5	340,0	223,0	117,0	791,0
Medium	56,0			54,7				116,1	791,5

Medium von  $u$  und  $u' = 55,3$ .

Aus Obenstehendem zeigt sich, daß  $u$  und  $u'$  bei derselben Belastung innerhalb der Grenzen der Observationsfehler gleich groß sind. Wie schon erwähnt, entsteht  $u$  von einer Abkühlung,  $u'$  aber von einer Erwärmung des Drahtes. Wenn der Stahldraht gedehnt wird, entsteht also eine Abkühlung, und wenn er sich dann wieder zu seinem ursprünglichen Volum und der Verrichtung äußerer mechanischer Arbeit zusammenzieht, entsteht eine Erwärmung, welche mit der Abkühlung im ersten Falle gleich groß ist').

- 1) So weit ich habe finden können, hat VV. Weber zuerst bewiesen, daß Metalle bei Ausdehnung sich abkühlen und bei Zusammenziehung sich erwärmen. (Pogg. Ann. Bd. XX, 177.) Weber fand nämlich, daß vibrierende Metallsaiten während der ersten Sekunden ihrer Spannung einen höhern Ton angeben, als der, welcher eine Zeit lang nach der Spannung hervorkommt; sowie, daß wenn die Spannung plötzlich vermindert wird, der Ton in den ersten Sekunden darauf tiefer war, als er später wurde. Da die Tonveränderung in beiden Fällen eine gleiche war, so schloß Weber daraus, daß bei Ausdehnung des Drahtes eine Abkühlung entsteht, die gleich groß mit der Erwärmung beim Zusammenziehen ist. Nach einer Notiz im *Philosophical Magazine* 4. Ser. T. XIV, p. 226—227 hat Joule dies bestätigt gefunden. Daß feste Körper sich bei Ausdehnung abkühlen und bei Zusammenziehung

Wenn man nun zur Erhaltung einer sicherern Bestimmung dieser Abkühlung und Erwärmung das Medium der Zahlen nimmt, die man für dieselbe Belastung erhält, und berechnet diese Media unter Voraussetzung, daß sie nach der Gleichung  $x = 4,021 p$ , der Belastung proportional sind, so erhält man folgendes Resultat:

Belastung.	Aussschlag		Unterschied zwischen Observ. u. Berechn.
	Observ	Berechn.	
6,665	28,2	26,8	— 1,4
8,393	33,5	33,7	+ 0,2
10,242	42,2	41,2	— 1,0
11,848	46,3	47,6	+ 1,3
13,758	55,3	55,3	± 0,0

Hieraus folgt also, daß die Temperaturveränderung, welche durch Ausdehnung des Drahtes oder durch Zusammenziehung desselben mit Belastung entsteht, proportional mit dem Gewichte ist, wodurch die Spannung verursacht wird.

Wenn obenstehende, berechnete Zahlen, wodurch die Abkühlung des Drahtes bei Ausdehnung oder dessen Erwärmung bei Zusammenziehung unter Verrichtung mechanischer Arbeit ausdrücken, von den Zahlen, welche bei Zusammenziehung des Drahtes *ohne* Verrichtung mechanischer Arbeit beobachtet wurden, subtrahirt werden, so erhält man folgende Reste: 14,8; 20,8; 32,8; 48,9 und 60,8. Werden diese Reste unter der Voraussetzung berechnet, daß sie den Quadraten der spannenden Gewichte laut der Gleichung  $= 0,3221 p^2$  proportional sind: so erhält man folgende Resultate:

Belastung.	Aussschlag		Unterschied zwischen Observ. u. Berechn.
	Observ.	Berechn.	
6,665	14,8	14,3	— 0,5
8,393	20,8	22,7	+ 1,9
10,242	32,8	33,8	+ 1,0
11,848	48,9	45,2	— 3,7
14,758	60,8	61,0	+ 0,2

erwärmen, wird auch durch meine Versuche bestätigt; allein wenn die Erwärmung in einem Falle gleich groß mit der Abkühlung im andern wird, so beruht dieß darauf, in wie weit der Körper bei Zusammenziehung mechanische Arbeit verrichtet oder nicht.

Wenn die Zahlen in der Kolumne *c*, welche die Größe der Ausdehnung des Stahldrahtes angeben, mit der Annahme berechnet werden, daß die Ausdehnung mit der Belastung proportional ist, laut der Gleichung  $x = 646,3 + 10,6p$ , so erhält man folgende Zahlen:

Belastung.	Streckung.		Unterschied.
	Berechn.	Beob.	
6,665	716,9	716,9	$\pm 0,0$
8,393	735,3	735,9	$- 0,6$
10,242	754,9	755,7	$- 0,8$
11,848	771,9	771,0	$+ 0,9$
13,758	792,1	791,5	$+ 0,6$

Hieraus folgt sonach, daß die Ausdehnung proportional mit der Belastung ist.

Wenn  $p'$  die Belastung bezeichnet, welche den Draht spannt, während derselbe sich das Wegelement  $dx$  zusammenzieht, so ist

$$\int p' dx;$$

wenn das Integral zwischen den Grenzen  $x = 0$  und  $x =$  dem Werthe der größten Ausdehnung genommen wird, die mechanische Arbeit, welche während der Zusammenziehung verrichtet wird. Allein nun ist den letztgenannten Beobachtungen nach  $dx = 10,6 dp'$ . Folglich wird der Ausdruck für die mechanische Arbeit:

$$10,6 \int_{p'=0}^{p'=p} p' dp' = 5,3 p^2$$

Aber die Observationen geben an, daß die oben erwähnten Zahlenreste proportional mit den Quadraten der spannenden Gewichte sind. Sonach folgt hieraus, daß, wenn die Zusammenziehung des Stahldrahts, ohne daß dabei mechanische Arbeit verrichtet wurde, stattfand, mehr Wärme frei wurde, als da der Draht sich mit Verrichtung mechanischer Arbeit zusammenzog, und dieser Wärme-Ueberschuß war proportional mit der im letzteren Falle verrichteten Arbeit.

7. Bei der zweiten Versuchsserie wurde ein anderer Stahldraht angewandt, doch von demselben Diameter als der vorige. Der hier angewandte thermoelektrische Apparat war etwas verschieden von dem, welcher beim ersten Versuche angewandt wurde. Die Leitungsdrähte zum Magnetometer waren bedeutend dicker und sonach der Leitungswiderstand geringer als vorher. Der Strom wurde nicht mehr mit dem Kommutator umgeworfen. Die Buchstaben in den Spaltenrubriken behalten ihre Bedeutung unverändert.

[illegible]



$a$	$b$	$u$	$a'$	$b'$	$u'$	$a_1$	$b_1$	$u_1$	$c$
Belastung = 11,848.									
303,0	223,0	60,0	303,0	401,0	98,0	303,0	446,5	143,5	818,0
288,0	201,5	86,5	305,0	393,0	88,0	310,0	447,0	137,0	820,0
330,0	249,0	81,0	315,0	402,0	87,0	326,0	461,5	135,5	819,0
						324,0	461,0	137,0	
						327,0	457,0	130,0	
						327,0	457,0	130,0	
Medium	82,5				91,0			135,5	819,0
Medium von $u$ und $u' = 86,8$ .									

