

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

Nr. 4123.

Band 172.

19.

Angenäherte allgemeine Jupiterstörungen des Planeten (24) Themis.

Von Dr. E. Strömberg.

Als Beispiel zur Bohlinschen Theorie für Berechnung angenäherter allgemeiner Störungen habe ich unter Anwendung der von v. Zeipel für die Hecubagruppe gegebenen Formeln und Tafeln¹⁾ die Störungen des Planeten (24) Themis berechnet. Der Planet gehört wegen der relativ großen Exzentrizität nicht zu den leichtesten; die über mehr als ein halbes Jahrhundert sich erstreckenden hauptsächlich von A. Krueger ausgeführten Rechnungen über Themis ließen aber vermuten, daß ein sehr zuverlässiges Material für die Bestimmung der mittleren Elemente zur Verfügung stehen sollte.

Außer der Kruegerschen Berechnung der speziellen

Störungen seitens Jupiter und Saturn und damit zusammenhängenden Elementenverbesserungen durch Vergleich mit Beobachtungen liegen über Themis noch vor: Berechnung der allgemeinen Marsstörungen, von Krueger²⁾, Berechnung angenäherter allgemeiner Jupiterstörungen in der Bahnebene, von Mönnichmeyer³⁾, und allgemeine Störungen durch Mars und Saturn⁴⁾, von Mönnichmeyer.

Durch Berechnung der speziellen Störungen seitens Jupiter und Saturn und durch wiederholte Verbesserung mit Hilfe von Beobachtungen hat Krueger folgende auf 1860.0 bezogene oskulierende Elementensysteme hergeleitet⁵⁾:

Ep. u. Osk.	1853 Mai 4.0	1856 Sept. 25.0	1858 Apr. 14.0	1864 Aug. 20.0	1867 Sept. 14.0	1874 Dez. 6.0	1878 Juni 8.0	1888 Nov. 2.0
M	$= 37^{\circ} 35' 32''$	$252^{\circ} 8' 23''$	$350^{\circ} 56' 37''$	$40^{\circ} 13' 80''$	$234^{\circ} 55' 92''$	$342^{\circ} 5' 92''$	$209^{\circ} 10' 64''$	$165^{\circ} 24' 52''$
n	$= 637'' 75849$	$634'' 67803$	$637'' 09222$	$636'' 76268$	$638'' 09859$	$639'' 01043$	$640'' 16625$	$641'' 11967$
φ	$= 7^{\circ} 1' 83''$	$6^{\circ} 44' 91''$	$6^{\circ} 43' 19''$	$6^{\circ} 42' 88''$	$7^{\circ} 2' 25''$	$7^{\circ} 8' 11''$	$7^{\circ} 24' 74''$	$7^{\circ} 40' 52''$
π	$= 134 12.70$	$137 57.19$	$139 9.67$	$140 4.72$	$142 43.76$	$143 51.11$	$143 40.74$	$143 2.03$
Ω	$= 35 46.91$	$36 9.04$	$36 7.76$	$36 8.05$	$35 41.17$	$35 42.30$	$35 22.76$	$35 18.79$
i	$= 0 49.47$	$0 49.08$	$0 48.91$	$0 48.86$	$0 48.62$	$0 48.52$	$0 48.23$	$0 47.97$

Die von Krueger bis zum Anfang 1898 weitergeführte Störungsrechnung hat J. Möller (A. N. 149.207) benutzt, um für 1897 Dez. 25.0 ein Elementensystem zu berechnen, das ich, auf 1860.0 reduziert, hier wiedergebe:

Epoche und Oskulation 1897 Dez. 25.0.

M	$= 40^{\circ} 55' 06''$
n	$= 640'' 59904$
φ	$= 7^{\circ} 50' 26''$
π	$= 142 4.35$
Ω	$= 35 21.14$
i	$= 0 47.90$

1860.0

Zum Ausgangspunkt für die folgende Berechnung der allgemeinen Jupiterstörungen der Themis habe ich das oskulierende Elementensystem für 1874 Dez. 6.0 gewählt. Für diese Wahl waren zwei Gesichtspunkte maßgebend; erstens der Wunsch, von einem Werte der mittleren Bewegung auszugehen, der dem Mönnichmeyerschen mittleren Werte (A. N. 3022) möglichst nahe kommt, und zweitens die Forderung, eine Epoche zu fixieren, die ungefähr in die Mitte

zwischen den zwei extremen zugänglichen Beobachtungsepochen fällt.

