

# XXI. Beiträge zur Kenntniss und Theorie der Zwillingsbildung an Krystallen.

Erste Mittheilung.

Von

H. Baumhauer in Freiburg (Schweiz).

(Hierzu Taf. IV.)

---

Unter einem Zwillinge versteht man gewöhnlich eine regelmässige Verwachsung zweier gleichartiger Krystalle im Gegensatze zur gesetzmässigen Verbindung verschiedenartiger Krystalle, z. B. von Rutil und Eisenglanz. Die zu einem solchen Zwillinge vereinigten Krystalle können jedoch in vollkommener oder in unvollkommener Weise gleichartig sein, indem sie nämlich bei freier Beweglichkeit in parallele Stellung gelangen können oder nicht; im letzteren Falle sind die beiden Individuen enantiomorph, und wir haben bei einer Verwachsung solcher keine Verbindung identischer Krystalle vor uns. Eine solche Art von Vereinigung zweier Individuen desselben Körpers wollen wir deshalb von der folgenden Betrachtung ausschliessen; es sei hier nur von den sogenannten identischen, nicht von den enantiomorphen Zwillingen die Rede.

Bekanntlich beschränkte man sich früher bei dem Studium und der Beschreibung der Zwillingskrystalle im wesentlichen auf das geometrische Moment, indem man feststellte, auf welche Weise die Zwillingsstellung durch Hemitropie aus der parallelen Stellung der beiden Individuen abzuleiten sei. Sehr oft lässt sich eine solche Hemitropie auch mit der Vorstellung verbinden, dass die beiden Individuen nach einer krystallonomischen oder auch einer als Krystallfläche nicht möglichen Fläche zu einander symmetrisch stehen. Allein schon der letztere Fall zeigt, dass die sogenannte Zwillings-ebene oft nur die Bedeutung eines geometrischen Hilfsmittels haben kann. Die angegebene Art, die gegenseitige Stellung der zum Zwilling verbundenen Individuen zu bezeichnen, kann zudem schon deshalb zu keiner natürlichen Vorstellung über die Entstehungsweise und damit das Wesen eines Zwillings-

krystalls führen, weil sie von der parallelen Stellung der Individuen ausgeht, also offenbar den dem wirklichen Bildungsvorgange gerade entgegengesetzten Weg einschlägt. Die Bildung der Krystallzwillinge beruht umgekehrt darauf, dass eine völlig parallele Lagerung der Molekeln resp. Krystallbausteine an gewissen Stellen nicht erreicht wird, dass aber trotzdem eine gesetzmässige Fixirung in einer anderen, der parallelen oft in gewissem Grade verwandten Lage stattfindet. Auch die künstliche Darstellung von Zwillingen durch Druck resp. Erwärmung konnte, so wichtig und interessant sie in anderer Beziehung ist, in dieser Richtung nicht viel zur Aufklärung des Wesens der Zwillingsbildung beitragen, da ja dabei ebenfalls von der parallelen Stellung der Molekeln ausgegangen wird. In einem Aufsätze »zur Theorie der Zwillingskrystalle«<sup>1)</sup> wies Tschermak (1880) darauf hin, »dass die allgemeinen Gesetze der Zwillingsbildung nur einer Theorie des Krystallbaues entspringen können, welche sowohl die Bildung der einfachen Krystalle, als jene der Zwillingsverwachsungen erklärt und alle von dem Krystallgefüge abhängigen Erscheinungen in Zusammenhang bringt«. Er bemerkt ferner, dass die geometrische Behandlung der Aufgabe nicht so rasch zum Ziele führen werde, als es die genetische Auffassung vermag. Daher möchte Tschermak der von Knop geäusserten Anschauung beipflichten, dass die Wachstumsverhältnisse der Krystalle die Grundlage für eine natürliche Interpretation der Zwillingserscheinungen liefern können. Da jedoch das hier berührte Wissensgebiet noch nicht vollkommen ausgebaut sei, werde Mancher es für verfrüht halten, auf diesem Boden eine Anschauung von der Zwillingsbildung zu begründen. Was aber nach Tschermak schon erreichbar erscheint, ist eine Erläuterung der Zwillingsbildung, welche nicht bloß eine geometrische Demonstration ist, sondern welche auf Grund der als brauchbar erkannten Anschauung von der Krystallbildung einen Satz aufstellt, welcher die möglichen Fälle der Zwillingsbildung voraussehen lässt.

Tschermak nimmt nun bei einer Krystallmolekel im Allgemeinen drei nicht in einer Ebene liegende Molekularlinien resp. Orientierungsrichtungen ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) an (Wachstumsrichtungen). Bei dem Aneinanderfügen zweier Molekeln wird man zwei Momente zu unterscheiden haben, erstens das Parallelstellen oder Orientiren, zweitens das Fixiren durch vollständigen Verlust der Geschwindigkeit fortschreitender Bewegung. Hier sind zwei Fälle denkbar:

- A. Das Fixiren geschieht nach vollständig erfolgter Orientirung.
- B. Das Fixiren geschieht, bevor noch die Orientirung vollständig erfolgt ist.

<sup>1)</sup> Mineralogische und petrographische Mittheilungen 2, 499. Ref. in dieser Zeitschrift 5, 384.

Die Fixirung einer Molekel kann eintreten, bevor sie noch die orientirenden Drehungen vollständig ausgeführt hat. In dem Falle A, beim Eintreten vollständiger Orientirung, werden sich die Molekeln nach allen Molekularlinien parallel stellen, bevor sie fixirt werden. Es bilden sich dann einfache Krystalle. In dem Falle B, wo sich die ansetzende Molekel fixirt, bevor die Orientirung vollständig eingetreten ist, werden sich Zwillinge oder doch jedenfalls keine einfachen Krystalle bilden. Es sind folgende Fälle zu unterscheiden:

- I. Es stellen sich  $a$  und  $b$  parallel,  $c$  hingegen nicht.
- II. Bloss  $a$  stellt sich parallel,  $b$  und  $c$  nicht.
- III. Keine der drei Orientirungsachsen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  stellt sich parallel.

I. Die beiden Individuen sind in hemitroper Stellung, die Zwillingssaxe ist senkrecht zu einer möglichen Krystallfläche.

IIa. Die Orientirungsaxe  $a$  liegt in beiden Molekeln gleichsinnig. Die Individuen sind in hemitroper Stellung; die Zwillingssaxe ist parallel einer möglichen Kante (Zone).

IIb. Die Orientirungsaxe  $a$  liegt in beiden Molekeln nicht gleichsinnig. Die beiden Individuen sind in hemitroper Stellung; die Zwillingssaxe liegt in einer möglichen Fläche normal zu einer möglichen Kante.

Diese Regel ist erst durch das Studium von Zwillingen trikliner Mineralien erkannt worden. »In den Krystallsystemen von höherem Symmetriegrade fällt sie mit der vorigen zusammen«<sup>1)</sup>.

Nach Tschermak erschöpfen die drei angeführten Regeln dasjenige, was man bis dahin unter Zwillingbildung verstand. Die übrigen sich ergebenden Fälle unvollkommener Orientirung (Parallelstellung der Maximal-ebene  $a$ ,  $b$  ohne Parallelstellung einer Axe, sowie blosse Parallelstellung der Richtung  $a$  in beiden Molekeln) liefern keine Zwillinge mehr. Die drei obigen Fälle lassen sich auch so definiren:

I. Die beiden Krystallindividuen liegen symmetrisch zu einer möglichen Krystallfläche (Beispiel: Albitgesetz).

IIa. Beide Individuen liegen symmetrisch zu einer Ebene, welche zu einer möglichen Zone senkrecht ist (Beispiel: Periklingesetz).

IIb. Beide Individuen liegen symmetrisch zu einer Fläche, die zu einer möglichen Fläche senkrecht und zu einer möglichen Kante parallel ist (Beispiel: Karlsbader Gesetz beim Albit).

Von besonderer Bedeutung ist noch folgende Schlussbemerkung Tschermak's: »Zwillingskrystalle sind Verwachsungen je zweier Individuen, die zwar nicht völlig parallel, aber doch so gelagert sind, dass sie mindestens eine mögliche gleichnamige Fläche und eine darin liegende

---

1) Dass diese Bemerkung Tschermak's nicht allgemein zutrifft, werden wir bei Gelegenheit der Besprechung der Zwillingverwachsungen des Eudidymit sehen.

gleichartige Kante parallel haben.« Ferner ist nach ihm: »die hemitrope Stellung ein Kennzeichen der eigentlichen Zwillinge«.

W. Brögger<sup>1)</sup> zeigte dann (1890) bei Gelegenheit seiner Studien am Hydrargillit, dass bei demselben neben dem sehr verbreiteten Zwillingsgesetz »Zwillingsebene {004}« als vielleicht häufigste Verwachsung folgende vorkommt: »Zwillingsebene senkrecht zur Basis; mit der Kante  $[(004):(100)]$  bildet die Trace der Zwillingsebene auf (004) einen ebenen Winkel von  $119^{\circ}49\frac{1}{2}'$ , mit der Kante  $[(004):(110)]$  also einen Winkel von  $0^{\circ}34\frac{1}{2}'$ .« Die Zwillingssaxe ist senkrecht zur Trace der Zwillingsebene in der Basis gelegen. Die Zwillingsebene ist keine mögliche Krystallfläche, auch die Zwillingssaxe fällt mit keiner möglichen Krystallkante zusammen. Brögger definirt dieses Gesetz, wie er glaubte, am natürlichsten folgendermassen: »Die beiden Einzelindividuen haben eine Fläche (004) gemeinsam oder parallel, sowie je zwei parallele ungleichwerthige Zonen  $[(004):(\bar{1}00)]$  und  $[(004):(\bar{1}10)]$ .«

Hier ist also die Zwillingssaxe weder senkrecht zu einer möglichen Krystallfläche, noch parallel oder senkrecht zu einer möglichen Kante. Fasst man dieses Gesetz deshalb hemitrop auf, so würde es lauten: »Zwillingsebene senkrecht zu einer möglichen Fläche, die Zwillingssaxe in dieser gelegen, doch weder senkrecht noch parallel zu einer Kante. Zwei Zonen des einen Individuums parallel mit zwei ungleichwerthigen des anderen.« Brögger fügt diese Art der Verwachsung als weiteren Fall zu den drei Hauptabtheilungen hemitroper Zwillinge nach Tschermak hinzu, und letzterer führte nun in seinem Lehrbuche der Mineralogie als vierte Art unvollständiger Orientirung folgende auf: »Die beiden Molekeln haben die Ebene  $ab$  parallel und ausserdem die Richtungen  $a$  und  $b$  wechselweise parallel,  $c$  nicht. Die halbe Drehung der zweiten Molekel um eine Linie, welche den Winkel zwischen  $a$  und  $b$  halbirt, würde hier Parallelstellung ergeben.« Das in Rede stehende Zwillingsgesetz drückt er folgendermassen aus: »Die Zwillingsebene ist zu einer möglichen Krystallfläche senkrecht und gegen zwei in dieser liegende Kanten gleich geneigt.«

Mit dieser Erweiterung des Zwillingsbegriffes ist indessen, wie wir sehen werden, die Reihe der als Zwillingsverwachsungen aufzufassenden Verbindungen — mögen dieselben nun schon als verwirklicht beobachtet worden sein oder nicht — noch nicht erschöpft.