Wenn die Media von  $u$  und  $u'$  mit der Annahme berechnet werden, daß sie nach der Gleichung  $x = 7,187 p$ , proportional mit den Belastungen sind, so erhält man

Belastung.	Ausschlag		Unterschied.
	Beob.	Berechn.	
3,036	21,8	21,8	$\pm 0,0$
4,802	34,7	34,5	$+ 0,2$
6,665	46,8	47,9	$+ 1,1$
10,242	75,7	73,6	$- 2,1$
11,848	86,8	85,2	$- 1,6$

Diese Media sind also auch hier innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler proportional mit den Belastungen. Die Zahl, welche man für die Bestimmung der Verlängerung des Drahts erhält, wird durch die Gleichung  $x = 685,3 + 11,37 p$ , mit folgenden Unterschieden wiedergegeben:

Belastung.	Streckung.		Unterschied.
	Beob.	Berechn.	
3,036	719,3	719,8	$+ 0,5$
4,802	741,3	739,9	$- 1,4$
6,664	759,3	761,1	$+ 1,8$
10,242	803,7	801,7	$- 2,0$
11,848	819,0	820,0	$+ 1,0$

Sonach ist, wie oben angeführt, die mechanische Arbeit, welche der Draht beim Zusammenziehen mit Belastung verrichtet, proportional mit den Quadraten aus den Belastungen.

Wenn die obenerhaltenen Mittelwerthe von  $u$  und  $u'$  von den entsprechenden observirten Werthen von  $u_1$ , — die

man erhält, wenn der Draht *ohne* dabei äußere mechanische Arbeit zu verrichten sich zusammenzieht, — subtrahirt werden, und deren Reste unter der Voraussetzung berechnet werden, daß sie proportional mit den Quadraten der Belastungen sind, oder, was dasselbe ist, mit der mechanischen Arbeit, die der Draht unter der Zusammenziehung *mit* Belastung verrichtet, so erhält man folgende Tabelle, wobei die Berechnung nach der Gleichung  $x = 0,3675 p^2$  bewerkstelligt ist.

Belastung.	Ausschlag		Unterschied.
	Beob.	Berechn.	
4,802	8,2	8,5	+ 0,3
6,665	16,5	16,3	— 0,2
10,242	41,0	38,5	— 2,5
11,848	48,7	51,6	+ 2,9

Der Unterschied zwischen den Wärmemengen, die entstanden, da der Draht sich das eine Mal *ohne* und das andere Mal *mit* Verrichtung mechanischer Arbeit zusammenzieht, ist also auch hier innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler proportional mit der verrichteten mechanischen Arbeit.

8. Man dürfte möglicher Weise gegen obenstehende Beobachtungen Grund zu der Anmerkung finden, daß bei der Ausdehnung und Zusammenziehung des Drahtes durch das Gleiten des Drahtes gegen die thermoelektrischen Stapel Friction entsteht, und daß dadurch Wärme erzeugt wird. Bei näherer Betrachtung zeigt es sich jedoch, daß dieß nicht der Fall seyn kann. Bei keinem der angestellten Versuche hat sich die ganze Streckung der Drähte auf mehr als auf 1,26<sup>mm</sup> belaufen. Da der Diameter der Wismuth- und Antimon-Krystalle 2,5<sup>mm</sup> und die Länge der Drähte 590<sup>mm</sup> betrug, so macht sonach die Streckung des Theiles des Drahtes, der die Stapelenden berührt, höchstens 0,0053<sup>mm</sup> aus. Nimmt man an, daß auch die Stapelstäbe selbst gestreckt werden, so wird der Unterschied zwischen den relativen Ausdehnungen ein noch geringerer. Wenn alle Drahttheile sich mit dieser Quantität unter die Stapel-

enden zögen, so könnte dadurch möglicher Weise eine hinreichende Friction entstehen, um durch Wärme einen elektrischen Strom, der mit dem Magnetometer sichtbar werden würde, zu erzeugen; allein da der Stapel am Drahte festgeschroben ist, so muß es deutlich gewisse Punkte an dem letztern geben, welche unverändert denselben Punkt der Stapelenden berühren. In diesen Punkten kann folglich keine Wärme durch Friction entstehen. Sonach kann nur in gewissen Punkten auf der Berührungsfläche Wärme durch Friction hervorgerufen werden. Der thermoelektrische Strom, der auf diesen Stellen entstehen könnte, würde einen doppelten Leitungsweg zurückzulegen haben, nämlich direct von den wärmeren Berührungsstellen bis zu den kältern längs der Berührungsfläche selbst, und ausserdem von den wärmeren Stellen durch die langen Leitungsdrähte bis zum Magnetometer und von diesem bis zu den kälteren Stellen. In der letztern Leitungsbahn ist jedoch der Widerstand so viel gröfser, als in der erstern, dafs eine merkbare Strömung in dieser schwerlich entstehen kann. Das Verhältnifs würde natürlicher Weise ein anderes werden, nachdem die Frictionswärme Zeit gehabt hätte, sich gleichförmig auf der Berührungsfläche auszubreiten; aber ehe dies geschieht, hat die Magnetnadel bereits ihren Ausschlag gethan, der sonach unabhängig von dem geschieht, was späterhin auf der Berührungsfläche zwischen dem Stapel und dem Drahte vorgeht.

Dafs der thermoelektrische Strom, der den Ausschlag auf dem Magnetometer verursacht, sich nicht von Frictionswärme herleitet, wird ausserdem durch die Versuche selbst bewiesen. Oben haben wir gesehen, dafs bei Ausdehnung des Drahtes eine Abkühlung entsteht, die gleich grofs mit der Erwärmung bei dessen Zusammenziehung *unter* Belastung ist. Nun aber ist die Wärme, die durch Friction hervorgerufen wird, durchaus unabhängig von der Richtung, in der die Friction geschieht. Bildet sich also ein elektrischer Strom bei der Zusammenziehung des Drahtes durch Frictionswärme, so muß sich auch aus derselben Ursache ein gleich

