

3. Die Elastizität einiger Metalle und Legierungen bis zu Temperaturen, die ihrem Schmelzpunkt naheliegen;

B. Elastizitätsmodul;

von K. R. Koch und R. Dieterle.¹⁾

Einleitung.

Der erste Teil²⁾ dieser Untersuchungen enthielt die Bestimmung des *Torsionsmoduls* einer Anzahl von Metallen und Legierungen bei höheren Temperaturen nach der Methode der Coulombschen langsamen Schwingungen. Als Versuchsmaterial waren Drähte von etwa 380 mm Länge und 1,5 mm Durchmesser verwendet worden. Bei der Bestimmung ihres Torsionsmoduls befanden sich die Drähte in einem geschlossenen Raum (Ofen), der auf 1 bis 2 mm Hg-Druck leerpumpt und, um Oxydationen bei der Erhitzung zu verhindern, möglichst frei von Sauerstoff gemacht war; die Erwärmung der Versuchsdrähte wurde durch einen die Drähte durchfließenden elektrischen Strom bewirkt; ihre Temperaturen wurden nach optischen und elektrischen Methoden gemessen. Die Torsionsschwingungen wurden elektromagnetisch erregt.

Schon damals wurden Untersuchungen, auch den *Dehnungsmodul* bei hohen Temperaturen zu bestimmen, begonnen. Aber die Kriegseignisse, die hiermit zusammenhängenden Umständlichkeiten in der Materialbeschaffung und die überaus langsame Lieferung der Fabriken, die Überwindung außerordentlicher experimenteller Schwierigkeiten, der Mangel an Arbeitszeit durch die starke amtliche Beanspruchung wegen fehlender Hilfskräfte, die Erkrankung und zeitweise Arbeitsunfähigkeit des einen von uns verzögerten leider die Arbeit in bedauer-

1) Diese Untersuchung wurde im Physik. Institut der Techn. Hochschule Stuttgart mit Unterstützung des Fonds der Robert Bosch-Stiftung in den Jahren 1915—1920 (mit längeren Unterbrechungen) ausgeführt.

2) Vgl. Ann. d. Phys. 47. S. 197—226. 1915.

lichstem Maße. Der Eintritt des einen von uns in den Ruhestand, der wegen schwerer Erkrankung erfolgen mußte, sowie die Fortberufung des anderen (Dieterle) an die Physikalisch-Technische Reichsanstalt verhinderten die Durchführung der Arbeit in dem ursprünglich vorgenommenen Umfange. Da jedoch die von uns als beste erkannte Methode vollkommen ausgearbeitet und an einer Anzahl von Stoffen der Elastizitätsmodul in seiner Abhängigkeit von der Temperatur ermittelt wurde, so glaubten wir zur Veröffentlichung dieser langwierigen und umfangreichen Untersuchungen berechtigt und verpflichtet zu sein.

Wegen der großen Formänderungs- und Nachwirkungserscheinungen der Metalle bei höheren Temperaturen mußte von der Anwendung einer statischen Methode abgesehen werden, aus denselben Gründen schied die Methode der Längsschwingungen aus, dagegen lieferten die Querschwingungen bis zum Weichwerden des Stoffes brauchbare Ergebnisse, da es gelang, auch bei diesen Temperaturen noch eine solche Zahl von Schwingungen zu erhalten, daß die Schwingungszahl mit der nötigen Genauigkeit festgestellt werden konnte.

Aus theoretischen Gründen (Berechnung der anderen Elastizitätskoeffizienten) wäre es günstig gewesen, dasselbe Material in demselben Zustand und in derselben Form (als Draht) wie bei den Torsionsversuchen zu benutzen, in der Voraussetzung, daß bei derselben Vorbehandlung (Temperung) der elastische Zustand immer derselbe sein würde, daß also ein Draht von derselben Drahtrolle bei derselben Temperung immer dieselben elastischen Werte ergeben würde. Diese Voraussetzung bestätigte sich jedoch nicht, denn die Bestimmung der elastischen Koeffizienten bei steigenden und bei fallenden Temperaturen in mehrfacher Wiederholung ergab bei demselben Draht keineswegs genau übereinstimmende Werte bei der nämlichen Temperatur. So hatten wir also bei jedem neuen Drahtstück, ja bei dem nämlichen Draht, nach anderer thermischer Vorbehandlung eigentlich einen neuen Körper in bezug auf seine elastischen Eigenschaften vor uns. Nun zeigte sich im Verlauf der Versuche, daß die *Drähte* bei Querschwingungen überhaupt keine gut definierten Schwingungszahlen besitzen. Wir mußten daher zur Verwendung von

Streifen mit rechteckigem Querschnitt übergehen, diese führten in der Richtung ihrer Dicke, die nur ein Bruchteil der Breite betrug, sehr regelmäßige Schwingungen aus. Diese *Streifen* wurden durch Auswalzen des noch von den Torsionsmessungen vorhandenen Drahts hergestellt. Damit mußten wir leider die Möglichkeit aufgeben, die erhaltenen Dehnungs- und Torsionsmoduli zur Berechnung der Poissonschen und anderer Konstanten zu verwerten.

Zur Vermeidung von bleibenden Verbiegungen in erwärmtem Zustand durfte der Versuchskörper nur einseitig eingeklemmt werden. Seine Erwärmung konnte daher nicht, wie bei den Torsionsmessungen, durch einen ihn durchfließenden elektrischen Strom erfolgen. Die Heizung von außen geschah mittels eines, den Versuchsstreifen umgebenden zylindrischen Mantels von Wolframdrähten, die mit einem entsprechend starken Strom belastet wurden (das für diesen Zweck wesentlich vorteilhaftere Wolframrohr war damals leider noch nicht im Handel erhältlich). Die rasche Zerstäubung des Wolframs, wenn es in Luft erhitzt wird, machte es notwendig, bis zu den höchsten Temperaturen hinauf im Ofen ein Vakuum von mindestens 10^{-3} mm Hg-Druck zu erhalten. Zur Messung der Temperaturen wurden Thermolemente benutzt, die in unmittelbarer Nähe des Versuchsstreifens angeordnet waren; sie durften ihn natürlich nicht berühren, damit seine Schwingungen ungestört verlaufen konnten.

Die größten Schwierigkeiten machte die Wahl und das Ausprobieren einer Vorrichtung zur Erzeugung der *Eigenschwingungen* des Versuchskörpers. Die beträchtliche Dämpfung der Schwingungen, die bei höheren Temperaturen infolge des Weichwerdens des Versuchskörpers zu erwarten war, schien uns anfänglich nur durch eine Resonanzmethode überwindlich zu sein, später ergab sich aber, daß auch da schon der *einfache Anstoß* genügte, um eine solche Zahl von Schwingungen zu erzeugen, daß sie photographisch aufgenommen einen zuverlässigen Wert der Schwingungszahl lieferten.