Wir wollen nun, ausgehend von den bisherigen bezüglichen Beobachtungen, die verschiedenen an sich möglichen Fälle von Zwillingbildung aufsuchen. Dabei soll so verfahren werden, dass nur krystallonomische Elemente (Flächen und Kanten) in Betracht gezogen, die sogen. Zwillingsebene hingegen, da sie häufig nicht krystallonomisch ist, sowie die sym-

1) Diese Zeitschr. 16, 38 d. spec. Th.

metrische Stellung der Individuen nur nebensächlich behandelt werden. Andererseits wird ausser der Hemitropie jede Drehung zugelassen, welche sich krystallonomisch definiren lässt (Drehung um eine mögliche Kante oder in einer möglichen Fläche).

Wir legen stets die Anschauung zu Grunde, dass bei der Zwillingbildung zunächst eine vorläufige Orientirung der Molekeln nach einer Fläche oder einer Zonenaxe stattfindet, worauf erst nach entsprechender Drehung der einen Molekel gegen die andere innerhalb jener Fläche oder um jene Axe die definitive Fixirung resp. Verwachsung eintritt. Hierbei ist nun im Allgemeinen zu unterscheiden, ob zwei gleiche Flächen der beiden durch jene Molekeln repräsentirten Individuen oder zwei gleiche Zonenaxen derselben gleich oder entgegengesetzt gerichtet (gleichsinnig oder ungleichsinnig) parallel laufen, ein Umstand, dessen Beurtheilung zuvor kurz besprochen werden soll.

Betrachten wir zwei Individuen von holoëdrisch-monokliner Symmetrie welche also ein Centrum der Symmetrie und eine Symmetrieebene besitzen. Wir denken uns die beiden Krystalle resp. Molekeln so orientirt, dass ein Flächenpaar  $a, a'$  aus der Orthodomenzone bei beiden parallel gerichtet sei. Auf der (nach vorn gewandten) Fläche  $a$  steht die Symmetrieebene senkrecht und innerhalb  $a$  liegt die zur Schnittlinie der Symmetrieebene verticale zweizählige Deckaxe. Denken wir uns das eine Individuum gegen das andere um jene Deckaxe um  $180^\circ$  gedreht, so dass uns nun die vorher rückwärts gelegene Fläche  $a'$  desselben zugekehrt ist, so bleibt natürlich die relative Stellung beider Individuen zu einander ungeändert. Wir können also bei einem solchen Flächenpaare  $a, a'$  nicht von verschiedener (ungleichsinniger) Richtung sprechen. Als charakteristisches Merkmal eines solchen Flächenpaares können wir den Umstand bezeichnen, dass innerhalb desselben eine zweizählige Deckaxe liegt. Nimmt man dieses Merkmal fort, so sind bei dem in Rede stehenden Flächenpaare zwei Arten seiner Richtung im Verhältniss zu dem gleichen Paare des zweiten Individuums zu unterscheiden. Zunächst kann die zweizählige Deckaxe dadurch wegfallen, dass der monokline Flächencomplex der in diesem Systeme möglichen Hemiëdrie unterliegt, wodurch ja jedes der Orthodomenzone angehörige Flächenpaar in zwei ungleiche Flächen zerfällt, da hier das Centrum der Symmetrie verloren geht, während die Symmetrieebene erhalten bleibt. Denkt man sich andererseits die Symmetrieebene fortfallen, während das Centrum der Symmetrie bleibt, so gelangt man unter Verlust der zweizähligen Deckaxe aus dem monoklinen ins triklin System. Dreht man nun das eine Individuum so um  $180^\circ$ , dass nunmehr die vorhin rückwärts gelegene Fläche  $a'$  nach vorn gewendet ist, so können beide Individuen durch keine Drehung innerhalb des Flächenpaares  $a, a'$  in parallele Stellung gebracht werden, man hat also unter der Bedingung, das jenes Flächenpaar bei

beiden Individuen parallel geht, zwei Arten der gegenseitigen Richtung derselben, die gleichsinnige und ungleichsinnige, zu unterscheiden. Denkt man sich endlich sowohl die Symmetrieebene als auch für die nicht der Orthodomenzone angehörigen Flächen das Centrum der Symmetrie weggenommen, wobei man zur monoklin-hemimorphen Abtheilung gelangt, so wird keine Richtungsverschiedenheit für das der Orthodomenzone angehörige Flächenpaar eintreten können, da ja die zweizählige Deckaxe erhalten bleibt. Eine solche Ungleichheit der Richtung gilt jedoch im monoklinen Systeme nach dem Gesagten für alle Flächenpaare, welche nicht in der Orthodomenzone liegen. Da im triklinen Systeme eine zweizählige Deckaxe überhaupt nicht vorkommt, so findet hier für jedes Flächenpaar eine doppelte Möglichkeit der Richtung statt.

Bei den Kanten resp. Zonenaxen fehlt nun, entsprechend dem Verhältnisse bei den Flächen, die Möglichkeit einer verschiedenen Richtung nur dann, wenn auf denselben eine zweizählige (resp. vier- oder sechszählige) Deckaxe senkrecht steht. Im monoklinen Systeme gilt dies für alle innerhalb der Symmetrieebene gelegene Kanten, bei allen anderen ist ein Richtungsunterschied vorhanden. Das triklone System bietet natürlich nur solche Zonen, welche bei zwei Individuen gleich oder entgegengesetzt gerichtet sein können. Es erscheint deshalb am zweckmässigsten, die einzelnen möglichen Fälle der Zwillingsverwachsung an triklin-holoëdrischen Krystallen zu entwickeln. Man könnte zwar glauben, dass auch hier die allgemeinste Ableitung der Zwillingsgesetze von der denkbar einfachsten Form, also von der hemiëdrischen Abtheilung des triklinen Systems, ausgehen müsse. Indessen sind die Krystalle dieser Abtheilung stets enantiomorph, also in zwei verschiedenen Modificationen zu denken. Deshalb werden hier alle Zwillingsbildungen, welche auf eine Zwillingsebene resp. auf eine symmetrische Verwachsung zurückgeführt werden können, die Verbindung nicht identischer Individuen darstellen, während wir hier nur die Verwachsung identischer Individuen betrachten wollen. Da zudem die Zwillingsbildung bei triklin-holoëdrischen Krystallen weit genauer bekannt ist und eingehend studirt wurde, so erscheint es am passendsten, von der holoëdrischen Abtheilung des triklinen Systems auszugehen.

Wir wählen einen triklinen Flächencomplex  $a, a', b, b', c, c'$  und bezeichnen denselben in seiner Ausgangsstellung mit I (Taf. IV, Fig. 4). Die weiterhin angenommenen (zur Zwillingsbildung führenden) Stellungen desselben sind in Fig. 4 mit II bis XII bezeichnet. Unter den gleichen Ziffern sollen im Folgenden die entsprechenden, als möglich angenommenen Arten der Verwachsung (mit I) aufgeführt werden.

**A. I.** Beide Individuen haben ein Flächenpaar ( $a, a'$ ) gleich- und alle darin liegenden Zonenaxen ebenfalls gleichgerichtet parallel (parallele Verwachsung, also keine Zwillingsstellung, sondern beidesmal Stellung I).

**II.** Ein Flächenpaar  $(a, a')$  ist gleichgerichtet, aber alle darin liegenden Zonenaxen (darunter  $a:b$ ) verschieden gerichtet parallel; die beiden Individuen I und II stehen symmetrisch zu  $a$ , hemitrop um die Normale zu  $a$  (Albitgesetz).

**III.** Eine Zonenaxe  $a:b = a':b'$  ist gleichgerichtet, hingegen alle darin liegenden Flächenpaare (darunter  $a, a'$ ) ungleich gerichtet parallel; die beiden Individuen I und III stehen zu einander symmetrisch nach einer zu jener Zonenaxe normalen (nicht krystallonomischen) Fläche, hemitrop um die Zonenaxe selbst (Periklingesetz).

**IV.** Ein Flächenpaar  $(a, a')$  ist ungleich gerichtet, nur eine darin liegende Zonenaxe  $(a:b = a':b')$  ebenfalls ungleich gerichtet parallel; beide Individuen I und IV stehen symmetrisch nach einer durch diese Zonenaxe gehenden und zu jenem Flächenpaare senkrechten (nicht krystallonomischen) Ebene, hemitrop nach einer in  $a$  gelegenen Senkrechten zur Zone  $a:b$  (Karlsbader Gesetz beim Albit).

Wie man bemerkt, ist diese Ableitung derjenigen von Tschermak ganz analog. Will man zwischen der vorläufigen Orientirung und der definitiven Fixirung unterscheiden und dabei nur krystallonomische Elemente in Betracht ziehen, so wird man etwa

bei II die vorläufige Orientirung auf das Flächenpaar  $a:a'$ , die definitive Fixirung auf eine Kante  $a:b$ ,

bei III die vorläufige Orientirung auf die Zone  $a:b$ , die definitive Fixirung auf ein Flächenpaar  $a, a'$  beziehen.

Bei IV kann man die vorläufige Orientirung sowohl auf die ungleichsinnig gerichtete Zonenaxe, wie auf das ungleichsinnig gerichtete Flächenpaar, und demnach die definitive Fixirung gleichfalls auf das eine oder das andere Element beziehen<sup>1)</sup>.

Die als IV bezeichnete Zwillingstellung wird, wie man erwarten muss, weit weniger häufig auftreten, als die beiden anderen II und III.

