
I. *Ueber den stroboskopischen Stimmgabel-Apparat;*
von Dr. Albert Ettingshausen in Graz.

Die vielfachen Anwendungen, welche die schwingende Stimmgabel, besonders die mit selbstthätiger, elektromagnetischer Anregung bei messenden physikalischen Beobachtungen gefunden hat, mögen eine genauere, experimentelle Untersuchung ihrer Bewegungsform gerechtfertigt erscheinen lassen. Die Methode, deren ich mich dabei bediente, ist die stroboskopische, da diese, wie aus dem Folgenden hervorgeht, wegen der Regelmäßigkeit der Stimmgabelbewegung einer sehr großen Genauigkeit fähig ist. Ich benutzte dazu den von Hrn. R. König neuerdings in seinem Preis-Verzeichniß aufgeführten großen „stroboskopischen Stimmgabelapparat“ (Preis 1100 Fr.). Derselbe enthält einen Satz von 10 sehr schön gearbeiteten, elektromagnetischen Stimmgabeln mit Laufgewichten und schwingenden Doppelspalten nach Art der von den Prof. Töpler und Boltzmann¹⁾ benutzten Stimmgabel (s. u.). Im Allgemeinen bestand also das Beobachtungsverfahren darin, daß die Bewegung einer elektromagnetisch angeregten Gabel durch die Spalten einer zweiten nahe gleichgestimmten in geeigneter Weise beobachtet wurde. Wenn auch die zahlreichen Versuche, zu welchen mir der Apparat Gelegenheit bot, kein hervorragendes, theoretisches Interesse beanspruchen wollen, so glaubte ich doch durch ihre Ver-

1) Ueber eine neue optische Methode die Schwingungen tönender Luftsäulen zu analysiren. Pogg. Ann. Bd. CXLI. Vergleiche auch Mach „Optisch-akustische Versuche“. Prag 1873.

öffentlichung denjenigen, welche die stroboskopische Methode wissenschaftlich anwenden, einen nicht ganz unwesentlichen Dienst zu erweisen, indem meine Versuche bestimmte Anhaltspunkte bieten dürften, um ein Urtheil über die Genauigkeit der stroboskopischen Stimmgabelbeobachtung zu gewinnen ¹⁾).

Zur Orientirung schicke ich eine kurze Uebersicht der Versuche und Resultate voraus.

1. Zunächst wurde die stroboskopische Bewegung einer vor einer Scala mit großen Excursionen auf- und niederschwingenden Stimmgabelzinke für eine große Zahl von Beobachtungen registrirt und daraus der Bewegungsverlauf ähnlich wie bei der Untersuchung von Töpler und Boltzmann construirt. Die Abweichungen von der Pendelschwingung sind nur gering, jedoch bei den einzelnen Beobachtungsreihen in so guter Uebereinstimmung, daß sie nicht zufälligen Fehlern zugeschrieben werden können; sie zeigen, daß die Bewegung der Gabelzinken im Ver gleiche zur pendelartigen Bewegung beim Zusammenschwingen etwas verzögert, beim Auseinanderschwingen dagegen beschleunigt wird.

2. Ich versuchte ferner die Bewegungsform der Stimmgabel durch Zusammensetzung von Pendelbewegungen darzustellen. Da Versuche mit Resonatoren die Ueberzeugung gewährten, daß nur die ersten Partialtöne von erheblichem Einflusse sind, so kann man aus beobachteten Elongationen die Amplituden der Theilschwingungen, sowie deren Phasen (gezählt vom Augenblicke des Durchganges der Zinke durch die Ruhelage) ermitteln. Es lassen sich dann durch Superposition dieser Theilbewegungen die übrigen durch Beobachtung gegebenen Elongationen mit erheblicher Genauigkeit darstellen.

3. Es wurde der Zusammenhang zwischen Amplitude und Schwingungsdauer der beobachteten Stimmgabel ermittelt und wurde derselbe für die benutzte Gabel durch eine Formel darzustellen gesucht. Dabei ergab sich neben-

1) Selbstverständlich gelten die Zahlenverhältnisse zunächst nur für meine Stimmgabeln.

bei, daß die Stellung der Elektromagnete von Einfluß auf die Schwingungsdauer ist (bei gleicher Amplitude), und daß die Dauer der magnetischen Zugkraft die Schwingungszeit in der Weise beeinflusst, daß diese sehr bedeutend zunimmt, wenn die Dauer des Stromschlusses wächst.

4. Alsdann wurde stroboskopisch untersucht, ob die elektromagnetische Anregung der Gabel auf ihre Schwingungsdauer einen bemerkbaren Einfluß nimmt, d. h. ob zwischen der Schwingungsdauer der elektromagnetisch angeregten und jener der mit gleicher Amplitude frei abschwingenden Gabel ein Unterschied nachweisbar ist. Ein solcher stellt sich in der That heraus und zwar schwingt die elektromagnetisch angeregte Gabel für nicht zu große Ausweichungen schneller, als wenn die Schwingungen nur in Folge der Elasticität geschehen würden.

5. Ferner läßt sich auch, je nachdem die Gabel eben zu schwingen beginnt, oder schon längere Zeit stationär schwingt, ein kleiner Unterschied in der Schwingungsdauer bemerken, es nimmt nämlich bei gleicher Amplitude die Dauer der Vibrationen mit der Zeit ein wenig zu.

6. Schliesslich wurde noch die GröÙe des Einflusses bestimmt, welchen die die Stimmgabel umgebende Luft auf die Schwingungen ausübt. Die Gabel schwang dabei in einem großen, luftdicht schließenden Behälter mit Glasfenstern und wurde ihre Bewegung stroboskopisch beobachtet. Es läßt sich dabei der Einfluß der Luftdichte auf Amplitude und Schwingungsdauer leicht ermitteln; bei gleicher Amplitude der schwingenden Gabel nimmt die Schwingungsdauer mit abnehmender Dichte der umgebenden Luft ebenfalls ab und beträgt die Aenderung für meine König'sche Gabel (Ut_{-1}) bei der Druckänderung von $\frac{1}{3}$ Atmosphäre etwa $\frac{1}{100}$ der Schwingungsdauer, welcher Unterschied indeß bei dem Apparate noch leicht mit voller Sicherheit gemessen werden konnte.

7. Eine große Zahl von Versuchen wurde ferner über das Verhalten zweier Stimmgabeln angestellt, wobei der die Eisenanker beider Gabeln umfließende, gemeinsame

Strom durch eine derselben unterbrochen wird. Es zeigt sich, daß die zweite (mitgenommene) Gabel, um in lebhaftere Schwingungen zu gerathen, in Uebereinstimmung mit der Theorie eine etwas kleinere Schwingungszahl haben muß, als die unterbrechende. Man kann sodann aus der Phasendifferenz beider Gabeln auch über den Verlauf von Strom und erzeugten Magnetismus einigen Aufschluß gewinnen.

Die Versuche mit meinen Gabeln lehrten, daß wenn die mitgenommene Gabel in stärkste Schwingungen versetzt wurde, sich stets eine bestimmte Phasendifferenz zwischen den Gabeln herstellte (die mitgenommene blieb durchschnittlich um etwa 0,1 der Schwingungsdauer zurück). Die beobachteten Werthe des Gangunterschiedes erklären sich mit Rücksicht auf den zeitlichen Verlauf des in den Eisenmassen erregten Magnetismus; die periodisch auftretende Magnetisirung hat nämlich wie bekannt gegen die sie erregenden periodischen Ströme gewissermaßen eine zeitliche Verschiebung.

8. Für den Mechanismus der Selbstanregung einer Stimmgabel ist dieser Phasenunterschied zwischen Strom und erzeugten Magnetismus durchaus wesentlich. Dies zeigt sich auch, wenn man einen selbstunterbrechenden Apparat bloß mit Drahtspiralen construirt. Das stroboskopische Verfahren kann, wie ich gefunden habe, benutzt werden zu Studien über den zeitlichen Verlauf des entstehenden und verschwindenden Magnetismus in Eisenmassen, worüber eine weitere Versuchsreihe begonnen wurde.

Erläuterung zum Apparat. In Fig. 1 Taf. III ist das solide König'sche Stativ mit Stellvorrichtung abgebildet; zwei solche Stative sind dem Apparate beigegeben. In diese können die Gabeln der Reihe nach eingesetzt werden, so daß man im Ganzen durch Verschiebung der Laufgewichte an den Scalen auf den Zinken 32 bis 256 Schwingungen pro Sec. darstellen kann.

Die Gabel, deren Bewegung beobachtet wird, soll „Schwingungsgabel“ heißen, während ich die zweite, deren Zinken die Spaltenschirme tragen, „Beobachtungsgabel“ nennen will; die aus Aluminiumblech gefertigten kleinen Spaltenschirme s der letzteren sind mittelst Schrauben derart befestigt, daß sich die beiden Schlitzte in der Ruhelage der Zinken gerade decken. Die Schlitzte hatten die Breite von nur $0,4\text{mm}$ und da die Amplitude der Beobachtungsgabel stets sehr nahe $1,5\text{mm}$ betrug, so ist die Dauer des Ueber-einandergleitens der Schlitzte nur etwa $\frac{1}{50}$ der Schwingungsdauer ¹⁾).

Die bei den Versuchen zumeist gebrauchte Schwingungsgabel (Ut_{-1} ebenfalls von König) hatte eine Zinkenlänge von beiläufig 360mm , ziemlich dünne Beine und konnte durch geeignete Stellung des zur Stromleitung dienenden Quecksilbergefäßes in bedeutende Schwingungen versetzt werden. Die Excursionen der Zinkenenden wurden mit Hilfe einer kleinen, an die obere der Zinken befestigten Nadelspitze an einer seitlich aufgestellten Millimeterscala (mit Nonius) oder an einer Glastheilung (die neben der Spitze stand und beleuchtet wurde) abgelesen. Sowohl Beobachtungs- als Schwingungsgabel wurden, um möglichste Gleichförmigkeit in ihren Bewegungen zu erhalten, stets mit Daniell'schen Elementen getrieben. Bei allen Versuchen, die mit ein und derselben Beobachtungsgabel angestellt wurden, hatte diese immer die gleiche Ampli-

1) Daß die beiden Schlitzte sich genau in der Ruhelage der Gabelzinken decken, ist nothwendige Bedingung und wurde mit möglichster Sorgfalt hergestellt. Decken sie sich nicht genau in der Ruhelage, so erhält man, da stets die der vollständigen Deckung entsprechenden Bewegungszustände des zu beobachtenden Körpers gesehen werden, intermittirende Eindrücke, welche einander in ungleichen Zeitintervallen folgen; diese Intervalle sind dann abwechselnd kleiner und größer. Eine Beobachtungsweise, welche mit diesem Fehler behaftet wäre, kann leicht zu Irrthümern Veranlassung geben. Da ferner vollkommenes Parallelstellen der Schlitzte bei der beschriebenen Einrichtung schwer zu erreichen ist, so wurde dicht neben die Schirme ein kleines Schauloch von 3mm Durchmesser fest angebracht, so daß stets nur durch eine ganz bestimmte Stelle an den Schlitzten beobachtet wurde.

tude; in den Stromkreis der Elemente, durch die sie in Gang erhalten wurde, war ein empfindliches Rheometer eingeschaltet und ein bestimmter Ausschlagswinkel der Nadel hervorgerufen, welcher dann stundenlang constant blieb. Durch passende Verschiebung der an der Beobachtungsgabel befindlichen Laufgewichte liefs sich für die tiefste Gabel (Ut_{-1}) ohne Schwierigkeit die stroboskopische Schwingung bis auf die Dauer von einer Minute verlangsamten, ohne dafs sprungweise Aenderungen oder überhaupt Unregelmäßigkeiten in der Bewegung bemerkbar geworden wären. In Erwägung, dafs die stroboskopische Bewegung durch die Differenz der Schwingungszahlen der beiden Stimmgabeln hervorgebracht wird, ist dies ein Beweis für den auferordentlich regelmässigen Verlauf der Stimmgabelvibrationen. Ich bemerke an dieser Stelle, dafs ich durch stroboskopische Beobachtung die Gleichförmigkeit der Stimmgabelbewegung direct verglichen habe mit jener eines selbst regulirenden Motors nach Helmholtz¹⁾, wobei sich ergeben hat, dafs die Stimmgabelbewegung an Regelmässigkeit bei Weitem überlegen ist.