Zu diesem Zweck wurden die Streifenschwingungen gleichzeitig mit den Schwingungen einer Stimmgabel auf einer senkrecht zur Schwingungsrichtung vorübergezogenen lichtempfindlichen Platte photographiert. Diese Methode ist

in ihrer Herkunft und Anwendung ausführlich von einem von uns besprochen und bei jenen Versuchen mit gutem Erfolg benutzt worden.¹⁾

Versuchsanordnung und Vorversuche.

Die vorstehenden Überlegungen für die Ausführung der Versuche wurden in folgender Weise in Wirklichkeit umgesetzt.

I. Der Ofen.

Die Konstruktion des Ofens, in welchem die Versuche bei höheren Temperaturen angestellt werden sollten, war nach Festlegung der maßgebenden Gesichtspunkte Hrn. Dr. Hörig — damaligem Assistenten und wissenschaftlichem Hilfsarbeiter der Robert Bosch-Stiftung — übertragen worden, der Ofen wurde unter seiner Aufsicht in der Werkstatt des Instituts gebaut.²⁾ Fig. 1 stellt einen Teil seiner Zeichnungen des Ofens dar. Schon vor der Fertigstellung des Ofens nahm Hr. Dr. Hörig eine Stellung in der Technik an, an seine Stelle trat Hr. Dr. Dieterle.

Der Mantel *M* (vgl. Fig. 1) des Ofens ist, der notwendigen Kühlung wegen³⁾, doppelwandig und besteht aus zwei mit 7—8 mm Abstand ineinander gepaßten Zylindern von 1,5 bis 2 mm Wandstärke. Er hat einen 21,5 cm äußeren und 20 cm inneren Durchmesser und eine innere Höhe von 35,5 cm. Er mußte, da er luftleer gepumpt werden sollte, den bedeutenden äußeren Druck aushalten können und war daher aus *einem* Stück gedrückt. Der innere Zylinder ist innen vernickelt und zwecks guter Reflexion der Wärmestrahlen poliert. Der Boden hat in der Mitte eine Öffnung *O*⁴⁾, an die ein Stutzen von 27 mm lichter Weite angelötet ist, der durch eine Bergkristallplatte geschlossen ist. Am oberen Ende des Mantels *M* ist ein breiter Ring angesetzt, auf dessen eben geschliffene obere

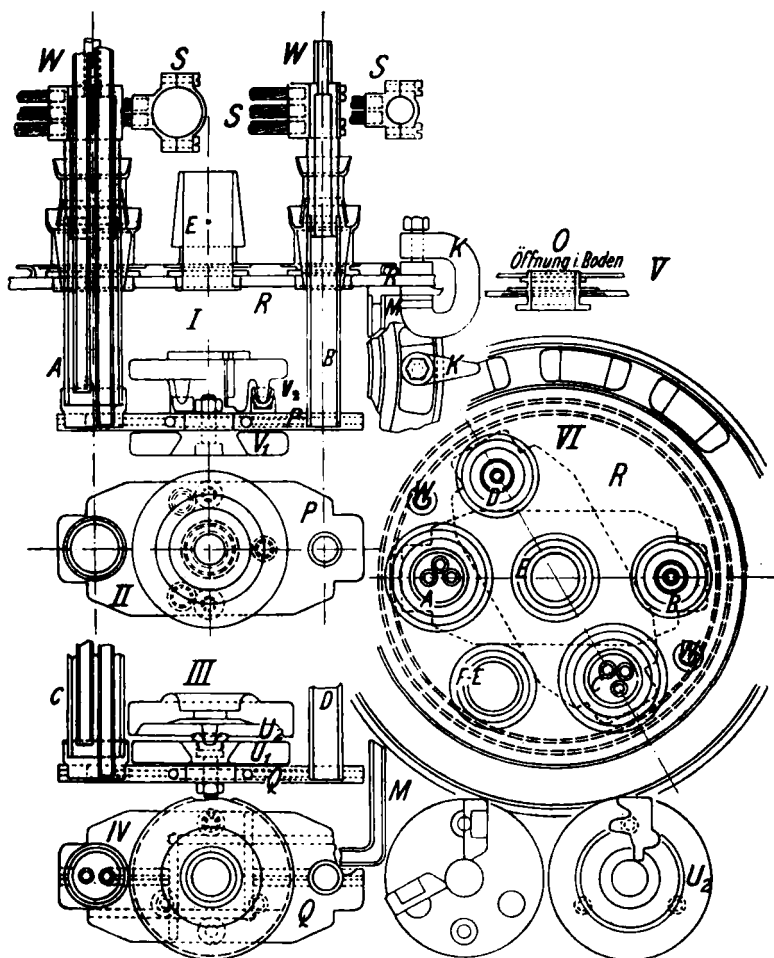
1) Vgl. C. Cranz und K. R. Koch, *Vibrationen des Gewehrlaufs I.* Abh. d. Akad. München II. Kl. XIX. Bd. III. Abt. S. 755 ff.

2) Wie bei den Versuchen über den Torsionsmodul, so wurde auch bei diesen die Apparatur in vorzüglicher Weise durch den Sammlungsverwalter Hrn. K. Klopfer des Physikalischen Instituts ausgeführt.

3) Eine solche Kühlung ist notwendig, da sonst eine Dichtung nicht möglich wäre.

4) Zur Durchsicht in vertikaler Richtung.

Fläche der ebenfalls eben geschliffene Rand des doppelwandigen Deckels *R* paßt. Diese eingefetteten und durch Klammern *K* aufeinander gepreßten Flächen geben einen luft-



- Einzelne Teile des Ofens:
- I.* Der obere Teil im Querschnitt.
 - II.* Die Verbindungsplatte *P* in der Aufsicht.
 - III.* Der untere Teil im Querschnitt.
 - IV.* Die Verbindungsplatte *Q* in der Aufsicht.
 - V.* Die untere Öffnung *O* im Querschnitt.
 - VI.* Der Deckel *R* in der Aufsicht.