**B. V und VI.** Ausser den drei erwähnten Stellungen (II—IV) sind nun (nach den Beobachtungen von Brögger am Hydrargillit) zunächst solche zu unterscheiden, bei welchen die beiden Individuen ein gleiches Flächenpaar parallel und je zwei darin liegende ungleiche Kanten wechselweise parallel haben. Man sieht leicht ein, dass dies im Allgemeinen (also für den hier betrachteten Flächencomplex) nur dann möglich ist, wenn die beiden Flächenpaare  $a, a'$  entgegengesetzt gerichtet parallel sind. Dann sind darin die Zonenaxen  $a:c$  und  $a':b'$ , sowie andererseits  $a':c'$  und  $a:b$  parallel. Dies führt aber je nach der Richtung

<sup>1)</sup> Näheres über die Entscheidung bei einer für die vorläufige Orientirung bzw. die Fixirung zu treffenden Wahl soll weiter unten bemerkt werden.

der genannten Zonenaxen für das zweite Individuum zu zwei, gegeneinander um die Normale zu  $a'$  um  $180^\circ$  gedrehten Stellungen V und VI. Dabei steht V zu I symmetrisch nach einer zu  $a$  senkrechten, den spitzen Winkel  $\beta$  halbirenden (natürlich nicht krystallonomischen) Ebene, VI zu I nach einer ebensolchen, den stumpfen Winkel  $\alpha$  halbirenden Ebene.

**VII und VIII.** Den letztgenannten beiden Arten der Verbindung entsprechen nun zwei weitere, bei welchen eine gleiche Zonenaxe beider Individuen parallel und zwei darin liegende ungleiche Flächen wechselweise parallel gerichtet sind. Hier ist, genau reciprok den vorigen Fällen, eine solche Möglichkeit nur vorhanden, wenn die gleiche Zonenaxe ( $a:b$ ) bei beiden Individuen entgegengesetzt gerichtet parallel ist. Es ist ferner  $a \parallel b'$  und  $a' \parallel b$ . Wir erhalten wieder zwei Fälle, welche in VII und VIII dargestellt sind, indem VIII gegen VII um die Zonenaxe  $a:b$  um  $180^\circ$  gedreht ist; die Flächenpaare  $a, a'$  und  $b, b'$  sind also in VII und VIII entgegengesetzt gerichtet parallel. VII steht zu I symmetrisch nach einer durch die Zone  $a:b$  gehenden, den spitzen Winkel  $a:b'$  halbirenden Ebene, VIII zu I nach einer ebensolchen, den stumpfen Winkel  $a:b$  halbirenden Ebene.

**C.** Als eine dritte mögliche Art der zwillingsgemässen Verwachsung zweier Individuen, auf welche gewisse, von mir beobachtete Zwillinge des Kryolith hinweisen, ist endlich resp. sind die beiden Fälle zu betrachten, wo bei beiden Individuen ein gleiches Flächenpaar und zwei (resp. je eine) darin liegende ungleiche Kanten, oder wo eine gleiche Zonenaxe und zwei darin liegende ungleiche Flächenpaare parallel gerichtet sind.

**IX und X.** Wie bei B die beiden Fälle V und VI nur möglich waren unter der Bedingung, dass die beiden parallelen Flächenpaare ungleichsinnige Richtung besitzen, so ist hier bei Beschränkung auf die Parallelität von nur einem gleichen Flächenpaare die betreffende Stellung nur bei gleichsinniger Richtung dieses Paares möglich. Je nach der Richtung der zur Zone  $a:b$  des Individuums I parallelen Zone  $a:c$  des anderen Individuums sind nun zwei Stellungen des letzteren, IX und X, zu unterscheiden, wobei X gegen IX (sowie früher VI gegen V) um die Normale zu  $a$  um  $180^\circ$  gedreht ist. Eine Zwillingsebene als Symmetrieebene der Verwachsung kann es hier nicht geben; denn eine solche müsste entweder parallel oder senkrecht zu  $a$  sein. Im ersten Falle erhält man die als Albitgesetz bezeichnete Stellung (II), im zweiten Falle würde die entgegengesetzte Richtung des parallelen Flächenpaares beider Individuen resultiren, während dasselbe hier, wie bemerkt, gleichgerichtet sein muss.

**XI und XII.** Der letzte Fall, wo beide Individuen eine gleiche Zonenaxe und nur zwei (resp. je eine) ungleiche Flächen parallel haben,



kann, genau entsprechend dem vorigen, nur eintreten, wenn jene Zonenaxe bei beiden Individuen gleichgerichtet ist; andernfalls würde man zu den Stellungen VII und VIII gelangen. In XI ist  $a:b$  parallel  $a:b$  in I, ferner ist  $b$  in XI parallel  $a$  in I. Eine zweite hierhingehörige Stellung haben wir in XII; dieselbe ist gegen XI um die Zonenaxe  $a:b$  um  $180^\circ$  gedreht (entsprechend VII und VIII). Auch hier, bei XI und XII, giebt es für die Verbindung mit I keine Zwillingssebene als Symmetrieebene des Zwillinges. Eine solche müsste nämlich entweder senkrecht zur Zonenaxe  $a:b$  stehen, dann würde sie das Periklingesetz (III) ergeben, oder sie müsste durch diese Zonenaxe gehen, in welchem Falle die Zonenaxe selbst bei beiden Individuen entgegengesetzt gerichtet wäre, was hier ausgeschlossen ist.

Es ist von Interesse, wenigstens einige der obigen 11 (in II—XII dargestellten) Fälle bei einem höher symmetrischen, etwa dem holoëdrisch-monoklinen System, auf ihre Existenzfähigkeit zu prüfen. Wir wählen als Beispiele folgende Stellungen:

1. Das Flächenpaar  $\{010\}$  ist gleichgerichtet, aber alle darin liegende Zonenaxen verschieden gerichtet parallel (Fall II). Dies giebt keine von der parallelen verschiedene Stellung des zweiten Individuums, weil bei jenen Zonenaxen eine ungleiche Richtung nicht möglich ist.

2. Die Zonenaxe  $b$   $[010]$  ist gleich gerichtet, alle darin liegenden Flächenpaare verschieden gerichtet parallel (Fall III). Dies giebt gleichfalls keine von der parallelen verschiedene Stellung, weil den Flächen der Orthodomenzone keine Richtungsverschiedenheit zukommt.

3. Das Flächenpaar  $\{100\}$  ist gleich (resp. bei  $\{100\}$  beliebig) gerichtet, alle darin liegenden Zonen verschieden gerichtet parallel. Zwillingstellung, entsprechend dem Albitgesetz (Fall II): Zwillingsebene  $(100)$ .

4. Irgend ein Flächenpaar, etwa  $\{110\}$  ist gleich gerichtet, alle darin liegenden Zonen ungleich gerichtet parallel. Zwillingstellung (Fall II): Zwillingsebene  $(110)$ .

5. Eine Zonenaxe innerhalb des Klinopinakoids, etwa  $c$ , ist gleich gerichtet (in diesem Falle übrigens richtungslos), alle darin liegenden Flächenpaare ungleich gerichtet parallel: Zwillingstellung wie bei 3<sup>1)</sup>.

6. Eine beliebige Zonenaxe, etwa  $(110) : (001)$ , gleich gerichtet, die darin liegenden Flächenpaare ungleich gerichtet parallel. Zwillingstellung, entsprechend III (Periklingesetz); Zwillingsebene senkrecht zu jener Zonenaxe<sup>2)</sup>.

1) Bei 3 und 5 erhält man dieselbe Stellung (entsprechend Fall II), weil die Fläche  $(100)$  als Zwillingsebene bei 3 neben der Symmetrieebene  $(010)$  noch eine dritte, auf beiden senkrechte Symmetrieebene des ganzen Zwillinges erfordert, welche, senkrecht auf der Axe  $c$ , etwa bei 4 die Rolle der Zwillingsebene spielen kann.

2) Eine solche Zwillingungsverwachsung wurde von mir am Kryolith beobachtet und mehrfach beschrieben (s. diese Zeitschr. 11, 433 und 18, 353). Zwillingsebene

7. Ein beliebiges Flächenpaar, etwa  $(110)(\bar{1}\bar{1}0)$ , ungleich gerichtet, nur eine darin liegende Zone, etwa  $(110):(001)$ , ebenfalls ungleich gerichtet parallel. Zwillingstellung, entsprechend IV; Zwillingsebene senkrecht zu  $(110)$  und parallel zur Kante  $(110):(001)$ .

8. Das Flächenpaar  $\{001\}$  sei, wie Brögger am Hydrargillit beobachtete, ungleich gerichtet parallel, und es seien die beiden darin liegenden Kanten  $(001):(110)$  und  $(001):(010)$  bei beiden Individuen wechselweise parallel. Es giebt dann, entsprechend V und VI, zwei Stellungen; es fällt nämlich, wenn beide Individuen übereinander gelagert sind,

- a.  $(001):(110)$  auf  $(00\bar{1}):(010)$  und  $(001):(010)$  auf  $(00\bar{1}):(110)$ ,
- b.  $(001):(110) \gg (00\bar{1}):(010) \gg (001):(010) \gg (00\bar{1}):(110)$ .

Dieselben beiden Stellungen ergeben sich, ob man zu der Zone  $(001):(010)$  die Zone  $(001):(110)$  oder  $(001):(\bar{1}\bar{1}0)$  hinzunimmt.

9. Eine gleiche Zonenaxe, etwa  $(001):(110)$ , ist bei beiden Individuen gleich gerichtet parallel, während eine darin liegende Fläche  $(001)$  des einen Individuums einer anderen, aber gleichfalls jener Zone angehörigen  $(110)$  des zweiten parallel geht. Auch hier giebt es zwei Stellungen, entsprechend den Fällen XI und XII. Ein Beispiel liefert die von mir beobachtete zweite (unsymmetrische) Verwachsung des Kryolith (d. Zeitschr. **11**, 437 und namentlich **24**, 87). Ich drückte das betreffende Gesetz folgendermaassen aus: Der eine Krystall ist gegen den anderen um die bei beiden parallele Kante  $(110):(001)$  resp.  $(\bar{1}\bar{1}0):(001)$  um den inneren Winkel dieser Kante  $90^\circ 8'$  oder um dessen Supplementwinkel  $89^\circ 52'$  gedreht; im ersten Falle geht die Basis des ersten Krystalles  $c_1$  parallel einer Prismenfläche des zweiten (gedrehten)  $m_2$ , während die entsprechende Prismenfläche des ersten Krystalles  $m_1$  mit der Basis des zweiten  $c_2$  einen Winkel von  $179^\circ 44'$  bildet — im zweiten Falle geht die Basis des zweiten (gedrehten) Krystalles  $c_2$  parallel einer Prismenfläche des ersten  $m_1$ , während die Basis des ersten  $c_1$  mit der entsprechenden Prismenfläche des zweiten  $m_2$  einen ebensolchen Winkel von  $179^\circ 44'$  einschliesst. Dieser Definition wäre hinzuzufügen, dass hier die Drehungen des einen Individuums gegen das andere in gleicher Richtung ausgeführt gedacht sind. Die aus beiden Individuen gebildeten Zwillinge zweierlei Art sind jedoch identisch mit solchen, welche man erhält, wenn die Drehungen um die Kante  $(001):(110)$  im entgegengesetzten Sinne, einmal um  $90^\circ 8'$ , das andere Mal um  $89^\circ 52'$  ausgeführt werden. Man erhält dann für das zweite (gedrehte) Individuum die Stellungen, welche XI und XII entsprechen. Diese beiden Stellungen sind zu einander symmetrisch nach einer zur Zone  $a:b$  senkrechten

ist dabei eine Fläche, welche zu einer Kante  $(001):(110)$  senkrecht steht. Ich wies auch darauf hin, dass hier zwei Stellungen möglich sind, je nachdem nämlich die Kante  $(001):(110)$  oder  $(001):(\bar{1}\bar{1}0)$  als Drehungsaxe fungirt.