Die Gabeln gehen selbstverständlich je nach ihrer Höhe verschieden schwer; im Folgenden gebe ich die Amplituden einiger Gabeln bei der Selbstanregung durch die gleichzeitig namhaft gemachte Zahl von galvanischen Bechern und günstigster Stellung der Elektromagnete.

Gabel	Doppel-Amplitude	Daniell'sche Becher
Ut_{-1}	5 ^{mm}	2
Ut_1	3,5	3
Ut_2	2	4
Sol_2	1,5	6
Ut_3	0,5	8

Man sieht, dafs die höchste Gabel schon sehr kleine Amplituden hat, und dafs hierbei also enge Spalten nöthig

1) H. Helmholtz, Tonempfindungen, dritte Ausg. S. 580. S. Exner, Wiener Sitzungsberichte Bd. LVIII, Heft III.

sind; diese Gabel wäre mit einem beweglichen Spalt, welcher vor einem fixen schwingt, nicht wohl zu brauchen. Für grössere Schwingungszahlen ist daher kaum an eine Benutzung der Stimmgabel zu stroboskopischen Zwecken zu denken, vielmehr dürfte dann die rotirende Spaltscheibe (durch Helmholtz's elektromagnetischen, selbstregulirenden Motor getrieben) das allein anwendbare Mittel seyn.

Ich gehe nun zur ausführlichen Besprechung der Beobachtungen über.

Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Amplitude. Schwingungs- und Beobachtungsgabel haben nahe die gleiche Schwingungsdauer ($U_{1.1}$). Da sich die Schlitze der Beobachtungsgabel bei jeder Schwingung zweimal kreuzen, so erhält man beim Durchsehen Doppelbilder von der an der Zinke der Schwingungsgabel befestigten Nadelspitze; diese Bilder schwingen stroboskopisch gegen einander und kreuzen sich bei richtig gestellten Schlitzen genau an derselben Stelle, der Ruhelage der Spitze. Der Moment der Durchkreuzung ist mit großer Schärfe zu beobachten. Es konnten nun mittelst eines Tasterschlüssels auf dem Papier eines Morse-Schreibers diese Zeitpunkte der Durchkreuzung registriert werden; auf demselben Papier entstanden aber auch Sekundenmarken, die durch das Pendel einer Uhr, welches bei jedem Schlage einen Strom schloß, aufgezeichnet wurden. Die Abstände der Beobachtungsmarken und der Sekundenmarken wurden nun gemessen und gaben, da das Papier (während einer Secunde) hinlänglich gleichmäÙig lief, direct die Zeiten in Secunden ausgedrückt. Bei der erwähnten Markirung des Momentes, wann sich die beiden Bilder der Nadelspitze durchkreuzen, erhält man die Zeit der stroboskopischen Halbschwingung. Der Fehler bei der Registrirung der Durchkreuzungen übersteigt im Allgemeinen nicht $0,05^{sec}$; ich verzeichnete, um mich davon zu überzeugen, die Schwingungen eines Magneten, der in einem Holzkasten, also ohne Dämpfung, mit sehr kleinen Ausweichungen schwang; diese Schwingungen sind als isochron anzusehen; die Beobachtung ergab;

8,67^{sec}, 8,64, 8,69, 8,67, 8,62, 8,60, 8,61,
8,66, 8,65, 8,68.

Diese Zahlen weichen von dem Mittelwerthe 8,649 noch nicht um $\pm 0,05^{\text{sec}}$ ab; meine Beobachtungen der schwingenden Stimmgabel dürften daher wohl bis auf 0,1^{sec} Vertrauen verdienen.

Um die erhaltenen Zeiten auf absolutes Maafs zu reduciren, ist die Kenntniß der Schwingungszahl von Beobachtungs- oder Schwingungsgabel erforderlich, sowie noch zu ermitteln bleibt, welche von den beiden Gabeln der anderen voraneilt. Das Voraneilen resp. Zurückbleiben einer Gabel gegen die andere beträgt für eine stroboskopische Ganzschwingung gerade eine Schwingung. Es sind nun in der nachstehenden Tabelle die zusammen gehörigen, direct durch Beobachtung gefundenen Werthe der stroboskopischen Ganzschwingung ϑ und der Amplitude A der Beobachtungsgabel aufgeführt; ϑ ist dabei das Mittel aus je 20 bis 30 unter einander sehr gut harmonirenden Werthen. Die Gröfse A wurde derart bestimmt, daß ein zweiter Beobachter durch ein Fernrohr die vor der Glas- theilung schwingende Nadelspitze ansah. Beim Schwingen der Gabel erscheint das Bild der Spitze als nebelartiger Fächer, der von zwei dunklen, ziemlich scharfen Rändern begrenzt ist. Die Distanz dieser Ränder, die sich gut beobachten liefsen, gab nun den Werth $2A$; dabei änderte sich bei einem bestimmten ϑ die Gröfse A jedenfalls nicht um $\frac{1}{4}^{\text{mm}}$. Die Veränderungen der Amplitude der Schwingungsgabel konnten entweder durch Verstellung des Quecksilbernäpfchens, wodurch sich die Dauer der elektromagnetischen Wirkung bei gleichbleibender Stärke derselben ändert, oder auch durch Vermehrung resp. Verminderung der die Gabel treibenden Daniell'schen Elemente erzielt werden. So lange es anging, behielt ich stets die gleiche Stromstärke (3 Daniell) bei. Die Beobachtungsgabel hatte wie erwähnt die constante Amplitude von 1,5^{mm} und wurde durch 2 Daniell'sche Elemente getrieben.

Aus der nachfolgenden Tabelle ist unmittelbar ersichtlich, daß die Schwingungszeit T mit der Amplitude we-

sentlich wächst und sich bei kleinsten Amplituden asymptotisch einem Gränzwerthe nähert.

<i>A</i>	<i>t</i>	<i>N</i>	<i>T</i>
mm	sec		
10,25	9,30	31,892	0,0313578
7,82	14,64	31,932	0,0313165
4,54	19,34	31,948	0,0313009
2,23	22,72	31,956	0,0312930
1,86	23,40	31,957	0,0312920
1,19	24,36	31,959	0,0312901

Da mir kein Phonautograph zur absoluten Ermittlung der Schwingungszahl einer der Gabeln zu Gebote stand, nahm ich die von dem Verfertiger an den Zinken der Beobachtungsgabel aufgeschriebenen Zahlen als die richtigen an. Demnach betrug bei dieser Versuchsreihe die Schwingungszahl der Beobachtungsgabel 32,0. Da es sich hier überhaupt nur um die Veränderung der Schwingungszeit bei Aenderung der Amplitude handelt, so ist die genaue Kenntniß der absoluten Schwingungszeit nur von untergeordneter Bedeutung. Durch aufgesetzte Wachsklumpchen überzeugte ich mich, daß bei diesen Versuchen die Schwingungsgabel stets langsamer schwang als die Beobachtungsgabel, so daß wenn *S* die Anzahl der Schwingungen für die Schwingungsgabel, *B* jene für die Beobachtungsgabel während der Zeit *t* bedeuten, $S = B - 1$ zu setzen ist: demgemäß ist unter *N* die sich ergebende Schwingungszahl pro Secunde für die entsprechenden Amplituden der Schwingungsgabel aufgeführt, unter *T* die zu den Schwingungszahlen zugehörigen Schwingungszeiten. Wie die Tabelle zeigt, wächst die Dauer der stroboskopischen Schwingung mit abnehmender Amplitude; mit Rücksicht auf das eben angeführte Verhältniß beider Gabeln bedeutet dies, daß die Schwingungsdauer der untersuchten Stimmgabel mit zunehmender Amplitude wächst, daß also die Bewegung der elektromagnetisch angeregten Gabel (für die beobachteten Excursionen) jedenfalls keine einfache Pendelschwingung ist¹⁾. Es besteht nun die Be-

1) Helmholtz, Pogg. Annalen Bd. XCIX, S. 507.

ziehung $\vartheta = \frac{S}{N} = S \cdot T = (B - 1) T$, und da in unserem Falle $B = 32 \vartheta$ ist, so folgt

$$\vartheta = \frac{T}{32 T - 1}.$$

Die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Amplitude wird am zweckmässigsten durch folgende empirische Gleichung dargestellt

$$T = f(\alpha) = \psi + Q \alpha^2 + \dots,$$

wo $\alpha = \frac{A}{L}$ das Verhältniß von Amplitude und Zinkenlänge bedeutet; dann ist

$$\vartheta = \frac{P + Q \alpha^2}{32 (P + Q \alpha^2) - 1},$$

welche Gleichung für den Gränzfall $\alpha = 0$ giebt

$$\vartheta_0 = \frac{P}{32 P - 1}.$$

Versucht man graphisch den Zusammenhang zwischen ϑ (Abscisse) und α (Ordinate) darzustellen, so erhält man eine Curve, deren Verlauf hinreichend regelmässig ist, um daraus durch graphische Interpolation den Durchschnittspunkt mit der Abscissenaxe $\vartheta = 25,5$ abzuleiten. Für diesen Punkt ist aber $\alpha = 0$, daher $\vartheta_0 = 25,5 = \frac{P}{32 P - 1}$; daraus folgt $P = 0,0312883$; $\frac{1}{P} = 31,9608$. $\frac{1}{P}$ ist die Anzahl der Schwingungen der Gabel pro Secunde für unendlich kleine Ausweichungen. Ferner giebt sich

$$Q = \left(\frac{\vartheta}{32 \vartheta - 1} - P \right) : \alpha^2;$$

rechnet man mit den zusammengehörigen Werthen von ϑ und α den Werth dieses Quotienten, so folgt als Mittel $Q = 0,10653$.

Die Werthe der Coëfficienten P und Q ändern sich selbstverständlich mit den Dimensionen und der Beschaffenheit der Stimmgabel. Bei den auf die obige Tabelle sich beziehenden Beobachtungen wurde die Schwingungsgabel immer durch drei Daniell'sche Elemente getrieben und

die Aenderungen der Amplitude nur durch Verstellung des Quecksilbergefäßes hervorgerufen.

Ich erlaube mir noch die Resultate einer zweiten unter geänderten Verhältnissen ausgeführten Beobachtungsreihe beizufügen. Hierbei waren nämlich die Zinken der beobachteten Gabel anders gegen die Elektromagnete gestellt und zwar derart, daß die magnetische Zugkraft mit etwas kürzerem Hebelarme wirkte; ferner wurde bei diesen Versuchen die Abnahme der Amplitude durch Verringerung der Elementenzahl bewirkt. Es ergaben sich aus je 40 bis 50 Beobachtungen folgende Mittelwerthe:

<i>A</i>	ϑ	<i>T</i>
mm	sec	sec
11,58	7,35	0,0310907
7,56	11,01	0,0310467
4,18	13,03	0,0310332

Die Coëfficienten *P* und *Q* nehmen nun, da die Schwingungszahl der Beobachtungsgabel diesmal 32,3 betrug, die Werthe an $P = 0,0310260$, $Q = 0,05540$, $\frac{1}{P} = 32,231$; die Gabel schwang also bei der zweiten Beobachtung merklich schneller. Die Thatsache, daß die Stimmgabel, wenn die Elektromagnete näher gegen den Fuß derselben auf die Zinken wirken, bei kleinerem Drehmoment der magnetischen Kräfte ihre Schwingungen rascher vollführt, habe ich für ein und dieselbe Amplitude ($A = 10,87$) constatirt, als ich den Stiel der Gabel absichtlich den Elektromagneten stark näherte; dabei blieb die Contactspitze am Zinkenende befestigt (der Quecksilbernafp wurde entsprechend hinausgeschoben) und war jedesmal die Zahl der anregenden Elemente die gleiche. Die anfangs beobachtete stroboskopische Zeit einer Schwingung war $9,04^{sec}$, jene bei Annäherung um etwa 2^{cm} $12,30$, endlich bei noch weiterer Annäherung (um 3^{cm}) $13,72^{sec}$. Die berechneten Schwingungszahlen sind resp.: 31,78, 31,83, 31,85 Schwingungen. Es ist also die Wirkung in demselben Sinne,

wie jene von Laufgewichten, welche an den Gabelzinken verschiebbar angebracht sind, je mehr dieselben dem Fuße genähert werden, desto schneller schwingt die Stimmgabel. Ich prüfte in derselben Weise noch eine andere Gabel, welche als Ton die nächst höhere Octave der früher benutzten gab; auch bei dieser war der Effect der Verstellung der gleiche, wie der oben erwähnte, wenn auch viel weniger auffallend. Es war nämlich die stroboskopische Zeit eine Schwingung, als die Zinkenenden zwischen den Elektromagneten standen = $7,01^{\text{sec}}$; als die Magnete 3^{cm} näher gegen den Fuß der Gabel standen, war die beobachtete Zeit $6,42$, bei weiteren 3^{cm} war sie $6,26^{\text{sec}}$; die Beobachtungsgabel schwang bei diesen Versuchen langsamer als die Schwingungsgabel, daher bedeutet die Verkleinerung der stroboskopischen Schwingungszeit ein schneller Schwingen der beobachteten Gabel. Es folgen daraus, weil die Beobachtungsgabel $64,0$ Schwingungen machte, die Schwingungszahlen der betrachteten Gabel resp. $64,142$, $64,156$, $64,160$.

