

Über das neue Bestimmungsverfahren scheinbarer Durchmesser der Sterne mittels elliptischer Polarisation des Lichtes. Von S. Pokrowsky.¹⁾

Das von mir in Vorschlag gebrachte Verfahren zur Bestimmung von scheinbaren Durchmessern der Sterne mit Hilfe der elliptischen Polarisation des Lichtes beruht auf der Erwägung, daß zwischen Strahlen, die von einem beliebigen Oberflächenelement einer entfernten Lichtquelle zu zwei beliebigen Punkten gehen, immer ein gewisser von der Entfernung dieser Punkte voneinander abhängender Gangunterschied existiert. Für verschiedene Oberflächenelemente des Sterns hat dieser Gangunterschied verschiedene Werte, die von null nach der einen und der anderen Seite bis zu einem gewissen durch die Größe des scheinbaren Durchmessers des Sterns bedingten Grenzwert schwanken. Polarisieren wir alle vom Stern nach zwei nicht allzu nahen Punkten gehende Strahlen und legen wir sie aufeinander, wobei wir die Polarisationsebene des einen Strahlenbündels um 90° drehen, so erhalten wir im allgemeinen elliptisch polarisierte Strahlen,

$$\begin{aligned} x_1 &= a_1 \sin 2\pi (t/T - z_1/\lambda) \\ &\dots\dots\dots \\ x_i &= a_i \sin 2\pi (t/T - z_i/\lambda) \\ &\dots\dots\dots \\ x_n &= a_n \sin 2\pi (t/T - z_n/\lambda) \end{aligned}$$

Bei ihrem Zusammenfallen ergeben diese Schwingungen ein System elliptisch polarisierter Strahlen, deren Achsen der elliptischen Schwingungen sich entsprechend aufeinander legen. Die Größen der Halbachsen haben folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned} a_1' &= a_1 \sqrt{2 \cos \pi \delta_1 / \lambda} & b_1' &= a_1 \sqrt{2 \sin \pi \delta_1 / \lambda} \\ &\dots\dots\dots & &\dots\dots\dots \\ a_n' &= a_n \sqrt{2 \cos \pi \delta_n / \lambda} & b_n' &= a_n \sqrt{2 \sin \pi \delta_n / \lambda} \end{aligned} \quad \text{II}$$

Dieses System elliptischer Schwingungen, deren Achsen zusammenfallen und die dabei ganz unabhängig voneinander sind, wird man mittels gewöhnlicher Erforschungsmethoden des elliptisch polarisierten Lichtes, d. h. mit Hilfe irgend eines doppelbrechenden Kompensators oder einer $1/4 \lambda$ -Platte nicht untersuchen können, da für die verschiedenen Schwingungen der Gangunterschied δ_i verschieden sein wird. Fangen wir das System II geradliniger Schwingungen mit irgend einem doppelbrechenden Prisma derart auf²⁾, daß die längs der Achsen a_i' vor sich gehenden Schwingungen, z. B. in die Ebene seines Hauptschnitts und infolgedessen die Schwingungen längs der anderen Achsen b_i' in die zu diesem Hauptschnitt senkrecht liegende Ebene zu liegen kommen, so trennt das Prisma beide Gruppen dieser Schwingungen voneinander; es verlassen das Prisma zwei unter einem rechten Winkel zueinander geradlinig polarisierte Strahlenbündel; dabei ist die Intensität \mathcal{F}_a des einen Bündels gleich der Summe der

falls die erwähnten Gangunterschiede von derselben Ordnung wie die Wellenlänge der Lichtschwingungen sind. Bei unendlich kleinem scheinbaren Durchmesser wird die Polarisation geradlinig und in dem Quadranten gelegen sein, in dessen Richtung die oben erwähnte Drehung der Polarisationsebene eines der Strahlenbündel ausgeführt worden ist.

Bevor ich zur theoretischen Darlegung meines Verfahrens übergehe, will ich eines Falles des Zusammenfallens zweier Schwingungen mit gleichen Amplituden, die in zwei zueinander senkrechten Ebenen vor sich gehen, Erwähnung tun.