Ebene<sup>1)</sup>. Schliesslich sei noch bemerkt, dass man verschiedene, also im Ganzen vier, Zwillinge erhält, wenn man einmal die Zonenaxe  $[(004):(440)]$  und das andere Mal  $[(004):(\bar{4}\bar{4}0)]$  parallel verlaufen lässt bzw. als Drehungsaxe wählt (rechte und linke Zwillinge, zu einander symmetrisch nach  $(010)$ ).

Das monokline System bietet überhaupt eine grosse Zahl von Zwillingbildungen, welche mit Rücksicht auf die vorliegende Betrachtung von besonderem Interesse sind. Als ein lehrreiches Beispiel seien hier deshalb noch die am Eudidymit beobachteten Verwachsungen besprochen. Der Eudidymit, von Brögger (d. Zeitschr. **16**, 594) untersucht, zeigt Zwillingbildung nach zwei Gesetzen: 1. Zwillingsebene die Basis, 2. Zwillingsebene senkrecht zur Basis und parallel der Kante  $(004):(440)$ . Beide Gesetze treten gleichzeitig auf, indem die nach  $(004)$  verzwillingten und übereinander gelagerten Individuen noch nach dem zweiten Gesetze zusammentreten. »Oefters zeigt auch die optische Untersuchung dünne Lamellen nach dem zweiten Gesetze in beiden (der rechten und linken) Stellungen zum Hauptindividuum, abwechselnd mit Zwillinglamellen nach dem ersten Gesetze in mehrmals wiederholter wirtelförmiger Anordnung, welche im Aeusseren des Zwillingcomplexes nicht hervortritt.« Der vordere ebene Winkel der von  $\{440\}$  begrenzten Basis beträgt  $60^{\circ} 37'$ , der seitliche (Normalen-) Prismenwinkel  $60^{\circ} 45\frac{1}{2}'$ . In Fig. 2 Taf. IV sind nun sechs um einen Punkt gruppierte Individuen gezeichnet, deren Basis in der Ebene der Zeichnung liegt. Tritt zu I ein Individuum II nach dem zweiten Gesetze und zu II (etwa mit Ueberlagerung) ein Individuum III' nach dem ersten Gesetze, so befindet sich III' zu I in einer Stellung, welche durch das folgende dritte Gesetz ausgedrückt werden kann: Zwillingsebene senkrecht zur Kante  $(004):(\bar{4}\bar{4}\bar{4})$  (entsprechend dem Periklingesetze). Im Ganzen kann man hier (Fig. 2) folgende Verbindungen resp. relative Stellungen je zweier Individuen unterscheiden:

1. Gesetz.	2. Gesetz.	3. Gesetz.
I und IV	I und II	I und III
II » III'	I » II'	I » III'
II' » III	III » IV	II » IV
	III' » IV	II' » IV

Den Cyklus kann man sich entstanden denken durch Drehung verschiedener Individuen innerhalb der bei allen parallelen Fläche  $(004)$  resp.

1) Daraus geht hervor, dass, wenn zwei Kryolith-Individuen mit einem dritten in der Weise verwachsen sind, dass das eine um die Zonenaxe  $[(004):(440)]$  um  $90^{\circ} 8'$ , das andere im entgegengesetzten Sinne um  $89^{\circ} 52'$  gegen das dritte gedreht ist, die beiden ersten unter sich nach dem Gesetze: »Zwillingsebene eine zur Kante  $(004):(440)$  normale Fläche« verbunden sind. Hieraus ergibt sich besonders bestimmt die allgemeine genetische Bedeutung jener Kante resp. Zone für die Zwillingbildungen des Kryolith (vergl. auch Fig. 5, Taf. II, diese Zeitschr. **24**).

um die Normale dazu, und zwar bilden II und II' mit I einen Winkel von  $60^{\circ} 37' 4''$ , III und III' gegen I einen solchen von  $180^{\circ} - 60^{\circ} 37' 4'' = 119^{\circ} 22' 56''$ , IV gegen I einen Winkel von  $180^{\circ}$ . Die vorläufige Orientirung findet also stets nach der Basis, die definitive Fixirung nach verschieden grosser Drehung innerhalb der Basis statt. Man kann die genannten drei Gesetze auch in folgender Weise aussprechen:

1. Ein Flächenpaar ist parallel (die Richtung kann hier keine Verschiedenheit zeigen), alle darin liegenden Zonenaxen sind ungleich gerichtet parallel (Fig. 4, II).

2. Ein Flächenpaar ist parallel, eine darin liegende Zonenaxe ungleich gerichtet parallel (Fig. 4, IV).

3. Eine Zonenaxe ist gleich gerichtet parallel, alle darin liegenden Flächenpaare sind ungleich gerichtet parallel (darunter auch (004) (00 $\bar{4}$ )), wobei jedoch speciell eine Richtungsverschiedenheit nicht möglich ist (Fig. 4, III).

Diese drei Gesetze sind also analog dem Albit- und Periklingesetze, sowie dem Karlsbader Gesetze beim Plagioklas. Durch die oben angegebene genetische Auffassung werden sie hier im monoklinen Systeme aufs schönste verknüpft.

Man kann sich, wie schon mehrfach bemerkt wurde, den Vorgang der Zwillingsbildung im Allgemeinen so denken, dass zunächst eine vorläufige Orientirung der beiden, gleichsam den Keim des Zwillings bildenden Molekeln nach einer krystallonomischen Fläche oder einer Zonenaxe stattfindet, worauf erst nach entsprechender Bewegung der einen Molekel gegen die andere innerhalb jener Fläche oder um jene Zonenaxe die definitive Fixirung resp. die Zwillingsbildung eintritt. So kann man beim Albitgesetze annehmen, dass die beiden Molekeln zunächst sich nach (010) orientiren, worauf die Fixirung eintritt, wenn die zweite Molekel eine Lage zur ersten erreicht hat, welche man als hemitrope bezeichnet. Beim Periklingesetze findet die vorläufige Orientirung etwa durch gleichsinnige Richtung der *b*-Axen, die Fixirung gleichfalls bei hemitroper Stellung der einen Molekel zur anderen statt. Bei der Zwillingsbildung des Albit nach dem Karlsbader Gesetze folgt auf die Orientirung nach der ungleichsinnig parallelen Verticalaxe die Fixirung beim Zusammenfallen des darin liegenden (ungleich gerichteten) Flächenpaares {010}.

Häufig steht nun aber die »Ebene der Orientirung« auf einer Symmetrieebene der beiden (ein Centrum der Symmetrie besitzenden) Individuen senkrecht, woraus folgt, dass es noch eine dritte, zu jenen beiden senkrechte Ebene geben muss, welche für den Zwilling eine Symmetrieebene ist und demnach, falls sie eine krystallonomische Fläche darstellt, auch als Ebene der Orientirung aufgefasst werden könnte. Ist sie keine krystallonomische

Fläche, so steht zu ihr wenigstens eine Kantenrichtung senkrecht, welche man dann als »Axe der Orientirung« auffassen könnte. Oft auch wird die »Ebene der Orientirung« auf einer Zonenaxe senkrecht stehen; man wird dann die zur Fixirung nöthige Bewegung der Molekel ebenso gut auf diese Axe wie auf jene Ebene beziehen können.

Beispiele: 1. Die regulären Zwillinge nach  $\{111\}$  können, rein geometrisch betrachtet, als solche nach  $\{211\}$  aufgefasst werden. Doch deutet die Art der Verwachsung und der Habitus der Zwillinge meist entschieden auf  $\{111\}$  als Orientirungsebene hin.

2. Beim Orthoklas könnte man für das Karlsbader Gesetz als Orientirungsebene  $(100)$  nehmen. Senkrecht dazu steht  $(010)$ , woraus folgt, dass für den ganzen Zwilling eine Ebene senkrecht zur Verticalaxe Symmetrieebene ist. Indess hat sie als nichtkrystallonomische Fläche keine genetische Bedeutung. Die zu ihr senkrechte Axe  $c$  hingegen würde zweckmässig als Orientirungsaxe aufzufassen sein, da  $\{100\}$  nur relativ selten als Krystallfläche auftritt, die betreffenden Zwillinge oft nach  $c$  gestreckt sind und die meist stark entwickelten Flächen  $\{010\}$  (neben anderen) die Rolle der Fixirungsflächen spielen könnten.

3. Beim Aragonit kann man  $(110)$  als Ebene der Orientirung betrachten, indess könnte man als solche Ebene auch  $(001)$  nehmen, wobei natürlich Hemitropie ausgeschlossen wäre. Da aber  $(001)$  auf Axe  $c$  senkrecht steht, und die Aragonitkrystalle meist nach dieser Axe stark ausgedehnt sind, so ist es vielleicht am richtigsten, von dieser Axe als derjenigen der vorläufigen Orientirung auszugehen, wobei dann die Fixirung eintritt, wenn eine Fläche  $(110)$  des einen mit einer solchen  $(\bar{1}10)$  des anderen Individuums parallel geht.

Wie man sieht, ist es häufig möglich, die Zwillingsverwachsung resp. die gegenseitige Stellung der mit einander verbundenen Individuen auf verschiedene Weise zu erklären. Für die Deutung der Zwillingsbildung in genetischer Beziehung ist es dann ebensowohl möglich, von einer vorläufigen Orientirung nach einer Zonenaxe wie auch von einer solchen nach einer Fläche auszugehen. Dennoch wird man, wie ich glaube, im Allgemeinen an folgenden beiden Grundsätzen festhalten dürfen:

1. Wenn an einem krystallisirten Körper mehrere Zwillingsbildungen vorkommen, bei welchen dieselbe Fläche beider Individuen gleichsinnig parallel ist, während die verschiedenen Zwillingsarten sich dadurch unterscheiden, dass dabei verschiedene in jener Fläche liegende gleiche oder ähnliche Kanten beider Individuen parallel laufen, so wird man annehmen können, dass hier die vorläufige Orientirung nach jener Fläche, die definitive Fixirung nach bestimmten Drehungen des einen Individuums (resp. der einen Molekel) gegen das andere

in dieser Ebene stattfindet. Beispiele würden die Zwillingsbildungen des Hydrargillit nach  $(001)$  und nach dem zweiten Gesetze, wobei ausser  $\{001\}$  zwei darin gelegene Kanten  $(001) : (110)$  und  $(001) : (010)$  wechselweise parallel sind, sowie andererseits die oben besprochenen Zwillingsverwachsungen des Eudidymit liefern.