Von sehr wesentlichem Einflusse auf Amplitude und Schwingungsdauer ist die Stellung des Quecksilbernapfes an der elektromagnetischen Gabel, wodurch die Dauer des Stromschlusses während einer Schwingung bedingt wird. Das Näpfchen wird von einer Schraube getragen und ist durch diese verstellbar; je mehr sie in die Höhe geschraubt wird, um so länger dauert der Stromschluß, in Folge dessen wächst die Amplitude und mit dieser die Schwingungsdauer. Zur Ermittlung dieses Einflusses wurde bei der Beobachtung das Quecksilbernapfchen zuerst genau so gestellt, daß in der Ruhelage der Zinken die Contactspitze eben das Quecksilber berührte, der Strom also von der schwingenden Gabel in dem Augenblicke geschlossen wurde, als die Zinken die Ruhelage passiren. Es wurde dann das Näpfchen um je eine Schraubenganghöhe ($= 0,784^{\text{mm}}$) höher gestellt und die Veränderung in Schwingungsdauer und Amplitude gemessen; das gleiche geschah, wenn das Näpfchen um je eine Ganghöhe tiefer

gestellt wurde. Die folgende kleine Tabelle enthält einen Auszug aus den Beobachtungen. Die Zahlen der ersten Columne geben die Stellung des Quecksilbernapfes an und zwar bedeuten die positiven und negativen Zahlen, um wie viel Ganghöhen das Quecksilber des Näpfchens höher oder tiefer stand, als die Ruhelage der Contactspitze war. Ferner sind die stroboskopischen Schwingungszeiten \mathcal{S} und die doppelten Amplituden der schwingenden Gabel $2A$, endlich die jedesmal an der Tangentenbussole beobachteten Ausschlagswinkel φ angeführt.

	\mathcal{S}	$2A$	φ
	sec	mm	
5	92,96	11,45	39°
4	35,42	11,35	35
3	24,34	10,65	32½
2	18,38	10,30	30
1	16,28	9,65	27
0	15,60	9,40	23
—1	14,42	8,45	20½
—2	13,98	7,55	14
—3	13,30	6,15	12

Das Größerwerden der stroboskopischen Schwingungsdauer \mathcal{S} bedeutet ein Wachsen der wirklichen Schwingungszeit. Die den Stellungen 5, 0, —3 entsprechenden Schwingungszahlen sind demnach resp. 32,011, 32,064, 32,075 Schwingungen. Die Schwingungsgabel wurde dabei nur mit zwei Elementen in Gang erhalten.

Schließlich ist noch für die Amplitude bei gleicher Stromstärke und Stellung des Quecksilbernapfes maassgebend, die Entfernung der Elektromagnete von den Zinken der Stimmgabel. Da die Magnetpole grosse Eisenschrauben sind, welche den Zinken genähert und von ihnen entfernt werden können, so läßt sich dadurch leicht für die verschiedenen Gabeln die günstigste Stellung der Magnete erzielen. Im Allgemeinen wächst mit der Annäherung der Pole an die Zinken die Amplitude der Gabel rasch. Bei den Versuchen blieb die Stellung der Elektromagnete der beobachteten Gabel ungeändert.

Bewegungsform der Gabel. Es ist nun nicht ohne Interesse, nachdem festgestellt ist, daß die Bewegung der Endpunkte der Stimmgabelzinke bei den beobachteten Elongationen nicht dem Gesetze der einfachen Pendelschwingung folgt, zu versuchen, ob sich auf stroboskopischem Wege die in der Schwingungsform der elektromagnetisch angeregten Stimmgabel enthaltenen Theilbewegungen bestimmen lassen. Weil die Bewegung eine periodische ist, so muß sich das Gesetz derselben in der Form darstellen lassen:

$$1) \quad y = a_1 \sin 2\pi \frac{t}{T} + b_1 \cos 2\pi \frac{t}{T} + a_2 \sin \frac{4\pi t}{T} \\ + b_2 \cos \frac{4\pi t}{T} + \dots,$$

wo y die Ausweichung von der Ruhelage zur Zeit t , a_1 , b_1 , a_2 , $b_2 \dots$, constante Größen bedeuten. Der Gleichung 1) kann man bekanntlich auch die Form

$$2) \quad y = A_1 \sin 2\pi \frac{t + \vartheta_1}{T} + A_2 \sin 4\pi \frac{t + \vartheta_2}{T} + \dots$$

geben, da die mit gleichen Indices bezeichneten Gliederpaare der Reihe 1) je eine einfache Sinusschwingung mit Schwingungszeiten, welche resp. T , $\frac{T}{2}$, $\frac{T}{3}$, \dots sind, darstellen. Die resultirenden Amplituden A sind allgemein gegeben durch die Gleichung

$$A^2 = a^2 + b^2,$$

die Größen ϑ , welche die Phasen bestimmen, durch

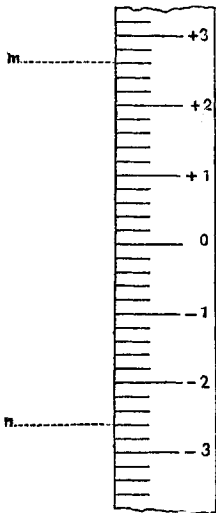
$$\vartheta_n = \frac{T}{2\pi \cdot n} \arctan \frac{b_n}{a_n}.$$

Physikalisch stellt die Gleichung 2) bekanntlich das gleichzeitige Vorhandensein von Schwingungen dar, welche zu dem Grundton, dessen Schwingungszeit T ist, harmonische Obertöne bilden. Es ist übrigens auch von vornherein ersichtlich, daß nur solche Schwingungen in nachweisbarem Grade in der Bewegungsform der Zinken dauernd werden bestehen können, deren Schwingungszahlen ein ganzes Vielfaches von jener des Grundtones sind,

andere Schwingungen müssen nämlich falls sie entstehen sollten, wegen der elektromagnetischen Anregung, für deren Periode unbedingt der Grundton ausschlaggebend ist, schnell unterdrückt werden. Ich überzeugte mich auch direct, daß der unharmonische höhere Nebenton der Stimmgabel, welchem eine Schwingungszahl von etwa 6,5 (jene des Grundtones = 1 gesetzt) zukommt und der beim Anschlagen der Gabel sehr vernehmlich war, bei der elektromagnetisch angeregten Gabel nicht vorhanden war. Außerdem spricht für das Auftreten von harmonischen Obertönen der Umstand, daß die Ausweichungen der Zinken von der Ruhelage bei der untersuchten Stimmgabel so bedeutend sind, daß die Proportionalität der elastischen Kraft mit der Elongation sicher nicht mehr genau stattfindet; dadurch entsteht aber immer eine Zusammensetzung von Schwingungsbewegungen, die dem Grundton und seinen harmonischen Obertönen entsprechen¹⁾. Weil die stroboskopische Beobachtung den thatsächlich stattfindenden Bewegungsvorgang getreu, nur sehr verlangsamt giebt, so kann man, indem man für bekannte Werthe der Ordinate y die zugehörigen stroboskopischen Zeiten ermittelt (die Zeiten stets gezählt vom Momente des Durchganges durch die Ruhelage) mit Hülfe der Gleichung 1) die Werthe von $a_1, b_1, a_2, b_2 \dots$ bestimmen; die Zahl der auf diese Weise bestimmbaren Gröößen ist dabei durch die Anzahl der beobachteten y bedingt. Die Glasscale, vor welcher die an der Stimmgabelzinke befestigte Nadelspitze schwang, war so getheilt, daß 100 Theilstriche derselben gleich $74,5^{\text{mm}}$ waren. Der Abstand von je 5 Theilstrichen dieser Scale sey = 1 gesetzt und die Elongationen der Nadelspitze auf diese Einheit bezogen. Es wurden nun die stroboskopischen Zeiten registriert, wann die Ausweichung der Nadelspitze gerade 0, ± 1 , ± 2 betrug; auch die Amplitude wurde gleichzeitig beobachtet, doch erwies sich ein Registriren der Zeiten der größten \pm Ausweichung nicht immer vortheilhaft, weil

1) Helmholtz, Tonempfindungen S. 249 und Pogg. Ann. Bd. 99.

der Moment des Umkehrens der in Bewegung begriffenen Spitze, namentlich bei langdauernder stroboskopischer Bewegung, nicht genau genug erfasst werden konnte. Dagegen waren die Zeitpunkte für die Ordinatenwerthe ± 1 , ± 2 sehr gut zu beobachten, ganz besonders aber für die Ordinate 0, da sich die beiden stroboskopisch gesehenen Bilder der Spitze genau in der Ruhelage durchkreuzten. Die Schwingungsgabel wurde durch 3, die Beobachtungsgabel durch 2 Elemente getrieben; der Unterbrechungsfunke im Quecksilbernapfchen¹⁾ der Schwingungsgabel konnte bei diesen Versuchen dadurch beseitigt werden, daß in bekannter Weise eine Nebenschließung des Stromes durch ein mit Chlorcalciumlösung gefülltes kleines Gefäß hergestellt wurde. Durch die Flüssigkeit entladet sich der in den Elektromagneten bei der Unterbrechung entstehende Extrastrom; dabei ist ein Einfluß der Nebenschließung auf die Bewegung der Schwingungsgabel nicht bemerkbar.



Ich gebe im Folgenden einen Theil aus einer auf die beschriebene Weise erhaltenen Registrirungsreihe. Die Zeit in Secunden, welche die Spitze braucht, um von 0 bis $+1$ zu kommen, heiße A , die Zeit für den Weg von $+1$ bis $+2$ sey B , jene, um die Strecke von $+2$ bis m und zurück zu hinterlegen, sey C ; ferner bezeichnen D und E die Zeiten resp. für die Wege $+2$ bis $+1$ und $+1$ bis 0. In gleicher Weise sollen A' , B' , C' , D' , E' die Zeiten für den zweiten Theil der Schwingung von 0 bis n

und zurück darstellen.

1) Das Quecksilber war nicht mit Alkohol bedeckt.

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>A'</i>	<i>B'</i>	<i>C'</i>	<i>D'</i>	<i>E'</i>	<i>S</i>
2,1	2,6	6,8	2,6	2,2	2,0	2,7	6,7	3,0	1,9	32,6
2,2	2,6	6,7	2,7	2,1	2,0	2,5	7,0	2,6	2,1	32,5
2,0	2,4	7,1	2,6	2,1	1,9	2,7	6,8	2,7	2,2	32,5

Unter *S* ist die Summe der in derselben Horizontalreihe stehenden Einzelzeiten, also die stroboskopische Dauer der Ganzschwingung verstanden. Die Amplitude der Schwingung betrug 13 Theilstriche der Scala, also 2,6 Einheiten und erhielt sich während der Zeit der Beobachtungen unverändert. Die Angabe der Amplitude kann möglicherweise mit einem Fehler von etwa $\frac{1}{4}$ eines Theilstriches behaftet seyn, der Fehler der Amplitudenbestimmung kann sich also bis auf 0,05 Einheiten belaufen. Solcher Beobachtungen habe ich nun möglichst viele und mit verschiedener stroboskopischer Schwingungsdauer angestellt; dieselbe variierte bei den einzelnen Versuchsreihen von ungefähr 12 bis gegen 40 Secunden, blieb jedoch bei einer und derselben Beobachtungsreihe immer hinreichend nahe constant. Die stroboskopische Zeit noch größer zu wählen gewährt kaum einen Vortheil. Das Mittel aus 20 Beobachtungen jener Versuchsreihe, welcher die angeführte Tabelle entnommen ist, ergab nun folgende Werthe für die Zeiten

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>A'</i>	<i>B'</i>	<i>C'</i>	<i>D'</i>	<i>E'</i>	<i>S</i>
2,15	2,53	7,08	2,64	2,09	2,07	2,59	6,85	2,66	2,16	32,82.