Fig. 1.

ichten Abschluß des Ofens. Am Deckel R befinden sich außerdem noch Rohre A , B , C , D , die den bis Hunderte von Amperen betragenden Heizstrom (bei S) und das Kühlwasser (bei W) zu- und abführen. Die Abdichtung dieser isoliert durchgeführten Rohre war mit großer Sorgfalt ausgeführt. Auf der Mitte des Deckels R befindet sich noch ein Konus E von 30 mm lichter Weite, in den die Haltevorrichtung für den zu untersuchenden Streifen, die auch zugleich zur Erregung der Schwingungen benutzt wird, hineingepaßt ist; ein ähnlicher Konus F dient zum Aufsetzen eines weiten Glasrohres, das die Verbindung mit der Luftpumpe herstellt. Die Rohre A und B bzw. C und D sind mittels einer durchlochten Kupferplatte P bzw. Q miteinander verbunden. Eine Bohrung in den Platten läßt das durch B bzw. D zuströmende Kühlwasser nach einem Rohr in A bzw. C abfließen, das gesondert gekühlt wird, um eine Erwärmung der gekitteten isolierten Durchführung der Systeme A und C zu verhindern.

Die fünf Heizdrähte sind mit ihrem einen Ende zwischen die Platte P und den Stahlring V_1 eingeklemmt und stehen daher mit dem Stromzuführungssystem A , B in Kontakt, führen abwärts zu dem Stahlring U_2 (von U_1 durch geeignete Formstücke aus Quarz isoliert), aufwärts zu V_2 (ebenfalls durch Quarz von P isoliert), führen sodann wieder abwärts und sind zwischen U_1 und Q eingeklemmt. Die Heizdrähte sind an bestimmten Stellen noch federnd gebogen, um sie bei jeder Temperatur gestreckt zu erhalten. Diese 15 parallel laufenden Teile bilden ein zylindrisches Gitter von etwa 2,5 cm Durchmesser und etwa 20 cm Länge. In den Innenraum des Wolframdrahtgitters ragt der Fuß der Einspannvorrichtung für den Versuchsstreifen hinein, der Außenraum ist durch einen 1 cm starken, zweiteiligen Quarzzylinder vor direkter Strahlung geschützt.

II. Erzeugung der Eigenschwingungen von Drähten durch Resonanz.

Anfänglich wurden die Metalle, wie bei der Bestimmung des Torsionsmoduls, in Drahtform untersucht. Die Eigenschwingungen wurden durch zwei verschiedene Arten ausgelöst.

Das eine Mal versetzte ein Elektromagnet, der von einem

mit Hilfe eines regulierbaren Gasunterbrechers intermittierend gemachten Gleichstrom gespeist wurde, eine starke Stahlfeder in erzwungene Schwingungen. Diese Schwingungen wurden auf den Versuchsdraht übertragen und riefen bei Übereinstimmung mit seiner Eigenschwingungszahl starke Resonanzschwingungen hervor. Bei der anderen Art wurde ein etwas asymmetrischer Kreisel benutzt und mit dessen Achsenlager das eine Ende des Drahtes fest verbunden. Beim An- und Auslaufen des Kreisels geriet der Draht in starke Schwingungen, wenn die Zahl der infolge der Asymmetrie auf das Achsenlager erfolgenden Stöße pro Sekunde seiner Eigenschwingungszahl entsprach.

Beide Methoden gaben insofern unbefriedigende Resultate, als ihre geringe Resonanzschärfe *nicht* zu einer so genauen Bestimmung der Schwingungszahl ausreichte, wie dies für die Berechnung des Elastizitätsmoduls erforderlich ist. Wurde die Resonanzschärfe erhöht, so stiegen die Schwierigkeiten der Aufnahme der Schwingungen außerordentlich.

Ferner zeigte sich, daß das vorhandene Drahtmaterial zu große Ungleichmäßigkeiten im Querschnitt und in seinen elastischen Eigenschaften hatte. Die Art der Erzeugung der Resonanzschwingungen begünstigte das Auftreten aller Schwingungszahlen zwischen den zwei durch das maximale und das minimale Biegemoment des Drahtes festgelegten Grenzen. Die freien Enden des Drahtes führten dabei elliptische Schwingungen aus.

Die Untersuchung des Materials in der Form von Drähten und die Erzeugung ihrer Eigenschwingungen durch Resonanz mußten daher als ungenau aufgegeben werden.

III. Versuche mit Streifen von rechteckigem Querschnitt.

An Stelle der Drähte wurden nun Streifen verwendet. Dabei wurden *Vorversuche* an Blechstreifen von 40—90 mm Länge, 1—6 mm Breite und 0,2—0,5 mm Dicke gemacht. Einige der Streifen erhielten absichtlich einen ungleichmäßigen Querschnitt.

Folgende *Einflüsse auf die Konstanz der Schwingungszahl* wurden systematisch untersucht: Die Art der Einklemmung des einen Endes des Streifens; die Art der Erregung der

Schwingungen; Länge, Breite und Dicke des Streifens; Ungleichmäßigkeiten des Streifenquerschnitts.

Die *Ergebnisse* waren teilweise recht interessant. Die Einklemmung mußte sehr sorgfältig und fest geschehen. Die äußere Begrenzung der Einklemmfläche und damit die freie Länge des Streifens mußte genau definiert sein.

Die durch periodische Erschütterungen, also durch Resonanz hervorgerufenen Schwingungen führten auch bei Streifen nicht zum Ziel, z. B. wurden bei einem Streifen die Schwingungszahlen 58,5, 57,0, 57,3 erhalten. Derselbe Streifen ergab bei Erregung seiner Eigenschwingungen durch einmaliges Wegbiegen seines freien Endes dagegen die Werte 57,1 und 57,2. Ferner wurden bei dauernder Erregung durch Resonanz die Amplituden der Schwingungen gewöhnlich so groß, daß die bei der üblichen Formel für den Elastizitätsmodul und die Schwingungszahl gemachte Voraussetzung sehr kleiner Schwingungsamplituden nicht mehr erfüllt war.

Für die Anregung der Schwingungen durch einen einmaligen Impuls wurde das eine Ende der Streifen zwischen zwei Backen eingeklemmt, die an einem Metallstab befestigt waren. Die Schwingungszahl wurde sehr merklich von dem Ort beeinflußt, auf den der Impuls wirkte. So ergab z. B. ein Eisenstreifen von 7,04 cm freier Länge und 0,0350 cm Dicke nach dem Wegbiegen seines freien Endes die Zahlen 49,0, 48,9, 49,0. Nach einmaligem kurzen Anschlagen des Streifens in der Nähe der Einklemmstelle wurden die Werte 48,1, 47,9 und 48,1 erhalten. Nach dem Anschlagen des Metallstabes (also der Haltestelle des Streifens) wurden die Zahlen 48,1, 48,1₅, 48,3, 48,2₅ und 48,3 ermittelt. Die Übereinstimmung der Werte innerhalb jeder Versuchsreihe ist sehr gut. Die zuletzt erwähnte Art der Erregung schien insofern besonders günstig, weil bei ihr auf den Streifen selbst der kleinste äußere Zwang ausgeübt wird. Bei hohen Temperaturen konnten daher bei dieser Methode noch Schwingungen erwartet werden, ohne daß dabei schädliche Verbiegungen des Streifens hervorgerufen würden.