starker Strom bei dessen Ausdehnung bilden. Da nun bei Ausdehnung des Drahtes eine Abkühlung entsteht, so folgt unmittelbar daraus, daß die Frictionswärme wenigstens nicht die alleinige Ursache zu den beobachteten Temperaturvariationen gewesen seyn kann. Möglicherweise würde man doch annehmen können, die Abkühlung bei Ausdehnung des Drahtes sey so groß, daß wenn man die durch Friction entstandene Wärme davon subtrahirt, man einen Rest erhält, der gleich groß mit der Summe der durch die Zusammenziehung entstandenen Wärme und der ist, die durch die Frictionen hervorgerufen wurde. Doch außerdem, daß eine solche Annahme an und für sich höchst unwahrscheinlich ist, zeigt sie sich auch aus dem Umstande als eine unrichtige, daß die fragliche Abkühlung und Erwärmung unter allen Verhältnissen sich gleich bleiben, wie auch die Friction sich durch verschiedenartiges Zuschrauben des Stapels oder durch eine verschiedene Stärke der Metalle darin verändern möge. Die Frictionswärme hat sonach bei den Versuchen nicht den geringsten Einfluß ausgeübt. — Es dürfte überflüssig seyn, weitere Beweise hierüber anzuführen; da wir indessen eine Versuchsserie angestellt haben, die jeden Argwohn einer Möglichkeit vom Vorhandenseyn der Frictionswärme bei diesen Untersuchungen tilgt, so mag dieselbe hier aufgenommen werden. Auf der einen Seite eines Stahldrahts von 1,08<sup>mm</sup> im Diameter wurde eine dünne, 2<sup>mm</sup> breite Platinscheibe winkelrecht mit der Länge des Drahtes aufgelöthet. Die Fläche der Scheibe war ebenfalls gegen die Längenrichtung des Drahtes winkelrecht. An die Platinscheibe war ein Kupferdraht festgelöthet, der außerhalb des Schrankes mit dem einen Leitungsdrahte nach dem Magnetometer verbunden wurde. Den andern Leitungsdraht nach demselben Instrumente verband man mit dem Stahldrahte oberhalb dessen obern Befestigungspunkt. Der obere Theil des Stahldrahtes wurde auf diese Weise in die Strombahnen aufgenommen. Da die Platinscheibe am Stahldrahte *festgelöthet* war, so konnte bei Ausdehnung und Zusammenziehung keine Friction entstehen.

Da nun die thermoelektromotorische Kraft bei dieser Combination geringer als bei dem vorhergebrauchten Stapel war, so mußte das Magnetometer empfindlicher gemacht werden, wenn der Ausschlag mit gehöriger Sicherheit sollte gemessen werden können. Diefes wurde dadurch bewerkstelligt, dafs man die magnetischen Momente bei den miteinander astatisch verbundenen Magneten gleicher als früher herstellte. Der Kürze wegen nehmen wir weiter unten die einzelnen Beobachtungszahlen nicht wieder auf, sondern nur die beobachteten Ausschläge, für welche die angewandten Buchstaben dieselbe Bedeutung wie früher behalten.

Belastung 8,393			Belastung 6,627			
<i>u</i>	<i>u'</i>	<i>c</i>	<i>u</i>	<i>u'</i>	<i>c</i>	
59,0	52,0	700,0	47,0	47,0	680,5	
55,5	53,5	700,5	44,5	44,0	680,5	
55,0	58,0	700,0	46,0	46,0	680,5	
57,0	56,0	699,5	46,0	46,0	680,5	
Medium	56,63	54,88	700,0	45,88	45,25	680,5
Medium	55,76		45,57			

  

Belastung 4,899			Belastung 3,093			
<i>u</i>	<i>u'</i>	<i>c</i>	<i>u</i>	<i>u'</i>	<i>c</i>	
33,0	34,0	661,0	19,0	19,0	637,5	
31,0	32,0	660,0	23,0	23,0	638,0	
35,0	35,0	661,0	23,0	24,5	638,0	
33,5	33,0	661,0	23,5	23,5	638,5	
Medium	33,12	33,50	660,8	22,13	22,50	638,0
Medium	33,31		22,32			

Wenn diese Mittelwerthe, unter der Voraussetzung berechnet werden, dafs sie nach der Gleichung  $x = 6,775 p$ , proportional mit der Belastung sind, so erhält man:

Belastung.	Ausschlag.		Unterschied.
	Beob.	Berechn.	
8,393	56,76	56,86	+ 1,10
6,627	45,57	44,90	— 0,67
4,899	33,31	33,19	— 0,12
3,093	22,32	20,96	— 1,36

Die Ausschläge können also auch hier als proportional mit der Belastung, und die Werthe von  $u$  und  $u'$  als gleich groß angesehen werden.

Dafs die Verlängerung des Drahtes bei der Ausdehnung proportional mit der Belastung war, zeigt nachfolgende Vergleichung zwischen den Beobachtungen und Berechnungen, welche nach der Gleichung  $x = 602,6 + 11,692p$  gemacht sind.

Belastung.	Ausdehnung		Unterschied.
	Beob.	Berechn.	
8,393	700,0	700,7	+ 0,7
6,627	680,5	680,1	— 0,4
4,899	660,8	659,9	— 0,9
3,093	638,0	638,8	+ 0,8

An einem der folgenden Tage wurde nachstehender Versuch angestellt, um die Wärme zu bestimmen, welche verbunden wird, wenn der Draht sich ohne Verrichtung mechanischer Arbeit zusammenzieht. Weil eine Veränderung in dem elektrischen Leitungswiderstande entstanden war, wurde auch für eine der Belastungen die Wärme beobachtet, die erzeugt wurde, als sich der Draht *mit* Verrichtung mechanischer Arbeit zusammenzog.

Belastung.		
8,393		
$u'$	$u'$	$u'$
62,0	84,5	41,5
56,5	91,0	47,0
59,0	90,5	49,0
61,0	87,5	45,5
61,0	93,0	49,0
	89,0	48,0
Medium 59,90	89,25	46,67.

Wenn man aus dem Werthe 59,90 von  $u'$  für die Belastung 8,393 berechnet  $u$  für die Belastung 4,899, so erhält man 34,96. Wenn diese Zahlen von den beobachteten Werthen von  $u'$  subtrahirt werden, so erhält man als Reste die Zahlen 29,35 und 11,71. Wenn diese Reste unter der Vor-

aussetzung berechnet werden, daß sie proportional mit den Quadraten der Belastungen sind, oder, was dasselbe ist, mit der mechanischen Arbeit, die der Draht verrichtete, als er sich mit Belastung zusammenzog, so erhält man der Gleichung  $x = 0,4241 p^2$  gemäß folgende Unterschiede:

Belastung.	Ausschlag.		Unterschied.
	Beob.	Berechn.	
8,393	29,35	29,87	+ 0,52
4,899	11,71	10,13	— 1,53

Obschon bei diesen Versuchen die Frage von einer vorhandenen Friction nicht entstehen kann, sind doch die Resultate in vollkommener Uebereinstimmung mit denjenigen, welche man früher bei Anwendung des Stapels erhielt.