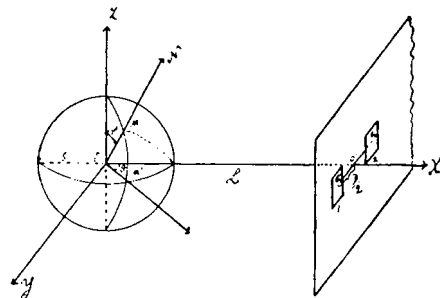
Man erhält in diesem Falle eine elliptische Schwingung, wobei die Achsen dieser Ellipse mit den Komponenten der Schwingung einen Winkel von 45° bilden, ganz unabhängig von dem zwischen ihnen existierenden Gangunterschiede. Mögen sich längs der Achse z gleichzeitig folgende zwei Gruppen von Lichtschwingungen fortpflanzen:

$$\begin{aligned} y_1 &= a_1 \sin 2\pi [t/T - (z_1 + \delta_1)/\lambda] \\ &\dots\dots\dots \\ y_i &= a_i \sin 2\pi [t/T - (z_i + \delta_i)/\lambda] \\ &\dots\dots\dots \\ y_n &= a_n \sin 2\pi [t/T - (z_n + \delta_n)/\lambda] \end{aligned} \quad \text{I}$$

Intensitäten \mathcal{F}_{a_i}' , welche durch einzelne geradlinige Schwingungen mit den Amplituden a_i' bedingt sind, die Intensität \mathcal{F}_b des anderen Strahlenbündels der Summe der Intensitäten \mathcal{F}_{b_i}' , d. h.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_a &= \sum_{i=1}^n \mathcal{F}_{a_i}' = k \sum_{i=1}^n a_i^2 2 \cos^2 \pi \delta_i / \lambda \\ \mathcal{F}_b &= \sum_{i=1}^n \mathcal{F}_{b_i}' = k \sum_{i=1}^n a_i^2 2 \sin^2 \pi \delta_i / \lambda \end{aligned} \quad (1)$$

wenn wir voraussetzen, daß die Intensität jeder einzelnen Schwingung dem Quadrat ihrer Amplitude proportional ist. Nach diesen Vorbemerkungen wollen wir zur theoretischen Darlegung des von mir vorgeschlagenen Verfahrens übergehen.



Figur 1.

¹⁾ S. Pokrowsky. Journ. Russ. Phys.-Chem. Ges. 42, Phys. T., 280-326, 1910.

²⁾ Dabei bildet die Hauptschnittebene des Prismas mit der Achse X einen Winkel von 45° .

Mag die zu untersuchende Lichtquelle die Gestalt einer Kugel haben. In einer Entfernung L von ihr (Fig. 1), welche im Vergleich mit anderen hier vorkommenden Längengrößen sehr bedeutend ist, ist ein mit zwei voneinander in einer Entfernung D liegenden Öffnungen (1, 2) versehener Schirm aufgestellt. Diese Öffnungen ersetzen der Einfachheit halber zwei Spiegel I und II des unten beschriebenen Sterninterferometers; von irgend einem Oberflächenpunkte M dieser Lichtquelle, der die Koordinaten φ und ϑ besitzt und als Ausstrahlungszentrum betrachtet wird, pflanzen sich Lichtschwingungen bis zum erwähnten Schirm fort; zwischen Strahlen, welche homologe Oberflächenelemente σ_1 ($\xi_1 \eta_1 \zeta_1$) und σ_2 ($\xi_2 \eta_2 \zeta_2$) dieser Öffnungen passieren, wird ein gewisser Gangunterschied $\delta = M\sigma_2 - M\sigma_1$ existieren, der folgendermaßen bestimmt wird. Nehmen wir das Zentrum der Lichtquelle für den Anfang rechtwinkliger geradliniger Koordinaten, deren Lage aus Fig. 1 klar ersichtlich ist. Die Koordinaten des Punktes M und der homologen Oberflächenelemente σ_1, σ_2 sind:

$$\begin{array}{lll} x & \xi_1 = L & \xi_2 = L \\ y & \eta_1 = \frac{1}{2}D + \varepsilon & \eta_2 = -\frac{1}{2}D + \varepsilon \\ z & \zeta_1 = \zeta_2 \end{array}$$

wo ε die Entfernung der Elemente σ_1, σ_2 von den Öffnungszentren des Schirmes längs der Achse Y ist. Dabei werden wir annähernd $\delta = y \cdot D/L$ haben.

Führen wir die sphärischen Koordinaten φ, ϑ ein, wo $\varphi = \angle ZOM$, $\vartheta = \angle XOM'$, und beschränken wir uns auf den ersten Grad des Verhältnisses $2\varrho/L = \omega$, wo 2ϱ der wahre, ω der scheinbare Durchmesser der Lichtquelle ist, so erhalten wir endgültig

$$\delta = \frac{1}{2}\omega \cdot D \sin \varphi \sin \vartheta.$$

Für verschiedene Oberflächenelemente der Lichtquelle wird dieser Gangunterschied verschiedene Werte haben, die in den Grenzen von $-\frac{1}{2}\omega \cdot D$ bis $+\frac{1}{2}\omega \cdot D$ liegen.