Construirt man die zu den als Abscissen betrachteten Zeiten: 0, *A*, *A* + *B*, *A* + *B* + *C*, gehörigen Ordinaten 0, + 1, + 2, + 2, so erhält man durch Verbindung der so gefundenen Punkte ein Bild der Schwingungcurve der beobachteten Zinke. Diese Curve weicht von einer Sinuscurve, die einer Pendelschwingung von gleicher Dauer und Amplitude angehört, ein Wenig ab. (In Fig. 2 Taf. III bedeutet die ausgezogene Curve die Sinuslinie, die punktirte Linie stellt die der Beobachtung entsprechende Schwingungcurve dar; die Abweichungen der

Curven von einander sind etwas auffälliger gezeichnet.) Die Abweichungen der Curven von einander liegen in engen Gränzen; in dem unter der Abscissenaxe gelegenen Theile der Curve sind die Unterschiede gröfser, als in jenem oberhalb derselben, sie reichen in Zeit ausgedrückt bis nahe $0,4^{sec}$, liegen also jedenfalls aufserhalb der Fehlergränze der Registrirung; in dem oberen Theile sind sie in Maximo etwa $0,2^{sec}$. Der Theil der Schwingungcurve, welcher unterhalb der Abscissenlinie liegt, bezieht sich auf die Zeit, während welcher der Platinstift in's Quecksilbernäpfchen taucht und der Strom geschlossen ist, während welcher also die Elektromagnete der Stimmgabel die Zinken auseinanderziehen. Man bemerkt ferner, dafs die Bewegung auf der ersten Hälfte der unterhalb der Axe liegenden Bahn etwas verzögert ist, denn es gehört zu einem bestimmten Ordinatenwerthe der Schwingungcurve eine etwas gröfsere Zeitabszisse, als zu derselben Ordinate der Sinuscurve; auf der zweiten Hälfte des unterhalb der Abscissenlinie liegenden Theiles ist die Bewegung hingegen beschleunigt. Ich glaube auch hervorheben zu sollen, dafs die Zeit für die Schwingung mit positiven Ordinatenwerthen gröfser ist, als jene für den zweiten Theil, dem die negativen Ordinaten angehören.

Die bisher angeführten Unterschiede zwischen der nach den Beobachtungen construirten Schwingungcurve und einer Sinuscurve sind zwar merklich, aber doch so gering, dafs dieselben möglicherweise noch durch kleine zufällige Unregelmäfsigkeiten erklärt werden könnten; nun finden sich aber bei jedem stroboskopisch beobachteten und construirten Schwingungsverlaufe, deren ich eine gröfsere Zahl zeichnete, ganz analoge Abweichungen der erhaltenen Curve von der Sinuslinie, obwohl die stroboskopischen Zeiten S bei den einzelnen Versuchsreihen ziemlich verschieden waren. Es wurde bei manchen Beobachtungen auch der Moment der gröfsten \pm Ausweichung registriert, was freilich des oben erwähnten Grundes wegen nur bei kürzerer stroboskopischer Dauer mit Genauigkeit möglich

war; es fällt dabei auf, daß der Abscissenwerth für die \pm Amplitude der Schwingungcurve stets kleiner ist, als jener für die größte \pm Ordinate der Sinuscurve. Ferner ersieht man aus den verzeichneten Curven, daß die Summe der Zeiten, während sich die Zinke nach aufwärts bewegt, kleiner ist, als die Zeit der Abwärtsbewegung; diese Thatsache scheint zu beweisen, daß in Folge der elektromagnetischen Einwirkung die Gabelzinke rascher den höchsten Punkt ihrer Bahn erreicht, als ein daneben mit gleicher Amplitude und Dauer pendelartig schwingender Körper, ebenso erreicht die Zinke auch ein wenig früher den tiefsten Punkt ihrer Bahn, als dies nach dem Pendelgesetze der Fall wäre.

Es muß nun in der That die Zeit, während welcher die Zinken einer elektromagnetisch angeregten Stimmgabel auseinander schwingen, kürzer seyn, als jene, die sie zum Zusammenschwingen benöthigen, wenn sich auch der Unterschied möglicherweise der Beobachtung entzieht. Bei den Versuchen, den Unterschied derart durch Beobachtung zu ermitteln, stellte ich neben die Gabel zwei Nadeln in einem Abstände von einander auf, der kleiner war, als die doppelte Excursion der an der Schwingungsgabel befestigten Spitze. Es wurde die Zeit registriert, welche ein stroboskopisches Bild gebrauchte, um die Distanz der Nadeln einmal in dem einen, dann im entgegengesetzten Sinne zu durchlaufen. Die aus einer größeren Zahl von Versuchen hervorgehenden Resultate ließen auch wirklich einen kleinen Unterschied bemerken, welcher indess bald in einem, bald in dem anderen Sinne ausfiel. Sei A die stroboskopische Zeit, welche die Spitze zur Hinterlegung der Nadeldistanz nach aufwärts benöthigt, B die Zeit für dieselbe Distanz bei der Bewegung nach abwärts, so ergab sich bald $A > B$, bald wieder $B > A$. Es war jedoch in letzterem Falle die Differenz $B - A$ stets größer, als $A - B$ im ersteren Falle. Die Ursache dieser Erscheinung liegt nun in einem parallaktischen Fehler, der daher rührt, daß die beiden neben einander

schwingenden Spaltenschirme einen kleinen Zwischenraum zwischen sich haben müssen; je nachdem man das eine oder das andere der durch die stroboskopische Beobachtung entstandenen Doppelbilder verfolgt, addirt oder subtrahirt sich der Fehler zu der wirklichen Zeit. Der Fehler ist ferner um so größer, je weiter von der Ruhelage sich die beobachtete Spitze im Momente der Registrirung befindet, für den Durchgang durch die Ruhelage ist er gleich Null. Mit diesem Fehler sind nun die auf den Tafeln verzeichneten Curven ebenfalls behaftet, da auch hier stets eines der Doppelbilder verfolgt wurde. Ueber die ungefähre Größe desselben läßt sich Folgendes sagen: Sind α_1 und β_1 die beobachteten Zeiten des Aufwärts- und Abwärtsschwingens für eines der beiden Bilder, α_2 und β_2 die entsprechenden Zeiten für das zweite Bild (die Zeit einer Ganzschwingung $\tau = 1$ gesetzt), bezeichnet ferner φ die Größe des parallaktischen Fehlers, so ergab sich als Mittel aus 9 Versuchsreihen, wo $B > A$ war, die Differenz $\beta_1 - \alpha_1 = 0,0171$; in 9 Versuchsreihen hingegen, wo $A > B$ folgte, war $\alpha_2 - \beta_2 = 0,0113$; demnach ist der Unterschied der wahren Werthe $\beta - \alpha = w = 0,0029$ und $\varphi = 0,0071$. Nun betrug die Schwingungsdauer τ im Mittel 11 Secunden, daher ist der absolute Werth des φ hiernach beiläufig $\varphi = 0,078$ Secunden, liegt also selbst für die größten der auf den Tafeln registrirten Ordinatenwerthe an der Gränze des Beobachtungsfehlers. Die Bedeutung von w ist, daß die Stimmgabelzinken auseinander schneller schwingen, als zusammen, und zwar ist nach diesen Versuchen der Unterschied der Zeiten nur etwa $\frac{3}{1000}$ der Schwingungsdauer.

Ich habe aber auch bei Vermeidung des parallaktischen Fehlers den Werth von w zu bestimmen gesucht. Da ich keine Stimmgabel mit 16 Schwingungen zur Hand hatte, wurde an einer Stahlschiene, welche einen Spaltenschirm trug, eine Contactspitze befestigt, die Schiene nahe an einen der Elektromagnete gestellt und nun wie eine Stimmgabel selbstthätig (durch 1 Dan.) in Schwingungen

erhalten. Ein zweiter Spaltenschirm ist fest neben der Schiene aufgestellt, so daß sich die Schlitzlöcher in der Ruhelage der Schiene decken. Durch vorsichtige Veränderung der Länge der Schiene und entsprechende Beschwerung derselben läßt es sich erreichen, daß man eine langsame stroboskopische Bewegung der Schwingungsgabel (Ut_{-1}) sieht, wobei aber nur ein Bild erscheint. Es wurden wieder zwei Nadeln etwa im Abstände von 18^{mm} befestigt und nun die Zeit des Hinauf- und Herabgehens registriert. Aus sehr sorgfältig angestellten derartigen Versuchen (stroboskopische Schwingungsdauer circa 20 Sekunden) ergaben sich für w folgende Resultate: 0,0064, 0,0095, 0,0104, also im Mittel $w = \beta - \alpha = 0,0087$, nach diesen Versuchen — bei allerdings etwas größerer Distanz der Nadeln — ist der gesuchte Unterschied nahe $= \frac{9}{1000}$ der Schwingungsdauer. Mit Berücksichtigung dieses Werthes von w folgt aus dem Früheren für φ : 0,0042 und 0,0100; das Mittel dieser Zahlen ist zufällig wieder $\varphi = 0,0071$.

Zusammensetzung aus Partialbewegungen. Um zu erfahren, aus welchen Partialschwingungen die beobachtete Bewegung der Gabel hauptsächlich zusammengesetzt ist, habe ich für die ersten sieben harmonischen Obertöne Resonatoren angefertigt; der tiefste Resonator war also auf den Ton mit 64 Schwingungen, die Octave der untersuchten Stimmgabel, abgestimmt. Es ergab sich nun, daß bei einer Schwingungsamplitude der Zinken von 2,84 Einheiten (die Gabel durch 3 Dan. angeregt) der zweite und dritte Partialton sehr deutlich wahrgenommen werden konnten, der vierte schwächer, aber noch ziemlich gut vernehmbar war, den fünften und sechsten Partialton konnte ich nicht hören, vom achten war eine sehr schwache Spur zu bemerken. Es ist also, weil in der That nur die ersten Theiltöne auf die Schwingungsform merklichen Einfluß nehmen, die Darstellung der Bewegung nach Gleichung 1) zulässig, wobei nur einige Glieder der Reihe berücksichtigt zu werden brauchen. Ich habe die Berechnung von Amplituden und Phasen unter Voraussetzung

des Vorhandenseyns der beiden ersten Partialtöne, also der vier ersten Glieder in 1), für einige Beobachtungsreihen ausgeführt und dabei im Ganzen nicht sehr differirende Resultate bekommen. So ergaben sich aus einer längeren Beobachtungsreihe, bei welcher die stroboskopische Schwingungsdauer $T = 29,00^{\text{sec}}$ war, für die Ordinatenwerthe 0, + 2, - 1, - 2 die resp. Mittelwerthe der zugehörigen Zeiten: 0, 3,57, 16,26 und 18,10; es folgen dann für die Coëfficienten die Werthe:

$$\begin{aligned} a_1 &= + 2,90014, & b_1 &= - 0,04404 \\ a_2 &= + 0,00500, & b_2 &= + 0,04404. \end{aligned}$$

Demnach ist $A_1 = 2,90047$, $A_2 = 0,04432$ und

$$2\pi \frac{\vartheta_1}{T} \cdot \frac{180}{\pi} = - 0,87^\circ; \quad 4\pi \frac{\vartheta_2}{T} \cdot \frac{180}{\pi} = 83,55^\circ,$$

wobei die Phase von 0 bis π gezählt ist; da $T = 29,00^{\text{sec}}$ ist, so wird $\vartheta_1 = - 0,079^{\text{sec}}$, $\vartheta_2 = + 3,373^{\text{sec}}$.

