

II.

B e s c h r e i b u n g *eines Instruments zur Bestimmung der mittlern Tem-* *peratur eines Ortes für jeden gegebenen Zeitraum;*

VON

J. G. GRASSMANN, Prof. am Gymn. zu Stettin.

Um die mittlere Temperatur eines gegebenen Zeitabschnitts an einem Orte zu erfahren, wird bekanntlich eine Reihe über die Tageszeiten gehörig vertheilter Beobachtungen angewendet. Man hält es, um die mittlere Temperatur eines Tages zu erhalten, gewöhnlich für hinreichend, drei Beobachtungen, eine Morgens, eine Mittags und eine Abends zu machen. Dafs man durch dieses Verfahren die gesuchte mittlere Temperatur eines Tages nur beiläufig erhalte, und mannichfachen Irrthümern ausgesetzt sey, ist zu einleuchtend, als dafs es einer Auseinandersetzung bedürfte. Dies würde indess da von geringem Belange seyn, wo es darauf ankömmt, die mittlere Temperatur eines gröfsern Zeitabschnittes, z. B. eines Jahres, zu finden, wenn man nur versichert seyn könnte, dafs die Irrthümer blofs zufällig wären, und bald auf die eine, bald auf die andere Seite fielen, so dafs sie sich bei einer bedeutenden Reihe von Beobachtungen in dem erhaltenen Durchschnitt wechselseitig tilgten.

Es ist aber sehr zu fürchten, dafs hierbei constante Fehler vorkommen, welche eine ganze Reihe von täg-

lichen Mitteln in demselben Sinne treffen, so daß sie z. B. alle zu hoch ausfallen, die daher, wenn man ihren Durchschnitt nimmt, kein richtiges jährliches Mittel geben können. So dauert z. B. an hellen Wintertagen die größte Wärme nur wenige Stunden, kommt aber, wenn man die mittlere Temperatur eines Tages aus drei Beobachtungen nimmt, so in Rechnung, als habe sie 8 Stunden gedauert. Die Kälte steigt dagegen während der Nacht gewöhnlich nur um wenige Grade, und die größte Kälte gilt daher eigentlich für einen größern Zeitraum, als für welchen sie in dem Durchschnitt aus 3 täglichen Beobachtungen in Rechnung kommt. Die mittlere Temperatur eines solchen Tages kann daher beträchtlich geringer seyn, als ein solcher Durchschnitt sie giebt.

Noch weniger zuverlässig scheint mir das Mittel aus der Beobachtung der täglichen Temperatur-Extreme. Sie können die wahre Mittelwärme eines Tages eben so wenig geben, als die Beobachtung der größten Wärme und der größten Kälte eines Jahres die mittlere Wärme dieses Jahres giebt *). Auch steht das Maximum der Wärme eines Tages in der That unter ganz andern Verhältnissen, als das Maximum der Kälte. Jenes wird durch eine allmählig steigende, und dann wieder abnehmende Kraft — die Einwirkung der steigenden und sinkenden Sonne — hervorgerufen. Die Abkühlung vom Sonnenuntergang bis zum Sonnenaufgang hängt dagegen keineswegs von

*) Daß indeß die Abweichung dieses Mittels von der wahren mittleren Wärme nicht so groß ist, wie gemeinlich geglaubt wird, hat man aus dem vorhergehenden Aufsatz gesehen. P.

der Tiefe der Sonne unter dem Horizonte ab, sondern scheint, abgesehen von allen durch atmosphärische Niederschläge oder Auflösungen bewirkten Temperaturveränderungen, nur unter den allgemein physischen Verhältnissen der allmählichen Abkühlung zu stehen. (Fig. 3 stellt den mutmaßlichen Gang der Temperatur im Sommer, und Fig. 4 den im Winter dar).

Nach Törnstens unter 64° nördlicher Breite angestellten zehnjährigen Beobachtungen steht das jährliche Mittel aus Beobachtungen um 6 Uhr Morgens und um 6 Uhr Abends um $0,67$ Grad Reaumur unter dem jährlichen Mittel aus den Beobachtungen der täglichen Temperatur-Extreme *a*).

Die wahre mittlere Wärme eines Tages ist eigentlich der Durchschnitt einer unendlichen Menge stetig folgender, durch alle 24 Stunden hindurchgehender Beobachtungen. Diesem würde man ohne allen merklichen Fehler den Durchschnitt aus 96 viertelstündigen oder 48 halbstündigen Beobachtungen substituiren können. Eine solche *Ausmittlung* ist allerdings sehr beschwerlich, und erforderte wenigstens zwei von andern Geschäften freie Beobachter. Es ist hierbei ein lästiger Umstand, daß das wahre Mittel eines Tages von dem Mittel aus Beobachtungen zu bestimmten Tageszeiten, oder aus den Temperatur-Extremen nicht zu allen Zeiten und an allen Orten auf gleiche Weise abhängen, sondern daß die Function, mittelft

a) Leopold v. Buch über die Gränzen des ewigen Schnees im Norden, in Gilberts Annalen B. 41 S. 44, aus den Verhandlungen der Schwedischen Akademie 1796. III.

deren diese Abhängigkeit sich darstellt, nach den verschiedenen Jahreszeiten, Klimaten und örtlichen Lagen verschieden seyn wird. — Untersuchungen dieser Art scheinen noch nicht angestellt zu seyn, wenigstens sind sie mir unbekannt geblieben. — Herr Prof. Brandes, in seinen trefflichen und höchst belehrenden Untersuchungen über den mittlern Gang der Wärme-Aenderungen, übergeht diesen Gegenstand gänzlich, und bemerkt bloß (S. 4), daß seine Bestimmungen aus Beobachtungsreihen hergeleitet sind, deren größter Theil die Wärme zu drei verschiedenen Tageszeiten angiebt, und fügt hinzu, daß die mittlere Wärme dieser drei Tageszeiten nicht erheblich von der Mittelwärme des ganzen Tages abweichen könne — eine Meinung, welcher ich, nach dem Gefagten, nicht unbedingt beipflichten kann, da hier die Häufung der Anzahl der Beobachtungen, falls sie mit einem constanten oder in gleichem Sinne variablen Fehler behaftet seyn sollten, zu keinem richtigen Durchschnittswerthe führen kann.