Die obere Grenze für die Länge der Streifen ist durch die Temperaturverteilung im Ofen gegeben, Streifen mit mehr als 10 cm freier Länge konnten nicht gut benutzt werden.

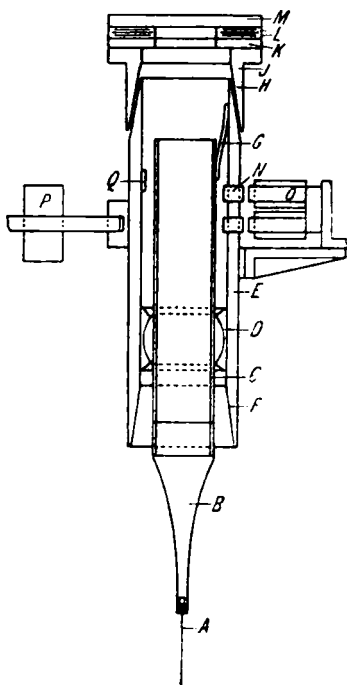
Die Breite durfte nicht wesentlich unter 0,2 cm und die Dicke nicht viel unter 0,02 cm betragen, sonst traten allerlei Störungsquellen auf. Unter Berücksichtigung der Verhältnisse im Ofen wurden für die endgültigen Versuchsstreifen durchschnittlich als Länge 7 cm, als Breite 0,3 cm und als Dicke 0,03 cm gewählt. Die Dimensionsverhältnisse waren also etwa

Länge : Breite : Dicke = 230 : 10 : 1.

Sehr empfindlich war der Wert der Schwingungszahl gegen Ungleichmäßigkeiten in der Dicke, von besonders starkem Einfluß war natürlich die Dicke an der Einklemmstelle. Es mußte also bei der Herstellung und der Auswahl der Streifen in erster Linie auf gleichmäßige Dicke derselben geachtet werden. Geringe Differenzen in der Breite sowie eine nicht zu große Verbiegung der Streifen in der Dickenrichtung blieben ohne beachtenswerten Einfluß auf die Schwingungszahl.

Infolge dieser günstigen Ergebnisse wurde ein Apparat gebaut (Fig. 2), der die Auslösung der Eigenschwingungen des Streifens im Ofen ermöglichte.

Der Versuchsstreifen *A* (in der Dickenrichtung gesehen) ist mittels Klemmschrauben zwischen zwei Backen am verjüngten Ende eines Metallstabes *B* von halbkreisförmigem Querschnitt befestigt, dessen anderes Ende an ein Stahlrohr *C* angeschraubt ist, das mit Hilfe eines Kugelgelenks *D* in einem starkwandigen Messingrohr *E* ein wenig drehbar ist. Das eine Ende des Messingrohrs *E* paßt mit einem konischen Schliff *F* auf den Ansatz des Ofendeckels (in Fig. 1 mit *E* bezeichnet). Am oberen Ende ist ein federnder Metallstreifen *G* angebracht,



Skizze des Anschlagapparats
(im Schnitt).

Fig. 2.

der das drehbare Rohr *C* in seiner Ruhelage festhält. Ferner sitzt dort auf einem konischen Schliff *H* ein Messingring *J*, auf den ein Hartgummiring *K* mit den noch zu besprechenden dünnen Durchführungsringen *L* für die Drähte des Thermoelements sowie eine starke ebene Glasplatte *M* gekittet sind. In zwei übereinander liegenden Öffnungen des Messingrohres *E* sind zwei Weicheisenstücke *N* eingelötet, vor denen die Pole des am Rohr anmontierten Elektromagneten *O* sitzen. Auf der entgegengesetzten Seite des Rohres ist ein verstellbares Gegengewicht *P* angebracht, damit auf den Schliff *F* kein einseitiger Druck ausgeübt wird.

Durch die Verwendung des Rohres *E*, des Stabes *B* von halbkreisförmigem Querschnitt und der Glasplatte *M* gestattet der Apparat die Durchsicht in seiner vertikal angeordneten Längsrichtung. Dabei wird der Streifen nicht genau senkrecht eingeklemmt, sondern so, daß nur sein freies Ende im Gesichtsfeld erscheint. Die unteren Flächen der Einklemmbacken sind senkrecht zu dieser Richtung des Streifens abgeschrägt.

Die Eigenschwingungen des Streifens *A* werden ausgelöst, indem das Rohr *E* ruckartig bewegt wird. Dies geschieht durch Ein- bzw. Ausschalten des Stromes für den Magneten, wobei das Rohr gegen ein Widerlager *Q* stößt, bzw. von der Feder *G* in seine Ruhelage gebracht wird. Durch Regulierung der Stromstärke kann die Amplitude der Schwingungen jederzeit geeignet gewählt werden.

Dieser Apparat bewährte sich sehr gut. Seine Handhabung war denkbar einfach. Es ließen sich auch bei Temperaturen, die nahe dem Schmelzpunkt des Streifens lagen, noch so viele Schwingungen durch einen einmaligen Anschlag auslösen, daß die Genauigkeit der Ausmessung der Aufnahmen den Anforderungen genügte, welche bei diesen Temperaturen billigerweise gestellt werden konnten.

IV. Berechnung des Elastizitätsmoduls aus den Querschwingungen eines Streifens.

Die Schwingungszahl *N* des Grundtons einseitig geklemmter Stäbe (bzw. Streifen) mit rechteckigem Querschnitt hängt mit

dem Elastizitätsmodul E des Stabmaterials bekanntlich in folgender Weise zusammen¹⁾:

$$N = \frac{m^2}{4\pi\sqrt{3}} \cdot \frac{a}{l^2} \sqrt{\frac{E}{s}}$$

Hierbei ist a die Dicke des Stabes in der Schwingungsrichtung, l seine freie Länge, E sein Elastizitätsmodul im absoluten Maß gemessen, s sein spezifisches Gewicht, m ist eine Konstante, die nach der Theorie im vorliegenden Falle den Wert 1,875 hat.