Die Amplituden der die Elemente σ_1, σ_2 von irgend einem Oberflächenpunkte der Lichtquelle erreichenden Lichtschwingungen werden sich voneinander durch Größen dritter Ordnung hinsichtlich ω unterscheiden; daher kann man sie für gleich halten. Bei oben angeführter Annäherung hängt der Gangunterschied von den Koordinaten der Elemente σ_1 und σ_2 nicht ab; für alle Punkte der Öffnungen 1 und 2 des Schirms wird er derselbe sein; infolgedessen werden wir Lichtschwingungen, welche von irgend einem Ausstrahlungszentrum (φ_i, ϑ_i) beide Schirmöffnungen erreichen, als flache, einen gewissen,

$$\delta_i = \frac{1}{2}\omega \cdot D \sin \varphi_i \sin \vartheta_i$$

gleichen, Gangunterschied und gleiche Amplituden besitzende Wellen betrachten. Diese flachen Wellen werden, wie aus folgendem ersichtlich, beim Durchgange durch das Interferometer polarisiert, wobei die Polarisationssebene der einen von ihnen mittels einer $\frac{1}{2}\lambda$ -Platte um 90° gedreht wird; und beim Verlassen des Interferometers pflanzen sie sich in ein und derselben Richtung fort und legen sich dabei aufeinander. Auf diese Weise entspricht jedem Ausstrahlungszentrum auf der Oberfläche der Lichtquelle eine das Interferometer verlassende, flache, elliptisch polarisierte Welle. Die Achsen dieser elliptischen Schwingungen legen sich entsprechend aufeinander und haben die oben angeführten Werte (siehe Ausdrücke II). Dieser Komplex elliptisch polarisierter flacher Wellen, der

dem von uns betrachteten System (I, II) ganz analog, fällt darauf auf ein doppelbrechendes Prisma, welches die zueinander senkrechten Schwingungen mit den Amplituden a'_1 und b'_1 voneinander trennt. Auf diese Weise verlassen das Prisma zwei Systeme geradlinig polarisierter flacher Wellen, die miteinander einen genügend kleinen Winkel bilden. Das Objektiv des Fernrohrs, auf welches diese Wellen auffallen, ergibt in seinem Hauptbrennpunkte zwei Abbildungen der gegebenen Lichtquelle, die unter einem rechten Winkel geradlinig polarisiert sind. In der Praxis wäre es bequemer, das erwähnte Prisma nicht vor dem Objektiv des Fernrohrs, sondern innerhalb desselben zwischen dem Objektiv und seinem Hauptbrennpunkte anzubringen, wie es z. B. im Fernrohr von Rochon eingerichtet ist.

Wir wollen jetzt die Intensität jeder Abbildung bestimmen. Da man alle Oberflächenelemente der Lichtquelle als unabhängige Ausstrahlungszentren betrachten kann, so wird die Intensität jeder der erhaltenen Abbildungen gleich der Intensitätssumme einzelner aufeinander gelegter Abbildungen aller Oberflächenelemente sein. Falls auf dem Oberflächenelemente $\varrho^2 \sin \varphi d\varphi d\vartheta$ sich n unabhängige Ausstrahlungszentren befinden, wo n im allgemeinen eine sehr große Zahl ist, so wird die von diesem Element den beiden Abbildungen zugesandte Lichtenergie, infolgedessen aber auch die Intensität nach den Gleichungen (1)

$$d\mathcal{F}_b = k \sum^n a_i^2 2 \sin^2 \pi \delta / \lambda = 2 \sin^2 [\beta \sin \varphi \sin \vartheta] k \sum^n a_i^2$$

$$d\mathcal{F}_a = k \sum^n a_i^2 2 \cos^2 \pi \delta / \lambda = 2 \cos^2 [\beta \sin \varphi \sin \vartheta] k \sum^n a_i^2$$

sein, wo der Kürze wegen $\beta = \frac{1}{2}\omega \cdot \pi \cdot D / \lambda$ und k ein gewisser Proportionalitätskoeffizient ist.

Bezeichnen wir das Emissionsvermögen der Oberfläche der Lichtquelle mit e , so ist offenbar

$$k \sum^n a_i^2 = k' e \cos(NM\sigma_1) \cdot L^{-2} \cdot \varrho^2 \sin \varphi d\varphi d\vartheta$$

wo k' auch ein gewisser Proportionalitätskoeffizient ist. Mit genügender Annäherung kann man

$$\cos NM\sigma_1 = \cos MO\sigma_1 = \cos MOO' = \sin \varphi \cos \vartheta$$

annehmen. Dann erhalten wir:

$$d\mathcal{F}_b = \frac{1}{4}(k'e) \omega^2 2 \sin^2 [\beta \sin \varphi \sin \vartheta] \cos \vartheta \sin^2 \varphi d\varphi d\vartheta$$

$$d\mathcal{F}_a = \frac{1}{4}(k'e) \omega^2 2 \cos^2 [\beta \sin \varphi \sin \vartheta] \cos \vartheta \sin^2 \varphi d\varphi d\vartheta.$$

