

legene Pigmentschicht saugt vielleicht nicht alle Strahlen ein, sondern reflectirt einzelne. Gewiss ist das bei Albinos und in Thieraugen der Fall, deren Pigment nicht tief schwarz ist. Denkt man sich die Pigmentschicht eben, glatt, so kehren die reflectirten Strahlen wieder zur Nervensubstanz zurück, berühren diese aber meist an einer andern Stelle als bei ihrem Einfallen. Dadurch könnte Verwirrung im Sehen herbeigeführt werden; dem beugt die Stäbchenschicht vor. Denn ein in einen Stab eingedrungener Lichtstrahl kann, wenn er auch auf dessen hinterer Oberfläche reflectirt wird, doch nicht nach der ersten und vielleicht zweiten Reflexion wieder zurück, er muß also mehrere Male auf die Pigmentschicht fallen, und seine vollständige Einsaugung von Seiten der letzteren wird dadurch begünstigt.

III. *Untersuchungen über die Elasticität und Cohäsion der Metalle; von Hrn. Wertheim.*

(*Compt. rend. T. XV p. 110.* — Vom Verf. gelieferter Auszug seiner Abhandlung.)

In einer großen Zahl von Untersuchungen, die über die mechanischen Eigenschaften der Körper unternommen worden sind, haben sich die Experimentatoren meistens darauf beschränkt, die von der Analyse im Voraus gegebenen Gesetze zu bestätigen oder die als Baumaterialie angewandten Substanzen zu untersuchen. Während man demnach einerseits die Gesetze der kleinen Formveränderungen und der Vibrationen als vollkommen bekannt ansehen kann, und andererseits das Eisen, den Stahl, die Hölzer und Steine mit Sorgfalt studirt hat, sind dagegen die mechanischen Eigenschaften der Körper überhaupt und die Gesetze der Verschiebungen ihrer Theilchen,

wenn diese Verschiebungen gegen die Abstände der Theilchen nicht mehr sehr klein sind, fast gänzlich vernachlässigt.

Die Beständigkeit oder Veränderlichkeit des Elasticitäts-Coëfficienten in einer und derselben, unter verschiedene Umstände versetzten Substanz, die Aenderungen, welche die mechanische Behandlung, das Anlassen, eine Temperatur-Erhöhung darin hervorbringen können, das Verhältniß zwischen der theoretischen und wirklichen Geschwindigkeit des Schalls, die Gesetze der bleibenden Verschiebungen und der verschiedenen Gleichgewichtslagen, das Daseyn einer wahren Elasticitätsgränze und eines Verlängerungs-Maximums, endlich die Zahlenwerthe aller dieser Größen und ihre Verknüpfung mit der chemischen Natur der Körper ¹⁾, liefern eben so viele Aufgabungen, die noch nicht von den Physikern behandelt oder im abweichenden Sinn gelöst worden sind.

In dieser ersten Abhandlung, welche ich dem Urtheile der Academie zu unterwerfen die Ehre habe, beschäftige ich mich nur mit einfachen Metallen. In der geschichtlichen Uebersicht der bisherigen Arbeiten erinnere ich zunächst an die Versuche über die Beständigkeit des Elasticitäts-Coëfficienten. Coulomb und Lagerhjelm fanden für Eisen und Stahl von demselben

1) Einige Monate, nachdem ich die am Schlusse dieses Aufsatzes beigefügte Note bei der Academie deponirt hatte, hat Hr. Masson derselben eine Abhandlung überreicht, in der er sowohl durch eigene Versuche mit Eisen, Kupfer und Zink, als durch Chladni's Versuche über Zinn und Silber folgendes Gesetz aufstellt: Die Elasticitäts-Coëfficienten einfacher Körper multiplicirt mit einem Multiplum oder Submultiplum ihrer Aequivalente, geben eine constante Zahl. Hr. Masson selber schreibt diese Thatsache nur dem Zufall zu (*Annal. de chim. et de phys. Ser. III T. III p. 45.* — *Annal. Bd. LVI S. 137*). Ich habe also nicht geglaubt darauf zurückzukommen zu brauchen. Man begreift übrigens, daß man immer eine gewisse Uebereinstimmung erhalten kann, wenn man die zur Multiplication oder Division der Atomgewichte erforderlichen ganzen Zahlen willkürlich nimmt.