Aus dieser Formel berechnet sich der *technische Elastizitätsmodul* E in kg/mm^2 zu

$$E = \frac{10^{-7}}{9,81} \cdot \frac{48\pi^2}{m^4} \cdot \frac{s l^4}{a^2} N^2 = 3,90 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{s l^4}{a^2} N^2.$$

Die Formel gilt streng nur für den idealen gewichtlosen Stab und für unendlich kleine Amplituden. Der Einfluß des Gewichts und der Rotationsträgheit des Stabes²⁾ ist bei den gewählten Abmessungen ($l = 5 - 7$ cm, $a = 0,03$ cm, Breite 0,3 cm) wesentlich kleiner als der Einfluß der Einklemmung, der unvermeidlichen Ungleichheiten in der Dicke und der Inhomogenität des Materials, er braucht daher nicht berücksichtigt zu werden. Die Amplitude der Schwingungen betrug nur wenige Millimeter, so daß die bei der Ableitung der Formel gemachten vereinfachenden Annahmen noch gelten.

Die Streifen wurden durch Auswalzen der für die Messung des Torsionsmoduls beschafften Drähte zu Bändern erhalten. Aus den Bändern wurden solche Stücke herausgeschnitten, die überall möglichst gleiche Dicke hatten.

Die Länge, die Dicke und das spezifische Gewicht wurden bei Zimmertemperatur vor und nach jedem Versuch gemessen. Ihre Änderungen blieben meistens innerhalb ihrer Meßfehler. Die Größen änderten sich aber während des Versuchs mit der Temperatur entsprechend ihrem linearen Ausdehnungskoeffizienten β , so daß in die Formel für E einzusetzen waren:

1) F. Kohlrausch, Lehrb. der prakt. Physik, Abschnitt 54a.

2) Lord Rayleigh, Die Theorie des Schalles I. S. 278 u. 318. Braunschweig 1879.

$$l_t = l_0 [1 + \beta(t - t_0)] ,$$

$$\alpha_t = \alpha_0 [1 + \beta(t - t_0)] ,$$

$$s_t = s_0 \cdot \frac{1}{[1 + \beta(t - t_0)]^3} .$$

Setzt man

$$1 + \beta(t - t_0) = f ,$$

so wird

$$E = 3,90 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{s_0 l_0^4}{\alpha_0^2} \cdot \frac{1}{f} \cdot N^2 .$$

Die Faktoren f wurden für jede Temperatur aus den Wärmetabellen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt¹⁾ entnommen.

Die Schwingungszahl konnte bei niederen Temperaturen auf etwa 0,3 Proz. genau aus der photographischen Aufnahme ermittelt werden, bei Temperaturen in der Nähe des Schmelzpunkts noch auf etwa 1 Proz. Bei jeder Temperatur wurden mehrere Aufnahmen und mit mehreren Streifen gemacht, so daß die Zahlenwerte noch genauer ermittelt werden konnten. Die so erreichte Genauigkeit genügte vollkommen, denn auch bei *zwei* Versuchskörpern aus demselben Material ergibt infolge der unvermeidlichen Inhomogenitäten die Bestimmung ihrer elastischen Koeffizienten nach *derselben* Methode im allgemeinen keine bessere Übereinstimmung. Bestimmt man sie sogar an *demselben* Versuchskörper nach *verschiedenen* Methoden, so können diese Werte ziemlich beträchtliche Unterschiede zeigen.²⁾

V. Die Hilfsapparate.

Wie erwähnt, hatte der Ofen eine freie Durchsicht in vertikaler Richtung, in welcher das freie Ende des Versuchsstreifens als ein wenige Millimeter langer Strich erschien, der sich im Schwingungszustand in ein Band verbreiterte. Mit Hilfe eines Reflexionsprismas wurde das Licht einer Bogenlampe durch den Ofen geschickt. Mittels eines photographischen Objektivs wurde der Schatten des freien Streifenendes auf

1) L. Holborn, K. Scheel u. F. Henning, Wärmetabellen der Phys.-Techn. Reichsanstalt 1919.

2) Vgl. z. B. E. Grüneisen, Ann. d. Phys. 22. S. 837. 1907; 25. S. 845. 1908.

einen horizontalen Spalt geworfen, über dem eine an einem Zinken der Stimmgabel angebrachte Öse angeordnet war und unter dem eine Kassette mit einer photographischen Platte vorbeigezogen werden konnte. Führten nun der Streifen und die Stimmgabel Schwingungen aus, so wurden dieselben auf den 3–4 cm breiten und 24–30 cm langen Platten als zwei Sinuslinien nebeneinander erhalten; aus der bekannten Schwingungszahl der Stimmgabel und dem Verhältnis der gleichzeitig aufgezeichneten Anzahl Schwingungen konnte die Schwingungszahl des Versuchsstreifens ermittelt werden. Da die Streifen gewöhnlich nicht mehr als 60 Schwingungen ausführten, bei höheren Temperaturen aber beträchtlich weniger, so wurde zum Vergleich eine gewöhnliche, langsam schwingende Stimmgabel verwendet, sie führte nach dem Zusammendrücken ihrer Zinken eine genügend lange Zeit Schwingungen aus. Ihre Schwingungszahl wurde durch Vergleich mit einer Normalstimmgabel zu 66,13 pro Sekunde ermittelt.

Zu den Aufnahmen wurde neben ultrarapid- und ähnlichen Platten auch hartarbeitendes Bromsilberpapier verwendet, auf dem sehr gut ausmeßbare Schwingungsbilder erhalten wurden.

Zur Herstellung des Vakuums wurde eine Gaedesche Molekularluftpumpe verwendet, als Vorpumpe diente eine Gaedesche Kapselpumpe. Wenn alle Schiffe vollkommen dicht waren, so konnte der Ofen in einigen Minuten bis auf etwa 10^{-3} mm Hg-Druck ausgepumpt werden, nach längerem Pumpen wurden unter Umständen 10^{-6} mm Hg-Druck erreicht. Zur Messung des Vakuums diente ein Mac Leodsches Manometer. Wurde der Ofen geheizt, so dauerte das Leerpumpen infolge der aus den erwärmten Metallmassen austretenden Gas-mengen um so länger, je höher die Temperaturen waren. Während der Versuche waren die Pumpen dauernd im Gang.