Integrieren wir diese Ausdrücke, so erhalten wir nach klar zu Tage liegenden Umformungen:

$$\mathcal{F}_b = \frac{1}{4}(e k' \omega^2) \int_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} d\vartheta \int_0^\pi 2 \sin^2 [\beta \sin \varphi \sin \vartheta] \sin^2 \varphi \cos \vartheta d\varphi$$

$$= C \int_0^{\frac{1}{2}\pi} d\vartheta \int_0^\pi 2 \sin^2 [\beta \sin \varphi \sin \vartheta] \sin^2 \varphi \cos \vartheta d\varphi$$

$$\mathcal{F}_a = \frac{1}{4}(e k' \omega^2) \int_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} d\vartheta \int_0^\pi 2 \cos^2 [\beta \sin \varphi \sin \vartheta] \sin^2 \varphi \cos \vartheta d\varphi$$

$$= C \int_0^{\frac{1}{2}\pi} d\vartheta \int_0^\pi 2 \cos^2 [\beta \sin \varphi \sin \vartheta] \sin^2 \varphi \cos \vartheta d\varphi$$

wo $C = \frac{1}{2}(e k' \omega^2)$ ist.

Ferner

$$\mathcal{F}_b = \frac{C}{2} \left[\pi - \frac{1}{\beta} \int_0^\pi \sin(2\beta \sin \varphi) \sin \varphi d\varphi \right]$$

$$\mathcal{F}_a = \frac{C}{2} \left[\pi + \frac{1}{\beta} \int_0^\pi \sin(2\beta \sin \varphi) \sin \varphi d\varphi \right].$$

Das letzte Integral kann in Form der Reihe von *Airy* dargestellt werden:

$$\frac{1}{\beta} \int_0^\pi \sin(2\beta \sin \varphi) \sin \varphi d\varphi = \pi S(\beta)$$

$$S(\beta) = 1 - \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{1}{3}(\beta^2/2!)^2 - \frac{1}{4}(\beta^3/3!)^2 + \frac{1}{5}(\beta^4/4!)^2 - \dots$$

Das Intensitätsverhältnis i beider Abbildungen der Lichtquelle wird folgendes sein:

$$i = \mathcal{F}_b/\mathcal{F}_a = [1 - S(\beta)] : [1 + S(\beta)].$$

Die Größe $\beta = \frac{1}{2}\omega \cdot \pi \cdot D/\lambda$ ist für Sterne überhaupt unbedeutend; z. B., ist β bei $D \sim 10^2$ cm, $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ cm, $\omega \sim 10^{-7}$ ($= 0.02$), von der Größenordnung 0.3; daher kann man sich auf zwei Glieder der Reihe $S(\beta)$ beschränken; dann erhält man mit genügender Annäherung

$$i = \frac{1}{4}\beta^2 \quad (2)$$

Letzterer Ausdruck ¹⁾ gestattet im voraus zu berechnen, wie groß das Verhältnis der Intensitäten beider Sternabbildungen bei gegebenem scheinbaren Durchmesser ω sein wird. Soeben sahen wir, daß β bei $\omega \sim 10^{-7}$ ($= 0.02$) von der Ordnung 0.3 sein wird; dann ist $i \sim 1/40$, d. h. wenn z. B. die eine Abbildung eines Sternes im Interferometerrohr als Stern 2. Größe erscheint, so wird seine andere Abbildung ungefähr ein Stern 6. Größe sein. Bei einem scheinbaren Durchmesser $\omega \sim 25 \times 10^{-9}$ ($= 0.005$) ist $i \sim 1/640$ und der Unterschied in den Intensitäten entspricht dem Unterschied in der Sterngröße, der etwa 7.0 Klassen gleich ist; besitzt infolgedessen die eine Abbildung im Rohr die Intensität eines Sterns 0^m0, so erscheint die zweite als Stern etwa 7^m0. Diese Vorberechnung zeigt uns, welche Bedeutung die Intensität des zu untersuchenden Sterns hat; je heller der Stern, desto kleiner kann sein scheinbarer Durchmesser sein, um noch wahrnehmbar zu bleiben. Lösen wir die Gleichung (2) hinsichtlich β auf und setzen seinen Wert ein, so erhalten wir

$$\omega = (4/\pi) \cdot (\lambda/D) \cdot \sqrt{i}. \quad (3)$$

Diese Gleichung gestattet den scheinbaren Durchmesser des Sterns zu berechnen, wenn uns die Entfernung D zwischen den Öffnungszentren des Schirms bekannt ist und wenn wir mittels irgend eines Astrophotometers das Verhältnis i der Intensitäten beider polarisierter Sternabbildungen, die man im Interferometer erhält, bestimmen ²⁾. Daraus ersehen wir, daß das von uns vorgeschlagene Verfahren in seiner endgültigen Ausarbeitung die Bestimmung der scheinbaren Durchmesser der Sterne auf die Lösung sternphotometrischer Aufgaben zurückführt. Die Empfindlichkeit dieses Verfahrens