2. Wenn an einem Körper mehrere Zwillingsbildungen stattfinden, bei welchen dieselbe Zonenaxe beider Individuen gleichsinnig parallel ist, so wird man annehmen können, dass die vorläufige Orientirung nach jener Zone, die definitive Fixirung nach verschiedenen um diese Zonenaxe stattfindenden Drehungen geschehen wird. Beispiele würden liefern die Orthoklaszwillinge nach  $\{110\}$ ,  $\{130\}$ ,  $\{100\}$ , sowie andererseits ebensolche nach  $\{001\}$  und  $\{021\}$ . Im ersteren Falle würde  $[001]$ , im anderen  $[100]$  Orientirungsaxe sein.

Es versteht sich von selbst, dass in solchen Fällen, wo auf der unter 1. angeführten Fläche eine Zonenaxe, sowie umgekehrt auf der unter 2. angeführten Zone eine krystallonomische Fläche senkrecht steht, jene Directiven versagen. Dennoch wird zu unterscheiden sein, ob die in der Richtung einer Zonenaxe oder die in einer dazu senkrechten Fläche wirkenden Molekularkräfte die Veranlassung zur ersten vorläufigen Orientirung der Molekeln geben. Vielleicht wird man in solchen zweifelhaften Fällen auf die relative Entwicklung der betreffenden Fläche oder Zone oder darauf Rücksicht nehmen müssen, ob die letztere mehrere als Structurflächen ausgezeichnete Flächen enthält, oder ob jene Fläche selbst eine solche Structurfläche ist. Man könnte dann vielleicht folgende Grundsätze aufstellen:

1. Die vorläufige Orientirung findet statt nach einer Fläche, welche selbst eine Ebene grösster Cohäsion (Spaltungsfläche) ist, und in welcher eine oder mehrere Richtungen bevorzugten Wachstums liegen.

2. Die vorläufige Orientirung findet statt nach einer Zonenaxe, welcher eine oder mehrere Flächen grösster Cohäsion (Spaltungsflächen) angehören, und welche selbst eine Richtung bevorzugten Wachstums darstellt.

Es ist hier auch darauf hinzuweisen, dass Mügge gezeigt hat, wie namentlich solche Flächen, welche er als Translationsflächen bezeichnet, gern als Zwillings Ebenen, und solche Richtungen, welche er Translationsrichtungen nennt, als Zwillingsachsen fungiren. In der Anisenyttetrazotsäure (triklin) ist nach Mügge<sup>1)</sup> die Translationsebene  $(001)$  die häufigste Zwillings Ebene; die Translationsrichtung  $[100]$  die häufigste Zwillingsaxe. Aehnliches beobachtet man bei anderen Körpern, wie am Cyanit, und es liegt hier eine sehr interessante und wichtige »Verknüpfung der durch Cohäsionseigenschaften ausgezeichneten Ebenen und Richtungen

1) Vergl. Mineralog. u. petrogr. Mitth. 18, 244; Neues Jahrb. f. Min. etc. 1898, 1, 84.

mit Zwillingsebenen und Zwillingssachsen« vor. Solche Ebenen und Richtungen werden ohne Zweifel als Orientierungsflächen und -achsen auftreten.

Eine sehr gewöhnliche Erscheinung ist das Herrschen verschiedener Zwillingsgesetze an verschiedenen Krystallen desselben Körpers oder gleichzeitig an einem und demselben Krystalle. In dieser Beziehung kann man schon von einer Concurrenz der Zwillingsgesetze sprechen. Ob das eine oder andere Zwillingsgesetz oder gar mehrere zugleich auftreten, das hängt von den Krystallisationsbedingungen ab. Manchmal scheint der Habitus der Krystalle von Einfluss hierauf zu sein. Die nach  $\{040\}$  besonders ausgedehnten Zwillinge des Albit sind nach dieser Fläche verzwillingt, die nach der Axe  $b$  gestreckten Krystalle nach dem Periklingesetze. Die ersteren bilden dann besonders gern Doppelzwillinge nach dem Karlsbader, die letzteren solche nach dem Manebacher Gesetze. Zuweilen treten zwei Zwillingsgesetze zugleich und so auf, dass die Verbindung abwechselnd nach beiden stattfindet. Kürzlich habe ich eine solche Verwachsung von zwölf Individuen am Rutil (des Binnenthal) abwechselnd nach  $\{101\}$  und nach  $\{301\}$  beschrieben, wodurch der Raum um einen Punkt resp. um eine Nebenaxe herum fast genau ausgefüllt wird. Auch beim Kaliumsulfat findet zuweilen eine ganz ähnliche Verwachsung nach  $\{110\}$  und  $\{130\}$  (deren Flächen einen Winkel von fast  $30^\circ$  einschliessen) statt, wobei zwölf Individuen gleichfalls den Raum um eine Linie, die Verticalaxe, so gut wie vollkommen ausfüllen.

Eine Concurrenz verschiedener, an demselben Krystalle erscheinender Zwillingsgesetze ist aber auch noch in einem anderen Sinne, als eben angedeutet, denkbar, nämlich insofern, als ein Individuum sich möglichst zwei Gesetzen, die ein sehr ähnliches Resultat hinsichtlich der Lage jenes Individuums (resp. der gegenseitigen Lage beider Individuen) bedingen, gleichzeitig anzupassen sucht, wenn es erlaubt ist, sich dieser Ausdrucksweise zu bedienen. Es ist wohl denkbar, dass eine Molekel gleichsam eine zwischen zwei zwillingsgemässen und sehr nahe verwandten Lagen schwebende Stellung einnimmt, und dass sich an diese Molekel dann in paralleler Lage weitere ansetzen. Verschiedene Thatsachen scheinen eine solche Annahme zu fordern. Es sei nur auf ein paar Fälle, welche als Beispiele angeführt werden können, hingewiesen.

Eine der »Manebacher« sehr nahe stehende Verwachsung entsteht bekanntlich dann, wenn an einen Bavenoer Orthoklaszwilling sich ein dritter Krystall nach der anderen Fläche von  $\{021\}$  anlagert. Die Verhältnisse der Manebacher Zwillingbildung, d. h. Parallelität der gegenüberliegenden Basisflächen  $P_1$  und  $P_3$  und der anliegenden  $M_1$  und  $M_3$ , würden aber nur dann vollkommen erreicht werden, wenn  $n\{021\}$  die Kante  $P:M$  symmetrisch abstumpfte, also  $n:n = 90^\circ$  wäre, während in Wirklichkeit nach

von Kokscharow  $n : n = 89^{\circ} 52\frac{2}{3}'$  ist. G. Rose führte sogar das von ihm beobachtete Zusammenfallen der  $M$ -Flächen an solchen Drillingen als Beweis gegen die Genauigkeit der betreffenden Messungen an. Indess könnte ja der zufällige Werth von  $P : n = 45^{\circ} 0'$  nur für eine bestimmte Temperatur gelten. »Es sind demnach, wie C. Hintze (Handbuch der Mineralogie 2, 1344) bemerkt, bei den in Rede stehenden Drillingen und Vierlingen verschiedene Möglichkeiten gegeben: das dritte Individuum steht zum zweiten in Bavenoer Stellung und also nur annähernd zum ersten in Manebacher, oder das dritte zum ersten in Manebacher und zum zweiten nur annähernd in Bavenoer; bei den Vierlingen vermehren sich diese Möglichkeiten entsprechend. Welche Art der Verwachsung im einzelnen Falle vorliegt, könnte nur durch exacte Messung entschieden werden, wozu das Material höchst selten geeignet ist, und man ist meist auf das Kriterium des mit blossen Auge zu prüfenden Zusammenfallens der  $P_2M_3$ - oder  $M_1M_3$ -Flächen angewiesen. Da scheint es denn aber, dass bei weitem an den meisten derartigen Verwachsungen jenes Zusammenfallen, also ein gewisses »Nachgeben« der Flächenneigungen, eintritt.« Hierzu ist zu bemerken, dass in der That nur genaue Messungen darüber entscheiden können, wie weit ein solches »Nachgeben« stattfindet, und ob nicht in Wirklichkeit von dem dritten Individuum eine zwischen den beiden gesetzmässigen Lagen schwebende Stellung erreicht wird. Dieselbe wird natürlich nicht auf die Flächen beschränkt bleiben, sondern der ganzen Masse des Krystalles eigen sein.

Die schematischen Figuren 3 und 4 lehren, dass im ersten Falle, wo I zu II, sowie II zu III nach  $n$  verzwillingt ist,

$$\begin{array}{lcl} M_1 \text{ von } M_3 & \text{abweicht um} & -44\frac{2}{3}', \\ P_2 - M_3 & - & -7\frac{1}{2}'; \end{array}$$

im zweiten Falle (Fig. 4) hingegen, wo I zu II nach  $n$ , I zu III nach  $P$  verzwillingt ist,

$$\begin{array}{lcl} M_1 \text{ von } M_3 & \text{abweicht um} & 0', \\ P_2 - M_3 & - & +7\frac{1}{2}'. \end{array}$$

Der zweite Fall besitzt demnach wohl die grösste Wahrscheinlichkeit. Denken wir uns aber das Individuum III in Folge einer gleichzeitigen Beeinflussung durch das Bavenoer Gesetz (im Verhältnisse zu II) in der Richtung des Uhrzeigers nur um  $3\frac{2}{3}'$  gedreht, so erhalten wir für dasselbe eine Stellung, welche eine kaum merkliche Abweichung von der Coincidenz von  $M_1M_3$  und  $P_2M_3$  ergibt ( $M_1 : M_3 = 180^{\circ} 3\frac{2}{3}'$ ,  $P_2 : M_3 = 0^{\circ} 3\frac{2}{3}'$ ,  $P_2 : P_3 = 90^{\circ} 3\frac{2}{3}'$ ).