9. Da die GröÙe des Ausschlags von der elektromotorischen Kraft des Stapels, dem Widerstande der Leitungsdrähte, dem astatischen Zustande des Nadelsystemes und vielen andern Umständen abhängig ist, so ist es klar, daß verschiedene Beobachtungsreihen, selbst mit einem und demselben oder vollkommen gleichen Drähten, nicht mit einander zu vergleichen sind, insofern in dieser Beziehung nicht alles unverändert ist. Beim ersten Anblicke könnte es doch möglicher Weise scheinen, daß das *Verhältniß* zwischen der Wärme, die durch Zusammenziehung des Drahtes mit Belastung entbunden wird und dem durch Zusammenziehung des Drahtes ohne dabei verrichtete mechanische Arbeit entstandenen Ueberschuß, müsse in der einen Beobachtungsreihe gleich groß als in der Andern seyn, ungeachtet einer jener Umstände, der auf die GröÙe des Ausschlags Einfluß hat, beim Uebergange von der einen zur andern Serie verändert worden ist. — Daß indessen dieses Verhältniß nicht unveränderlich ist, erkennt man bei näherer Betrachtung sogleich. Wenn der Stapel sehr fest zugeschroben wird, so daß der Druck gegen den Draht ein starker wird, so kann der unter den Stapelenden liegende Theil desselben bei der Ausdehnung nicht so viel verlängert und bei der Zusammenziehung verkürzt werden, als wenn der Druck des Stapels gegen den Draht geringer ist. Nun beruht deut-

lich die Größe des Ausschlags hauptsächlich auf die Wärmeveränderung, die in den vom Stapel umschlossenen Theilen des Drahtes sich erzeugt, weil die Veränderung, die in den übrigen Theilen desselben entsteht, zuerst nach und nach durch die Wärmeleitung des Drahtes dem Stapel zu gute kommen kann. Ist der Stapel fest zugeschroben, so daß die Veränderung des Drahtes auf dieser Stelle gering wird, so muß sonach auch der Ausschlag auf dem Magnetometer geringer werden. Ein stärkeres Zuschrauben muß also ungefähr dieselbe Wirkung haben, wie eine Verminderung der Belastung. Allein nun verhalten sich die bei der Ausdehnung des Drahtes oder der Zusammenziehung desselben mit Belastung entstehenden Temperaturvariationen direct wie die wirkenden Belastungen, und der bei der Zusammenziehung des Drahtes ohne Verrichtung mechanischer Arbeit entstehende Wärmeüberschuss, wie die Quadrate der Belastungen. Man kann also durch Verminderung oder Vermehrung des Stapeldruckes gegen den Draht das in Rede stehende Verhältniß nach Belieben verändern. Dies wird durch untenstehende Beobachtungen bestätigt.

Der obenbeschriebene Stapel wurde so fest zugeschroben, wie dies möglicher Weise mit der Hand geschehen konnte. Dabei erhielt man

$u$	$u_i$	$u'_i$
70	72	104,5
70,5	71,0	105,5
Medium $\frac{70,25}{70,88}$	$\frac{71,5}{71,5}$	$\frac{105,0}{105,0}$

Hierauf wurden die Schrauben zurückgedreht, so daß der Stapel sehr lose an dem Drahte saß. Die Ausschläge gestalteten sich mit Beibehaltung derselben Belastung so:

$u_i$	$u_i$	$u'_i$
85,0	92,0	142,5
84,0	80,0	136,5
Medium $\frac{84,5}{85,25}$	$\frac{86,0}{86,0}$	$\frac{139,5}{139,5}$



Der Unterschied zwischen  $u'$  und  $\frac{u+u'}{2}$  ist also im ersteren Falle 34,12 und im letzteren 51,25. Wenn der verschiedene Druck des Stapels gegen den Draht ungefähr auf dieselbe Weise wie verschiedene Belastungen wirkt, so müssen diese Reste sich beinahe genau zueinander verhalten, wie die Quadrate der Zahlen 70,88 und 85,25. Die Berechnung giebt in diesem Falle 36,4 und 52,7, welche Zahlen so genau mit den beobachteten übereinstimmen, daß die Richtigkeit der gemachten Voraussetzungen damit bewiesen ist.

Aus dem Vorhergehenden folgt, daß zwei Beobachtungsserien nicht mit einander zu vergleichen sind, wenn der Stapeldruck gegen den Draht ungleich in beiden ist, auch wenn alle übrigen Umstände, die auf die Größe des Ausschlags Einfluß haben, vollkommen gleich seyn sollten. Bei den vorausgegangenen Beobachtungsserien sowohl, wie bei denen, die weiter angeführt werden sollen, sind keine zuverlässigen Vorkehrungen gemacht worden, um ein und denselben Druck für alle zu erzielen. Dagegen war bei einer und derselben Serie der Druck des Stapels gegen den Draht unverändert ein gleicher, weil der Stapel während der ganzen Zeit unberührt gelassen worden war, die man zur Ausführung der Versuche nöthig hatte. Wir gehen nun zur Berichterstattung der Versuche über, die mit einigen andern Metallen und Metalllegirungen angestellt wurden.

10. Ein Silberdraht von 1,14<sup>mm</sup> im Diameter wurde in den Apparat gesetzt. Die unten angeführten Gewichte wurden von der Axe nach einem Punkte des Hebels geführt, der 200<sup>mm</sup> von der Axe entfernt war, und dann von diesem Punkte wieder zurück zur Axe. Die angegebenen Belastungen haben sonach an und für sich eine andere Bedeutung als bei den vorhergehenden Versuchen. Das Verhältniß zwischen ihnen wird natürlicherweise wie 200 zu 475. Die Kolonnen haben die früheren Bezeichnungen beibehalten.

10,182			8,393			6,627		
$u$	$u_1$	$c$	$u$	$u_1$	$c$	$u$	$u_1$	$c$
78,0	80,0	693,5	64,0	67,0	674,0	49,5	54,0	653,0
76,0	83,0	694,0	64,0	66,0	673,0	47,0	51,5	653,0
80,5	78,0	693,5	69,5	63,5	674,0	50,0	49,5	654,0
82,0	81,0	693,5	63,5	65,0	673,0	53,0	54,0	654,0
79,13	80,50	693,6	65,25	65,38	673,5	49,88	52,25	653,5
79,82			65,32			51,07		
Med.								
4,899			3,093					
$u$	$u_1$	$c$	$u$	$u_1$	$c$			
36,5	34,0	634,5	25,5	25,0	613,0			
38,0	40,0	634,0	23,5	25,0	613,0			
39,0	38,0	634,0	25,0	25,5	613,5			
37,0	39,5	633,5	26,0	25,0	613,0			
37,75	37,88	634,0	25,00	25,13	613,1			
37,82			25,07					
Medium								

Wenn die obenberechneten Media unter der Voraussetzung berechnet werden, daß sie der Gleichung  $x = 7,831p$  nach proportional mit den Belastungen sind, so erhält man

Belastung	Ausschlag.		Unterschied
	Beob.	Berechn.	
10,182	79,82	79,74	— 0,08
8,393	65,32	65,71	+ 0,39
6,627	51,07	51,90	+ 0,83
4,899	37,82	38,36	+ 0,54
3,093	25,07	24,22	— 0,85

Die Zahl, welche zur Bestimmung der Ausdehnung des Silberdrahtes abgelesen wurde, wird durch die Gleichung  $x = 578,2 + 11,352p$  wiedergegeben. Die Ausdehnung ist so nach proportional mit der Belastung. Die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Werthen sind folgende:

Belastung	Beob.	Berechn.	Unterschied.
10,182	693,6	693,8	+ 0,2
8,393	673,5	673,5	± 0,0
6,627	653,5	653,4	— 0,1
4,899	634,0	633,8	— 0,2
3,093	613,1	613,3	+ 0,2

Folgende Tabelle enthält die Beobachtungen, die man zur Bestimmung der Wärmemenge aufstellte, die der mechanischen Arbeit bei Zusammenziehung des Drahtes entsprach.