wird durch möglichst geringe Größe des Verhältnisses i bedingt. Aber die Intensität der Sternabbildung darf unter eine gewisse, von der Empfindlichkeit des Auges abhängende Grenze nicht sinken; daher wird man in diesem Falle nicht nur das Verhältnis der Intensitäten i , sondern auch die kleinste vom Auge empfundene Intensität \mathcal{F}_0 in Rechnung ziehen müssen. Wir wollen diese Intensität \mathcal{F}_0 gleich der Intensität eines Sterns der Größe k annehmen. Da die Intensität \mathcal{F}_b einer der Sternabbildungen unter diese Grenze nicht sinken darf, so setzen wir

$$\mathcal{F}_b = \mathcal{F}_0.$$

Früher sahen wir schon, daß sich beide Abbildungen bei sehr geringen scheinbaren Durchmessern voneinander ihren Intensitäten nach sehr stark unterscheiden werden. Daher kann man, ohne einen großen Fehler zu begehen, annehmen, daß die intensivere Abbildung durch die ganze vom Stern in das Interferometer gefallene Lichtenergie bedingt ist. Auf Grund dessen wollen wir annehmen, daß die Intensität der zweiten Abbildung der Intensität des zu untersuchenden Sterns bei der Beobachtung durch das Rohr des Interferometers gleich ist. In diesem Falle wächst bei normaler Vergrößerung die Intensität des Sterns im Verhältnis $(s/\sigma) : 1$, wo s die effektive Objektiveoberfläche des Rohrs, σ die Pupillenoberfläche ist. Ferner wollen wir annehmen, daß von der ganzen Lichtenergie, die auf die Öffnungen (Spiegel) des Interferometers fällt, nur ein Teil γ von ihr das Auge erreicht, wo γ ein gewisser, im allgemeinen kleiner Bruch ist. War also der zu untersuchende Stern für das unbewaffnete Auge p^{ter} Größe, so wird bei der Beobachtung durchs Rohr die intensivere seiner zwei Abbildungen als Stern $[p - 2.5 \log(\gamma \cdot s/\sigma)]^{\text{ter}}$ Größe erscheinen. Das Verhältnis zwischen den Intensitäten beider Abbildungen kann im Grenzwert nicht kleiner sein als dasjenige, welches zwischen \mathcal{F}_0 und \mathcal{F}_p den Intensitäten von Sternen k^{ter} und $[p - 2.5 \log(\gamma \cdot s/\sigma)]^{\text{ter}}$ Größe besteht. Auf diese Weise kann man i folgenden Grenzwert geben

$$i = \mathcal{F}_0/\mathcal{F}_p = 2.5^{-[k-p+2.5 \log(\gamma \cdot s/\sigma)]}$$

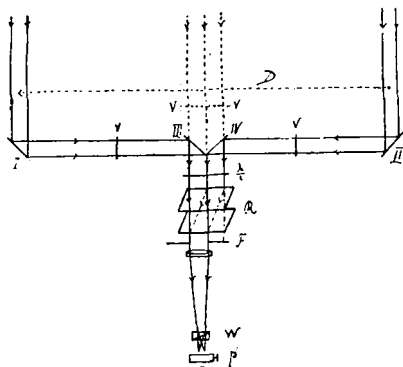
Der entsprechende Grenzwert für ω wird dabei

$$\omega = (4\lambda/\pi D) 2.5^{-[1/2(k-p) + 1.25 \log(\gamma \cdot s/\sigma)]}$$

sein. Die Größe des Gliedes $1.25 \log(\gamma \cdot s/\sigma)$ hängt von den Werten von σ , s und γ ab. Von diesen sind die beiden letzten durch die Einrichtung und die Dimensionen des Interferometers bedingt, zu dessen Beschreibung wir jetzt übergehen wollen. Den Hauptteil des Apparats, der durch seine Dimensionen, wie wir in der Folge sehen werden, das Auflösungsvermögen des letzteren bestimmt, bildet ein Rhomboeder R (Fig. 2) von isländischem Spat mit parallel geschliffenen natürlichen Flächen. Fallen zwei benachbarte parallele Strahlenbündel, von denen das eine in der Ebene des Hauptschnitts, das andere in der zum Hauptschnitt senkrechten Ebene polarisiert ist, senkrecht auf eine der Kristallflächen, so passieren erstere Strahlen den Spat ohne Brechung, wie

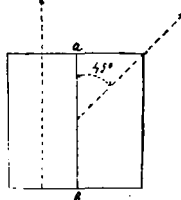
¹⁾ Denselben Ausdruck erhielten wir, wenn wir anstatt einer Kugel eine Scheibe betrachtet hätten, da nach dem Gesetz von *Lambert* die Ausstrahlung einer Kugel der einer Scheibe desselben Durchmessers äquivalent ist.