Aehnliche Resultate ergaben die für andere Beobachtungsreihen ausgeführten Rechnungen. Auch unter der Annahme des Vorhandenseyns der drei ersten Partialtöne habe ich eine Rechnung angestellt, wobei also in der Reihe 1) die Glieder mit den Coëfficienten a_1, b_1, a_2, b_2 und a_3, b_3 angenommen wurden. Zu dieser Rechnung nahm ich die Werthe von $\frac{t}{T}$, welche als Mittel aus vier Beobachtungsreihen folgten, bei denen stets nahe die gleiche Amplitude 2,6 herrschte. Die zusammengehörigen Winkelwerthe von $2\pi \frac{t}{T}$ für die 10 beobachteten Ordinaten lieferten als Mittel:

Ordinate	1	2	2	1	0	-1	-2	-2	-1	0
$\frac{2\pi t}{T} \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$	23,02	50,78	123,32	157,45	181,21	204,15	232,30	307,43	335,83	360,00

Die sich ergebenden Werthe sind:

$$\begin{aligned} a_1 &= + 2,57670, & b_1 &= - 0,02561 \\ a_2 &= + 0,02751, & b_2 &= + 0,04885 \\ a_3 &= - 0,02324, & b_3 &= - 0,03851; \end{aligned}$$

aus diesen folgt:

$$\begin{aligned} A_1 &= 2,57683, & A_2 &= 0,05605, & A_3 &= 0,04498; \\ 2\pi \frac{\vartheta_1}{T} \cdot \frac{180}{\pi} &= - 0,569^\circ; & \vartheta_1 &= - 0,064 \text{ Sec.}, \\ 4\pi \frac{\vartheta_2}{T} \cdot \frac{180}{\pi} &= 60,63^\circ; & \vartheta_2 &= + 3,392 \text{ Sec.}, \\ 6\pi \frac{\vartheta_3}{T} \cdot \frac{180}{\pi} &= 211,12^\circ; & \vartheta_3 &= + 7,875 \text{ Sec.} \end{aligned}$$

Das Amplitudenverhältniß zwischen dem ersten und zweiten Partialtone wäre demnach $\frac{A_1}{A_2} = 46$, daher das Intensitätsverhältniß dieser beiden Töne $\frac{A_1^2}{A_2^2} = 2116$; das Amplitudenverhältniß zwischen dem zweiten und dritten Partialton $\frac{A_2}{A_3} = 1,25$, das Intensitätsverhältniß $\frac{A_2^2}{A_3^2} = 1,55$. Den aufgeführten Resultaten gemäß habe ich die Sinuscurven für die ersten drei Partialtöne nach Intensität und Phase construirt (Fig. 3 Taf. III), und man sieht, daß durch Superposition dieser drei Curven sich eine Schwingungsform ergibt, welche den thatsächlich beobachteten Ordinatenwerthen mit ziemlich bedeutender Genauigkeit genügt; die beobachteten Stellen der Schwingungcurve sind durch Punkte bezeichnet. Es scheint demnach nicht unwahrscheinlich, daß die mit Hülfe der Resonatoren gehörten Töne in thatsächlich vorhandenen Bewegungen der Gabelzinken ihren Ursprung haben und nicht nur als Combinationstöne existiren.

Bestimmt man die größte positive und negative Ausweichung, so hat man 1) nach t zu differentiiren und die Gleichung $\frac{dy}{dt} = 0$ oder

$$\begin{aligned} 0 &= a_1 \cos 2\pi \frac{t}{T} - b_1 \sin \frac{2\pi t}{T} + 2a_2 \cos 4\pi \frac{t}{T} - 2b_2 \sin \frac{4\pi t}{T} \\ &\quad + 3a_3 \cos 6\pi \frac{t}{T} - 3b_3 \sin \frac{6\pi t}{T} \end{aligned}$$

nach t aufzulösen. Man erhält dadurch zwei Werthe von t , welche den Phasenwinkeln $89^\circ 56'$ und $268^\circ 5'$ entsprechen und für die \pm Amplitude die beiden Werthe

$$y_{+m} = 2,568156, \quad y_{-m} = -2,661950$$

liefern. Sucht man nun die Abscissenwerthe, welche für eine Pendelbewegung unter Voraussetzung einer mittleren Amplitude $= 2,615053$ und des gleichen T sich ergeben, so erhält man folgende Zusammenstellung:

Ordinate	Sinusschwingung	Beobachtete Schwingung	Differenz: Beob. — Sinusschwingung	
			in Winkelmaafs	in Zeitmaafs
1	23,48	23,02	-0,46	-0,052
2	49,88	50,78	+0,90	+0,101
2	130,12	128,32	-1,80	-0,201
1	156,52	157,45	+0,93	+0,104
0	180,00	181,21	+1,21	+0,135
-1	203,48	204,15	+0,67	+0,075
-2	229,88	232,30	+2,58	+0,289
-2	310,12	307,43	-2,69	-0,301
-1	336,52	335,83	-0,79	-0,088
0	360,00	360,00	0,00	0,000

Die Differenzen zwischen den beobachteten Zeiten und den Zeiten, für welche die gleichen Ordinatenwerthe bei der einfachen Schwingungsbewegung stattfinden, sind zu meist gröfser, als die möglichen Beobachtungsfehler und man ersieht, dafs zwischen π und $\frac{3\pi}{2}$ die beobachteten Zeiten gröfser, zwischen $\frac{3\pi}{2}$ und 2π dagegen merklich kleiner sind, als die der Sinusschwingung zukommenden, wie sich denn dieser allgemeine Charakter aus sämtlichen Constructionen übereinstimmend ergab.

Elektromagnetische Anregung. Als wichtig erscheint es endlich noch zu untersuchen, inwieweit die elektromagnetische Anregung die Schwingungszeit der Stimmgabel zu beeinflussen im Stande ist, ob sich also ein merklicher Unterschied in der Schwingungszeit für die freischwin-

gende und die durch die periodische magnetische Einwirkung in ihrer Bewegung modificirte Gabel nachweisen läßt. Unterbricht man plötzlich den Strom, der die Schwingungsgabel in Bewegung erhält, mittelst einer in den Stromkreis eingeschalteten Schlüsselvorrichtung, so nimmt die Amplitude der Schwingung, wie sich dies leicht beobachten läßt, anfangs rasch, später weniger rasch ab, so daß, wenn man zur Darstellung des Verlaufes die Zeit als Abscisse, die zugehörige Amplitude als Ordinate aufträgt, man die Fig. 4, Taf. III ausgezogen gezeichnete Curve erhält; die Zeit wird von dem Augenblicke, in welchem der Strom unterbrochen wird, gezählt.

Um die stroboskopischen Schwingungszeiten und die zugehörigen Amplituden gleichzeitig zu erhalten, konnte ein Hilfsbeobachter auf demselben Telegraphenpapier, auf welchem die Schwingungen registriert wurden, mit Hilfe eines zweiten Tasterschlüssels die Momente verzeichnen, in denen die Amplitude der schwingenden Gabelzinke während des Abschwingens bestimmte Werthe hatte. Man erhält somit die stroboskopischen Schwingungszeiten und die zugehörigen Amplitudenwerthe gleichzeitig aufgezeichnet. Da man jedoch auch die zu bestimmter Amplitude gehörige stroboskopische Zeit für den Fall, daß die Gabel elektromagnetisch angeregt wird, kennt, so läßt sich dann ersehen, ob und wie die wirkliche Schwingungszeit durch die periodische Zugkraft beeinflusst wird. Es wurden auch solche Versuche angestellt, bei denen in beliebigem Augenblicke durch eine Hebelvorrichtung das Quecksilbergefäß, in welches die Platinspitze der Gabel taucht, soweit gesenkt werden konnte, daß die schwingende Gabel plötzlich sich ganz überlassen ist, wobei also das Abschwingen in Luft geschieht, während im ersten Falle, wo nur der Strom geöffnet wird, die Platinspitze während des Abschwingens noch immer in's Quecksilber eintaucht (Fig. 4, Taf. III, punktirte Curve). Beide Arten des Abschwingens wurden öfters wiederholt und aus den gut übereinstimmenden Resultaten der Mittelwerth genommen.

a) Abschwingen in Luft, die Amplitude vor dem Abschwingen betrug 14 Theilstriche der Scale (5 Versuchsreihen).

Amplitude (Theilstriche)	Strob. Zeit der Halbschwin- gung $\frac{\vartheta'}{2}$	Mittlere Amplitude (Theilstr.)	Stroboskopische Zeit		$\Delta = \vartheta - \vartheta'$
			für elektro- magnetische Gabel ϑ	für ab- schwingende Gabel ϑ'	
14	sec 4,39	14	sec 8,8	sec 8,78	
13					
12					sec
11	7,34	11,65	13,0	14,68	-1,6
10					
9					
8					
7	8,62	6,78	18,7	17,24	+1,5
6					
5					
4	8,94	4,33	21,2	17,88	+3,4
3					
2	9,06	2,87	22,9	18,12	+4,8
1					

b) Abschwingen, wobei die Spitze während des Abschwingens in Quecksilber taucht; Amplitude vorher 14 Theilstriche (4 Versuchsreihen).

Amplitude (Theilstriche)	Strob. Zeit der Halbschwin- gung $\frac{\vartheta'}{2}$	Mittlere Amplitude (Theilstr.)	Stroboskopische Zeit		$\Delta = \vartheta - \vartheta'$
			für elektro- magnetische Gabel ϑ	für ab- schwingende Gabel ϑ'	
14	^{sec} 4,39	14	^{sec} 8,8	^{sec} 8,78	
13	8,32	11,50	13,8	16,64	^{sec} -2,8
12					
11					
10					
9	9,68	6,19	19,2	19,36	-0,2
8					
7					
6					
5	10,28	3,79	21,9	20,56	+1,3
4					
3					
2					
1					

Es enthält in den beiden Tabellen die erste Columne die Amplitude, die zweite giebt die während des Abschwingens beobachtete stroboskopische Zeitdauer einer Halbschwingung; weil diese Dauer verhältnißmäßig lang ist, so müssen die zugehörigen mittleren Amplitudenwerthe aus dem Verlaufe der Curve, welche die Abnahme der Amplitude darstellt (Fig. 4, Taf. III), entnommen werden. Der Verlauf dieser Curven ist durch hinlänglich zahlreiche Punkte gegeben; die mittlere Amplitude innerhalb einer bestimmten Zeit t wird daher gefunden, indem man den über der Abscissenlänge t befindlichen Flächenraum durch die Zeit t dividirt. Ich habe die entsprechenden Flächenstücke mit Hülfe eines Planimeters ausgewerthet und die Mittelwerthe der Amplitude in der dritten Columne angeführt. Da auch der Zusammenhang zwischen Amplitude und stroboskopischer Schwingungsdauer für die unter elektromagnetischer Anregung schwingende Gabel durch anderweitige Beobachtungen bekannt ist, so sind hiernach in der vierten Columne die den mittleren Amplituden entsprechenden Schwingungszeiten ϑ beigeschrieben, während in der fünften die während des Abschwingens wirklich beobachteten Zeiten ϑ' stehen. Unter Δ endlich ist die Differenz zwischen den stroboskopischen Zeiten ϑ und ϑ' aufgeführt, und zwar ist Δ positiv, wenn die Schwingungsdauer für die unter magnetischem Einfluß schwingende Gabel größer ist, als jene der frei schwingenden Gabel. Da nun bei den zuletzt angeführten Versuchen die Beobachtungsgabel schneller schwang, als die Schwingungsgabel, so ist ein Größerwerden der stroboskopischen Schwingungsdauer dadurch bedingt, daß die Schwingungsgabel schneller schwingt. Das Resultat ist demnach: Wird die Stimmgabel elektromagnetisch angeregt, so schwingt sie für Amplituden, welche größer sind als etwa 9 Theilstriche (nahe 7^{mm}) langsamer, für solche die kleiner (als 7^{mm}) sind, schneller als eine frei in Luft schwingende Gabel bei gleicher Schwingungsamplitude; für das Abschwingen, wobei die Contactspitze während des Ab-

schwingens in Quecksilber taucht, ist die Amplitude, bei welcher die Schwingungen der freien und der magnetisch angeregten Gabel gleich lang dauern, etwa $4\frac{1}{2}$ mm. Für Ausweichungen, die kleiner sind, als die eben angeführten, ist die Schwingungsdauer der elektromagnetischen Gabel stets kleiner, als jene der frei schwingenden; die untersuchte Gabel macht also in Folge der Anregung ihre Schwingungen für nicht zu große Ausweichungen im Allgemeinen schneller, als es nur in Folge ihrer Elasticität geschehen würde.