10,182		8,393	6,627	
$u'$	$u'_i$	$u'_i$	$u'$	$u'_i$
77,0	97,0	76,5	51,0	58,5
83,0	104,5	79,5	54,0	61,0
85,0	109,0	84,0	49,5	61,0
87,0	109,5	92,0	50,0	61,0
83,5	99,0	82,5	57,0	62,5
88,5	115,0	88,0	52,5	64,0
86,0	111,0	85,0	56,0	66,0
78,0	113,0	86,0	55,5	65,5
Medium 83,50	107,25	84,19	53,19	62,44

Wenn die Wärme, die sich bei Zusammenziehung des Drahtes mit Belastung entbindet, nach der Gleichung  $x = 8,113p$  berechnet wird, so erhält man:

Belastung.	Ausschlag.		Unterschied.
	Beob.	Berechn.	
10,182	83,50	82,61	— 0,89
8,393		68,09	
6,627	53,19	53,76	+ 0,57

Wenn obengenannte Zahlen von denen subtrahirt werden, die man bei der Zusammenziehung des Drahtes erhielt, als dabei keine mechanische Arbeit verrichtet wurde, und die entstehenden Reste unter der Voraussetzung berechnet werden, daß sie der Gleichung  $x = 0,2307p^2$  nach proportional mit den Quadraten der Belastungen sind, so wird der Unterschied zwischen den berechneten und den beobachteten Zahlen folgender:

Belastung.	Ausschlag.		Unterschied.
	Beob.	Berechn.	
10,182	24,64	23,92	— 0,72
8,393	16,10	16,25	+ 0,15
6,627	8,68	10,13	+ 1,45

Da diese Unterschiede so klein sind, daß man sie den Beobachtungsfehlern zuschreiben kann, so sind eben für diesen Draht die fraglichen Temperaturüberschüsse der bei der Zusammenziehung des Drahtes verrichteten mechanischen Arbeit proportional.

11. Folgende Versuchsserie wurde mit einem Neusilberdraht von 1,32<sup>mm</sup> im Diameter angestellt. Die Gewichte wurden bis an das Ende des Hebels gezogen, wie bei den ersten Versuchen mit dem Stahldrahte.

8,393			6,627			4,899			
<i>u</i>	<i>u</i> <sub>1</sub>	<i>c</i>	<i>u</i>	<i>u</i> <sub>1</sub>	<i>c</i>	<i>u</i>	<i>u</i> <sub>1</sub>	<i>c</i>	
80,0	71,0	753,0	61,5	63,0	726,0	47,0	49,0	703,5	
73,0	80,0	752,5	60,0	61,0	726,5	47,0	43,5	704,0	
78,5	79,0	752,5	64,5	64,5	727,0	44,0	45,0	704,0	
75,0	78,0	752,0							
Med.	76,62	77,0	752,5	62,00	63,83	726,5	46,00	45,83	703,8
	86,81		62,92			45,92			

3,093			1,230		
<i>u</i>	<i>u</i> <sub>1</sub>	<i>c</i>	<i>u</i>	<i>u</i> <sub>1</sub>	<i>c</i>
27,0	27,0	676,0	7,0	14,0	644,0
29,0	29,0	676,0	10,5	11,5	644,0
30,5	29,0		11,5	12,0	644,0
			10,0	10,0	643,5
28,83	28,33	676,0	97,5	11,87	643,9
28,58			10,81		
Medium					

Wenn obenstehende Werthe von  $\frac{u+u'}{2}$  nach der Gleichung  $x = 9,21p$  berechnet werden, sonach unter Voraussetzung, daß sie proportional mit den Belastungen sind, so erhält man folgendes Resultat:

Belastung.	Ausschlag.		Unterschied.
	Beob	Berechn.	
8,393	76,81	77,30	+ 0,49
6,627	62,92	61,04	— 1,88
4,899	45,92	45,12	— 0,80
3,093	28,58	28,49	— 0,09
1,230	10,81	11,33	+ 0,52

Hieraus folgt, daß die fraglichen Temperaturvariationen proportional mit den Belastungen sind. Die Zahlen, welche man zur Bestimmung der Verlängerung des Neusilberdrahts für die verschiedenen Belastungen erhält, giebt die Gleichung  $x = 627,8 + 15,003p$  mit folgenden Unterschieden wieder:

Belastung.	Beob.	Berechn.	Unterschied.
8,393	752,5	753,7	+ 1,2
6,627	726,5	727,2	+ 0,7
4,899	703,8	701,3	— 2,5
3,093	676,0	674,2	— 1,8
1,230	643,9	646,3	+ 2,4

Die Unterschiede sind hier also größer als beim Silberdrahte, doch kann man die Ausdehnung proportional mit den Belastungen ansehen.

Folgende Tabelle enthält die angestellten Beobachtungen, zur Bestimmung der Wärmemenge, die der mechanischen Arbeit bei Zusammenziehung des Drahtes entspricht. Da der Stapel vom Drahte fortgenommen und wieder angeschoben wurde, wobei möglicher Weise der Druck gegen den Draht anders als vorher sich gestaltete, wurden eben für eine der Belastungen Beobachtungen über die entbundene Wärme bei Zusammenziehung des Drahtes mit Belastung angestellt.

8,393		4,899
$u'$	$u'_1$	$u'_1$
70,5	107,0	56,5
70,0	113,0	56,0
66,5	117,0	56,5
72,0	109,0	53,5
72,0	109,0	54,0
68,0	105,0	
Medium 69,83	110,00	55,30

Wenn man die Wärme, die sich entwickelt, da sich der Draht für die Belastung von 4,899 unter Verrichtung mechanischer Arbeit zusammenzieht, mit Hilfe der entspre-

chenden beobachteten Zahl 69,83 für die Belastung 8,393 berechnet, so erhält man die Zahl 40,76. Wenn diese Zahlenwerthe von den beobachteten Werthen von  $u'$  subtrahirt, und die Reste nach der Gleichung  $x = 0,5734p^2$ , so nach unter Voraussetzung, dafs sie proportional mit der verrichteten mechanischen Arbeit sind, berechnet werden, so erhält man folgendes Resultat:

Belastung.	Ausschlag		Unterschied.
	Beob.	Berechn.	
8,393	40,17	40,39	+ 0,22
4,899	14,54	13,76	— 0,78

Die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Zahlen sind nicht gröfser, als dafs man mit vollem Rechte die fraglichen Temperaturüberschüsse als proportional mit der vom Drahte bei Zusammenziehung verrichteten mechanischen Arbeit ansehen kann.