²⁾ In diesem Ausdruck bedeutet λ die Wellenlänge der Lichtschwingungen, die dem hellsten Spektrumteil entspricht. Größerer Bestimmtheit wegen könnte man im gegebenen Falle irgend ein Lichtfilter benutzen.



Figur 2.

ordinäre, die zweiten aber verschieben sich beim Verlassen des Spats sich selber parallel zur Seite, wie extraordinäre und fallen bei genügender Breite des Bündels oder Dicke des Kristalls mit den ersteren vollkommen zusammen. Als Resultat solch eines Zusammenfallens kann ein Bündel elliptisch polarisierter Strahlen entstehen, aber nur im Falle, wenn die auf den Spat auffallenden Strahlen kohärent, d. h. überhaupt zu interferieren fähig sind. Es ist leicht zu sehen, daß man auch bei natürlichem Licht im Spat zusammenfallende ordinäre und extraordinäre Strahlen kohärent erhalten kann. In zwei parallelen Strahlenbündeln natürlichen Lichtes, die von ein und demselben Strahlenbündel entstehen, werden nur parallele Lichtschwingungskomponenten kohärent sein. Um gegenseitig senkrechte Schwingungen kohärent zu erhalten, genügt es in einem der Strahlenbündel natürlichen Lichtes alle Amplituden dadurch um 90° zu drehen, daß man auf seinem Wege eine drehende Quarzplatte geeigneter Dicke einschiebt. Infolge der großen Drehungsdispersion des Quarzes kann man sich im gegebenen Falle bequemer einer besonderen doppelten $\frac{1}{2}\lambda$ -Gipsplatte bedienen. Diese Platte besteht aus zwei nebeneinander gelegten (siehe Figur 3); in der ersten ist die optische Achse der Trennungslinie ab parallel, in der zweiten bildet sie mit der Trennungslinie einen Winkel von 45° . In einem Bündel natürlicher Lichtstrahlen, welche die zweite Hälfte der Platte passieren, werden die kohärenten Amplituden, welche der Trennungslinie ab parallel gewesen sind, um 90° gedreht. Stellt man diese Platte so vor dem Spat auf, daß die Trennungslinie ab senkrecht zum Hauptschnitt des Kristalls ist, so werden die beim Verlassen des Spats aufeinandergefallenen ordinären und extraordinären Strahlen beider Plattenhälften, wie aus dem oben erwähnten leicht zu ersehen ist, kohärent. Aus allem Gesagten wird die Wirkung des von mir in Vorschlag gebrachten Interferometers klar sein. Zwei benachbarte parallele Bündel natürlicher Lichtstrahlen von dem zu untersuchenden Stern, passieren erst (Fig. 2) zwei Glasplatten V und V' , welche den zwischen der ordinären und der extraordinären Welle bei ihrer Fortpflanzung mit ungleicher Geschwindigkeit im Spat entstehenden Gangunterschied kompensieren. (Dabei setzen wir voraus, daß die Spiegel III und IV vom Interferometer



Figur 3.