Es sei hier mit Rücksicht auf den folgenden zu besprechenden Fall nochmals darauf hingewiesen, dass die beiden dem Bavenoer und dem Manebacher Zwillingsgesetze entsprechenden Stellungen unter sich und mit der parallelen Stellung der beiden Individuen dadurch genetisch verbunden



sind, dass sie durch Drehung des Krystalles um die Zonenaxe  $[400]$  in einander übergeführt werden können.

Das zweite Beispiel, welches ich hier anführen möchte, ist das Kaliumsulfat, an dessen Krystallen Zwillingsbildung nach den Prismen  $\{110\}$  und  $\{130\}$  stattfindet, deren Flächen annähernd (bis auf  $24'$ ) auf einander senkrecht stehen. Im Allgemeinen herrscht nach den zahlreichen, von mir angestellten Beobachtungen wohl die Zwillingsbildung nach  $\{110\}$  vor, oft ist sie ausschliesslich vorhanden. Andererseits kann dieselbe an einem und demselben Krystalle mit jener nach  $\{130\}$  regelmässig abwechseln, und nach gewissen Beobachtungen giebt es Krystalle, welche lediglich nach  $\{130\}$  verzwillingt sind. Schon früher <sup>1)</sup> fand ich Krystalle, welche im Inneren — also beim Anfangswachsthum derselben — die Zwillingsbildung nach  $\{110\}$  zeigen, wobei aber bei weiterem Wachsthum von drei Individuen (I, II, III) das mittlere (II) ausbleibt, während die beiden anderen (I und III) in einer Ebene senkrecht oder fast genau senkrecht zu  $(110)$ , d. i. wohl  $(1\bar{3}0)$ , zusammentreffen (die Abweichung von der zu  $(110)$  senkrechten Richtung würde  $36'$ , von  $(1\bar{3}0)$  nur  $12'$  betragen). Dies kann aber natürlich bei regelmässiger Lagerung der Molekeln nur annähernd zutreffen, und es liegt auch hier nahe anzunehmen, dass die betreffenden Molekeln beider Individuen sich in einer Stellung zu einander befinden, welche zwischen den beiden Zwillingsstellungen nach  $\{110\}$  (zu II) und nach  $\{130\}$  (unter einander) gelegen ist. Interessant sind in dieser Hinsicht gewisse mikroskopisch kleine Zwillinge des genannten Salzes, welche ich neuerdings bei meinen Versuchen über die Bedingungen der Zwillingsbildung, die zu bemerkenswerthen Ergebnissen führten, erhalten habe. An denselben herrscht oft  $\{001\}$  vor, weshalb sich die Zwillingsbildung im polarisirten Lichte sehr gut beobachten lässt. Da zeigt sich dann oft, dass in eine solche Tafel nach der Basis ein rechteckiges Zwillingsstück eingesetzt ist, dessen beide, anscheinend auf einander senkrechte, scharf geradlinige Begrenzungen von einer Fläche des Protoprismas und wohl von einer solchen des Prismas  $\{130\}$  gebildet werden. Man kann hier in der That nicht direct entscheiden, ob die Zwillingsbildung nach der einen oder der anderen Fläche stattfindet. Auch hier möchte ich annehmen, dass die Molekeln des Zwillingsstückes sich in einer beiden Gesetzen zugleich möglichst entsprechenden mittleren Lage befinden. Winkelmessungen konnte ich nach dieser Richtung nicht ausführen; die beiden miteinander verbundenen Individuen löschen jedes für sich einheitlich aus. Der genau geradlinige Verlauf beider Grenzen auf  $\{001\}$  führt auf den Gedanken, dass beide mit gleichem Rechte als krystallonomischen Flächen entsprechend resp. als echte Zwillingsgrenzen aufzufassen seien. Auch hier sind die beiden Zwillingslagen mit der parallelen

1) Diese Zeitschr. **12**, 308.

Stellung der Molekeln durch die Beziehung verbunden, dass alle drei Stellungen durch Drehung um eine Zonenaxe, die Verticalaxe, in einander übergeführt werden können.

Während zuzugeben ist, dass in den beiden angeführten Beispielen ein strenger Beweis für das Vorhandensein einer zwischen zwei Zwillingsgesetzen schwebenden Mittellage wenigstens bisher nicht geführt wurde, komme ich nun zu dem dritten zu besprechenden Falle, welcher für mich die Veranlassung und der Ausgangspunkt der ganzen bezüglichen Betrachtung war. Es handelt sich um eine Reihe von Messungen, welche ich kürzlich an den vortrefflich gebildeten einfachen und verzwilligten Krystallen des Kupferkieses von Burgholdinghausen (namentlich von der Grube Victoria) angestellt habe. Diese Krystalle sind längst bekannt, zuletzt wurden solche von der genannten Grube von Souheur<sup>1)</sup> beschrieben. Dieselben zeigen gewöhnlich die Formen  $\{201\}$ ,  $\{101\}$ ,  $\{203\}$ ,  $\{001\}$ ,  $\kappa\{111\}$ ,  $\kappa\{1\bar{1}1\}$ , von welchen namentlich  $\{001\}$ ,  $\{101\}$  und  $\kappa\{111\}$  gute und einfache Reflexe geben. Das Axenverhältniss des Kupferkieses ist nach Dana  $1 : 0,98525$ , berechnet aus  $(001):(101) = 44^\circ 34\frac{1}{2}'$ ; der von Souheur gefundene Mittelwerth  $44^\circ 33\frac{1}{2}'$  würde ergeben  $1 : 0,98471$ . Hieraus folgen dann  $(001):(203) = 33^\circ 17'$  (Souheur beob.  $33^\circ 17' - 18'$ , einmal  $33^\circ 22\frac{1}{2}'$ ),  $(001):(204) = 63^\circ 4\frac{3}{4}'$  (S.  $63^\circ 1\frac{1}{2}' - 6'$ ),  $(204):(021) = 78^\circ 10\frac{1}{3}'$  (S.  $78^\circ 1', 8'$ ),  $(001):(111) = 54^\circ 19'$  (S.  $54^\circ 18\frac{1}{2}', 20\frac{1}{2}'$ ).

Ich maass nun zunächst ein paar einfache Krystalle und fand folgende Werthe:

I.	$(001):(101)$	$= 44^\circ 32\frac{1}{2}', 34\frac{1}{2}'$	ber. $44^\circ 33\frac{1}{2}'$
	$:(203)$	$= 33^\circ 46\frac{1}{2}', 48'$	- $33^\circ 17'$
	$:(31.0.20)$	$= 56^\circ 55\frac{1}{2}'$	- $56^\circ 46'$
	$:(204)$	$= 63^\circ 4'$	- $63^\circ 4\frac{3}{4}'$
	$:(110)$	$= 90^\circ 6'$	- $90^\circ 0'$
	$:(111)$	$= 54^\circ 24', 43\frac{1}{2}'$	- $54^\circ 19'$
	$(111):(110)$	$= 35^\circ 37'$	- $35^\circ 41'$
	$:(\bar{1}\bar{1}1)$	$= 108^\circ 37\frac{1}{2}'$	- $108^\circ 38'$
	$(101):(\bar{1}01)$	$= 89^\circ 7'$	- $89^\circ 7'$
II.	$(001):(\bar{1}\bar{1}1)$	$= 54^\circ 25\frac{1}{4}'$	- $54^\circ 19'$
	$(1\bar{1}0):(\bar{1}\bar{1}1)$	$= 35^\circ 39\frac{1}{4}'$	- $35^\circ 41'$
	$(001):(\bar{1}\bar{1}0)$	$= 90^\circ 4\frac{1}{2}'$	- $90^\circ 0'$
	$(\bar{1}\bar{1}1):(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$= 71^\circ 14'$	- $71^\circ 22'$
	$(001):(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$= 125^\circ 39'$	- $125^\circ 44'$
III.	$(001):(203)$	$= 33^\circ 17', 17', 17\frac{1}{2}'$	- $33^\circ 17'$
	$:(101)$	$= 44^\circ 33', 34\frac{1}{2}'$	- $44^\circ 33\frac{1}{2}'$
	$:(204)$	$= 63^\circ 3'$	- $63^\circ 4\frac{3}{4}'$

1) Diese Zeitschr. 23, 545.

$$\begin{array}{ll}
 (201):(021) = 78^{\circ} 7\frac{1}{2}' & \text{ber. } 78^{\circ} 10\frac{1}{3}' \\
 (111):(\bar{1}\bar{1}1) = 108 39\frac{3}{4} & - 108 38 \\
 (201):(0\bar{2}3) = 67 44\frac{1}{2} & - 67 45\frac{2}{3}
 \end{array}$$

Wie man sieht, ist die Uebereinstimmung der gemessenen Winkel mit den aus dem Axenverhältnisse  $a:c = 1:0,98471$  berechneten meist eine recht gute;  $\{31.0.20\}$  stellt eine vicinale Form zu  $\{302\}$  dar.

Die von mir untersuchten Stufen wiesen nun zunächst zahlreiche, darunter grosse (auch von Souheur erwähnte) Zwillinge nach dem gewöhnlichen Gesetze auf, bei welchem bekanntlich die beiden Individuen (entsprechend der Verwachsung der Zinkblende) zur Verwachsungsfläche nicht symmetrisch stehen, sondern  $\{111\}$  des einen Individuums an  $\{1\bar{1}1\}$  des anderen stösst. Die Flächen  $\{001\}$  beider Individuen bilden, wenn man von dem Winkel  $(111):(\bar{1}\bar{1}1) = 108^{\circ} 38'$  ausgeht, mit einander einen Winkel von  $71^{\circ} 22'$ . Um ein Urtheil über die Vollkommenheit der Ausbildung dieser Zwillinge zu gewinnen, wurden an mehreren derselben Messungen angestellt mit folgenden Resultaten:

$$\begin{array}{ll}
 \text{I. } (001):(111) = 54^{\circ} 16\frac{1}{2}' & \text{ber. } 54^{\circ} 19' \\
 \quad (001):(\bar{1}\bar{1}1) = 54 17\frac{1}{2} & - 54 19 \\
 \quad (001):(\underline{001}) = 71 20\frac{1}{2} & - 71 22 \\
 \quad (111):(\bar{1}\bar{1}1) = 37 13\frac{1}{2} & - 37 16 \\
 \text{II. } (001):(111) = 54 46\frac{1}{2}; (001):(\underline{001}) = 71 18\frac{1}{4} \\
 \text{III. } (001):(\underline{001}) = 71 20\frac{1}{4} \\
 \text{IV. } (001):(\underline{001}) = 71 23\frac{3}{4}
 \end{array}$$

Wie man sieht, ist auch hier die Uebereinstimmung eine gute und weicht speciell die beobachtete Neigung der Basisflächen zu einander von der berechneten um höchstens  $3\frac{3}{4}'$  ab. Im Mittel ergibt sich hierfür  $71^{\circ} 20' 41''$ .