12. In der folgenden Beobachtungsserie wurde ein Messingdraht von 0,87<sup>mm</sup> im Diameter angewandt. Die Gewichte wurden nur 200<sup>mm</sup> von der Axe des Hebels geführt, wie beim Versuche mit dem Silberdrahte.

10,182			8,393			6,627		
$u$	$u_1$	$c$	$u$	$u_1$	$c$	$u$	$u_1$	$c$
37,0	31,0	733,0	25,2	26,5	709,0	22,5	23,0	690,0
31,0	31,5	733,0	27,0	29,0	709,0	21,0	21,0	689,5
33,0	34,0	733,0	25,0	28,0	709,0	22,0	24,0	
Med. 33,67	32,17	733,0	25,73	27,83	709,0	21,83	22,67	689,8
32,92			26,78			22,25		
4,899			3,093					
$u$	$u_1$	$c$	$u$	$u_1$	$c$			
18,0	16,0	668,0	11,0	9,5	645,0			
15,0	18,0	669,0	8,5	11,7	643,5			
15,0	15,0	667,0	10,0	11,2	643,5			
Medium 16,00	16,33	668,0	9,83	10,80	644,0			
16,17			10,32					

Wenn obige Media nach der Gleichung  $x = 3,2533p$  berechnet werden, sonach mit der Annahme, dafs sie proportional mit den Belastungen sind, so erhält man folgende

Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Zahlen:

Belastung	Ausschlag		Unterschied.
	Beob.	Berechn.	
10,182	32,92	33,13	+ 0,21
8,393	26,78	27,31	+ 0,53
6,627	22,25	21,56	— 0,69
4,899	16,17	15,94	— 0,23
3,093	10,32	10,06	— 0,26

Dafs die Ausdehnung des Messingdrahts proportional mit den Belastungen ist, erweist unten folgende Tabelle, wo die Berechnungen nach der Gleichung  $x = 606,12 + 12,442 p$  gemacht worden sind.

Belastung.	Beob.	Berechn.	Unterschied.
10,182	733,0	732,8	— 0,2
8,393	709,0	710,5	+ 1,5
6,627	689,8	688,6	— 1,2
4,899	668,0	667,1	— 0,9
3,093	644,0	644,6	+ 0,6

Folgende Tabelle enthält die Resultate der Versuche, welche mit diesem Drahte zu dem Zwecke angestellt wurden, um die Wärmemenge zu bestimmen, welche der mechanischen Arbeit bei Zusammenziehung des Drahtes entspricht.

10,182	8,393	6,627	4,899
$u'$	$u'$	$u'$	$u'$
56,0	41,0	32,0	22,0
54,0	40,5	31,0	21,5
57,0	43,0	31,0	22,5
58,0	42,5	33,0	21,0
58,0	41,0	30,5	
58,0	41,0	31,0	
Medium 56,83	41,50	31,42	21,75

Wenn von den erhaltenen Werthen von  $u'$  obenstehende beobachtete Werthe von  $u$ , (oder der größern Genauigkeit wegen die Werthe  $\frac{u+u'}{2}$ ) subtrahirt, und die ent-

standenen Reste nach der Gleichung  $x = 0,2203p^2$ , als proportional mit der vom Drahte bei Hervorbringung von  $u'$  verrichteten mechanischen Arbeit, berechnet werden, so erhält man folgende Tabelle:

Belastung.	Ausschlag		Unterschied.
	Beob.	Berechn.	
10,182	23,91	22,84	— 1,07
8,393	14,72	15,52	+ 0,80
6,627	9,17	9,67	+ 0,50
4,899	5,58	5,29	— 0,29

Die Uebereinstimmung zwischen den Beobachtungen und den Berechnungen ist also in dieser Serie gleich vollständig, wie in den früheren.

13. Ein Platindraht von 1,92<sup>mm</sup> im Diameter wurde in den Apparat gesetzt. Die Gewichte wurden nun bis an das Ende des Hebels geführt.

13,838			10,182			8,393		
$u$	$u_1$	$c$	$u$	$u_1$	$c$	$u$	$u_1$	$c$
85,0	83,5	729,0	59,5	62,0	707,0	55,0	56,0	696,0
85,0	88,0	732,0	67,0	61,0	710,0	55,0	58,0	699,9
84,0	85,0	732,5	64,5	61,5	712,0	52,4	53,5	700,5
86,0	85,0	735,0	66,0	67,5	713,5	57,0	50,0	702,5
Med. 85,0	85,30	732,1	64,25	63,00	710,6	54,88	54,38	699,5
85,15			63,63			54,63		
3,627			4,899					
$u$	$u_1$	$c$	$u$	$u_1$	$c$			
42,5	40,5	685,5	30,0	36,0	675,0			
45,0	42,0	688,0	31,0	28,0	677,5			
45,5	41,0	690,0	28,5	31,0	678,5			
44,5	42,0	692,0	29,5	27,0	681,5			
44,38	41,38	688,9	29,75	30,50	678,1			
Medium 42,88			30,13					

Dafs diese Mittelzahlen innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler als proportional mit den Gewichten angesehen werden können, zeigt folgende Berechnung, welche nach der Gleichung  $x = 6,267p$  angestellt ist:



Belastung.	Ausschlag		Unterschied
	Beob.	Berechn.	
13,833	85,15	86,69	+ 1,54
10,182	63,63	63,81	+ 0,18
8,393	54,63	52,60	— 2,03
6,627	42,88	41,53	— 1,35
4,899	30,13	30,70	+ 0,57

Wie obige Tabellen zeigen, sind die abgelesenen Zahlen zur Bestimmung der Ausdehnung des Drahtes durch die Gewichte in einem beständigen Steigen. Diese Versuche wurden auf die Weise angestellt, dafs, sobald man einen Werth von  $u$  und  $u_1$  für eine gewisse Belastung erhalten hatte, man unmittelbar darauf denselben Versuch für die nächste kleinere Belastung anstellte, und, nachdem die Beobachtungen für die geringste Belastung ausgeführt worden waren, ging man direct zur grössten über. Das beobachtete Steigen bei den abgelesenen Zahlen kann deshalb als eine Einwirkung von der grössten Belastung angesehen werden. Das Wahrscheinliche ist, dafs die rechte Ursache hierzu nicht in einer Streckung des Drahtes aufser den Elasticitätsgränzen, sondern in einem Gleiten an dessen Festpunkten zu suchen ist. Berechnet man die Verlängerung unter der Voraussetzung, dafs sie der Gleichung  $x = 650,63 + 5,846p$  nach proportional mit den Gewichten ist, so erhält man

Belastung	Beob.	Berechn.	Unterschied.
13,833	732,1	731,5	— 0,6
10,182	710,6	710,2	— 0,4
8,393	699,5	699,7	+ 0,2
6,627	688,9	689,4	+ 0,5
4,899	678,1	679,3	+ 1,2

Obschon die Verlängerung des Drahtes dieser Berechnung nach in einem etwas gröfsern Verhältnisse, als man

die Proportionalität gegen die Gewichte fordert, zuzunehmen scheint, so ist doch der Unterschied zwischen den Beobachtungen und den Berechnungen an und für sich so gering, daß man hierauf gar keine Rücksicht zu nehmen hat.