Schon um die Resultate einer so mühevollen und verdienstlichen Arbeit, wie die, welche in dem gedachten Werke dem Publikum vorliegt, zu sichern, oder, wenn es nöthig ist, zu berichtigen, wäre daher eine gründliche Untersuchung über die wahre Mittelwärme des Tages höchst wünschenswerth. Die Methode dazu, von welcher eben die Rede war, ist aber in der That mit zu großen Schwierigkeiten verknüpft, als daß sich eine genügende Feststellung des fraglichen Gegenstandes nach ihr so bald erwarten ließe.

Ich erlaube mir hier, den Physikern und Astronomen die Idee zu einem Instrumente vorzulegen, wel-

ches selbst in jedem Augenblicke die Wärme beobachtet, die Beobachtungen summiert und das Mittel zieht, so daß man nach 24 Stunden die Mittelwärme des Tages, — und eben so die Mittelwärme einer Woche, eines Monats oder Jahres nach Verlauf derselben — nur ablesen darf, wenigstens durch eine ganz kleine Rechnung finden kann. Das Instrument überhebt uns also des ganzen beschwerlichen Theils jener Untersuchung, indem es sie allein auf seine Schultern nimmt.

Es ist dasselbe keinesweges so verwickelt und zusammengesetzt, als es der daran gemachten Anforderung nach scheint. Ob es das, was von ihm ausgesagt ist, mit der gehörigen Schärfe und Genauigkeit leisten werde, ist zwar durch keinen Versuch dargethan, da es bis jetzt meines Wissens nicht für einen Zweck, wie dieser, ausgeführt ist, kann aber, nach seiner Einfachheit keinen Augenblick zweifelhaft seyn. Es ist sogar häufig genug vorhanden, nur für unsern Zweck, so viel mir bekannt, nicht gebraucht; seine Idee läßt sich in zwei Worten aussprechen, und liegt so nahe, daß ich mich in der That der Beforgnis nicht erwehren kann, hier einen Gedanken als neu vorzutragen, den schon viele vor mir gehabt, und auch vielleicht ausgesprochen und ausgeführt haben mögen. Es ist nämlich nichts mehr und nichts weniger als *eine Pendeluhr ohne Compensation*. Noch zweckmäßiger wird es aber seyn, ihrem Pendel gerade die entgegengesetzte Einrichtung eines Compensationspendels zu geben. Da eine solche Uhr in der Wärme langsamer, in der Kälte rascher geht, so ist der Unterschied der Zeit, welche sie zeigt, eine Funk-

tion der Wärme, welche unterdeß geherrscht, und welche mit allen ihren Veränderungen immer sogleich in den Gang der Uhr eingewirkt hat. Wird das Pendel der Uhr für 0° regulirt, doch so gestellt, daß die Dauer einer Schwingung bei 0° genau eine Secunde ist, die Uhr also bei dieser Temperatur in ihrem Gange mit einer richtigen astronomischen Uhr für mittlere Zeit übereinstimmt, so ist der Zeitunterschied, den sie nach einem Tage oder nach einer Woche gegen jene Uhr angiebt, ein Ausdruck der mittleren Wärme, welche unterdeß geherrscht hat; die Uhr hat sie von Secunde zu Secunde richtig beobachtet, summiert, und das Mittel selbst genommen. Gesetzt der Zeitunterschied, den sie zeigt, deutete auf eine Pendellänge, welche nach dem Ausdehnungsverhältniß der Pendellänge bei 10° Statt findet, so wäre dieses die mittlere Wärme des fraglichen Zeitraums.

Zwei Umstände scheinen hier in Beziehung auf die Anwendbarkeit des Pendels zur Bestimmung der mittleren Temperatur eine besondere Erwägung zu verdienen. Der erste betrifft eine solche Aufstellung der Uhr, daß ihr Pendel jedesmal die Wärme der Luft annimmt. Zu diesem Ende scheint es hinreichend sie vor einem nach Norden gehenden Fenster eines ungeheizten Zimmers anzubringen, gegen Reflexe gehörig zu schützen, und sie mit einem Gehäuse aus Eisenblech zu umgeben, welches oben und unten mit einem engen Drahtgitter versehen ist, um den Luftwechsel zu gestatten. — Es versteht sich, daß das obere durch ein Dach gegen das Eindringen der Feuchtigkeit geschützt seyn müßte. Auch scheint es mir gar keine Schwierigkeit zu haben, das Pendel in

einer Entfernung von einigen Fuß von der Uhr aufzuhängen, so daß diese noch im Zimmer bliebe. — Durch eine solche Vorrichtung scheinen alle Vorichtsmaßregeln, welche man bei Aufhängung der Thermometer zu den täglichen Beobachtungen zu empfehlen pflegt, auf das Pendel übertragen, nur daß dieses nie unmittelbar einem Luftzuge ausgesetzt werden darf.