Für Jupiter habe ich den Pariser Annalen, Tome XII, die mittleren Elemente für 1874 Dez. 6.0 entnommen und auf 1860.0 reduziert. Den Ausgangspunkt unserer Rechnungen bilden dann die folgenden zwei Elementensysteme:

(24) Themis	Jupiter
Oskulierende Elemente	Mittlere Elemente
Epoche u. Osk. 1874 Dez. 6.0	Epoche 1874 Dez. 6.0
$n = 639'' 0104$	$n' = 299'' 1283$
$c = 342^{\circ} 5' 92''$	$c' = 184^{\circ} 35' 59''$
$\varphi = 7 8.11$	$\varphi' = 2 46.09$
$\pi = 143 51.11$	$\pi' = 12 6.53$
$\Omega = 35 42.30$	$\Omega' = 99 3.91$
$i = 0 48.52$	$i' = 1 18.64$
(1860.0)	(1860.0)

Wir erhalten dann in der von v. Zeipel angewandten Bezeichnungsweise:

¹⁾ Angenäherte Jupiterstörungen für die Hecuba-Gruppe (Mém. de l'acad. imp. des sc. de St. Pétersb. 8. série tome 12). Petersburg 1902.

²⁾ Untersuchung über die Bahn des Planeten Themis nebst einer neuen Bestimmung der Anziehung des Jupiter. Helsingfors 1866 u. 1873.

³⁾ Eine angenäherte Berechnung der absoluten Störungen der Themis durch Jupiter. Inaugural-Dissertation. Kiel 1886.

⁴⁾ Astr. Nachr. 3022.

⁵⁾ Zusammenstellung nach den hinterlassenen Papieren von Krueger, die mir Herr Prof. Kreutz gütigst zur Verfügung gestellt hat.

$$\begin{array}{lll}
\log \eta_0 = 8.79312 & \Sigma_0 = 243^\circ 11.06 & \psi = 217^\circ 19.68 \\
\log \eta' = 8.38286 & \delta_0 = -13 \ 32.63 & \Phi = 280 \ 40.68 \\
\log j^2 = 6.03236 & T = -71 \ 58.83 & I = 1 \ 11.53 \\
\log \epsilon = 8.31790 & \epsilon_0 = -20 \ 22.77 & \Pi_0 = 187 \ 28.12 \\
\Delta_0 = 131^\circ 45.18 & & \Pi' = 55 \ 42.94
\end{array}$$

$$w_0 = 0.0637764$$

$$w_1 - w_0 = [1.3656_n] w_1^{-3} + [4.3663] w_1^{-2} + [5.2029] w_1^{-1} + [6.4756] + [7.7188_n] w_1 + [8.2584] w_1^2.$$

Die letzte Gleichung gibt, nach w_1 aufgelöst:

$$w_1 = 0.0646080$$

und daraus: $n_1 = 639'' 5785$.

Wir erhalten ferner [v. Zeipel, Formel (244)]:

$$\varphi_1 = 7^\circ 26.04$$

$$\epsilon_1 = 0.129384$$

$$\pi_1 = 141^\circ 10.50$$

$$\log \eta_1 = 8.81085$$

$$\Delta_1 = 129^\circ 4.58$$

$$\Sigma_1 = 240 \ 30.45$$

Mit Hilfe der Tafel Z. XXXVIII und der Gleichungssysteme Z. (161) resp. (161') ergibt sich dann:

$$\begin{aligned}
[n \delta z]_1 &= [4.13378] \sin(2 \zeta + 264^\circ 31.9) + [3.3296] \sin(4 \zeta + 12^\circ 50.6) + [2.4668] \sin(6 \zeta + 112^\circ 53.0) \\
&\quad + (\epsilon - c) \cdot ([0.8690] \sin(2 \zeta - 2^\circ 40.6) + [0.1567] \sin(4 \zeta + 94^\circ 25.1)) + (\epsilon - c)^2 \cdot [7.4815] \quad 1)
\end{aligned}$$