entfernt sind). Nachdem die Strahlen die oben erwähnte doppelte Gipsplatte passiert, fallen sie auf den Spat, welcher die von einem Strahlenbündel herrührenden ordinären Strahlen mit den von dem anderen herrührenden extraordinären zusammenfallen läßt. Wenn die Querschnittsfläche dieser zusammengefallenen Bündel $s = hD$ ist, wo D die Breite des Bündels bedeutet, so kann man die Entfernung zwischen den Mitten dieser benachbarten Bündel bei ihrem Auffallen auf den Spat gleich D annehmen. Dieses D stellt die Entfernung vor zwischen den Öffnungen (1, 2) des Schirms, dessen wir uns anfänglich bedienten. Lassen wir, um einen möglichst großen Gangunterschied δ zu erhalten, die Strahlen nach der Reflexion von den Spiegeln ($I \rightarrow III$, $II \rightarrow IV$, siehe Fig. 2) oder nach der Brechung in Prismen auf den Spat auffallen, so bedeutet D die Entfernung zwischen den Spiegel- oder Prismenzentren. Vor dem Objektiv eines kleinen Fernrohrs, auf welches die Strahlen fernerhin fallen, ist ein Schlitz F von solcher Breite angebracht, daß er in das Rohr nur dieses Bündel elliptisch polarisierter Strahlen durchläßt. Nachdem die Strahlen das Objektiv passiert haben, fallen sie auf ein doppelbrechendes Wollastonsches Prisma, das vor dem Hauptbrennpunkte des Objektivs aufgestellt ist. Das Prisma gibt zwei Abbildungen des zu untersuchenden Sterns; dabei ist die intensivere Abbildung, so zu sagen, durch die großen Achsen elliptischer Schwingungen bedingt, die weniger intensive durch die kleinen¹⁾. Mittels des Astrophotometers P von Pritchard kann das Verhältnis beider Intensitäten bestimmt werden, welches uns eine Gleichung gibt, die den gesuchten scheinbaren Durchmesser mit den Angaben des Apparats in Zusammenhang bringt. Wenden wir uns zur Berechnung der Empfindlichkeit des vorgeschlagenen Verfahrens, so bemerken wir, daß der Querschnitt $s = hD$ der vom Spat zum Zusammenfallen gebrachten Strahlenbündel die effektive Objektivoberfläche bedingt. Die Größe s wird von den Dimensionen des zur Verwendung gelangenden Rhomboeders abhängen (h ist die Höhe des Querschnitts). Wenn man sich, um Material zu sparen, anstatt eines großen Kristalls zweier hintereinander aufgestellten und etwa $45 \times 45 \times 55$ mm großen Kristalle bedient, so erreicht s den Wert von $30 \times 10 = 300$ mm². Die Fläche der Pupillenöffnung eines normalen Auges kann gleich $\sigma = 4\pi$ mm² gesetzt werden. Der Koeffizient γ , der uns anzeigt, welcher Teil der auf das Interferometer gefallenen Lichtenergie das Auge erreicht, wird folgendermaßen bestimmt. Man kann annehmen, daß auf jeder brechenden Oberfläche bei normal passierenden Strahlen infolge der Reflexion in runden Zahlen 5% der Energie [z. B. ist für Glas $(\mu - 1)^2/(\mu + 1)^2 = 0.04$ bei $\mu = 1.5$] verloren gehen und infolgedessen nur 0.95 der ganzen Lichtenergie passieren. Beim Durchgange der Reihe nach einer Glasplatte V (2 Flächen), einer Gipsplatte (2 Fl.), zweier Spate (4 Fl.), des Objektivs (3 Fl.), eines doppelbrechenden Prismas (3 Fl.), des Astrophotometers (3 Fl.) und endlich des Okulars (2 Fl.) erreichen das Auge nur $(0.95)^{19}$ der ganzen Menge der auffallenden Lichtenergie. Nehmen wir die Lichtabsorption im Apparat auch noch etwa gleich 5% an, so finden wir, daß man bei dem projektierten Apparat haben wird:

¹⁾ Die Hauptschnittebene des Prismas muß mit der des Spats einen Winkel von 45° bilden.

$$s = 300 \text{ mm}^2 \quad \sigma = 4\pi \text{ mm}^2 \quad \gamma = (0.95)^{2.5} \\ 2.5 \log(\gamma \cdot s / \sigma) = 2.33$$

d. h. wenn der zu untersuchende Stern für das unbewaffnete Auge von der Größe p war, so erscheint bei der Beobachtung durchs Rohr des Interferometers die intensivere seiner zwei Abbildungen als Stern der Größe $(p - 2.33)$.

Wir wollen mit diesen Angaben den Grenzwert des scheinbaren Durchmessers für Sterne 1. Größe aufsuchen ($p = 1$); dabei ist

$$\omega = (4\lambda/\pi D) 2.5^{-3.66} = 0.045 \lambda/D.$$

Für ein Spiegelinterferometer sind die Grenzwerte für ω (bei Berücksichtigung des 5% gleichen Lichtverlustes bei jeder Reflexion vom Silber der Spiegel) für Sterne 1. Größe ($\lambda = 5 \times 10^{-5} \text{ cm}$, $D = 100 \text{ cm}$)

$$\omega = 0''.0048;$$

für Sterne 9. Größe $\omega = 0''.19$.

Für hellere Sterne, wie z. B. für Arkturus, Canopus, Wega, Capella, d. h. im Durchschnitt 0.0 Größe, vermindert sich dieser Grenzwert noch bis zu

$$\omega = 0''.0031.$$

Beim Sirius endlich könnte man einen scheinbaren Durchmesser $\omega = 0''.0017$ wahrnehmen.

Bis jetzt setzten wir voraus, daß das Interferometer selbst in die interferierenden Strahlen keinen Gangunterschied hineinbringt. Wird aber in diesem Apparat infolge der Asymmetrie seiner Arme ein gewisser Gangunterschied l existieren, so werden wir für das Intensitätsverhältnis

$$i = \frac{1 - (1 - \frac{1}{2}\beta^2) \cos \alpha + (4\beta/3\pi) \sin \alpha}{1 + (1 - \frac{1}{2}\beta^2) \cos \alpha - (4\beta/3\pi) \sin \alpha} \quad (4)$$

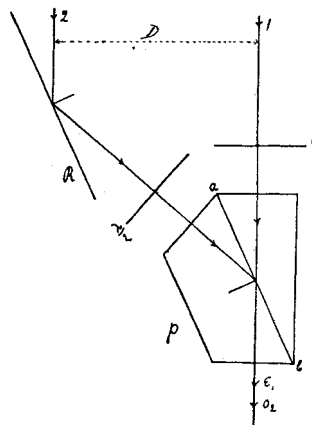
haben, wo $\alpha = 2\pi l/\lambda$.