Der zweite Umstand, welcher hier in Erwägung gezogen werden muß, ist der, ob die Ausdehnung des Pendels in der Wärme hinreichend groß seyn werde, um diese daraus mit der nöthigen Schärfe bestimmen zu können. Die Beantwortung dieser Frage hängt zum Theil von der Gränze der unvermeidlichen Fehler in dem Gange einer astronomischen Uhr mit einem Compensationspendel ab. Da es mir hierüber aber an den nöthigen Erfahrungen und Untersuchungen fehlt, so muß ich diesen Umstand gänzlich übergehen, und werde also alle übrigen Einflüsse auf den Gang der Uhr, wie z. B. die größere Ausweichung, den größeren Widerstand einer dichteren Luft, Verdickung des Oels u. s. w. hier gänzlich außer Acht lassen, und ihn bloß als abhängig von der Länge des Pendels betrachten. Unter diesen Voraussetzungen würde schon ein Pendel mit einer einfachen Pendellänge aus einem sich stark ausdehnenden Metallo (z. B. aus gewalztem oder gehämmertem Zink, welches sich nach Smeaton vom Gefrierpunkte bis zum Siedepunkte in dem Verhältnisse von 1 zu 1,00375 ausdehnt *b)* nicht unbrauchbare Beobachtungen geben.

b) Kastners Physik S. 913. Biot in seinem *Traité* führt das Ausdehnungsverhältniß des Zinks gar nicht an.

Die Berechnung c) ergibt, daß eine damit verfehene

c) Es sey l die Länge des Secundenpendels, (beiläufig nahe 38 rheinländische oder preuss. Zoll) $1 + tk$ das Ausdehnungsverhältniß der Pendellänge für t Centesimalgrad Wärme, und f , in Secunden ausgedrückt, die Dauer einer Schwingung eines Pendels, welches bei 0 Grad mit einem richtigen Secundenpendel gleichzeitig schwang, sich nun aber in einer Wärme von t Graden auf $(1 + tk) l$ verlängert hat. Da sich nun die Schwingungszeiten wie die Quadratwurzeln der Pendellängen verhalten, so ist:

$$1 : f = \sqrt{l} : \sqrt{(1 + tk) \cdot l} = 1 : \sqrt{1 + tk}$$

woraus $f = \sqrt{1 + tk}$

Hiefür kann man, da tk gegen 1 immer sehr klein ist, ohne merklichen Fehler setzen:

$$1) \quad f = 1 + \frac{1}{2} tk$$

Die Zahl der Schwingungen, welche ein solches Pendel in einem gegebenen Zeitraume von A Secunden (z. B. in einem Tage, wo $A = 86400$) macht, ist folglich:

$\frac{A}{1 + \frac{1}{2} tk}$ wofür man wieder ohne merklichen Fehler setzen kann $A - \frac{1}{2} Atk$

Die Uhr bleibt also gegen eine richtige Secundenuhr um $\frac{1}{2} Atk$ zurück. Diesen Zeitunterschied in Secunden setze man d , so ist:

$$2) \quad d = \frac{1}{2} Atk \quad \text{woraus folgt}$$

$$3) \quad t = \frac{2d}{Ak}$$

Ist also k bekannt, so kann aus dem Zurückbleiben der Uhr die mittlere Temperatur für einen Zeitraum von A Secunden nach dieser Gleichung hergeleitet werden. Sollte sie vorgehen, so ist d negativ, woraus auch t negativ gefunden wird, wie man leicht übersieht. Noch ein drittes Glied für f in Rechnung zu ziehen, wird nur in seltenen Fällen, und auch dann nur wenn die größste Genauigkeit gesucht wird, erforderlich seyn.

Uhr für jede 10 Centesimalgrade Wärme oder Kälte

Für die Berechnung des täglichen Zurückbleibens eines Zinkpendels bei 10° Cent. Wärme nach der Gleichung 2) hat man

$$A = 86400, t = 10, k = 0,0000373$$

$$\begin{array}{r} 43200 \text{ Man findet folglich} \\ \hline 746 \\ 1119 \\ 1492 \end{array}$$

$$d = \frac{1}{5} Atk = 16,1136$$

Nimmt man noch das folgende Glied, so erhält man,

$$f = \sqrt{1 + tk} = 1 + \frac{1}{2} tk - \frac{1}{8} t^2 k^2 + \dots$$

Hieraus ist die Zahl der Schwingungen in A Secunden

$$\frac{A}{1 + \frac{1}{2} tk - \frac{1}{8} t^2 k^2} = A - \frac{1}{2} A \cdot tk + \frac{3}{8} At^2 k^2 - \dots$$

$$\begin{aligned} \text{Hieraus hat man nun } d' &= \frac{1}{5} Atk - \frac{3}{8} At^2 k^2 \\ &= \frac{1}{5} Atk (1 - \frac{3}{4} tk) \end{aligned}$$

Vergleichen wir das hier gefundene genauere d' mit dem in Formel 2 (S. 426), so ist

$$d : d' = \frac{1}{5} Atk : \frac{1}{5} Atk (1 - \frac{3}{4} tk) = 1 : (1 - \frac{3}{4} tk)$$

$$\text{folglich } d' = d (1 - \frac{3}{4} tk)$$

Es sey $t = 50^\circ \text{ C.}$ und $k = 0,0000373$

$$\begin{array}{r} 50 \\ \hline tk = 0,0018650 \\ 3 \\ \hline 0,0055950 \\ 4 \\ \hline \frac{3}{4} tk = 0,0013987 \end{array}$$

Der Factor $1 - \frac{3}{4} tk$ weicht von 1 so wenig ab, daß man in allen hier vorkommenden Fällen ohne allen merklichen Fehler $d' = d$ setzen, d. h. sich mit dem ersten Gliede aus $\sqrt{1 + tk}$, nämlich $1 + \frac{1}{2} tk$, begnügen kann, weshalb darauf in den fernern Rechnungen keine Rücksicht genommen, d. h. k ist als ein bloßes Differential betrachtet worden.