Neben den genannten Zwillingen fand ich aber auch, wenn auch in weit geringerer Zahl, solche, wo beide Individuen nach einer Fläche von  $\{101\}$  zu einander symmetrisch stehen. Dabei findet wohl Durchkreuzung der beiden Individuen statt, wie Fig. 5 einen solchen Zwilling idealisirt darstellt; auch finden sich Drillinge, wobei die drei Verticalachsen annähernd senkrecht zu einander stehen. Man kann das Gesetz dieser Zwillingbildung in verschiedener Weise ausdrücken:

1. Beide Individuen stehen symmetrisch zu einander nach einer Fläche  $(01\bar{1})$ , Fig. 5.

2. Das eine Individuum ist gegen das andere aus der parallelen Stellung um die Normale zu  $(1\bar{1}1)$  in Fig. 5 um einen Winkel von  $119^{\circ} 29\frac{1}{3}'$  gedreht.

Die letztere Definition steht in naher Beziehung zu derjenigen des

gewöhnlichen Zwillingsgesetzes, wobei die Drehung  $180^\circ$  (um die nämliche Axe resp. in derselben Ebene) beträgt. Nur auf diese Art kann man hier überhaupt durch einfache Drehung des einen Individuums gegen das andere die Zwillingstellung erreichen. Eine hemitrope Drehung führt aus der parallelen Stellung nicht zu derselben; so müsste nach einer Drehung um  $180^\circ$  um die Normale zu einer Fläche von  $\{101\}$  noch eine solche um  $90^\circ$  um die Verticalaxe stattfinden. Deshalb liegt die obige zweite Definition für eine genetische Auffassung der Zwillingbildung am nächsten, wobei man dieselbe allgemein so fassen könnte: Beide Individuen haben ein Flächenpaar  $(111):(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$  gleichgerichtet parallel, und das eine ist gegen das andere innerhalb  $(111)$  um  $119^\circ 29\frac{1}{2}'$  resp. so weit gedreht, dass seine Kante  $(111):(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$  der Kante  $(\bar{1}\bar{1}\bar{1}):(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$  des zweiten Individuums parallel geht.

Es erscheint zuerst schwierig, diese Art der Zwillingbildung auf eine der in Fig. 4, II—XII, wiedergegebenen Stellungen zurückzuführen. Man findet jedoch bald, dass es sich hier um einen speciellen Fall von X handelt. Es sind nämlich die beiden Kanten  $(111):(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$  und  $(111):(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$  zwar physikalisch gleich, indessen geometrisch betrachtet insofern verschieden, als sie symmetrisch rechts und links von  $(111)$  liegen und durch keine Drehung des Krystalles mit einander vertauscht werden können. Die beiden Individuen haben somit ein gleiches und gleichsinnig gerichtetes Flächenpaar, sowie zwei (resp. je eine) darin liegende als ungleich zu betrachtende Kanten parallel<sup>1)</sup>.

Die betreffenden Zwillinge sind meist sehr klein, im Gegensatze zu den anderen; dennoch gelang es, gute Messungen, insbesondere der Neigung der Basisflächen beider Individuen zu einander, daran anzustellen. Das Resultat derselben war ein überraschendes, indem sich im Gegensatze zu der guten Uebereinstimmung bei den Zwillingen erster Art hier meist ziemlich grosse Abweichungen von dem berechneten Werthe  $(001):(\bar{0}\bar{0}\bar{1}) = 90^\circ 53'$  für die Verbindung nach  $(01\bar{1})$  (Fig. 5) resp. von  $89^\circ 7'$  für die Verwachsung nach  $(01\bar{1})$  ergaben. Die an den einzelnen Zwillingen gemessenen Winkel sind im Folgenden zusammengestellt.

I. Es wurde eine Reihe von Messungen innerhalb der, beiden Individuen gemeinsamen Deuteroipyramidenzone gemacht.

$$\begin{aligned} (001):(\bar{0}\bar{0}\bar{1}) &= 63^\circ 4\frac{3}{4}', & (001):(\bar{2}01) &= 63^\circ 5\frac{1}{2}' \\ (001):(\bar{0}\bar{0}\bar{1}) &= 90^\circ 25\frac{1}{4}', & (021):(\bar{2}01) &= 90^\circ 26' \\ (\bar{2}01):(\bar{0}\bar{0}\bar{1}) &= 27^\circ 27\frac{1}{4}', & (\text{daraus berechnet } (\bar{2}01):(\bar{0}\bar{2}1) &= 90^\circ 32'). \end{aligned}$$

Die Flächen  $(001)$ ,  $(021)$ ,  $(\bar{0}\bar{0}\bar{1})$ ,  $(\bar{2}01)$  lagen besonders gut in einer

1) Im Gegensatze zu der als X bezeichneten Zwillingstellung giebt es hier eine zur Kante  $(111):(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$  senkrechte (nicht krystallonomische) Fläche, welche als Zwillingsebene fungiren kann, weil die beiden Kanten  $(111):(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$  und  $(111):(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$  nur hinsichtlich ihrer Lage zu  $(111)$  als verschieden betrachtet werden können.

Zone, weniger gut  $(\underline{201})$ , doch war die Abweichung auch hier nicht sehr bedeutend. Die Flächen von  $\{201\}$  zeigen im Uebrigen leicht ein gewisses Ausweichen aus der Deuteropyramidenzone, bemerkbar an der Verschiebung der Signale; dies ist auf die oft wenig gute Ausbildung dieser Flächen in Folge der mit der Hemiëdrie zusammenhängenden Streifung zurückzuführen.

II. Wiederum wurden in einer Zone gemessen:

$$\begin{aligned} (001):(\underline{021}) &= 63^\circ 5\frac{1}{4}', & (\underline{001}):(\underline{201}) &= 63^\circ 3\frac{1}{4}' \\ (001):(\underline{02\bar{1}}) &= 116 57\frac{1}{4}, & (\underline{001}):(\underline{20\bar{1}}) &= 63 \quad 3 \\ (001):(\underline{001}) &= 89 \quad 4\frac{1}{4}, & (021):(\underline{201}) &= 89 \quad 2\frac{1}{2} \\ (\underline{02\bar{1}}):(\underline{001}) &= 27 \quad 53 \text{ (daraus ber. } (\underline{02\bar{1}}):(\underline{201}) = 90^\circ 57\frac{3}{4}', \\ & & & \text{beob. } 90^\circ 56\frac{1}{2}'), \\ (001):(\underline{201}) &= 26 \quad 1 \text{ (daraus ber. } (\underline{02\bar{1}}):(\underline{201}) = 89^\circ 5\frac{3}{4}'). \end{aligned}$$

III.  $(\underline{001}):(\underline{201}) = 63 \quad 2$ ,  $(001):(\underline{001}) = 89^\circ 47'$ .

IV.  $(001):(\underline{021}) = 63 \quad 0$ ,  $(\underline{001}):(\underline{201}) = 63 \quad 13\frac{1}{2}$

$$(\underline{001}):(\underline{001}) = 90 \quad 36\frac{3}{4}.$$

$(021)$  und  $(\underline{201})$  gaben mehrfache Reflexe.

V. Dieser kleine Krystall ist ein Drilling, dessen beide Zwillings Ebenen nicht derselben Deuteropyramidenzone angehören. Ich fand:

$$\begin{aligned} \text{Zone } \left\{ \begin{array}{l} (001):(\underline{021}) = 63^\circ 8\frac{1}{2}' \\ (001):(\underline{001}) = 89 \quad 40\frac{1}{4} \end{array} \right. & \quad \text{Zone } \left\{ \begin{array}{l} (001):(\underline{201}) = 63^\circ 4\frac{3}{4}' \\ (001):(\underline{001}) = 90 \quad 10 \end{array} \right. \\ \text{Zone } \left\{ \begin{array}{l} (\underline{001}):(\underline{02\bar{1}}) = 63^\circ 8\frac{1}{2}' \\ (\underline{001}):(\underline{001}) = 90 \quad 4\frac{1}{4} \end{array} \right. & \end{aligned}$$

VI. An diesem und den folgenden Krystallen konnten an der Basis selbst keine Messungen angestellt werden, doch liess sich der Winkel  $(001):(\underline{001})$  aus anderen gemessenen Winkeln ableiten. Ich erhielt in einer Zone folgende Ablesungen, wobei die beiden letzten Signale etwas aus der Zone fielen:

$$\begin{aligned} 1. \quad (\underline{201}) &= 343^\circ 7' & 4. \quad (011) &= 64^\circ 52\frac{1}{2}' \\ 2. \quad (\underline{101}) &= 331 \quad 35\frac{1}{2} & 5. \quad (\underline{201}) &= 79 \quad 6 \\ 3. \quad (021) &= 43 \quad 16\frac{1}{2} & 6. \quad (0\bar{1}1) &= 150 \quad 54\frac{1}{2} \\ 7. \quad (\underline{02\bar{1}}) &= 169^\circ 26'. \end{aligned}$$

Da  $4:2 = 18^\circ 28\frac{1}{2}'$ , was dem berechneten Winkel  $18^\circ 34\frac{1}{4}'$  sehr nahe kommt, während  $2:5$  und  $4:5$  etwas grössere Abweichungen (bis  $10\frac{1}{2}'$ ) von der Rechnung zeigen, so bestimmt man die Lage von  $(\underline{001})$  am besten aus 1 und 2 und findet die Position  $16^\circ 10\frac{1}{2}'$ . Da andererseits  $3:7 = 126^\circ 9\frac{1}{2}'$  genau mit dem berechneten Werthe übereinstimmt, so leitet man daraus für  $(001)$  die Position  $106^\circ 24\frac{1}{4}'$  ab. Daraus folgt dann  $(001):(\underline{001}) = 90^\circ 10\frac{3}{4}'$ .