Zur Bestimmung der Wärmemenge, die der bei Zusammenziehung des Platindrahtes verrichteten mechanischen Arbeit entspricht, wurde folgender Versuch gemacht. Für jede der beiden Belastungen zog sich der Draht zwei Mal zusammen, das eine Mal *mit*, das andere Mal *ohne* Verrichtung mechanischer Arbeit.

13,833		8,393	
$u_i$	$u'_i$	$u_i$	$u'_i$
82,0	91,0	48,5	53,5
80,0	91,0	52,0	57,0
77,5	89,0	50,0	54,0
79,0	91,0	45,5	51,0
Medium 79,62	90,50	49,0	54,0

Subtrahirt man  $u'$  von  $u$ , so erhält man die Reste 10,88 und 5,0. Wenn diese unter der Voraussetzung berechnet werden, daß sie der Gleichung  $x = 0,0585 p^2$  nach den Quadraten der Belastungen proportional sind, so erhält man

Untersch. der Beob.	
11,19	+ 0,31
4,12	— 0,88

Die beobachteten Reste sind jedoch in diesem Fall so klein, daß man nicht mit Bestimmtheit sehen kann, inwieweit sie mit den Quadraten der Gewichte oder mit diesen selbst proportional sind. Wenn die genannten Reste unter letzterwähntem Verhältnisse der Gleichung  $x = 0,7352 p$  nach berechnet werden, so werden doch die Beobachtungsfehler größer, als wenn die Berechnung nach den Quadraten der Gewichte geschieht. Man erhält nämlich in diesem Falle

Untersch. der Beob.	
10,17	— 0,71
6,17	+ 1,17

Die letzten Versuche stellte man mit einem Draht von Aluminium-Bronze<sup>1)</sup> von 1,05<sup>mm</sup> im Diameter an. Die Gewichte wurden von der Axe des Hebels bis an einen an 300<sup>mm</sup> Abstand von derselben belegenen Punkt geführt, und von hier zurück zur Axe.

8,393			6,627		
<i>u</i>	<i>u</i> <sub>1</sub>	<i>c</i>	<i>u</i>	<i>u</i> <sub>1</sub>	<i>c</i>
59,5	61,0	694,0	48,0	47,0	668,5
59,5	59,0	694,5	48,5	45,0	669,0
59,5	60,0	694,0	47,0	47,0	668,5
59,5	60,0	694,2	47,83	46,33	668,7
59,75			47,08		
Medium					
4,899			3,093		
<i>u</i>	<i>u</i> <sub>1</sub>	<i>c</i>	<i>u</i>	<i>u</i> <sub>1</sub>	<i>c</i>
36,0	36,0	611,5	23,5	23,0	615,0
35,0	35,0	611,5	21,5	23,0	614,5
32,5	32,0	611,5	22,0	22,0	615,0
34,50	34,33	611,5	22,33	22,67	614,8
34,42			22,50		
Medium					

Wenn diese Mittelzahlen nach der Gleichung  $x = 7,105p$  berechnet werden, sonach unter Voraussetzung, daß sie proportional mit den Belastungen sind, so erhält man:

Belastung.	Ausschlag		Unterschied.
	Beob.	Berechn.	
8,393	59,75	59,63	— 0,12
6,627	47,08	47,08	± 0,00
4,899	34,42	34,81	+ 0,39
3,093	22,50	21,98	— 0,52

Wenn die Verlängerung des Drahtes als proportional mit den Gewichten nach der Gleichung  $x = 568,2 + 15,048p$  berechnet wird, so erhält man

1) Nach einer Analyse des Hrn. Prof. Ullgren enthält jedoch dieser Draht nicht mehr wie 2,5 Proc. Aluminium.

Belastung.	Beob.	Berechn.	Unterschied.
8,393	694,2	691,5	+ 0,3
6,627	668,7	667,9	— 0,8
4,899	641,5	641,9	+ 0,4
3,093	614,8	614,7	— 0,1

Um den Unterschied zwischen der Wärmemenge zu finden, die bei der Zusammenziehung des Drahtes entbunden wird, wenn diese einmal mit Verrichtung mechanischer Arbeit und das andere Mal ohne eine solche vor sich geht, wurde folgender Versuch gemacht. Nur für die größte Belastung wurde  $u$  beobachtet, und daraus für die andere berechnet.

8,393		6,627	4,899
$u_i$	$u'_i$	$u'_i$	$u'_i$
60,0	87,0	64,0	46,0
62,0	97,0	72,0	48,0
67,0	97,0	66,0	44,0
63,5	95,0	70,5	46,0
65,0	94,0	67,0	47,0
Medium 63,50	94,0	67,90	46,20

Wenn  $u$  für die Belastungen 6,627 und 4,899 mit Hilfe des beobachteten  $u$  für die Belastung 8,393 berechnet wird, so erhält man für diese die Zahlen 50,14 und 37,06. Subtrahirt man diese Zahlen von den entsprechenden  $u'_i$  und berechnet man die Reste unter der Voraussetzung, daß sie nach der Gleichung  $x = 0,4216p^2$  proportional mit den Quadraten der Belastungen sind, so erhält man

Belastung.	Ausschlag		Unterschied
	Beob.	Berechn.	
8,393	30,50	29,70	— 0,80
6,667	17,76	18,52	+ 0,76
4,899	9,14	10,12	+ 0,98

Diese Beobachtungsserie leitet also vollkommen zu demselben Resultate, wie alle die vorhergehenden.

15. Die Beobachtungen, welche man im Vorhergehenden angeführt findet, haben innerhalb der sogenannten

Elasticitätsgränzen der Metalle stattgefunden. Dehnt man das Metall so sehr aus, daß dadurch eine permanente Verlängerung entsteht, so entsteht bei der Ausdehnung eine Erwärmung statt einer Abkühlung. Während der Untersuchung selbst haben wir Gelegenheit gehabt, zu verschiedenen Malen diese Beobachtung zu machen. Da die Metalle und Metalllegierungen, mit welchen obenstehende Versuche angestellt wurden, in physischer und chemischer Hinsicht sehr verschieden sind, so kann man ohne Zweifel mit vollem Rechte annehmen, daß die erhaltenen Resultate für alle Metalle gelten. Faßt man die Resultate der vorhergegangenen Untersuchungen zusammen, so stellt sich sonach Folgendes heraus:

*Wenn ein Metall innerhalb der sogenannten Elasticitätsgränzen gedehnt wird, so erkaltet es. Die Abkühlung ist in diesem Falle proportional mit der mechanischen Kraft, wodurch die Ausdehnung verursacht wird.*

*Wenn sich hierauf das Metall zu seinem ursprünglichen Volumen wieder zusammenzieht, und dabei eine ebenso große mechanische äußere Arbeit verrichtet, als die, welche bei dessen Ausdehnung verloren ging, so erwärmt sich das Metall eben so viel, als es sich im erstern Fall abgekühlt hat. Diese Erwärmung ist also ebenfalls proportional mit der Kraft, womit das Metall vor der Zusammenziehung gestreckt gehalten wurde.*