Stück, welcher mechanischen Behandlung sie auch unterworfen worden, denselben Elasticitäts-Coëfficienten. Hr. Poncelet dagegen, sich stützend auf die Gesammtheit der bekannten Resultate, nimmt diese Beständigkeit nicht einmal für das Eisen an. Die übrigen Metalle sind in dieser Beziehung noch nicht untersucht.

Gerstner schließt aus seinen Versuchen mit Eisendrähten, daß der Elasticitäts-Coëfficient derselbe bleibe in den verschiedenen Gleichgewichtslagen des Drahts.

Mit Vernachlässigung der Unterschiede, die wegen Verschiedenheiten in der Dichte und wegen Unreinheit bei einem selben Metalle stattfinden können, sind die Elasticitäts-Coëfficienten bestimmt für Blei, Zink, Silber, Platin, Kupfer, Eisen und Stahl, von Coulomb, Tredgold, Barlow, Young, Rennie, Navier, Lagerhjelm, Leslie, Gerstner, Séguin, Martin, Savart, Weber, Ardant und der K. Hannöverschen Commission.

Chladni hat die Schallgeschwindigkeit bestimmt beim Eisen, Kupfer, Silber und Zinn, Savart beim Eisen, Stahl und Kupfer, Masson beim Zink und silberarmen Blei.

Diese Resultate bilden fast die Gesammtheit unserer experimentellen Kenntnisse über die Elasticität in gewöhnlicher Temperatur. Die Veränderungen, welche die Elasticität durch Temperatur-Erhöhung erleidet, sind noch nicht studirt worden.

Die Untersuchungen über die Cohäsion der Metalle sind weit zahlreicher, allein schon wegen ihrer Natur weniger geeignet übereinstimmende Resultate zu geben. Sie alle zu nennen würde zu weit führen. Ich bemerke nur, daß der Einfluß des Anlassens auf die Cohäsion von den HH. Dufour, Baudrimont und Karmarsch untersucht worden ist, der der Temperatur-Erhöhung auf die Cohäsion des Eisens von den HH. Tredgold, Trémery, Poirier und Dufour. Endlich haben die HH.

Mi-

Minard und Desormes die Abnahme kennen gelehrt, welche die Cohäsion des Bleis, Zinns und Kupfers durch die Wärme erleidet.

Meine Versuche erstrecken sich auf homogene Metalle, die ich selbst reducirt, oder, wenn sie nicht vollkommen rein zu erhalten waren, analysirt habe. Es waren: Blei, Zinn, Kadmium, Gold, Silber, Zink, Platin, Kupfer, Eisen und Stahl. Jedes wurde, wenn es geschehen konnte, zuvörderst gegossen, dann ausgehämmt, und ausgezogen und endlich angelassen. In jedem dieser Zustände wurde seine Dichtigkeit genommen, dann sein Elasticitäts-Coëfficient und die entsprechende Schallgeschwindigkeit nach drei verschiedenen Methoden bestimmt, durch transversale Schwingungen, longitudinale Schwingungen und durch die Verlängerung.

Die Zahl der transversalen Schwingungen in einer Secunde wurde nach Hrn. Duhamel's Methode des Aufzeichnens bestimmt ¹⁾. Ein elastisches Häkchen, am Ende des zu untersuchenden Stabes befestigt, hinterläßt einen Eindruck auf eine mit Kienrufs überzogene Scheibe. Da es mir nicht gelingen wollte, dieser Scheibe eine gleichförmige Bewegung zu geben, so bestimmte ich die Dauer der Schwingungen indem ich die Schwingungen des Stabes verglich mit denen einer normalen Stimmgabel, die von Hrn. Marloye verfertigt war und genau 256 Schwingungen in der Secunde machte. So liefs sich die Zeit wenigstens bis auf $\frac{1}{1000}$ Secunde bestimmen.

Die Zeit der longitudinalen Schwingungen wurde bestimmt mittelst eines Differential-Sonometers, das nach derselben Stimmgabel abgestimmt war. Von der Genauigkeit dieses Verfahrens überzeugte ich mich, indem ich die Längenschwingungen zweier Stäbe von 2 Meter Länge direct zählte. Die Unterschiede betrugen nur 3 bis 7 Vibrationen auf 1000.