Bei maximaler Intensitätsdifferenz ist $\alpha = k\pi$; bei der Vergrößerung von k um eine Einheit wird das Intensitätsverhältnis umgekehrt. Dieser Umstand gestattet die schein-

baren Durchmesser aus mehreren nacheinander ausgeführten Messungen genauer zu bestimmen, wobei durch Drehung der Platten V , V' der Gangunterschied im Interferometer so verändert wird, daß das Intensitätsverhältnis abwechselnd umgekehrt wird.

Anhang.

Die einfachste Form eines Sterninterferometers ist vielleicht folgende. Ein Bündel (1) paralleler Strahlen von irgend einem Stern passiert ein etwas abgeändertes polarisierendes Prisma von *Glan-Thompson* (Fig. 4), welches nur die außer-



Figur 4.

ordentlichen Strahlen e_1 durchläßt. Ein zweites Bündel (2) paralleler Strahlen passiert nach der Reflexion vom Spiegel R eine $\frac{1}{2}\lambda$ -Platte, deren Hauptschnitt mit der Einfallsebene einen Winkel von 45° bildet. Darauf dringen die Strahlen in das oben erwähnte *Glan'sche* Prisma, in dem sich die ordinären Strahlen o_2 nach Reflexion von der Trennungsfläche ab auf die extraordinären e_1 darauflegen. Dank der $\frac{1}{2}\lambda$ -Platte werden diese zusammengefallenen Strahlen kohärent sein. Nach dem Zu-

sammenfallen legen sie denselben Weg zurück, wie in dem schon beschriebenen ersten Typus eines Sterninterferometers. V ist eine Glasplatte, welche den im Interferometer selbst entstandenen Gangunterschied zwischen o_2 und e_1 kompensiert. Das Auflösungsvermögen des zweiten Interferometers wird bedeutend größer sein, als das des ersten, da die effektive Oberfläche des *Glan-Thompsonschen* Prismas bedeutend größer ist, als die effektive Oberfläche des Spat-Rhomboiders. In diesem Falle werden die früheren Formeln (3) und (4) am Platze sein.

St. Petersburg, Physikalisches Laboratorium d. Elektrotechnischen Instituts, 1910 März *). S. Pokrowsky.

*) Der Redaktion zur Publikation übersandt 1912 März 16.

Mitteilungen über die Nova (18.1912) Geminorum 2.

Die Sterne der Umgebung.

Zuerst wurden mit Hilfe der Sterne AG Lei 2864, 2865, 2868, 2880 nach der rechtwinkligen Methode die Sterne 1, 32, 40 der folgenden Liste angeschlossen und daran wieder nach der *Turnerschen* Methode die übrigen 39 Sterne.

Die Helligkeiten sind so bestimmt, daß die Durchmesser am Doppelfaden geschätzt und nach unserer empirischen Skala graphisch umgerechnet wurden.

Nr.	Durchmesser	Größe	α 1912.0	δ 1912.0
1	0.9	10 ^m 5	6 ^h 48 ^m 47 ^s .34	+32° 12' 57".2
2	1.8	9.0	6 48 55.86	+32 14 37.7
3	0.8	10.8	6 48 57.68	+32 14 27.0
4	0.9	10.5	6 48 57.74	+32 12 59.0
5	0.1	14.2	6 49 2.54	+32 16 5.8

Nr.	Durchmesser	Größe	α 1912.0	δ 1912.0
6	0.2	13 ^m .4	6 ^h 49 ^m 3 ^s .20	+32° 11 36".5
7	0.8	10.8	6 49 3.54	+32 13 18.8
8	0.3	12.8	6 49 3.57	+32 16 10.9
9	0.8	10.8	6 49 3.70	+32 13 58.8
10	0.1	14.2	6 49 4.74	+32 11 41.3
11	0.1	14.2	6 49 5.49	+32 15 54.7
12	0.2	13.4	6 49 5.77	+32 11 21.2
13	0.3	12.8	6 49 6.48	+32 14 33.1
14	0.3	12.8	6 49 7.46	+32 12 33.1
15	0.1	14.2	6 49 7.96	+32 18 9.8
16	0.3	12.8	6 49 9.19	+32 11 15.4
17	0.2	13.4	6 49 9.36	+32 15 0.1