Der Heizstrom wurde von der großen Akkumulatoren-batterie des Instituts geliefert, der entweder bei 8 Volt 2000 Ampere oder bei 16 Volt 1000 Ampere oder bei 32 Volt 500 Ampere entnommen werden konnten. Der Strom wurde in dicken Kupferschienen und Kabeln zu einem stufenweise regulierbaren Widerstand geleitet. Zur Feinregulierung bzw. zur alleinigen Verwendung bei sehr großen Stromstärken

wurden zwei hintereinander geschaltete, je 5 m lange Stahlrohre von 20 mm Durchmesser benutzt, die mittels durchfließenden Wassers gekühlt wurden und auf denen starke Messingbacken als Kontakte für die Zu- und Ableitung des Heizstromes verschoben werden konnten. Diese Stahlrohre ermöglichten in bequemer Weise die Erzielung und Erhaltung einer bestimmten Temperatur. Als Anschlußklemmen an die Heizdrähte im Ofen dienten starke Messingschellen *S* (vgl. Fig. 1), in welche je sechs Zuführungsdrahtseile eingelötet waren. Diese Schellen wurden an die Rohre *A*, *B*, *C* und *D* angeschraubt. Der Widerstand der Wolframheizdrähte betrug wenige Zehntel Ohm. Bei 8 Volt konnten etwa 140 Ampere erreicht werden, das Thermoelement zeigte hierbei in unmittelbarer Nähe des Versuchsstreifens eine Temperatur von beinahe 700° C. an.

Für Temperaturen bis etwa 800° C. wurde ein Eisen-Konstantanthermoelement gewählt, für höhere Temperaturen ein Platin-Platinrhodiumelement. Die Lötstelle des Thermoelements durfte, wie schon erwähnt, die Streifen nicht berühren, damit ihre Schwingungen nicht gestört wurden. Die Lötstelle wurde jedoch der Mitte der Streifen möglichst nahe gebracht, die 0,4 mm starken Elementdrähte waren bis auf wenige Zentimeter vor der Lötstelle durch Quarzröhrchen isoliert. Zur Herausführung der Drähte aus dem Ofen wurden Kreisinge von 4 cm innerem und 8 cm äußerem Durchmesser und $\frac{1}{10}$ mm Dicke aus demselben Material wie die Drähte benutzt (von Heraeus geliefert), die nach innen und nach außen fahnenartige Enden hatten, an welchen die Drähte angelötet wurden. Die Metallringe waren durch einen Glimmerring voneinander isoliert und mit Marineleim zwischen einen Hartgummiring und eine Glasplatte eingekittet (vgl. Fig 2: *K*, *L*, *M*). Das Eisen-Konstantanelement wurde über ein Spiegelgalvanometer mit Vorschaltwiderstand geschlossen. Die Ablesung erfolgte objektiv, dabei entsprach eine Temperaturdifferenz von 1° C. einem Ausschlag von ungefähr 2 mm. Die Eichung des Elements wurde in der üblichen Weise mit Fixpunkten vorgenommen. Das Platin-Platinrhodiumelement wurde in Verbindung mit einem in Celsiusgraden geeichten Voltmeter benutzt.

Zur Feststellung des Temperaturunterschiedes an beiden Enden des Streifens wurden einmal zwei Platin-Platinrhodium-elemente eingebaut, deren Lötstellen sich in unmittelbarer Nähe der Enden des Streifens befanden, sie zeigten nur eine kleine, aber, wie sich zeigte, in den Elementen liegende Differenz an. Die Temperaturverteilung war daher durchaus befriedigend. Da die Streifen nur 0,3 mm dick und 3 mm breit und durch zwischengelegte Glimmerscheiben an der Einklemmstelle vor beachtenswerter Wärmeabgabe geschützt waren, so dürften sie auf ihrer ganzen Länge eine ziemlich gleichmäßige Temperatur gehabt haben, die sich von der mit dem Thermoelement gemessenen nicht erheblich unterschieden haben dürfte.

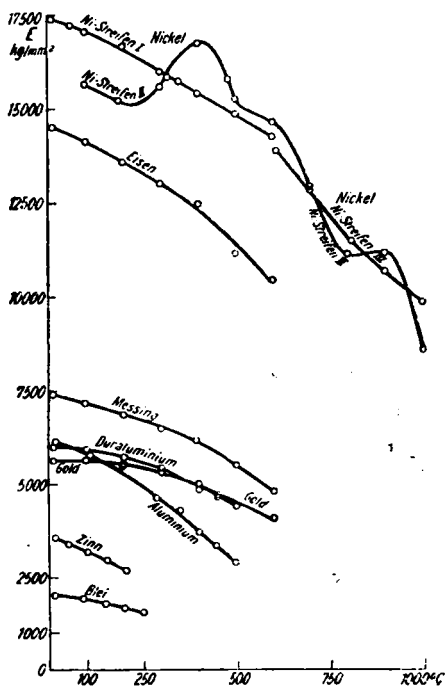
Die Versuche.

Zuerst möge kurz der gewöhnliche Gang eines Versuchs beschrieben werden.

Aus dem zu untersuchenden, durch Walzen aus einem Draht hergestellten Metallband wurden Stellen mit möglichst gleichmäßiger Dicke gesucht und dort Streifen von der gewünschten Länge herausgeschnitten. Diese Streifen wurden in den Ofen eingesetzt und einige Zeit im Vakuum bei einer Temperatur ausgeglüht, die etwa 20° C. höher war als die Temperatur, bis zu welcher das vorliegende Material gemessen wurde. Dieses Ausglühen hatte den Zweck, möglichst alle im Streifen durch die Art seiner Herstellung vorhandenen mechanischen Spannungen zu vernichten. Bei Zimmertemperatur wurde sodann die Dicke dieser Streifen mit der Mikrometerschraube an 5 oder 6 Stellen gemessen, die je etwa 1 cm voneinander entfernt waren. Die Streifen mit der gleichmäßigsten Dicke wurden für die Versuche ausgewählt und ihr spezifisches Gewicht mit einem Pyknometer bestimmt, das in einer für diesen Zweck passenden Form hergestellt worden war. Nach dem Einklemmen des Streifens in den Apparat zur Erzeugung der Eigenschwingungen (Fig. 2) wurde die freie Länge des Streifens mit der Schublehre bestimmt.

Nach dem Aufsetzen dieses Apparats auf den Ofen wurden die Pumpen in Gang gebracht. Sodann wurden die Schwin-

gungen des Versuchsstreifens bei Zimmertemperatur mehrmals photographiert und hierauf der Strom für die Heizdrähte eingeschaltet. Nach Erreichung der gewünschten Höchsttemperatur wurden mehrere Aufnahmen der Schwingungen gemacht, dann durch Veränderung der Widerstände im Heizstromkreis diejenigen Temperaturen abwärts nacheinander einreguliert, die für die Messung des vorliegenden Materials vorgesehen waren.



Der Elastizitätsmodul
in Abhängigkeit von der Temperatur.

Fig. 3.

suchsstreifens nachgemessen, sie hatten sich nur selten beachtenswert geändert.