Endlich wurden die Stäbe und Drähte stufenweis

1) S. 395 dieses Hefts.

vermehrten Belastungen ausgesetzt, in einem Apparat, der erlaubte selbst sehr bedeutende Lasten mit großer Leichtigkeit und ohne Stöße anzuhängen und fortzunehmen. Die gesammten Verlängerungen bestehen aus zwei Theilen, einem, der mit Wirkung der Belastung verschwindet, und einem bleibenden. Jeder dieser Theile wurde für sich gemessen mittelst eines Kathetometers, der Hundertel eines Millimeters angab. So wurde nicht nur für jede Gleichgewichtslage, welche der Stab erreichte, der Elasticitäts-Coëfficient abermals gemessen, sondern auch zugleich Alles studirt, was Bezug hat auf die Elasticitätsgränze, das Verlängerungs-Maximum und die Cohäsion. Nach dem Reißen wurden Dichtigkeit und Elasticität der Stücke abermals untersucht. Endlich wurden alle Versuche über die Verlängerung bei 100° und 200° C. wiederholt.

Aus dem Ergebniss dieser Versuche lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

1) Der Elasticitäts-Coëfficient ist nicht constant für ein und dasselbe Metall; alle Umstände, welche die Dichtigkeit erhöhen, vergrößern auch ihn, und so umgekehrt.

2) Die longitudinalen und transversalen Schwingungen führen fast zu dem nämlichen Elasticitäts-Coëfficienten.

3) Die Schwingungen führen zu größeren Elasticitäts-Coëfficienten als die Verlängerungen; dieser Unterschied entspringt aus der von der entwickelten Wärme bewirkten Beschleunigung der Bewegung.

4) Der Ton in starren Körpern rührt demnach von Wellen mit Condensation her, und man kann sich, mittelst der von Hrn. Duhamel gegebenen Formel, des Verhältnisses zwischen der theoretischen und wirklichen Schallgeschwindigkeit bedienen, um das Verhältniss der specifischen Wärme unter constantem Druck zu der bei constantem Volum zu finden. Dieß Verhältniss ist bei den angelassenen Metallen größer als bei den nicht angelassenen.

5) Der Elasticitäts-Coëfficient nimmt ab mit Er-

höhung der Temperatur, in einem schnelleren Verhältniss als sich aus der entsprechenden Ausdehnung ergibt.

6) Die Magnetisirung ändert die Elasticität des Eisens nicht merklich.

7) Die Verlängerung von Stäben und Drähten durch Belastung ändert deren Dichte nur sehr wenig. Der Elasticitäts-Coëfficient darf also in den verschiedenen Gleichgewichtslagen auch nur wenig verschieden seyn, und wirklich ist dies der Fall, sobald die Belastungen sich nicht sehr derjenigen nähern, welche das Reißen bewirkt. Das Gerstner'sche Gesetz bestätigt sich also bei allen Metallen, die, nach Ueberschreitung ihrer Elasticitätsgränze, noch beinahe eine Gleichgewichtslage erreichen.

8) Die bleibenden Verlängerungen geschehen nicht sprungweise, sondern stetig. Durch zweckmäßige Abänderung der Größe und Dauer der Belastung kann man jede beliebige bleibende Verlängerung hervorbringen.

9) Es giebt keine wahre Elasticitätsgränze; und wenn man bei den ersten Belastungen keine bleibende Verlängerung beobachtet, so geschieht dies nur, weil man sie nicht lange genug hat wirken lassen, und weil der zum Versuch genommene Stab zu kurz ist für den Genauigkeitsgrad des angewandten Meßwerkzeugs.

Die Werthe des Verlängerungs-Maximums und der Cohäsion hängen auch sehr von der Verfahrungsweise ab; man findet sie desto größer, je langsamer man die Belastungen vermehrt.

Man sieht, wie viel Willkürlichem die Bestimmung der kleinsten und größten bleibenden Verlängerung unterworfen ist, und man kann nicht, mit Hr. Lagerhjelm, auf ihre Werthe ein Gesetz begründen.

10) Der Widerstand beim Reißen wird durch das Anlassen bedeutend vermindert. Eine Temperatur-Erhöhung bis 200° C. vermindert nicht die Cohäsion der zuvor angelassenen Metalle.