Aehnliche Versuche habe ich auch bei kleinerer stroboskopischer Schwingungsdauer angestellt, wobei die Abnahme der Amplitude während einer stroboskopischen Halbschwingung nur etwa einen Theilstrich im Mittel betrug, und Resultate erhalten, welche mit den oben angeführten recht gut harmonirten. Mögen allerdings in den bisherigen Versuchen die mitunter sehr kleinen Differenzen eher Bedenken als Vertrauen zu erwecken geeignet seyn, so glaubte ich doch die Mittheilung dieser Beobachtungen nicht unterlassen zu sollen, da sie für eine richtige Beurtheilung der Leistungsfähigkeit der Methode und des Apparates von Belang seyn dürften. Der parallaxtische Fehler ist bei allen Versuchen, bei denen es sich nur um Ermittlung der stroboskopischen Schwingungs- (resp. Halbschwingungs-) Dauer handelt, gleich Null.

Aenderung der Schwingungsdauer mit der Zeit. Bei genauer Beobachtung der stroboskopischen Dauer im Falle die Schwingungsgabel eben zu schwingen beginnt, zeigt sich, daß die Zeit am Anfange der Bewegung meist etwas verschieden ist von jener, welche bei längerem Schwingen der Gabel eintritt. Hierauf abzielende Versuche wurden angestellt, nachdem die Schwingungsgabel längere Zeit hindurch, z. B. über Nacht, nicht in Gebrauch gewesen war. Damit die Aenderungen nicht etwa von der Beobachtungsgabel herrührten, wurde diese immer zuerst in Bewegung gesetzt und erst, nachdem sie einige Zeit in Gang war, wobei sich der Ausschlag des Galvanometers voll-

kommen unverändert erhielt, wurde die Schwingungsgabel in Vibration versetzt. Die Beobachtung begann dann, sobald die Schwingungsgabel eine constante Amplitude angenommen hatte, was meist nur wenige Secunden dauert. Es ergab sich bei einer größeren Zahl von Versuchen, daß die stroboskopische Schwingungszeit zunahm und zwar im Mittel um beiläufig $\frac{1}{30}$ der Schwingungszeit: Die Schwingungsgabel schwang schneller als die Beobachtungsgabel. Da diese Größe die Beobachtungsfehler übersteigt — die mittlere Zeit einer Ganzschwingung war 6,7 Sec. — so folgt, daß die wirkliche Schwingungsdauer im Anfange der Vibrationen etwas kleiner ist, als nachdem die Gabel bereits einige Zeit geschwungen hat. Dies dürfte vermuthlich darin begründet seyn, daß die Elasticität des Stahls in Folge der durch die Schwingungen veränderten Molecularbeschaffenheit um ein Kleines abnimmt, auch könnte der Grund in dem bei längerem stationären Schwingen eintretenden geänderten Temperaturzustande zu suchen seyn.

Einfluss der Luft. Zum Schlusse führe ich noch einen Versuch an, den ich angestellt habe, um den Einfluss der Dichte der umgebenden Luft auf Amplitude und Schwingungsdauer einer Stimmgabel zu erfahren. Zu diesem Zwecke wurde die untersuchte Gabel (Ut_{-1}) in einen großen Cylinder aus dickem Zinkblech gebracht, der mit gußeisernen Deckeln luftdicht verschließbar war. In diesem Cylinder konnte nun die Luft sowohl verdünnt als auch comprimirt werden, wobei der herrschende Druck durch Manometer gemessen wurde. Durch einen der beiden Deckel waren die Zuleitungsdrähte für die Stimmgabel luftdicht eingeführt und durch zwei einander gegenüber stehende mit Glasplatten verschlossene Oeffnungen in der Mantelfläche des Cylinders wurde die Bewegung der Gabel stroboskopisch beobachtet. Es zeigte sich nun, daß bei Compression der Luft die Amplitude stetig abnahm, während die stroboskopische Schwingungsdauer merklich größer wurde; dagegen wuchsen beim Verdün-

nen Amplitude sowohl, als Schwingungsdauer sehr bedeutend. Die Beobachtungsgabel schwang stets langsamer als die Schwingungsgabel, daher entspricht eine Aenderung der stroboskopischen Schwingungszeit einer in dem gleichen Sinne vor sich gehenden Aenderung der wirklichen Schwingungsdauer der beobachteten Gabel. Da es nun bekannt ist, daß die Amplitude sehr maafsgebend für die Zeitdauer der Gabelschwingungen ist, so muß man sich von dem Einflusse der Amplitude dadurch befreien, daß man bei verschiedener Dichte der Luft im Recipienten stets die gleiche Amplitude herstellt. Dies kann aber dadurch geschehen, daß man mit Hülfe eines Platindraht-rheocordes die Stromstärke des die Elektromagnete der Stimmgabel umkreisenden Stromes so lange verändert, bis die gewünschte Amplitude erreicht ist; die beobachteten Aenderungen der stroboskopischen Schwingungsdauer sind sodann nur durch die Dichte der umgebenden Luft bedingt.

Ich theile im Folgenden einen Auszug der Resultate einer Beobachtungsreihe mit; es wurde zuerst bei der Amplitude $A = 12$ Theilstriche (der Glasscale) beim herrschenden Atmosphärendrucke 740^{mm} die stroboskopische Schwingungszeit beobachtet; als hierauf beim Evacuiren die Dichte der Luft im Recipienten bis auf 165^{mm} sank, nahm die Amplitude bis auf 14 Theilstriche zu, desgleichen war die stroboskopische Zeit der Schwingung bedeutend gröfser. Nun wurde die Amplitude wieder auf 12 gebracht und die Dauer t der Halbschwingung registrirt. Das gleiche Verfahren für die übrigen in der Tabelle stehenden Werthe des Druckes ausgeführt, ergiebt folgende Zusammenstellung der Mittelwerthe:

	Druck	t
Amplitude = 12	mm	sec
	740	9,63
	165	7,33
	340	8,05
	440	8,46
	640	9,42
	740	9,81

Dafs sich t für den Druck 740 am Anfange und am Schlusse des Versuches um 0,2 Sec. verschieden ergibt, darf nicht Wunder nehmen, da die Dauer eines solchen Versuches über $\frac{1}{2}$ Stunde betrug. Aehnlich war das Ergebnifs bei der Compression der Luft; es nahm die Amplitude von 11 auf $9\frac{3}{4}$ ab, als der Druck von 740 auf 1240^{mm} wuchs. Das Resultat eines derartigen Versuches war:

	Druck	t
Amplitude = 11	$^{\text{mm}}$ 740	sec 7,23
	1240	8,94
	1020	8,28
	800	7,55

Endlich habe ich die Versuche auch so ausgeführt, dafs ich die Dauer der Schwingungen beim Drucke von 740^{mm} für jene Amplitudenwerthe bestimmte, welche die Gabel bei den verschiedenen Druckgröfsen angenommen hatte. Es ergab sich daraus für Compression:

Amplitude	Druck	t
$10\frac{1}{2}$	1300^{mm}	7,77
	740	6,86
11	1020	7,50
	740	7,20
$11\frac{1}{2}$	850	7,55
	740	7,86

für Verdünnung:

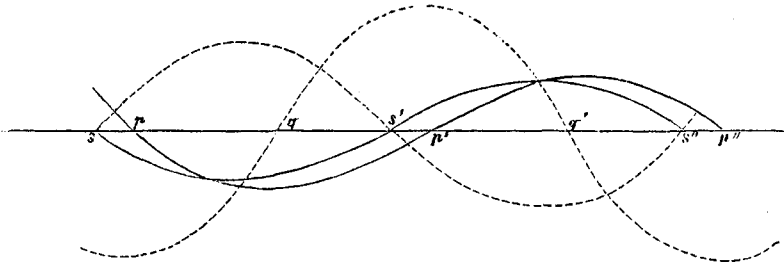
Amplitude	Druck	t
nahe 14	190	10,50
	740	39,7
13	440	9,08
	740	11,92
$12\frac{1}{2}$	590	8,85
	740	9,99

Aus den angeführten Resultaten geht also hervor, daß die Schwingungsdauer einer Gabel bei ungeänderter Amplitude mit dem Drucke der sie umgebenden Luft wächst und abnimmt, wie dies ja durch die Veränderung des Trägheitsmomentes zunächst bedingt ist. Die Aenderung beträgt nach den übereinstimmenden Ergebnissen der früher angeführten Versuche nahe $\frac{1}{100}$ der Schwingungszeit (für Ut_{-1}) bei einer Druckänderung von einer halben Atmosphäre.

Versuche mit zwei Gabeln. Leitet man ein und denselben Strom durch zwei nahe gleichgestimmte elektromagnetische Stimmgabeln, wobei die Anordnung derart getroffen ist, daß nur eine von ihnen den Strom selbstthätig unterbricht, so kann auch die andere Gabel dadurch in Schwingungen versetzt werden. Die Intensität der Schwingungen dieser Gabel, in deren Elektromagneten also der Strom durch die erste Gabel unterbrochen und hergestellt wird, hängt bei gleichbleibender Stromstärke wesentlich von dem Verhältniß ab, in welchem die Schwingungszahlen der beiden Gabeln stehen; dabei muß die mitgenommene Gabel im Allgemeinen die kleinere Schwingungszahl haben¹⁾. Nächst der Verstimmung ist die Entfernung zwischen Gabelzinken und Elektromagneten von großem Einfluß auf das Mitschwingen, daher wurde die Stellung der Eisenkerne stets ungeändert erhalten. Beobachtet man nun durch Spaltenschirme, welche an den Zinken der ersten (unterbrechenden) Gabel befestigt sind, die zweite, so sieht man zwei ruhende Bilder derselben. Es läßt sich sodann durch Messung der Stellung dieser Bilder und der Amplitude der zweiten Gabel die Phase, welche die beiden

1) Helmholtz, Tonempfindungen Beilage IX, S. 609. Es ist $N > \nu$, wo N die Schwingungszahl der periodischen Kraft (oder eine ihr proportionale Zahl) für den Fall der stärksten Resonanz und ν die Schwingungszahl für den Eigenton des Körpers bezeichnen. Es muß also die Schwingungszahl der periodischen Kraft (hier jene der unterbrechenden Gabel) für den Fall stärkster Resonanz größer seyn, als die des Eigentones (der mitgenommenen Gabel).

Stimmgabelschwingungen gegen einander haben, bestimmen, sowie auch ein Schluß ziehen auf die Phase, welche zwischen dem Verlauf des Stromes und des durch ihn hervorgerufenen Magnetismus statt hat.



Es sey durch die Curve $ss's''$ (punktirt), die der Einfachheit wegen als Sinuscurve gezeichnet sey, der periodische Verlauf des Stromes, welcher die Elektromagnete der beiden Gabeln umfließt, dargestellt; die ausgezogene Curve $ss's''$ stellt dann die gleichzeitige Bewegung der an der oberen Stimmgabelzinke befestigten Nadelspitze dar. Die Stellen s, s', s'' sind jene, welche der Ruhelage der unterbrechenden Gabel entsprechen; blickt man nun durch die Spaltenschlitze dieser Gabel nach der zweiten hin, so erhält man die zu den Punkten s, s', s'' gehörigen Ordinatenwerthe der Curve $pp'p''$, welche die Bewegung der oberen Zinke für die mitgenommene Gabel repräsentirt. Aus diesem Ordinatenwerthe und der zu messenden Amplitude der mitgenommenen Gabel findet sich sofort unter Zugrundelegung des Sinusgesetzes die Länge sp oder die Phase der mitgenommenen Gabel gegen die unterbrechende. Da nun die Bewegung der mitgenommenen Stimmgabel $pp'p''$ in der Weise erfolgt, daß sie sich für den Fall des intensivsten Mitschwingens dem Verlaufe der magnetischen Kraft möglichst günstig anpaßt¹⁾, so sey durch die Curve

1) Helmholtz a. a. O. Für das Maximum der Resonanz ist $\sin^2 \varepsilon = 1$, wobei ε den Phasenunterschied zwischen der Elongation der Masse und den wechselnden Werthen der Kraft bedeutet.