Die Messungsergebnisse sind in den folgenden Tabellen und Kurven (Fig. 3) zusammengestellt. Hierbei ist die Temperatur t in Celciusgraden und der Elastizitätsmodul E in kg/mm^2 angegeben, bei jedem Metall ist sein Schmelzpunkt

Bevor jeweils die Schwingungen erzeugt und photographiert wurden, mußte das Thermoelement mehrere Minuten lang konstante Temperatur angezeigt haben. Bei ansteigender Temperatur wurden an denselben Stellen nochmals Messungen vorgenommen. Diese Versuchsreihe wurde gewöhnlich bei jedem Streifen zweimal durchgeführt. In den Pausen zwischen den Messungen bei verschiedenen Temperaturen wurden die Aufnahmen gleich entwickelt, waren nun aus irgendwelchen Gründen die Aufnahmen mißglückt, so konnten sie sofort wiederholt werden.

Zuletzt wurden die Dimensionen und das spezifische Gewicht des Ver-

zugefügt. Die Länge der Streifen schwankte zwischen 5 und 7,5 cm, die Dicke zwischen 0,026 und 0,036 cm. Bei den Metallen mit verhältnismäßig kleinem Elastizitätsmodul wurden die kleineren Längen verwendet, um Verbiegungen möglichst zu vermeiden.

A. Metalle.

Zinn.

Schmelzpunkt 232°.

<i>t</i>	<i>E</i>
14	3570
52	3405
101	3180
133	2990
203	2695

Blei.

Schmelzpunkt 327°.

<i>t</i>	<i>E</i>
13	2010
89	1930
150	1790
198	1685
250	1560

Aluminium.

Schmelzpunkt 658°.

<i>t</i>	<i>E</i>
17	6155
110	5790
200	5580
285	4630
350	4300
400	3705
445	3355
493	2885

Gold.

Schmelzpunkt 1064°.

<i>t</i>	<i>E</i>
12	5650
100	5630
200	5485
300	5345
400	5020
500	4410
600	4080

Eisen.

Schmelzpunkt 1500°.

<i>t</i>	<i>E</i>
12	14550
100	14180
200	13600
300	13045
400	12500
500	11770
600	10455

Nickel.
Schmelzpunkt 1470°

Streifen I		Streifen II		Streifen III	
<i>t</i>	<i>E</i>	<i>t</i>	<i>E</i>	<i>t</i>	<i>E</i>
12	17410	100	15670	610	13940
60	17230	190	15220	700	12870
100	17050	300	15620	810	11500
200	16645	400	16730	900	10690
300	15990	480	15810	1000	9885
320	15850	500	15270		
350	15755	600	14665		
400	15420	700	12950		
500	14870	800	11160		
600	14265	900	11195		
		1000	8565		

B. Legierungen.

Duraluminium.

Erstarrungsp. ca. 550°,
94,7% Al, 4,2% Cu,
0,6% Mn, 0,5% Mg.

<i>t</i>	<i>E</i>
12	6030
99	5955
200	5715
300	5440
400	4885
450	4715
500	4325

Messing

Erstarrungsp. ca. 900°,
ca. 60% Cu u. 40% Zn

<i>t</i>	<i>E</i>
11	7435
98	7190
200	6880
300	6470
392	6165
500	5500
600	4815

Von Duraluminium war die Abhängigkeit des Ausdehnungskoeffizienten von der Temperatur nicht bekannt, daher mußte bei ihm die hierdurch bedingte Korrektur des Wertes von *E* unterbleiben.

Die mitgeteilten Zahlen stellen die Mittelwerte aus allen bei der betreffenden Temperatur erhaltenen Einzelwerten dar. Bei den verschiedenen Streifen ergaben sich nicht genau die gleichen Elastizitätsmoduli; deren elastische Eigenschaften waren also nicht vollkommen identisch. Es spielte namentlich die Vorbehandlung eine große Rolle, die Streifen wurden zwar vor den Versuchen bei derselben Temperatur ausgeglüht, aber dieses Ausglühen wirkte anscheinend bei jedem Streifen in besonderem Maße. Es war gewissermaßen jeder

einzelne Streifen ein Körper mit eigenen elastischen Werten, ihre Zusammenfassung bei Streifen aus demselben Material ergab die vorstehenden Mittelwerte. Beim Nickel wurden diese Mittelwerte nicht gebildet, hiervon wird noch die Rede sein.

Von verschiedenen Forschern ist eine lineare Abnahme des Elastizitätsmoduls für zunehmende Temperatur gefunden worden, bei ihren Untersuchungen ist aber der Temperaturbereich nicht groß gewesen. Nach den vorstehenden Messungen, die in Fig. 3 graphisch dargestellt sind, wird jedoch die Abnahme bei zunehmender Temperatur immer größer, so daß zur einfachen mathematischen Darstellung der Versuchsergebnisse noch mindestens ein quadratisches Glied notwendig wäre. In der Beziehung zwischen dem Elastizitätsmodul und der Temperatur

$$E_t = E_0(1 - c_1 t - c_2 t^2)$$

könnten zwar für jedes untersuchte Material aus den vorstehenden Messungen die Werte von E_0 , c_1 und c_2 ermittelt werden, aber ihre zahlenmäßige Größe würde doch nur für die untersuchten Streifen selbst Gültigkeit haben, es war daher nicht lohnend, diese Rechnungen auszuführen. Eine aussichtsreiche theoretische Bedeutung dürfte allerdings diesen Größen zukommen, wenn sie an absolut reinen, von dem Einfluß jeder Vorbehandlung befreiten Stoffen gewonnen werden könnten, dieses Ziel war mit dem vorhandenen Versuchsmaterial und unter den gegebenen Verhältnissen nicht zu erreichen.

Die Kurven zeigen außer beim Nickel nirgends etwas Besonderes, sie haben alle denselben Charakter, ihre Unterschiede liegen in erster Linie in ihrer absoluten Höhe und im Maße ihrer Krümmung. Der Elastizitätsmodul bei Zimmertemperatur ist bei manchen Stoffen kleiner, als er in den tabellarischen Sammelwerken angegeben ist. Diese Erniedrigung der Werte kann vielleicht durch das Ausglühen bei hohen Temperaturen bedingt sein.

Die Messungen des *Torsionsmodul des Nickels* ergaben seinerzeit¹⁾ zwischen Zimmertemperatur und 300° C. bei

1) K. R. Koch und C. Dannecker, Ann. d. Phys. 47. S. 213 und 228. 1915.

mehreren Versuchen einen merkwürdigen Kurvenverlauf, bei etwa 110°C. hatte F ein Minimum und bei etwa 300°C. ein Maximum, dem ein ähnlicher Zahlenwert zukam wie dem Modul bei Zimmertemperatur.