täglich um 16,11 Secunden gegen eine richtig gehende Compensationspendeluhr differiren würde, vorausgesetzt, daß der Gang beider Uhren bei 0° übereinstimmte. — Allein es wird doch zweckmäßiger seyn, sich zu diesen Beobachtungen eines roßförmigen Pendels zu bedienen, dessen sämtliche abwärts gehende Strecken aus dem sich mehr ausdehnenden, die aufwärts gehenden aus dem sich weniger in der Wärme ausdehnenden Metalle bestehen. So könnte man z. B. alle abwärts gehenden Strecken aus Zink, alle aufwärts gehenden aus Stahl machen, auch dem Pendel statt der roßförmigen eine röhrenförmige Gestalt geben d). — Hierbei bleibt es nun der Willkühr überlassen, aus wie vielen Stäben oder Röhren man das Pendel zusammensetzen will. Die Anordnung wird sich immer so treffen lassen, daß 1 Grad Wärmeänderung einer Differenz von einer gegebenen Anzahl von Secunden in dem täglichen Gange der Uhr entspricht e). So finde ich, daß ein roßförmiges Pendel

d) Bode astronomisches Jahrbuch 1808. S. 249.

e) Die abwärts gehenden Zinkstrecken des bei 0° regulirten thermometrischen roßförmigen Secundenpendels werden, wenn die Linse im Schwingungspunkte aufgehängt ist, die aufwärts gehenden Stahlstrecken um die Länge des einfachen Secundenpendels übertreffen müssen. Setzen wir diese Länge = 1, und die Länge der Stahlstrecken, durch dieselbe Einheit gemessen, = x , so beträgt die Summe der Zinkstrecken überhaupt $1 + x$. Unter diesen Umständen wird sich das Pendel, wenn $1 + k'$ das Ausdehnungsverhältniß des Zinks für 1° Cent. bezeichnet, bei einer Wärme von 1° Cent. in seinen Zinkstrecken verlängern um $k' (1 + x)$, dagegen wird es sich, wenn $1 + k''$ das Ausdehnungsverhältniß des Stahls ist, in seinen Stahlstrecken

von 9 Stäben Zink und Stahlg, die der Länge des einfachen Secundenpendels ungefähr gleich sind, und welches also aus 3 abwärts gehenden Zinkstrecken und 2 aufwärts gehenden Stahlstrecken besteht, für jeden Centesimalgrad Wärmeänderung eine Differenz von täglich 4 Secunden in Zeit giebt, wenn man das obige Ausdehnungsverhältniß für den Zink beibehält, und das des Stahls nach Biot = 1,00001079 für 1 Cen-

verkürzen um $k''x$. Die Ausdehnung des Roßpendels für 1° Cent., welche wir k nennen, ist daher

$$4) \quad k = k' + k'x - k''x = k' + (k' - k'') x,$$

und das Pendel kann angesehen werden, als bestände es aus Einer Masse, deren Ausdehnungsverhältniß $1 + k$ ist. Wäre k gegeben, und man suchte x , so hätte man

$$5) \quad x = \frac{k - k'}{k' - k''}$$

Dieser Ausdruck wird zur Anordnung eines Roßpendels brauchbar seyn, wenn verlangt wird, daß es für einen Grad Wärmeänderung einen bestimmten Zeitunterschied täglich geben soll. Es ist nämlich dieser Zeitunterschied (d), da hier $t = 1$ gesetzt ist, aus der 2ten Gleichung:

$$d = \frac{1}{2} Ak, \text{ woraus}$$

$$6) \quad k = \frac{2d}{A} \text{ folgt.}$$

Ist k durch d und A gegeben, so findet man, wenn man auch k' und k'' , die Ausdehnungen der Metalle, aus denen man das Pendel zusammensetzen will, als bekannt betrachtet, die Größe x , d. h. die Länge der aufwärts gehenden Stahlstrecken aus der 5ten Gleichung.

Um ein Pendel aus Zink und Stahl zu construiren, welches für 1° C. Wärmeänderung täglich einen Unterschied von

tesimalgrad setzt δ . Kann man nach Viertelsekunden beobachten, so würde eine Differenz von $2\frac{1}{2}$ Sekunden täglich genügen, um die Mittelwärme eines Tages bis auf Zehntel eines Decimalgrades zu bestimmen. Zu diesem Zweck würde ein Rost aus 5 Stäben Zink und Stahl, der also aus 2 abwärts gehenden Zinkstrecken und einer aufwärts gehenden Stahlstrecke bestände, genügen. — Es ist hierbei nicht zu übersehen, daß die Beobachtungsfehler in Beziehung auf die Mittelwärme eines Tages ohne allen Einfluß auf die Angabe der Mittelwärme eines Monats oder Jahres sind, vorausgesetzt, daß man die Uhr in dieser ganzen Zeit ununterbrochen fortgehen ließe.

$2\frac{1}{2}$ Sekunden zeigte, hätte man $d = 2\frac{1}{2}$, $A = 86400$, folglich

$$k = \frac{2d}{A} = 0,00005787. \quad \text{Da nun}$$

$$k' = 0,00003730$$

$$k'' = 0,00001079, \quad \text{so ist}$$

$$k - k' = 0,00002057$$

$$k' - k'' = (0,00002657)$$

$$0,776 = x$$

$$18557$$

$$38$$

$$2013$$

$$6208$$

$$1856$$

$$2328$$

$$157$$

$$29,49 = x \text{ in Zollen rheinl.}$$

$$159$$

Die aufwärts gehende Stahlstrecke müßte also 0,776 von der Länge des einfachen Sekundenpendels, oder, wenn dieses 38 Zoll rheinl. gerechnet wird, 29,49, nahe $29\frac{1}{2}$ Zoll betragen.