$$[n \delta z] = [n \delta z]_1 + [6.815352_n] \epsilon + [8.3061] [n' \delta z']^2$$

wo

$$\zeta = [8.505127] \epsilon + [9.66996] c - c' - [9.9959] [n' \delta z']^2$$

und

$$[n' \delta z'] = 20.0 \sin(0.385 T + 124.3) \quad 3)$$

und ferner

$$\vartheta = \zeta + [9.66996] [n \delta z]_1^2.$$

Die Tafel Z. XXXV gibt uns dann für

$$n \delta z - [n \delta z] = \Sigma k \sin(\chi + K) + (\vartheta - 1/2 c + c') \Sigma k' \cos(\chi + K')$$

wo

$$\chi = i^{1/2} \epsilon + j \vartheta$$

folgende Tabelle (Koeffizienten in Bogensekunden):

χ		$n \delta z - [n \delta z]$	
i	j	$\log k$	K
1	1	2.6926	310° 22.1
2	2	3.5271	259 5.3
3	3	2.0866	25 52.7
4	4	1.6950	166 45.4
5	5	1.0326	285 22.9
4	2	2.0590	78 9.2
-2	0	1.6019	188 14.4
-1	1	2.0461	325 20.6
1	3	2.8818	44 56.4
2	4	2.8604	353 39.8
3	5	1.8568	303 34.0
4	6	1.1803	252 50.0
5	7	0.899	22 20
-2	2	2.0827	293 18.9
-1	3	1.7025	234 22.4
1	5	2.4878	141 47.7
2	6	2.3997	89 4.9
3	7	1.0993	223 59.5
2	8	1.6687	189 47.5

χ		$n \delta z - [n \delta z]$	
i	j	$\log k'$	K'
2	0	3.0201	171° 4.6
4	0	1.4709	351 10.1
2	4	0.903	346 11
4	2	0.676	248 44

Für c_1 erhalten wir [Z. (230) u. (231)] nach drei vorhergehenden Näherungen ($-15^\circ 37.56$, $-11^\circ 27.42$ und $-11^\circ 23.15$) den Wert $c_1 = -11^\circ 23.05$, und das Elementensystem lautet jetzt:

Epoche 1874 Dez. 6 o.

$$n_1 = 639'' 5785$$

$$c_1 = -11^\circ 23.05$$

$$\varphi_1 = 7 \ 26.04$$

$$\pi_1 = 141 \ 10.50 \quad 1860.0$$

$$\Omega = 35 \ 42.30$$

$$i = 0 \ 48.52$$

Bei der Benutzung der Störungswerte zur Verbesserung des Elementensystems durch Vergleich mit Beobachtungen geht man im allgemeinen in der Weise vor, daß man zunächst die Störungen in allen drei Koordinaten berechnet, dann daraus für gewisse Beobachtungsepochen die gestörten geozentrischen α und δ (oder λ und β) berechnet und diese mit den beobachteten Werten vergleicht, wonach die Differentialgleichungen der Elemente die Elementenverbesserungen geben.

In einem solchen Falle wie dem jetzt vorliegenden, wo eine sehr lange und außerordentlich zuverlässige rechnerische Verfolgung des Planeten vorhanden ist, kann man in einer anderen Weise vorgehen, die von gewissen Gesichtspunkten ganz bestimmte Vorteile bietet.

¹⁾ Koeffizienten logarithmisch und in Bogensekunden.

²⁾ Koeffizienten logarithmisch und linear.

³⁾ T = Julianische Jahre seit 1874 Dez. 6.0.

Wir haben oben eine Reihe von oskulierenden Elementensystemen gegeben, die Krueger durch Berechnung von speziellen Störungen und wiederholten Anschluß an Beobachtungen abgeleitet hat. Da diese Elementensysteme immer mit größter Genauigkeit die Beobachtungen der verschiedenen Oppositionen darstellen, können wir ganz einfach die Kruegerschen oskulierenden Elementensysteme als Beobachtungsgrößen auffassen und durch direkten Vergleich dieser

oskulierenden Systeme mit unseren Störungswerten die Elementenverbesserungen herleiten.