$qq'q''$ der periodische Verlauf der Kraft der Elektromagnete dargestellt. Ohne also etwas über den Wirkungsverlauf dieser Kraft auszusagen, können wir doch die Stellen q und q' auf der Zeitlinie als die Momente für Beginn und Ende desselben (angenähert) ansehen, wobei $pq:pp'' = 1:4$ ist. Das Verhältniß von $sq:ss''$ würde sodann den Phasenunterschied zwischen dem Verlaufe von Strom und Magnetismus in den Elektromagneten der mitgenommenen Stimmgabel angeben. Durch eine große Reihe von Beobachtungen, angestellt mit zwei Stimmgabeln Ut_{-1} , von denen eine etwas tiefer gestimmt war, ergab sich auf diese Weise in dem Falle, wo das Mitschwingen der mitgenommenen Gabel ein größtes war, der Mittelwerth:

$$sp:ss'' = 0,070.$$

Um sicher zu seyn, daß der Phasenunterschied zwischen beiden Gabeln nicht $(0,070 + 0,5)$ der Schwingungszeit beträgt, was sich wegen der doppelten Bilder aus den Beobachtungen nicht entscheiden liefs, wandte ich wieder die Stahlschiene mit Spaltenschirm an; dadurch erhielt ich einfache Bilder der beiden Gabeln und konnte nun deutlich sehen, daß die unterbrechende der mitgenommenen etwas voraus war. Die Schiene schwang dabei so, daß man die Bewegung der Gabeln rechtläufig sah, es war nämlich die Zeit, welche die Gabeln zu einer Schwingung brauchen, kleiner als die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Deckungen der Schlitze. Der Fall der stärksten Resonanz wurde durch allmälige sorgfältige Verstimmung der mitgenommenen Gabel, indem man auf ihre Zinken kleine Wachsklumpchen aufsetzte, erreicht. Der Grad der Verstimmung wurde sodann wenigstens annähernd dadurch ermittelt, daß man jede der Gabeln für sich mit einem Strome, welcher an dem Rheometer den gleichen Ausschlagswinkel, wie der früher durch beide Gabeln geschickte Strom, hervorrief, selbstthätig betrieb und nun die Dauer der stroboskopischen Schwingung einer Gabel, durch die andere betrachtet, bestimmte. Das

Maximum des Mitschwingens trat bei diesen Gabeln dann ein, wenn die anregende in der Secunde etwa um $\frac{1}{50}$ Schwingung mehr machte, als die mitgenommene. Diese Zahl kann jedoch etwas variiren, ohne daß die Intensität des Mitschwingens merklich anders wäre. Außerdem wurde die Schwingungsamplitude der jetzt selbstthätigen Gabel gemessen und mit jener, welche stattfand, als die Gabel mitgenommen wurde, verglichen. Das Quecksilbernäpfchen war dabei so gestellt, daß die Contactspitze in der Ruhelage die Oberfläche eben berührte. Die Amplitude der mitgenommenen Gabel war im Allgemeinen etwas kleiner, als für den Fall der selbstthätigen Unterbrechung bei gleicher Stromintensität. Das Verhältniß beider in den angeführten Fällen war im Mittel 0,94; in ein paar Fällen aber gelang es die Amplitude der mitgenommenen Gabel gleich oder sogar ein wenig größer zu bekommen. Wurde die mitgenommene Gabel merklich weniger oder aber stärker verstimmt, so war die Intensität des Mitschwingens erheblich schwächer, während gleichzeitig der Phasenunterschied der beiden Gabeln sich rasch änderte. Als die Amplitude der stark verstimmten mitgenommenen Gabel nur etwa $\frac{1}{3}$ von jener betrug, welche sie beim stärksten Mitschwingen angenommen hatte, war der Phasenunterschied $sp = 0,25$, betrug also $\frac{1}{4}$ einer Schwingung. Für beide Gabeln zusammen waren drei Dan. hinreichend.

Die messenden Versuche lassen sich aber noch in einer anderen Weise ausführen, indem man die beiden Stimmgabeln, welche in den gemeinsamen Stromkreis eingeschaltet sind, mit einer dritten selbstständigen Gabel, deren Zinken Spaltenschirme tragen, beobachtet. Um einfache stroboskopische Bilder zu erhalten, nahm ich zwei Gabeln mit der Schwingungszahl 64 (U_1), von denen die eine unterbrach, während die andere, wie bei den früher angeführten Versuchen mitgenommen wurde; es genügten auch hier 3 Elemente. Die Elektromagnete waren dieselben, da einfach die Gabeln ausgewechselt wurden; die dritte

Gabel, mit deren Hülfe die Bewegung der beiden ersten angesehen wurde, machte 32 Schwingungen in der Secunde. Es war nun nur nöthig für beide Gabeln die Momente des Durchganges durch die Ruhelage zu registriren, woraus sich sofort, da auch die gemeinsame Zeit der stroboskopischen Schwingung bekannt ist, der Phasenunterschied ergibt; außerdem konnte die Schwingungsintensität der mitgenommenen Gabel in der gewöhnlichen Weise gemessen werden. Die Beobachtungsgabel wurde so abgestimmt, daß sie den Bewegungsvorgang der beiden anderen Gabeln rechtläufig zeigte. Es ergab sich auch bei diesen Versuchen, die in größerer Zahl angestellt wurden, daß die mitgenommene Gabel gegen die unterbrechende ein wenig zurück war und daß sie beiläufig $\frac{1}{40}$ einer Schwingung tiefer gestimmt seyn mußte, damit die Schwingungen derselben am größten wurden. Der Grad der Verstimmung folgte aus der Zeit, deren jede Gabel zu einer stroboskopischen Schwingung bedurfte, wenn jede für sich selbstthätig mit einem ebenso starken Strome, wie der vorher durch die Elektromagnete beider Gabeln verlaufende in Gang gesetzt wurde. Diese Zeitdauern aber folgten wieder aus den Beobachtungen durch die dritte Gabel. Die Resultate dieser Versuche ergaben in guter Uebereinstimmung, daß der Phasenunterschied in der Bewegung der unterbrechenden und der mitgenommenen Gabel in Zeit 0,091 (die Zeit der Schwingung = 1 gesetzt) beträgt für den Fall des intensivsten Mitschwingens, das Amplitudenverhältniß, in demselben Sinne wie früher verstanden, war im Mittel nur 0,87. Aenderte man die Verstimmung, so nahm die Amplitude der mitgenommenen Gabel ab, während die Phasendifferenz rasch größer wurde und bei sehr schwachem Mitschwingen, wobei freilich die Beobachtung etwas erschwert war, nahe den Werth 0,22 annahm.

Endlich habe ich auf dieselbe Weise noch zwei Gabeln Ut_2 (128 Schwingungen), die in einen Stromkreis (7 bis 8 Dan.) eingeschaltet waren, mit einer Gabel von

64 Schwingungen beobachtet; das Resultat war wieder ein ähnliches: die unterbrechende Gabel ist gegen die mitgenommene voraus, der Phasenunterschied beträgt im Mittel 0,124, die Stärke des Mitschwingens war jedoch bedeutend, so daß die Amplitude der mitgenommenen Gabel meist größer war, als wenn diese selbstthätig unterbrechend bei gleicher Stromstärke in Schwingung erhalten wurde. Wenn man nach den Ergebnissen der oben angeführten Versuche die Phasendifferenz zwischen dem Verlaufe des Stromes und der Kraft unter der bisherigen Annahme bestimmt, so ergeben sich für das Verhältniß $s q : s s'$ je nach den benutzten Stimmgabeln (Ut_{-1} , Ut_1 , Ut_2) die Zahlen 0,320, 0,341, 0,374. Ob das Verhältniß für größere Schwingungszahlen ein ähnliches bleibt, müßte noch ermittelt werden; das aber geht auch aus diesen Versuchen hervor, daß zwischen Strom und maximaler Wirkung des hervorgerufenen Magnetismus ein Zeitunterschied stattfindet ¹⁾. Daß übrigens die Amplitude der selbstthätigen Gabel im Allgemeinen größer ist als die der mitgenommenen, dürfte sich vielleicht daraus erklären, daß der Grad der Verstimmung zwischen anregender und mitgenommener Gabel, welcher nöthig ist, um die ruhende Gabel in Mitschwingen zu versetzen, nicht mehr der gleiche ist für die schon mit starker Elongation (es war für Ut_{-1} die maximale Amplitude des Mitschwingens = 6,6^{mm}) bewegte Gabel, deren Schwingungsdauer — wie bekannt — größer ist: bei der selbstthätig unterbrechenden Gabel hingegen wächst mit der Amplitude der Schwingung auch die Dauer für die Periode der Kraft. Dieser Umstand kann möglicherweise die weniger günstige Stellung der Kraft (bei der selbstthätigen Anregung) überwiegen.

Zum Mechanismus der Selbstanregung. Bei der Bewegung der elektromagnetischen Stimmgabel findet im Allgemeinen derselbe Vorgang statt, wie bei einem Neef'schen Hammer. Die Bewegung wird nämlich dadurch unterhalten, daß die Gabel selbst während des Schwin-

1) Wiedemann, Galvanismus, 2. Aufl. 2. Abth. S. 158.

gens einen Platinstift aus einem Quecksilbernapfchen zieht, dadurch den Strom unterbricht, in Folge dessen der Magnetismus der Eisenkerne plötzlich abnimmt und die Zinken durch die Elasticität wieder gegen einander schwingen, wodurch der Strom neuerdings geschlossen wird. Dies ist wenigstens die jetzt meist gebräuchliche Einrichtung und ich setze dabei voraus, daß der Platinstift so gestellt sey, daß er bei der Ruhelage der Gabelzinken eben in das Quecksilber eintaucht. Wenn vom Momente des Eintauchens bis zum Momente des Herausziehens die magnetische Wirkung zwischen Anker und Gabel nur von der relativen Lage abhängig wäre, so würde die in Schwingung begriffene Gabel durch den Magnetismus nicht angeregt werden können, selbst wenn sie bei ihrer Bewegung keine Bewegungswiderstände (Reibung und Widerstand der Luft, Inductionsströme) zu überwinden hätte. Nehmen wir beispielsweise an, der Magnetismus des Elektromagneten sey constant vom Momente des Eintauchens bis zu dem des Unterbrechens, so könnte durch ihn in keinem Falle die Gabelschwingung angeregt, oder eine vorhandene Schwingung verstärkt werden (von den Widerständen abgesehen), da in diesem Falle die Gabel während der Zeit des Eintauchens des Contactstiftes gleichartige Beschleunigungen und Verzögerungen während des Hin- und Rückganges erfahren müßte; allgemein gesprochen, wenn das Potential des Elektromagneten auf die Gabel nur eine Function der gegenseitigen Lage wäre, so müßte mit Rücksicht auf die Widerstände die lebendige Kraft unter allen Umständen abnehmen. Daraus folgt aber, daß das Potential bei gleicher Lage während des Hin- und Herschwingens nicht gleich ist, kurz, daß in Uebereinstimmung mit den früher besprochenen Versuchen der Verlauf der magnetischen Kraftwirkung jenem des elektrischen Stromes nachfolgt. Nur auf diese Weise kann der Strom lebendige Kraft in der Gabel ansammeln. Es sind übrigens noch andere Umstände, welche hier Berücksichtigung verdienen. Der Strom wird nicht genau in dem Momente

geschlossen, in welchem der Stift die Ruhelage passirt, sondern später, denn dieser gräbt sich zuerst in die Quecksilberoberfläche eine kleine Grube, bevor er sie durchbricht. Viel bedeutender noch ist die Zeit, um welche die Stromöffnung verzögert wird dadurch, daß das Quecksilber beim Herausziehen des Stiftes durch Adhäsion einen Faden bildet, man kann dies sehr auffallend bei stark schwingender Gabel sehen, wenn der Extrastrom nicht eliminirt ist. Es ist die Stelle, wo der Funke erscheint, wo also der Strom unterbrochen wird, beträchtlich über der Oberfläche des Quecksilbers gelegen. Endlich könnte dieser Funke selbst verzögernd auf die Stromunterbrechung oder beschleunigend auf den Contactstift einwirken, was aber wohl kaum der Fall ist, da die Beseitigung des Funkens keinen merklichen Einfluß auf die Bewegung der Gabel zeigt. Zum größten Theile ist aber der zuerst erwähnte Umstand maassgebend, mag nun der Magnetismus in den Eisenkernen wirklich später beginnen und endigen als der Strom, oder mag der Verlauf ein derartiger seyn, daß die Wirkung auf die auseinanderschwingenden Zinken gröfser ist, als auf die zusammenschwingenden, daß also die den Kraftverlauf darstellende Curve (bezüglich der mittleren Ordinate) unsymmetrisch ist.