VII. Es wurden in der, beiden Individuen gemeinsamen Deuteropyramidenzone folgende Positionen notirt:

- |  |   |
|--|---|
| 1. $(021) = 34^{\circ} 44\frac{1}{2}'$ | 4. $(\bar{2}0\bar{1}) = 125^{\circ} 16\frac{1}{2}'$ |
| 2. $(011) = 53 \quad 2$                | 5. $(0\bar{1}4) = 142 \quad 12$                     |
| 3. $(\bar{2}01) = 71 \quad 23$         | 6. $(0\bar{2}1) = 160 \quad 37$                     |

Aus 2. und 5. folgt:  $(011):(\bar{0}\bar{1}1) = 89^{\circ} 10'$ , was sehr nahe mit dem berechneten Werthe  $89^{\circ} 7'$  übereinstimmt und für  $(001)$  die Position  $97^{\circ} 37'$  giebt (die weniger gut stimmenden Ablesungen 1. und 6. würden  $97^{\circ} 40\frac{3}{4}'$  ergeben). Andererseits folgt aus obigen Ablesungen  $(\bar{2}01):(\bar{2}0\bar{1}) = 53^{\circ} 53\frac{1}{2}'$ , was ebenfalls gut mit dem berechneten Winkel  $53^{\circ} 50\frac{1}{2}'$  stimmt und für  $(001)$  die Position  $8^{\circ} 19\frac{3}{4}'$  giebt. Daraus folgt dann  $(001):(\bar{0}01) = 89^{\circ} 17\frac{1}{4}'$ . Dieser Werth, verglichen mit dem für die normale Verbindung nach  $(011)$  berechneten  $89^{\circ} 7'$ , zeigt, dass hier die beiden Individuen sehr nahe nach jenem Gesetze orientirt sind. Dies wurde auch bestätigt durch die Messung des von  $(111)$  und  $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$  — erstere an  $(021)$ , letztere an  $(\bar{2}01)$  anstossend — gebildeten Winkels; derselbe wurde gefunden zu  $0^{\circ} 10'$ , während die Rechnung erfordert  $0^{\circ} 8'$ .

VIII. An diesem Krystalle wurden folgende Ablesungen gemacht:

- |   |   |
|---|---|
| 1. $(\bar{2}01) = 186^{\circ} 22\frac{1}{2}'$ | 7. $(\bar{2}0\bar{1}) = 6^{\circ} 16\frac{1}{2}'$ |
| 2. $(\bar{1}01) = 204 \quad 27\frac{1}{2}$    | 8. $(0\bar{1}1) = 24 \quad 12$                    |
| 3. $(011) = 295 \quad 4$                      | 9. $(10\bar{1}) = 24 \quad 44\frac{1}{2}$         |
| 4. $(023) = 306 \quad 11$                     | 10. $(30\bar{2}) = 36 \quad 0$                    |
| 5. $(805) = 306 \quad 56\frac{1}{2}$          | 11. $(\bar{1}0\bar{1}) = 113 \quad 50\frac{1}{2}$ |
| 6. $(\bar{2}01) = 311 \quad 59$               | 12. $(\bar{2}0\bar{1}) = 132 \quad 23$            |

Mit Ausnahme von 2. und 6. stimmen diese Ablesungen für die einzelnen Individuen gut bis ziemlich gut mit der Rechnung überein. So ergibt sich z. B.  $(011):(\bar{0}\bar{1}1) = 89^{\circ} 8'$ , sowie  $(011):(023) = 11^{\circ} 7'$  (ber.  $89^{\circ} 7'$  und  $11^{\circ} 16\frac{1}{2}'$ ). Aus dem ersten Werthe folgt für die Position von  $(001)$   $339^{\circ} 38'$ . Für das zweite Individuum erhält man u. a. folgende Winkel:  $(\bar{2}01):(\bar{2}0\bar{1}) = 179^{\circ} 54'$  (ber.  $180^{\circ} 0'$ ),  $(805):(\bar{2}0\bar{1}) = 59^{\circ} 20'$  ( $59^{\circ} 18\frac{3}{4}'$ ),  $(10\bar{1}):(\bar{2}03) = 11^{\circ} 18\frac{1}{2}'$  ( $11^{\circ} 16\frac{1}{2}'$ ),  $(10\bar{1}):(\bar{1}0\bar{1}) = 89^{\circ} 9'$  ( $89^{\circ} 7'$ ),  $(\bar{2}0\bar{1}):(\bar{2}0\bar{1}) = 126^{\circ} 6\frac{1}{2}'$  ( $126^{\circ} 9\frac{1}{2}'$ ). Aus den auf die beiden letzteren Winkel bezüglichen Ablesungen ergibt sich für  $(00\bar{1})$  die Position  $69^{\circ} 18'$  und hieraus  $(001):(\bar{0}0\bar{1}) = 89^{\circ} 40'$  ( $(001):(\bar{0}01) = 90^{\circ} 20'$ ). Zur Controle dieses Winkels wurde die Neigung von  $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ , anstossend an  $(0\bar{2}1)$  und  $(0\bar{1}1)$ , zu  $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ , anstossend an  $(\bar{2}0\bar{1})$  und  $(10\bar{1})$ , gemessen und zu  $0^{\circ} 25'$  bestimmt. Die Rechnung ergibt hierfür  $0^{\circ} 27'$ , eine sehr gute Uebereinstimmung.

IX. An diesem sehr kleinen Zwillinge konnte gut gemessen werden  $(111):(\bar{1}\bar{1}\bar{1}) = 1^{\circ} 17\frac{3}{4}'$ , hingegen wegen mehrfacher Reflexe auf den betreffenden Flächen weniger gut  $(021):(\bar{2}01) = 35^{\circ} 5'$  und  $(\bar{2}01):(\bar{1}0\bar{1}) = 18^{\circ} 18\frac{1}{2}'$ . Der erstere Winkel berechnet sich unter der Annahme einer Verzwillingung nach  $(01\bar{1})$  zu  $1^{\circ} 26\frac{3}{4}'$ . Die Abweichung von der Beobachtung ist ziemlich gering, so dass man diesen Zwilling als fast vollkommen

streng nach jenem Gesetze gebildet betrachten kann. Der Winkel  $101^{\circ}17\frac{3}{4}'$  führt bei der Rechnung zu einer Neigung von  $(001)$  zu  $(00\bar{1})$  gleich  $90^{\circ}42'$  (resp.  $(001):(00\bar{1}) = 89^{\circ}18'$ ). Dieser Werth weicht von dem durch das Zwillingsgesetz geforderten  $90^{\circ}53'$  (resp.  $89^{\circ}7'$ ) um  $41'$  ab.

Stellt man die beobachteten resp. abgeleiteten Neigungen der Basisflächen der verzwillingten Krystalle, stets als spitze Winkel genommen, zusammen, so erhält man folgende Reihe:  $89^{\circ}44'$ ,  $89^{\circ}17\frac{1}{4}'$ ,  $89^{\circ}18'$ ,  $89^{\circ}23\frac{1}{4}'$ ,  $89^{\circ}34\frac{3}{4}'$ ,  $89^{\circ}40'$ ,  $89^{\circ}40\frac{1}{4}'$ ,  $89^{\circ}47'$ ,  $89^{\circ}49\frac{1}{4}'$ ,  $89^{\circ}50'$ ,  $89^{\circ}55\frac{1}{4}'$ . Hier zeigen sich also einmal (mit Ausnahme des ersten Werthes) viel grössere Abweichungen — bis zu  $0^{\circ}48\frac{1}{4}'$  — von dem berechneten Winkel  $89^{\circ}7'$ , und andererseits weit grössere Differenzen der Winkel unter einander — bis zu  $54'$  —, als es bei den einfachen und den nach dem ersten Gesetze verzwillingten Krystallen der Fall ist. Es verräth sich hierin ein Streben, aus der echten Zwillingstellung nach  $\{101\}$ , welcher der erste Werth  $89^{\circ}44'$  fast genau entspricht, in eine andere, jener äusserst naheliegende und durch eine geringe Drehung des einen Individuums um die bei beiden parallele Nebenaxe erreichbare überzugehen, bei welcher die beiden Flächen  $(001)$  und  $(00\bar{1})$  auf einander senkrecht stehen, und  $(00\bar{1})$  parallel  $(100)$  liegt. In einem Falle ( $89^{\circ}55\frac{1}{4}'$ ) wird diese Stellung fast vollkommen erreicht, in einem anderen ( $89^{\circ}34\frac{3}{4}'$ ) schwebt das zweite Individuum so gut wie genau in der Mitte zwischen beiden Lagen  $\left(\frac{89^{\circ}7' + 90^{\circ}0'}{2} = 89^{\circ}33\frac{1}{2}'\right)$ .

Auch das Mittel aus allen gefundenen Werthen,  $89^{\circ}34\frac{1}{2}'$ , stimmt hiermit fast genau überein. Wir haben somit hier in der That ein Beispiel der Concurrenz zweier nahe verwandter Gesetze und ein Schweben eines der mit einander verbundenen Krystalle zwischen den beiden, jenen Gesetzen entsprechenden Stellungen vor uns.

Die dem zweiten, hier mit der Zwillingbildung nach  $\{101\}$  concurrirenden Gesetze entsprechende Stellung lässt sich nicht unter die in Fig. 4 mit II—XII bezeichneten Fälle subsumiren. Denn wenn auch bei beiden Individuen zwei verschiedene Flächen (Basis und Deutero-prisma) wechselweise, sowie die von jenen Flächen gebildete Kante parallel sind, so kann man doch nicht aus der parallelen Stellung durch eine Drehung um jene Kante — welche hier nur eine Richtung besitzen kann — zur neuen Stellung gelangen. Es ist deshalb zur Definition dieser, bis jetzt wohl noch einzigen Verbindungsart nothwendig, auf die Orientirung anderer Elemente zurückzugehen. Hierzu eignen sich die Flächen der beiden Sphenoide  $\{111\}$  und  $\{1\bar{1}1\}$ , und man kann das Gesetz nun in folgender Weise ausdrücken: Beide Individuen sind zunächst so orientirt, dass die Flächenpaare der combinirten Sphenoide  $\{111\}$  und  $\{1\bar{1}1\}$  entgegengesetzt gerichtet parallel sind, worauf das eine Individuum gegen das andere um eine Kante  $(001):(010)$  so weit gedreht

wird, bis  $(001)$  mit  $(\underline{100})$  und  $(010)$  mit  $(\underline{001})$  zusammenfällt. Von besonderer Bedeutung hinsichtlich der genetischen Auffassung dieser Zwillingsbildung ist aber der schon hervorgehobene Umstand, dass auch hier die zuletzt charakterisirte Stellung des einen Individuums aus der Zwillingsstellung nach  $\{101\}$  durch eine minimale Drehung um die gemeinsame Nebenaxe hervorgeht.

Fernere Untersuchungen an zu Messungen geeigneten Kupferkieskrystallen müssen zeigen, ob der hier aufgedeckten Erscheinung an dem genannten Mineral eine weitere Verbreitung zukommt. Ebenso wird es Aufgabe der weiteren Forschung in dieser Richtung sein, zu ermitteln, ob der Begriff der Zwillingsbildung, wie es den Anschein hat, eine noch grössere Verallgemeinerung fordert, indem die Krystalle immer neue Arten der regelmässigen Verwachsung darbieten, welche sich den in diesem Aufsätze als möglich behandelten Fällen anschliessen würden.