Wäre das Ausdehnungsverhältniß der Metalle mit hinreichender Sicherheit bekannt, so würde es genügen, das zusammengesetzte Pendel bei einer Temperatur von 0° so zu reguliren, daß es bei dieser Temperatur mit einem richtigen Secundenpendel gleichzeitig schwingt. Alles übrige wäre Sache der Rechnung; diese würde die Auslage des Pendels in die Sprache unsers Quecksilberthermometers übersetzen, und es käme nur darauf an, jene Auslage scharf aufzufassen. Wie weit dieses letztere geschehen könne, davon ist in dem Obigen so eben die Rede gewesen, und es wird sich weiterhin noch ein Mittel zeigen, wodurch diese Schärfe noch vermehrt werden kann; allein jene Uebertragung der Sprache des Pendels in die des Thermometers bedarf noch einer besondern Untersuchung.

Es scheint zuvörderst keine bedeutenden Schwierigkeiten zu haben, das Pendel zur Beobachtung der Mittelwärme, welches ich künftig das thermometrische Pendel nennen will, für die Temperatur von 0° zu reguliren, wenn man im Besitze einer richtiggehenden Secundenuhr mit einem Compensationspendel ist. Die Temperatur der Luft hält sich oft, insbesondere, wenn nach tiefem Schnee Thauwetter eintreten will, ziemlich genau auf 0° , und es lassen sich leicht Vorrichtungen angeben, wodurch man die Temperatur in einem eingeschlossenen Raume auf diesen Punkt für längere Zeit fixiren kann.

Allein die Angaben des Ausdehnungsverhältnisses der Metalle sind wohl noch zu unsicher, als daß man sich allein darauf stützen, und sich des Versuchs überheben könnte. Dieser kann nun auf zwei ver-

schiedene Arten angestellt werden, einmal durch unmittelbare Messung, und zweitens durch Beobachtung des Ganges der mit dem thermometrischen Pendel versehenen Uhr.

So ausgebreitet und vervollkommenet auch jetzt die Hilfsmittel der Mechanik und Optik sind, so scheint die unmittelbare Messung des Ausdehnungsverhältnisses doch zu große Schwierigkeiten zu haben, als daß man die hinreichende Genauigkeit davon erwarten könnte, zumal wenn man das Pendel, wie es doch nothwendig scheint, in seiner senkrechten Lage aufgehängt, so wie es sich an der Uhr befindet, während der Messung erhalten wollte, wodurch es schon sehr schwierig wird, ihm in seiner ganzen Länge genau dieselbe Temperatur zu geben. Wir geben daher diese Methode gänzlich auf, und wenden uns zu der andern.

Auch diese hat ihre Schwierigkeiten, welche vorzüglich daraus entspringen, daß sich kleine Zeittheile nicht mit der Genauigkeit beobachten lassen, als kleine Raumtheile, und daß man daher den Versuch über einen längern Zeitraum ausdehnen muß, wenn man zu einiger Genauigkeit gelangen will.

Folgendes Mittel scheint mir aber zu jeder erforderlichen Genauigkeit zu führen, und in Beziehung auf die genaue Abmessung der Zeit dieselben Vortheile zu gewähren, welche der Vernier in Beziehung auf die genaue Ausmessung der Längen darbietet. Es wird nur darauf ankommen durch den Versuch auszumitteln, wie es am besten anzuwenden, und welche Hilfsmittel dem Auge oder dem Ohre noch zu geben seyn möchten.

Es befinde sich eine Uhr mit einem richtigen Compensations-Secundenpendel in nicht zu großer Entfernung neben unserer Uhr mit dem thermometrischen Pendel. — Beide müssen sich entweder auf eine hinlänglich starke Mauer stützen, oder doch so angebracht seyn, daß sie sich ihre Bewegung nicht mittheilen können. — Die Aufstellung auf abgeforderten Gerüsten, welche sich beide auf einen aus einer Balkenlage und darüber gedeckten Dielen bestehenden Fußboden stützen, ist ganz verwerflich g). Ueberhaupt wird man nicht vorsichtig genug seyn können, um jeden Einfluß des einen Pendels auf das andere zu entfernen; wie klein und geringfügig ein solcher Impuls auch seyn mag, so wird er sich, viele Tausend Mal wiederholt, doch geltend machen, und den Gang

g) Cf. Laplace in Gilb. Ann. B. 57. S. 229 sqq. Durch folgenden ganz einfachen Versuch kann sich jeder überzeugen, wie leicht sich die Schwingung eines Pendels einem andern mittheilt. Man hänge eine an einen Faden befestigte Flintenkugel an dem Gehäuse einer mit einem nicht zu leichten Pendel versehenen, und auf diesem Gehäuse ruhenden, Secundenuhr so auf, daß der Faden neben dem Gehäuse herunterhängt, und sich in dem Ruhepunkte auf irgend einen Theil des Gehäuses stützt. Giebt man nun dem freien Theile des Fadens nur ungefähr die Länge eines Secundenpendels, so wird man in einigen Minuten bemerken, daß sich auch dieses Pendel in Bewegung setzt, und so schwingt, daß beide immer nach entgegengesetzten Seiten ausweichen. Diese Bewegung stellt sich auch immer auf dieselbe Weise wieder her, wie oft man sie auch unterbricht oder abändert. Hängt man das Fadenpendel dagegen in gleicher Entfernung an einen in die Wand geschlagenen Nagel auf, so ist eine solche Bewegung nicht bemerkbar.

der Beobachtung stören. Eine Aufstellung auf gänzlich gesonderten gehörig starken Gerüsten kann nur in dem Falle für zulässig gehalten werden, wenn beide zur ebenen Erde auf dem soliden, nicht gedielten, sondern eben mit Steinen gepflasterten Boden stehen.