*Wenn dagegen das gestreckte Metall sich zu seinem ursprünglichen Volumen zusammenzieht, ohne bei der Zusammenziehung eine äußere mechanische Arbeit zu verrichten, so erwärmt sich dasselbe mehr, als im ersteren Falle. Der Unterschied zwischen beiden Erwärmungen ist proportional mit der äußern mechanischen Arbeit, welche das Metall während der Zusammenziehung in dem einen Falle verrichtet.*

*Aus diesen Sätzen folgt, daß, wenn ein Metall innerhalb der sogenannten Elasticitätsgränzen von einem Volumen  $V_0$  in ein anderes  $V$  übergeht, die dabei entstehende Veränderung in dem Wärmegrade des Metalles, nicht ausschließlich von dem ursprünglichen ( $V_0$ ) und dem schließ-*

lichen ( $V$ ) Volumen, oder deren Verhältniß zu einander abhängig ist, sondern im wesentlichen Grade von der Art, auf welche dieser Uebergang bewerkstelligt worden ist.

16. Wie oben bewiesen, wird die Wärmemenge  $x$ , die entbunden wird, wenn ein Metall sich unter Verrichtung gleich vieler mechanischer Arbeit als der, welche bei dessen Ausdehnung verloren ging, von der Gleichung  $x = ap$  angegeben, wo  $p$  das Gewicht ist, womit das Metall vor der Zusammenziehung gespannt gehalten wurde, und  $a$  ein constanter Factor. Wenn dagegen das Metall sich ohne Verrichtung äußerer mechanischer Arbeit zusammenzieht, so ist  $x = ap + bp'$ , wobei  $b$  ebenfalls ein constanter Factor ist. Das letzte Glied  $bp'$  dieser Gleichung muß sich von der verschiedenen Weise herleiten, auf welche die Zusammenziehung in beiden Fällen geschieht. Wenn der Metalldraht sich *mit* Verrichtung mechanischer Arbeit zusammenzieht, geht jede Partikel im Drahte zu ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage ohne Acceleration zurück, weil das Gewicht, wodurch der Draht gespannt wird, sich in demselben Grade, wie sich der Draht zusammenzieht, vermindert. Die Partikel gelangt also in ihre Gleichgewichtslage ohne durch diese Bewegung in Oscillation um dieselbe versetzt zu werden. Wenn sich dagegen der Draht *ohne* Verrichtung mechanischer Arbeit zusammenzieht, so vermehrt sich die Schnelligkeit der Partikel in ihrer Bahn von dem einen Punkte zum andern, und die Partikel kommt deshalb bei Ankunft zur Gleichgewichtslage in Oscillation um dieselbe. Wenn  $y$  den Abstand der Partikel von der ursprünglichen Gleichgewichtslage zur Zeit  $t$  bedeutet, und wenn die Kraft, womit die Partikel zur Gleichgewichtslage zurückzugehen strebt, eine beliebige Function  $f$  von diesem Abstände ist, so hat man für die Berechnung der Oscillation der Partikel um die Gleichgewichtslage

$$\frac{d^2y}{dt^2} = f(y); \text{ woraus}$$

$$\frac{dy^2}{dt^2} = 2f(y) dy$$

Allein da nun  $f(y) dy$  nichts anderes bedeutet, als die mechanische Arbeit, die erforderlich ist, um bei Ausdehnung des Drahts die Partikel den Weg  $dy$  überführen zu lassen, so folgt hieraus, daß das Quadrat der Schnelligkeit, womit die Partikel die Gleichgewichtslage passiert, proportional mit der Summe der mechanischen Arbeit ist, die für die Ausdehnung des Drahtes erfordert wird. Wenn nun die Wärme in den Oscillationen der Partikel besteht, in welchem Falle die Intensität der Wärme proportional mit den Quadraten der genannten Schnelligkeit wird, so erhält die Entstehung des Glieds  $bp^2$  hiervon ihre natürliche Erklärung. Man würde sonach sagen können, daß, wenn ein fester Körper sich mit Verrichtung äußerer mechanischer Arbeit zusammenzieht, diese letztere eine gewisse Wärmemenge hindert sich zu erzeugen, die dann entstehen würde, im Fall die Zusammenziehung ohne Hinderniß fremder Kräfte geschehe.

Aus Regnault's und Joule's Untersuchungen ist es bekannt, daß wenn eine Gasmasse sich vom Volumen  $V_0$  bis zum Volumen  $V$  ausdehnt, ohne dabei mechanische Arbeit zu verrichten, so behält sie ihre Temperatur unverändert. Die Analogie mit festen Körpern zeigt, wie dieses erklärt werden kann. Nach dem, was oben gezeigt worden ist, wird die Temperaturveränderung, der das Gas im fraglichen Falle unterliegt, von zwei Gliedern repräsentirt. Das eine derselben,  $bp^2$  entsprechend, drückt die Temperaturveränderung aus, die dadurch entsteht, daß die Partikeln zur neuen Gleichgewichtslage mit Acceleration kommen, und diese Temperatur Veränderung ist proportional mit der mechanischen Arbeit, welche zum Zusammendrücken des Gases vom Volumen  $V$  zum Volumen  $V_0$  erfordert wird. Dieses Glied repräsentirt also einen Wärmezuschuß. Das andere Glied,  $ap$  entsprechend, drückt die Temperaturveränderung aus, die entsteht, wenn sich das Gas unter Verrichtung mechanischer Arbeit von  $V_0$  bis  $V$  ausdehnt. Die Erfahrung zeigt, daß dabei stets eine Abkühlung entsteht, die proportional mit der mechanischen Arbeit ist, welche

vom Gase unter der Volumenveränderung verrichtet wird. Diese beiden Glieder folgen also, wenn von einem Gase die Frage, demselben Gesetze, haben jedoch *entgegengesetztes* Zeichen. Dafs die Temperatur unverändert bleibt, beruht also darauf, dafs die mechanische Arbeit, die als Factor in beide Glieder eingeht, daselbst mit derselben Quantität multiplicirt ist.

Die Untersuchungen, die oben mitgetheilt worden sind, geben nicht unmittelbar Aufklärung über die absolute Gröfse der fraglichen Wärmephänomene. Kenntniß hierüber ist jedoch leicht durch Anwendung einer analogen Untersuchungsmethode zu gewinnen. Vor allem anderen hielten wir es von Wichtigkeit, die Gesetze kennen zu lernen, welchen diese Phänomene bei ihrem Erscheinen folgen. Wir werden später, wenn andere Geschäfte uns nicht mehr hindern, das mechanische Aequivalent der Wärme, das Verhältniß bei den Metallen zwischen den Wärmecapacitäten unter constantem Druck und constantem Volumen zu bestimmen suchen, wie einige andere Fragen, die mit diesem Gegenstande in Berührung stehen, behandeln.

---