Nach dieser rein experimentellen Arbeit suchte ich

ein Verhältniß zwischen dem Elasticitäts-Coëfficienten, dem einzigen mechanischen, wahrhaft wissenschaftlichen Datum, und der Molecular-Constitution, um die Resultate der Rechnung mit denen der Erfahrung zu vergleichen. Poisson hat für den Elasticitäts-Coëfficienten folgenden Ausdruck gefunden:

$$q = \frac{\pi}{g} \sum_{r=\alpha}^{r=\infty} \frac{r^3}{\alpha^3} \cdot \frac{d}{dr} fr$$

in welchem α den mittleren Abstand der Atome und r den Radius des Wirkungskreises eines Molecüls bezeichnet, und die Function fr die Resultante der gleichzeitigen Wirkung der molecularen Anziehungskraft und der aus der Wärme entspringenden Abstofsungskraft.

Um α zu finden, nehme ich an, das Gewicht eines jeden Molecüls werde ausgedrückt durch sein Atomgewicht, eine Hypothese, die bekanntlich durch Dulong und Petit's, Avogadro's, Regnault's und Baudrimont's Untersuchung über die specifische Wärme Wahrscheinlichkeit erlangt hat.

Die relative Anzahl der in einem gleichen Volum enthaltenen Atome bekommt man also, wenn man das spec. Gewicht durch das Atomgewicht dividirt. Die umgekehrte Kubikwurzel aus dieser Zahl ist das Maafs des Abstandes der Molecüle eines jeden Metalls in seinen verschiedenen Zuständen, d. h. der Werth von α . Unbekannt in der Formel bleibt also nur die Function fr , die man aus derselben abzuleiten versuchen kann.

Die Folgerungen aus dieser Formel sind:

1) q muß, mit Abnahme von α , zunehmen und umgekehrt. Aus der vierten Tafel in meiner Abhandlung ersieht man, daß dies wirklich der Fall ist. Allein die Condensationen und Dilatationen, die wir durch mechanische Mittel hervorbringen können, sind zu klein als daß man das Verhältniß zwischen den Aenderungen von α und q mit Sicherheit daraus ableiten könnte. Jedoch

ist das Product $q\alpha'$ für ein und dasselbe Metall sehr nahe constant.

Mit Steigerung der Temperatur nimmt der Elasticitäts-Coëfficient so rasch ab, daß das Product $q\alpha'$ immer kleiner ist als bei gewöhnlicher Temperatur. Die Function fr muß also die Temperatur einschließen.

2) Die verschiedenen Metalle folgen derselben Ordnung in Nahheit der Molecüle, in den Elasticitäts-Coëfficienten und in der Fähigkeit den Schall zu leiten, rücksichtlich seiner Intensität. (Dieses letztere ist nur annähernd durch die Versuche von Perolle bekannt.)

Bloß das Platin stellt sich, was den Elasticitäts-Coëfficienten betrifft, zwischen Kupfer und Eisen, und, was den Abstand seiner Molecüle anlangt, zwischen Zink und Kupfer.

3) Das Product aus dem Elasticitäts-Coëfficienten in die siebente Potenz des relativen mittleren Abstandes der Molecüle ist für die meisten Metalle gleich. Diese Uebereinstimmung ist so vollständig, als man es nur verlangen kann, beim Blei, Kadmium, Gold, Silber, Zink und Eisen; allein Kupfer giebt ein etwas geringeres Product, dagegen Zinn, so wie Platin, ein weit höheres als die übrigen Metalle.

Wäre diese Uebereinstimmung allgemein, so würde daraus folgen, daß die Resultante der molecularen Anziehungskraft und Wärme-Abstoßungskraft abnähme umgekehrt wie die fünfte Potenz der Abstände.

Allein diese Uebereinstimmung bestätigt sich nicht bei allen Metallen. Die Versuche beweisen nur, wie man es in den Rechnungen voraussetzt, daß diese Resultante wirklich weit schneller als im umgekehrten Verhältniß des Quadrats der Abstände abnimmt.

Versiegelte Notiz, welche der Academie am 19. Juli 1841 von Herrn Wertheim übersandt, und nach Lesung des vorstehenden Auszugs geöffnet wurde.