Man beobachte nun beide Pendel bis zu dem Augenblick, wo die Schläge derselben coincidiren, d. h. wo eine Secunde an dem einen in demselben Augenblicke beendigt ist, als an dem andern. Diese Beobachtung wird sich eben sowohl mit dem Auge als mit dem Ohre machen lassen, und man wird bei einiger Uebung leicht dahin gelangen, auf beide Arten zu beobachten, und die eine Beobachtung durch die andere zu controliren. Für die Beobachtung mittelst des Auges scheint es am vortheilhaftesten einen Spiegelsextanten so aufzustellen, daß sich die Bilder der ruhenden Pendel gerade decken, und ihn in dieser Lage zu befestigen. Sobald beide Bilder der schwingenden Pendel sich nun, insbesondere in der Mitte des Schwunges, wieder decken, hat man eine Coincidenz. Welche Vortheile man sich dabei durch die Anbringung gewisser Kennzeichen, die sich z. B. im Augenblicke der Coincidenz berühren, verschaffen könne, wird sich jeder am besten selbst heraussuchen. Uebrigens wird man nur diejenigen Coincidenzen brauchen können, bei welchen die Pendel nach derselben Seite ausweichen.

Beobachtet man nun zwei nicht zu nahe liegende Coincidenzen, so wird sich daraus die Dauer einer Schwingung des thermometrischen Pendels mit einer Genauigkeit bestimmen lassen, welche nichts zu wünschen übrig läßt, und welche noch vollkommen hin-

reichend ist, wenn man sich auch um eine ziemlich beträchtliche Anzahl von Secunden in der Bestimmung des Abstandes der beiden beobachteten Coincidenzen geirrt haben sollte *h*).

Nachdem die Schwierigkeit wegen genauer Ausmessung der Schwingungszeiten nun beseitigt, scheinen vornehmlich folgende Wege offen zu stehen, um mittelst der Beobachtung des Ganges der mit dem thermometrischen Pendel versehenen, und für 0° re-

- h*) Es sey die Anzahl der Schwingungen eines richtigen Compensations-Secundenpendels von einer Coincidenz zu irgend einer andern $= A$, ein thermometrisches Pendel, welches bei 0° mit ihm gleichzeitig schwingt, mache unterdeß bei einer höhern Temperatur t , $A - d$ Schwingungen, wo d genau eine Anzahl ganzer Secunden bezeichnet. Man hat nun aus der 2ten und 3ten Gleichung

$$2d = Atk, \text{ woraus } k = \frac{2d}{At} = \frac{2d}{t} \cdot \frac{1}{A}$$

Diese Gleichung zeigt, welchen Einfluß ein Irrthum in der Beobachtung der beiden Coincidenzen auf die Bestimmung von k haben wird. Setzt man nämlich $A \pm \Delta A$ statt A in dieselbe, so findet sich das erste Glied von $k = \mp \frac{2d}{t} \cdot \frac{\Delta A}{A^2}$, welches selbst für einen mäßigen Zeitraum nicht von Bedeutung seyn kann. —

Es sey z. B. eine Coincidenz beobachtet Morgens 7^h 28' 34''
und eine andere Abends um — — — 6^h 35' 15''
Zeitunterschied — — — 11^h 6' 40''
— — in Secunden 40000 $= A$

Die thermometrische Uhr sey während deß um 18 Secunden $= d$ zurückgeblieben, und die Temperatur des Pendels sey 16°C. $= t$ gewesen. Man hat hieraus $k = \frac{2d}{At} = 0,00005625$. Sollte nun der mögliche Irrthum in Beobachtung der Coincidenzen

gulirten Uhr das Ausdehnungsverhältniß dieses Pendels zu finden, und damit zugleich die thermometrische Bedeutung seiner Anzeigen kennen zu lernen.

1. Man bringe das thermometrische mit seiner Uhr in Verbindung stehende Pendel einige Stunden lang in Dämpfe des kochenden Wassers, und wenn es die Temperatur desselben angenommen und wieder trocken geworden, so beobachte man einige nicht zu nahe liegende Coincidenzen.

2. Man bringe das Pendel in einen tiefen Keller, dessen Temperatur man kennt, und beobachte auch hier einige Coincidenzen mit einem richtigen Sekundenpendel.

3. Man beobachte an einem warmen Tage, oder noch besser mehrere Tage hintereinander die Temperatur, worin sich das thermometrische Pendel befindet an recht genauen Thermometern von Viertelfunde zu Viertelfunde, und nehme hieraus das Mittel. Für eben diesen Zeitraum beobachte man den Gang des thermometrischen Pendels, indem man zu Anfang und zu Ende desselben eine Coincidenz abwartet, und die Zwischenzeit beider Coincidenzen in Rechnung

auch 40'' betragen ($= \Delta A$), so würde doch der Einfluß dieses Irrthums auf die Bestimmung von k (nämlich $\Delta k = \frac{2d}{t} \cdot \frac{\Delta A}{A^2}$)

nur einige Einheiten auf der 3ten Stelle ausmachen. Man sieht hieraus, welche Schärfe sich von diesem Verfahren erwarten läßt. Der Irrthum aus der unrichtigen Bestimmung der Coincidenzen kann als verschwindend betrachtet werden gegen den Fehler, welcher aus der mangelnden Schärfe in der Bestimmung der Temperatur entspringen kann.

nimmt. Da man die mittlere Temperatur dieser Zwischenzeit kennt, so hat es keine Schwierigkeit, das Ausdehnungsverhältnisse der Pendellänge hieraus zu finden.