Würde man demnach statt des Elektromagnets eine Drahtrolle nehmen, ebenso statt der schwingenden Zinke eine Drahtrolle, deren Axe mit jener der ersten zusammenfällt, so hätte man statt magnetischer Anziehung eine elektrodynamische, welche wirklich (bis auf eine verschwindend kleine Zeit) in dem Momente der Stromschliessung resp. Oeffnung beginnt und endet; läßt man ferner den Platinstift nicht in Quecksilber tauchen, sondern eine Platinplatte berühren, so sind die hauptsächlichsten Ursachen, welche die dauernde Bewegung bei selbstthätiger Anregung unterhalten, vermieden: ein solcher Apparat müßte also entweder gar nicht oder nur in äußerst kleine Schwingungen gerathen können. Ich habe zu diesem Zwecke eine kleine Vorrichtung angefertigt, welche man einen

„elektrodynamischen Hammer“ nennen könnte (Fig. 5, Taf. III). Eine Drahtspule D (von $\frac{3}{4}$ mm dickem Kupferdraht), durch welche dauernd der Strom eines Z-K-Bechers fließt, ist fest auf einem Brettchen befestigt; über dieser schwebt in geringer Entfernung eine zweite Spule D' (von $\frac{1}{3}$ mm dickem Draht), die an einem hölzernen Waagebalken B befestigt ist, der auf zwei Stahlspitzen s balanciert. Diese Spitzen tauchen in ein Quecksilbergefäß, welches mit einem Pole einer Kette E (einige Dan. Elemente) verbunden ist. Das eine Ende des Drahtes der Rolle D' ist mit einer der Spitzen s verbunden, während das andere Ende zu einer kleinen Metallplatte m führt, durch welche eine Schraube mit Platinspitze t geht; endlich ist an m noch ein Draht k gelöthet, der in ein verstellbares Quecksilbergefäß G taucht. Sowohl G als die kleine Platinplatte p , auf welcher t aufliegt, kann mit dem zweiten Pole der Kette E verbunden werden. Der Waagebalken wird nun durch Auhängen kleiner Gewichte sorgfältig so abgeglichen, daß der Stift t nur schwach auf der Unterlage aufliegt, und G so gestellt, daß die Quecksilberoberfläche den Draht k eben berührt. Läßt man dann den Strom von E durch G eintreten, so beginnt der Waagebalken (falls die Ströme die beiden Spulen derart durchlaufen, daß diese sich anziehen) wie ein Neef'scher Hammer zu wippen. Es konnte außerdem das Auftreten des Funkens an der Unterbrechungsstelle vermieden werden, so daß also nur der durch Adhäsion gebildete Quecksilberfaden die Dauer des Stromschlusses beim Aufwärtsschwingen von k verlängern kann. Wird dagegen G tiefer geschraubt und der Strom durch den Stift t geleitet, indem man die Platinplatte p mit dem zweiten Pole von E verbindet, so tritt die Erscheinung des Wippens — selbst bei bedeutend stärkerem Strome (4 Bunsenbechern) — nicht ein, sondern der Balken macht nur eine außerordentlich geringe zitternde Bewegung, welche so klein ist, daß sie nur mit Hülfe des in der Nähe der Drehpunkte angebrachten kleinen Spiegels und eines Fernrohrs bemerkbar

wird. Dieses Zittern könnte schon zum Theil durch die erwärmende Wirkung des Stromes an der Contactstelle erklärt werden, wodurch in der That die Berührung (also der Stromschluß) bei der Aufwärtsbewegung des Stiftes *t* länger dauert, als beim Herabfallen desselben. Daß die zitternde Bewegung nicht durch die Wärmewirkung des Stromes allein veranlaßt wird, beweist das Aufhören derselben, wenn man den Strom in *D* öffnet.

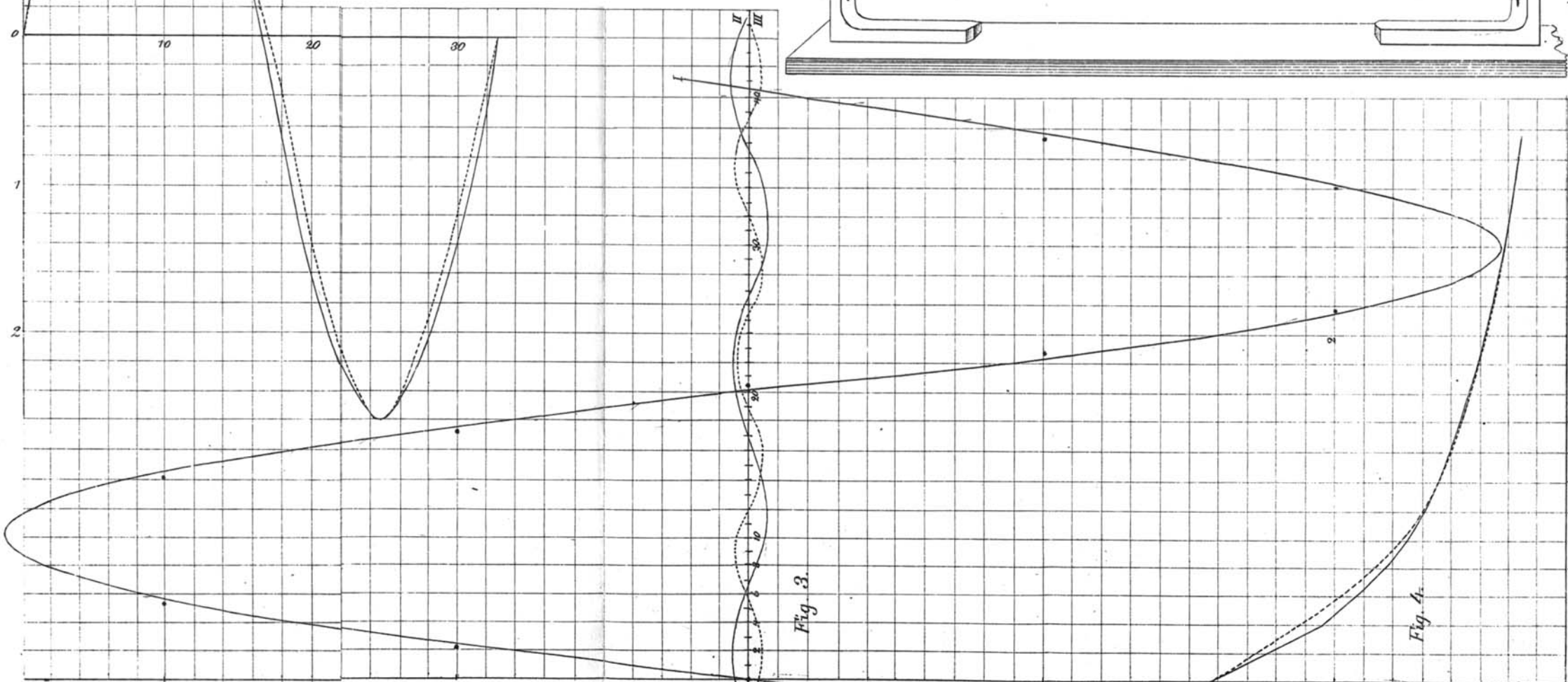
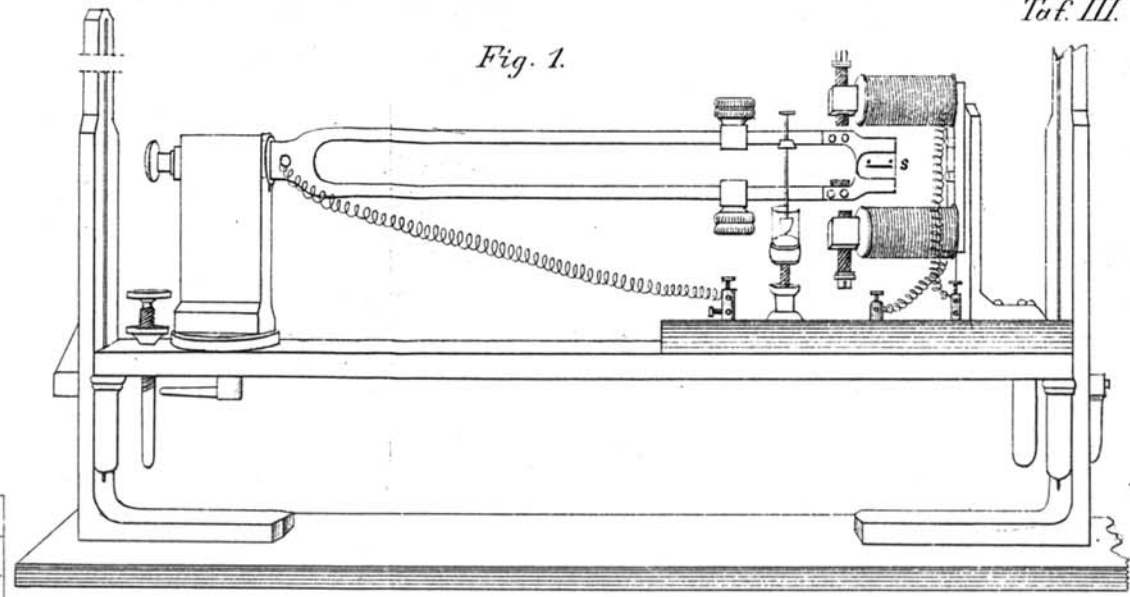
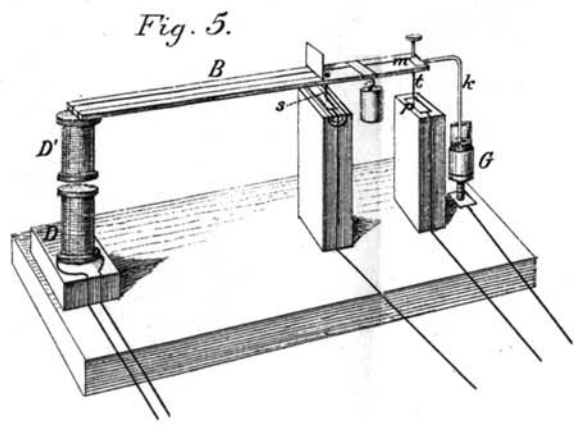
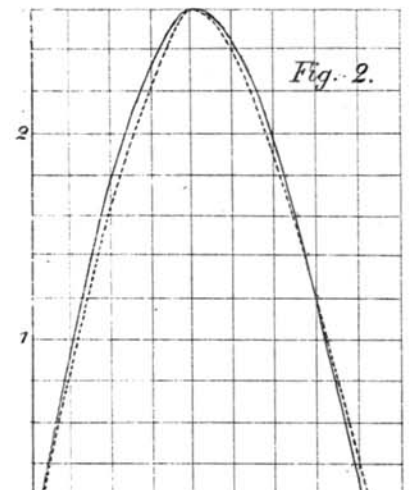
II. *Beitrag zur Kenntniß der schwachen elektrischen Funken; von P. Riefs.*

(Aus d. Monatsber. d. Akad. d. Wiss. Februar 1875.)

Die elektrischen Funken eigenthümlicher Art, die ich unter dem Namen *schwache Funken* beschrieben habe (Pogg. Ann. Bd. 137, S. 451), sind von den gewöhnlichen „starken“ Funken nicht nur durch Form, Licht und Schall, sondern auch durch andere Eigenschaften so sehr verschieden, daß mir eine weitere Untersuchung derselben von Interesse schien. Es sind nur einzelne, lose zusammenhängende Punkte, die ich bearbeitet habe, deren Kenntniß aber bei einer Untersuchung der Entstehungsart beider Klassen von Funken von Nutzen seyn wird.

§. 1. Starke Funken nach der Elektrizitätsart durch welche sie hervor gebracht werden.

An einer Leydener Flasche mit beliebiger Belegung und Glasdicke wird der starke Funken, wie bekannt, in sehr verschiedener Länge hervorgebracht zwischen zwei Metallkugeln, welche die in einem Drahte angebrachte Lücke begränzen. Der Draht wird dazu von der inneren Belegung der Flasche zur Erde oder zu einer mit jener



Alb. Schütze Lith. Inst. Berlin.