Im Allgemeinen nehmen die Physiker an, das Atomgewicht stelle das wahre Gewicht der Molecüle vor, und die Durchmesser der Molecüle seyen zu vernachlässigen gegen die sie trennenden Abstände. Man erhält also für die einfachen Körper die Anzahl der in der Volumeinheit enthaltenen Molecüle, wenn man ihr specifisches Gewicht durch ihr Atomgewicht dividirt; auf gleiche Weise gelangt man für zusammengesetzte Körper zur Kenntniß ihrer Molecular-Anordnung.

Nun muß die Anziehungskraft nothwendig eine Function der Entfernung seyn, eine Function, die allein erfahrungsmäßig gefunden werden kann, und die zur Kenntniß der Gesetze der Cohäsion, der Elasticität und der Schallgeschwindigkeit führen wird. Die in folgender Tafel enthaltene Zusammenstellung, die ich schon vor vier Jahren Hrn. v. Ettingshausen in Wien mittheilte, beweist in der That den innigen Zusammenhang dieser vier Größen.

Die erste Spalte enthält das specifische Gewicht der gegossenen Metalle, die zweite das Atomgewicht derselben, dabei das des Sauerstoffs = 1 genommen, die dritte endlich die Anzahl der Atome in der Volum-Einheit. Die Atomgewichte sind die Berzelius'schen, mit Ausnahme des vom Silber, welches, gemäß den von HH. Du-long und Petit, so wie von Hrn. Regnault angestellten Versuchen über die specifische Wärme, auf die Hälfte reducirt worden ist.

	Spec. Gewicht	Atomen- Gewicht	Atomen- Anzahl	Widerstand beim Reißen. In Millimet. d. Extension nach Guyton Morveau	d. Compress. nach Rennie	Elasticitäts- Coëfficient nach Tredgold	Schallgeschwindig- keit nach Chladni
Blei	11,352	12,94198	0,8769	0,022	145	600	
Zinn	7,285	7,35291	0,9907	0,063	620	3200	7,5
Gold	19,258	12,43013	1,5493	0,274			
Silber	10,542	6,75803	1,5599	0,341			9,0
Zink	6,861	4,03226	1,7015	0,199 ¹⁾		9600	
Platin	21,530	12,33499	1,7454	0,499			
Kupfer	8,850	3,95695	2,2365	0,550	3855		12,0
Eisen	7,788	3,39205	2,2959	1,000		20000	17,0

1) Das Zink zeigt einen kleineren Widerstand als es nach seiner Atomen-Anzahl haben sollte; diese Abweichung läßt sich aber wohl der Unreinheit des Metalls oder dem krystallinischen Zustand desselben zuschreiben.

Bemerken wir noch, daß, nach Perolle, die Metalle, hinsichtlich ihrer Leitungsfähigkeit für Schallstärke in folgender Ordnung stehen: Blei, Zinn, Gold, Silber, Kupfer, Eisen.

Der Diamant endlich, der härteste unter den einfachen Körpern, enthält fast zwei Mal so viel Molecüle als das Eisen. Seine Atomen-Anzahl ist 4,668 bis 4,708. Man erhält diese Zahlen indem man die Extreme seines specifischen Gewichtes, 3,501, bis 3,531, durch 75, das neuerlich von Hrn. Dumas bestimmte Atomgewicht, dividirt.

Man sieht, daß bei den bisher untersuchten einfachen Körpern die Cohäsion, Elasticität und Leitungsfähigkeit des Schalls, sowohl rücksichtlich der Geschwindigkeit als der Stärke desselben, desto größer sind als, bei gleicher Temperatur, die Theilchen dieser Körper näher aneinanderliegen.

Allein diese Versuche sind lange nicht genau genug, als daß sie den Rechnungen zur Grundlage dienen könnten. Man untersuchte nur wenige, und dazu chemisch unreine Metalle, durch die Methoden des Ausziehens und Reißen, die mir zur Erforschung der Molecularkräfte weniger geeignet zu seyn scheinen als die Methoden der Schwingungen. In dieser Absicht beschäufte ich mich jetzt mit Versuchen über die Schwingungen von Stäben aus chemisch reinen Metallen, deren Resultate ich mich beehren werde der Academie vorzulegen.