Welcher von diesen Methoden man sich bedienen will, bleibt jedem überlassen. Die erste hat den Vortheil, von thermometrischen Bestimmungen unabhängig zu seyn, bedarf aber ohne Zweifel noch besonderer Correctionen wegen des Widerstandes etc. Die zweite gewährt den Vortheil, daß man in Ansehung der Zeit nicht beschränkt ist, und daher den Unterschied für einen beträchtlichen Zwischenraum nehmen kann. — Beide sind aber sonst mit großen Unbequemlichkeiten verknüpft. — Da nun das thermometrische Pendel doch nur hauptsächlich auf Sternwarten gebraucht werden möchte, wo eine genaue Zeitbestimmung und richtig gehende Uhren stets vorhanden sind, so wird man ohne Zweifel der dritten Methode vor den beiden ersten den Vorzug geben. Sie erfordert keine weitem Vorrichtungen, und ist vollkommen zuverlässig, vorausgesetzt, daß zwei zuverlässige Beobachter vorhanden sind, aber sie kann keine größere Genauigkeit geben, als die der thermometrischen Beobachtungen, worauf sie sich stützt i).

i) Setzt man in die Formel $k = \frac{2d}{At} \cdot t + A$ statt t , so

findet sich das erste Glied von $Ak = \mp \frac{2d}{A} \cdot \frac{At}{t^2}$. Behält man

das Beispiel der vorigen Anmerkung, und setzt man den möglichen Fehler in der Bestimmung der mittleren Temperatur $\frac{1}{10}$ Grad der Centesimalscale, so findet man den dadurch began-

Wir haben bisher stets vorausgesetzt; daß das Pendel für die Temperatur des Gefrierpunkts genau regulirt sey, so daß es mit einem richtigen Secundenpendel gleichzeitig schwingt. So wie man aber ein Thermometer aus jeden zwei, nicht zu nahe an einander liegenden, und nur genau bekannten Temperaturen reguliren kann, so kann dieses auch mit dem thermometrischen Pendel aus zwei mittleren Temperaturen geschehen. Die Genauigkeit kann dann aber nicht die des Quecksilberthermometers, auf welche sie sich stützte, übertreffen k).

genen Irrthum in der Bestimmung von k ungefähr 35 Einheiten der 5ten Stelle. Er kann aber noch verändert werden, wenn man den Abstand der beiden Temperaturen größer nimmt.

- k) Es sey die Länge eines nicht regulirten thermometrischen Pendels bei der Temperatur von $0^{\circ} = j$, und die Dauer einer Schwingung desselben bei dieser Temperatur $= s$, wo sowohl j als s unbekannt sind. Man fände die Dauer einer Schwingung bei t Centesimalgraden Wärme $= f$, und bei t' Graden $= f'$ so ist, wenn man das Ausdehnungsverhältniß des Pendels für 1 Centesimalgrad wieder $1 + k$ setzt:

$$s : f = \sqrt{j} : \sqrt{(1+t k)j}$$

$$= 1 : \sqrt{1+t k} = 1 : (1 + \frac{1}{2} t k)$$

woraus folgt $s = \frac{f}{1 + \frac{1}{2} t k}$

Auf gleiche Weise findet man:

$$s = \frac{f'}{1 + \frac{1}{2} t' k}$$

Diese beiden Werthe von s gleichgesetzt, erhält man

$$\frac{f}{1 + \frac{1}{2} t k} = \frac{f'}{1 + \frac{1}{2} t' k}$$

folglich $f + \frac{1}{2} t' k f = f' + \frac{1}{2} t k f'$.

Ist der Gang einer Uhr mit thermometrischen Pendel genau bekannt, und kann man sich mit Sicherheit darauf verlassen, so kann es sehr bequem gebraucht werden, um das Ausdehnungsverhältniß der Körpern in der Wärme mit größerer Genauigkeit zu finden, als nach irgend einer andern Methode möglich seyn möchte. Hierzu ist eine dritte Uhr (Secundenzähler) nöthig, welche etwa so vorgerichtet ist, daß man die Linse ihres Pendels und die Schwingungsaxe leicht an eine Stange von beliebiger Materie anschrauben kann. Die zwei erforderlichen Beobachtungen müssen in zwei nicht zu nahe liegenden Temperaturen geschehen, ohne daß es nöthig wäre, daß diese Temperaturen gleich blieben. Sie haben übrigens nicht die mindesten Schwierigkeiten, wenn man sich nur versichert, daß beide Pendel stets derselben Temperatur ausgesetzt sind, und da man in Rücksicht der Zeit dabei gar nicht beschränkt ist, (indem die thermometrische Uhr immer die Mittelwärme

Hieraus ist $f - f' = \frac{1}{2} t' k f - \frac{1}{2} t k f'$. Daher

$$7) \quad k = 2 \frac{f - f'}{t' f - t f'}$$

Bestimmt man f und f' aus irgend beträchtlichen Zeiträumen, z. B. einem oder einigen Tagen, mittelst der Coincidenzen, so kann man sie als völlig genau ansehen, und es kann ein Fehler nur aus der unrichtigen Angabe der Temperatur entspringen; auch dieser wird aber um so geringer seyn, je größer der Abstand der beiden Temperaturen ist. — Liegt die eine Temperatur unter dem Gefrierpunkte, so ist für diese t negativ.

Hat man aus den obigen Gleichungen k gefunden, so läßt sich daraus s und j leicht bestimmen, so daß man, wenn man es wünscht, das Pendel für 0° reguliren kann.

des ganzen Zeitraumes giebt) so giebt es kaum irgend einen Grad der Genauigkeit, der sich auf diesem Wege nicht erreichen liesse, wenn man nur im Stande ist, alle störenden Einflüsse aus dem Gange der Uhren zu entfernen. Der Vortheil aber besteht darin, daß auch die kleinsten Veränderungen durch die millionenmalige Wiederholung ihres Einflusses auf die Dauer der Schwingungen sich am Ende deutlich genug bemerklich machen ¹⁾.