Die Messungen des *Elastizitätsmodul des Nivkels* brachten insofern etwas Neues, als die einzelnen Versuchsstreifen sich ganz verschieden verhielten. Die Messungen an den drei am stärksten voneinander abweichenden Streifen wurden in Fig. 3 einzeln wiedergegeben. Jeder Kurvenpunkt wurde als Mittelwert aus mehreren Versuchsreihen erhalten. Der Streifen I wurde bis 600°C. gemessen, seine Temperatur wurde mit dem Eisen-Konstanthermoelement bestimmt. Die zugehörige Kurve zeigte einen schwach gekrümmten Verlauf *ohne* Wendepunkte. Der Streifen II, der unter Verwendung des Platin-Platinrhodiumthermoelements von 100°C. bis 1000°C. untersucht wurde, ergab eine sehr eigenartige Kurve, die bei etwa 220°C. ein Minimum und bei etwa 420°C. ein stark ausgeprägtes Maximum hatte, dessen Wert beträchtlich über dem Wert bei 100°C. lag. Bei $800-900^{\circ}\text{C.}$ verlief die Kurve fast horizontal. Der Streifen III wurde von $600-1000^{\circ}\text{C.}$ untersucht und ergab ähnlich wie der Streifen I eine schwach gekrümmte Kurve.

Diese Unterschiede dürften vielleicht darin begründet sein, daß die chemische Zusammensetzung des Materials nicht gleichmäßig war. Das verwendete Material war in Drahtform als „chemisch rein“ bezogen worden. Die elastischen Eigenschaften dürften aber gegen kleine chemische Verunreinigungen sehr empfindlich sein, so daß bei einer eventuellen ungleichmäßigen Verteilung derselben die einzelnen aus verschiedenen Stellen des Drahtes herausgeschnittenen Proben ein verschiedenes elastisches Verhalten zeigen müßten. Die mechanische Härte des Materials schien auch ungleichmäßig gewesen zu sein, denn beim Auswalzen des Drahtes zu einem Streifen wurde der letztere sehr ungleich dick, so hatte z. B. Streifen I eine Dicke von $0,0302\text{ cm}$ und Streifen II eine solche von $0,0314\text{ cm}$, dieser Streifen mit seiner merkwürdigen Kurve dürfte also jedenfalls mechanisch härter gewesen sein. Eingehende Untersuchungen dieser Umstände mußten leider aus Zeitmangel unterbleiben.

Bei einem *allgemeinen Vergleich* der für die einzelnen

Metalle und Legierungen erhaltenen Kurven für E und F findet man, daß der Elastizitätsmodul mit steigender Temperatur langsamer abnimmt als der Torsionsmodul. Die Poissonsche Konstante

$$\mu = \frac{E}{2F} - 1$$

wird also bei zunehmender Temperatur größer. Ob der von Cl. Schäfer¹⁾ vermutete Grenzwert $\frac{1}{2}$ bei der Annäherung an den Schmelzpunkt erhalten wird, kann leider aus den Messungen nicht klar ersehen werden, weil sie nicht an denselben Versuchskörpern vorgenommen werden konnten. Die Messung des Torsionsmodul ebenfalls an den Streifen vorzunehmen, konnte infolge der eingangs erwähnten mißlichen Umstände nicht mehr geschehen. Aus denselben Gründen konnte die Untersuchung nicht für alle seinerzeit bearbeiteten Metalle und Legierungen durchgeführt und ebenso nicht bei allen untersuchten Stoffen bis in die Nähe des Schmelzpunkts fortgesetzt werden.

Nachtrag.

Nach der Niederschrift dieser Untersuchung erhielten wir Kenntnis von der Arbeit des Herrn T. Kikuta: On the change of rigidity and logarithmic decrement in different metals and alloys at high temperatures²⁾. Es möge daher in diesem *Nachtrag* kurz auf sie eingegangen werden.

In der Einleitung werden die schon mehrmals erwähnten Messungen des Torsionsmodul folgendermaßen zitiert: „K. R. Koch and C. Dannecker, however, made their experiments up to high temperatures approaching the melting points, but their results were not accurate.“ Eine Begründung dieser Bemerkung wird in der Arbeit nicht gegeben, es sei denn, daß der Verfasser glaubt, dies mit der Erwähnung des raschen Abklingens der Schwingungen mancher Metalle bei hohen Temperaturen getan zu haben.

Die Ergebnisse der Arbeit von T. Kikuta an ausgeglühten Proben bestätigen im allgemeinen diejenigen von K. R. Koch

1) Cl. Schäfer, Ann. d. Phys. 5. S. 220. 1901.

2) Science Reports of the Tōhoku Imp. Univ. Vol. X. Nr. 3. S. 139—154. 1921.

und C. Dannecker. Wo größere Abweichungen vorliegen, dürften sie nach unserer Ansicht in der keineswegs gleichmäßigen mechanischen und thermischen Vorbehandlung und in ungleichen Verunreinigungen der Materialien begründet sein, welche beiden Umstände ja einen maßgebenden Einfluß auf die elastischen Eigenschaften haben. T. Kikuta hatte anscheinend manche Metalle und Legierungen vor der Messung nicht ausgeglüht, so daß die Versuchsdrähte von den inneren mechanischen Spannungen, die durch die Art ihrer Herstellung bedingt sind, nicht vorher befreit worden waren. Tatsächlich verschwanden auch die Mehrzahl der Wendepunkte in seinen Kurven schon nach anscheinend nur *einmaligem* Ansglühen der Drähte. Die unter solchen Verhältnissen gewonnenen Ergebnisse dürften daher größte Vorsicht bei ihrer Deutung notwendig machen. Die Messungen selbst erstreckten sich im Höchstfalle bis 937°C ., während die Torsionsmessungen von K. R. Koch und C. Dannecker bis 1700°C durchgeführt worden waren.

Der Torsionsmodul des Nickels zeigte bei T. Kikuta *kein* besonderes Verhalten. Unter Berücksichtigung der obigen Messungen des Dehnungsmodul dürften also zu einer endgültigen Klarstellung der elastischen Eigenschaften des Nickels in Abhängigkeit von der Temperatur noch weitere Messungen notwendig sein, wobei neben Material von höchster zurzeit erreichbarer Reinheit, das durch sorgfältigste mechanische und thermische Vorbehandlung von allen inneren Spannungen möglichst befreit sein müßte, auch noch Material mit kleinen bekannten Verunreinigungen und bestimmter Vorbehandlung zu untersuchen wäre.

Bad Liebenzell im Schwarzwald und Charlottenburg, im März 1922.

(Eingegangen 28. März 1922.)