Pole für U sein können, ist nicht richtig, es läßt sich vielmehr nur die Einfachheit der Pole erschließen. Dieses Versehen ist jedoch sowie der daselbst verkannte Umstand, daß nicht notwendig alle p Nullstellen von D im Konvergenzbereiche des P liegen, für den weiteren Verlauf der Untersuchung nicht von Belang. Nach Herleitung der Existenz ausgezeichneter Funktionen Φ_0, Φ_1, $\Phi_2 \ldots$ und deren Integraleigenschaften, welche denen über Laplacesche und ähnliche Funktionen gänzlich analog sind, folgen die Kapitel über die Darstellbarkeit willkürlicher Funktionen nach denselben. Die Differenz

$$r_p = f - C_0 \Phi_0 - C_1 \Phi_1 - \ldots - C_p \Phi_p$$

nimmt mit unendlich wachsendem p gegen Null ab, wenn die Koeffizienten C_0, C_1, $C_2 \ldots C_p$ in Analogie zur Fourierschen Koeffizientenbestimmung gebildet werden. Für die ersten zwei Fälle (1) (2) folgt dies aus den Untersuchungen von Le Roy, Stekloff, Zaremba, für gewisse Eigenschaften entsprechende f, die Herkunft der Ungleichung (161), Abh. 5, welche für den Fall (3) zum Beweise der Darstellbarkeit willkürliche Funktionen nach Poincaréschen Fundamentalfunktionen noch nötig war, ist jedoch nicht ersichtlich.

Zum Schluß wird an der Hand der Tatsache, daß die Lösung der Randwertaufgabe (3) nur Pole im Endlichen besitzen kann und der zunächstliegende $\lambda_0 = 1$ ist, die Legitimität der Neumannschen Reihenentwicklung für stetig gekrümmte Flächen erkannt bei beliebigen endlichen, stückweise stetigen Randwerten. *J. P*

Leçons sur l'intégration et la recherche des fonctions primitives par Henry Lebesgue. Paris, Gauthier-Villars, 1904. (138 Seiten. Preis Frs. 3.50.)

Das Buch trägt über dem angeführten Titel noch die Aufschrift: „Collection de monographies sur la théorie der fonctions, publiée sous la direction de M. Émile Borel.“ Es muß mit Freude begrüßt werden, daß nun auch andere junge Gelehrte Frankreichs sich durch die Erfolge der Borelschen Bücher bestimmen ließen, die ihnen besonders vertrauten Teile der Funktionentheorie in gesonderter Darstellung zu bearbeiten, und daß Herr Borel diesem Unternehmen seine reiche Erfahrung leiht. Herr Lebesgue gibt uns eine Darstellung der Theorie der bestimmten Integrale, zu deren Auseinandersetzung er berufen ist, wie kaum ein zweiter, und die er selbst in seiner „Thèse de doctorat“ in verdienstvollster Weise gefördert hat. Es wird daher niemanden überraschen, in diesem Buche neben einer ausgezeichneten Darstellung der bereits bekannten Theorien eine Fülle neuer und interessanter Gesichtspunkte zu finden.

Das Buch beginnt mit der klassischen Definition des Integrales einer stetigen Funktion als Grenzwert einer Summe, die zunächst nach dem Vorgange von Dirichlet und Lipschitz auf möglichst allgemeine unstetige Funktionen ausgedehnt wird. Dann folgt eine eingehende Darstellung von Riemanns Theorie und die geometrische Deutung seines Integralbegriffes als Flächenzahl (bezw. als Differenz zweier Flächenzahlen). Als weitere Anwendungen werden studiert die Berechnung der Bogenlänge rektifizierbarer Kurven, sowie die Berechnung der „ursprünglichen Funktionen“ (fonction primitives), d. h. derjenigen Funktionen, deren Derivierte eine gegebene Funktion ist, oder von denen eine der vier Ableitungen im Sinne Du Bois-Reymonds gegeben ist. Es zeigt sich, daß für diese beiden fundamentalen Probleme die Riemannsche Theorie nicht ausreicht. Im letzten Kapitel des Buches setzt der Verfasser seine eigene Theorie auseinander. Er stellt sich die Aufgabe, auch für Funktionen, die im Riemannschen Sinne nicht integrabel sind, ein Integral zu definieren, worunter er eine Zahl versteht, die sechs einfachen, vom Riemannschen Integral her bekannten Gesetzen genügt. Es zeigt sich, daß durch diese sechs Vorschriften bei allen im alten Sinne integrablen Funktionen tatsächlich ihr Integral in eindeutiger Weise charakterisiert wird, daß dieselben aber auch für viel allgemeinere Funktionen in eindeutiger Weise eine Zahl definieren, die daher mit Recht als Integral solcher Funktionen (über das betrachtete Intervall) bezeichnet werden kann. Ob Lebesgues Integraldefinition alle Funktionen umfaßt, oder ob sich auch ihr gewisse Funktionen entziehen, ist bis heute nicht entschieden. Wohl aber wird gezeigt, daß jede endliche Derivierte in Lebesgues Sinne integrabel ist, und ihr Integral die zugehörige „ursprüngliche Funktion" ist, so daß das Problem der Aufsuchung ursprünglicher Funktionen für alle endlichen Funktionen gelöst ist. Ebenfalls ist es möglich, von jeder endlichen Funktion zu entscheiden, ob sie eine Derivierte ist oder nicht.

Hiemit ist nun der Inhalt dieses Buches noch nicht erschöpft, doch gestattet der Raum nicht, weiter ins Detail zu gehen; nur auf die schönen und merkwürdigen Sätze über derivierte Funktionen, die Lebesgue beweist, möchte ich noch aufmerksam machen. Ich glaube nicht zu übertreiben, wenn ich sage, daß jeder, der für die Theorie der Funktionen einer reellen Veränderlichen Interesse hat, sich vom Inhalt dieses Buches wird Kenntnis verschaffen müssen. Zugleich kann dasselbe aber wegen seiner überaus klaren Darstellungsweise und der zahlreichen erläuternden Beispiele auch allen jenen, welche mit dieser Theorie noch wenig vertraut sind, aufs wärmste empfohlen werden.

Hans Hahn.

Hypothese zur Thermodynamik. Versuch einer leicht faßlichen Darstellung einiger Prinzipe der Molekulartheorie mit Zugrundelegung der Keplerschen Gesetze für die Planetenbewegung, von Viktor Grünberg, Professor an der Landesoberrealschule in Znaim. Mit 10 in den Text gedruckten Figuren und 7 Tabellen. Verl. von Joh. Ambr. Barth, Leipzig 1903. VI und 73 S. 8⁰. Preis M. 3.—.

Wie im Vorwort betont wird, lag bei dem Verf. die Idee vor, Anschauungen, welche O. E. Meyer in der kinetischen Gastheorie ausgesprochen hatte, nach welchen man den kleinsten Teilchen der Körper planetarische Bewegungsformen zuzusprechen vermag, weiter auszuführen. Das Büchlein stellt also einen hübschen Versuch dar, allgemeine anschauliche Gesichtspunkte der Thermodynamik zu Grunde zu legen, indem spezielle planetenartige Bewegungen der Moleküle vorausgesetzt werden. Die Ergebnisse stehen mit den bekannten Ergebnissen nirgends in Widerspruch. *St. M.*

Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften.

Nr. 20. Christian Huygens, Abhandlung über das Licht (1678). Herausg. von E. Lommel 2. Auflage, durchgesehen und berichtigt von A. J. von Oettingen Mit 75 Textfiguren. (115 S.) M. 2.—.