Die vorgeschlagene Einrichtung des thermometrischen Pendels ist keinesweges die einzige, welche sich denken läßt, sondern es können alle zur Compensation angewandten Vorrichtungen, im entgegengesetzten Sinne angewandt, hierzu dienen, man würde also auch thermometrische Taschenuhren etc. zur Beobachtung der mittlern Temperatur construiren können, wie wohl sich davon schwerlich eine irgend genügende Genauigkeit erwarten liesse. — Folgende beiden Vorrichtungen scheinen aber noch eine Beachtung zu verdienen.

Käme es darauf an, für eine geringe Aenderung der Temperatur einen bedeutenden Ausschlag an der Uhr zu erhalten, so würde man diesen Zweck auf folgende Art zu erreichen im Stande seyn. — Es sey *A* (Fig. 5.) eine Linse von Glas, welche 20 bis 30 Cu-

1) Zur Berechnung von k dient die 7te Formel, nur daß man hier t und t' nicht aus Beobachtungen des Quecksilberthermometers herleiten darf, sondern von dem thermometrischen Pendel, dessen Gang bereits bekannt ist, jedes mittelst einer Beobachtung unmittelbar nehmen kann.

bikzoll innern Raum gewährt. Durch diese geht eine oben und unten in die Linse eingeschmolzene Glasröhre, welche unten bei *a* eine Seitenöffnung hat, hindurch, und ist oben bei *B* zu einer Kugel erweitert, aus welcher noch eine kurze oben zugeschmolzene Röhre bis gegen *D* in die Höhe steigt, um in Messing gefasst, und dadurch mit dem obern Theil des Pendels *CD* verbunden zu werden. Dieser Glasapparat ist einem Theile nach mit Quecksilber gefüllt, und zwar so, daß bei der Temperatur des Gefrierpunkts die Röhre und ein Theil beider Gefäße noch mit Quecksilber gefüllt ist. Der übrige Theil des Gefäßes *A* enthält völlig trockene Luft, im Gefäße *B* aber ist er luftleer. Mittelft der Schraube bei *D* kann das Pendel regulirt werden.

Steigt nun die Temperatur, so dehnt sich die Luft des Gefäßes *A* aus, und vertreibt einen Theil des Quecksilbers, welches genöthigt wird, in das Gefäß *B* zu steigen. Dadurch wird aber der Schwingungspunkt des Pendels höher gerückt, und die Uhr fängt an rascher zu gehen. Da sich das aufgestiegene Quecksilber in dem Raume der Kugel *B* ausbreitet, so wird die Druckhöhe, unter welcher die Luft bei *A* steht, nicht sehr bedeutend vergrößert werden, sondern nahe gleich bleiben. Sie wird sich also vom Gefrierpunkte bis zum Siedepunkte nahe in dem Verhältnisse von 8 zu 11 ausdehnen. — Gesezt die Luft nähme bei 0° einen Raum von 16 Cubikzoll ein, so würde bei 16 $\frac{2}{3}$ ° Cent. ungefähr ein Cubikzoll Quecksilber aus der untern Kugel in die obere gestiegen seyn, wodurch eine sehr bedeutende Beschleunigung in dem Gange der Uhr (20 bis 30 Sec. in der Stunde) bewirkt werden würde. — Die Schwingungszeit dieses Pendels ist allerdings eine Funktion der Wärme, die Theorie desselben aber möchte nicht ohne bedeutende Schwierigkeiten seyn, theils wegen der ungleichförmigen Zusammenetzung desselben, wovon die Ausdehnung seiner festen Bestandtheile abhängt, theils wegen der Ausdehnung des Quecksilbers und wegen Verrückung des Schwerpunkts desselben in jedem der beiden immer nicht ganz regelmäßigen Gefäße. Auch könnte die wellenförmige Bewegung, welche an den Oberflächen des Quecksilbers, da der Schwin-

gungspunkt nicht in denselben liegt, Statt finden würde, störend auf den Gang der Uhr einwirken.

Die zweite Vorrichtung zu einem thermometrischen Pendel, deren ich eben erwähnte, ist folgende: Man gebe dem Gefäße eines verkürzten Amontons'schen oder Lambert'schen Luftthermometers die Gestalt des Gefäßes *A* (Fig. 5.) und hänge es auf ähnliche Weise wie das vorige als Pendel an der Uhr auf. Der Ausschlag, den es giebt, wird nicht sehr bedeutend seyn, wenn man die Röhre nicht sehr weit macht, aber es verdient den Namen eines thermometrischen Pendels in zweifachem Sinne, sofern es nicht nur die mittlere Temperatur durch den Gang der Uhr, sondern auch die Temperatur jedes Augenblicks durch seine unmittelbare Anzeige giebt.

Die mittlere Temperatur einer Gegend, und der Gang derselben, ist ein Gegenstand von zu hohem Interesse, als daß nicht jeder Beitrag zur genauern Bestimmung derselben willkommen seyn sollte, zumal in unserer Zeit, wo die wahrhaft großartigen Untersuchungen eines Alexander von Humboldt, Leopold von Buch, Wahlenberg u. a. zu so unerwarteten und bedeutenden Resultaten geführt haben, und auch das Interesse für meteorologische Beobachtungen durch den unendlich mühsamen Fleiß eines Brandes und Schön wieder geweckt ist. — Die Schlüsse auf die mittlere Temperatur aus der Quellenwärme, aus der Grenze bis zu welcher gewisse Pflanzen noch vorkommen, aus der Erhöhung der Schneegrenze etc., beruhen bis jetzt alle auf Beobachtungen am Quecksilberthermometer, welche, wie oben gezeigt ist, die mittlere Wärme nicht mit Sicherheit geben können. Sie würden erst durch mehrjährige Beobachtungen am thermometrischen Pendel eine sichere Basis erhalten, welche ihnen um so mehr zu wünschen ist, da jene Anzeigen oft die einzigen Mittel darbieten, zur Kenntniß der mittleren Temperatur einer Gegend zu gelangen.