Wir könnten dann prinzipiell zwei verschiedene Wege einschlagen.

Entweder, wir berechnen die oskulierenden Elemente aus den mittleren Elementen und den erhaltenen Werten für die allgemeinen Störungen. Wir haben, wenn wir mit a_0, e_0, π_0, c_0 mittlere Elemente und mit a, e, π, c oskulierende Elemente bezeichnen:

$$\begin{aligned} \varepsilon - e_0 \sin \varepsilon &= n_0 t + c_0 + n_0 \delta z & E - e \sin E &= n t + c \\ \operatorname{tg} \frac{v}{2} &= \sqrt{\frac{1+e_0}{1-e_0}} \operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2} & \operatorname{tg} \frac{V}{2} &= \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2} \\ r &= a_0 (1+v) (1-e_0 \cos \varepsilon) & R &= a (1-e \cos E) \\ l &= v + \pi_0 & L &= V + \pi \\ n_0 &= \frac{k}{a_0^{3/2}} & n &= \frac{k}{a^{3/2}} \end{aligned} \quad (\alpha_0) \quad (\alpha)$$

$$\begin{aligned} l &= L, \quad \frac{dl}{dt} = \frac{dv}{dt} = \frac{dL}{dt} = \frac{dV}{dt} \\ r &= R, \quad \frac{dr}{dt} = \frac{dR}{dt} \end{aligned}$$

Wenn die Störungswerte $n_0 \delta z$ und v vorliegen, können wir aus (α_0) die Größen ε, v, r, l berechnen. Ferner erhalten wir:

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dt} (1 - e_0 \cos \varepsilon) &= n_0 + \frac{d(n_0 \delta z)}{dt} \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{a_0}{r} \sqrt{1 - e_0^2} \frac{d\varepsilon}{dt} \\ k \sqrt{p} &= r^2 \frac{dv}{dt} \end{aligned} \quad (\beta)$$

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= (1+v) a_0 e_0 \sin \varepsilon \frac{d\varepsilon}{dt} + a_0 (1 - e_0 \cos \varepsilon) \frac{dv}{dt} \\ e \sin V &= \frac{\sqrt{p}}{k} \frac{dr}{dt} \\ e \cos V &= \frac{p}{r} - 1 \end{aligned} \quad (\gamma)$$

Wenn wir aus den Störungstafeln die Ausdrücke $\frac{d(n_0 \delta z)}{dt}$ und $\frac{dv}{dt}$ bilden, geben uns die Gleichungen (β) und (γ) also die Werte von p und e , und also auch die Werte von a und n . Die Elemente π und c erhalten wir mit Hilfe der folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \pi &= v + \pi_0 - V \\ \operatorname{tg} \frac{E}{2} &= \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{V}{2} \\ c &= E - e \sin E - n t \end{aligned} \quad (\delta)$$

Wir haben dann die oskulierenden Elemente für jede in Frage kommende Epoche berechnet und können jetzt durch direkten Vergleich mit den aus den Beobachtungen und der speziellen Störungsrechnung erhaltenen oskulierenden Elementen die Elementenverbesserungen ableiten.

Diese Methode, die prinzipiell sehr naheliegend ist, würde aber zu ziemlich umständlichen Rechnungen führen hauptsächlich wegen der Berechnung von $\frac{d(n_0 \delta z)}{dt}$ und $\frac{dv}{dt}$, und ich bin deshalb in einer anderen Weise vorgegangen.

Aus den Gleichungen

$$\begin{aligned} \varepsilon - e_0 \sin \varepsilon - n_0 t - c_0 &= n_0 \delta z \\ \operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2} &= \sqrt{\frac{1-e_0}{1+e_0}} \operatorname{tg} \frac{v}{2} \\ v &= (V + \pi) - \pi_0 \end{aligned} \quad (\varepsilon)$$

erhalten wir durch Differentiation

$$\begin{aligned} (1 - e_0 \cos \varepsilon) \Delta \varepsilon - \sin \varepsilon \cdot \Delta e_0 - t \cdot \Delta n_0 - \Delta c_0 &= \Delta(n_0 \delta z) \\ \frac{\Delta \varepsilon}{\sin \varepsilon} &= \frac{\Delta v}{\sin v} - \frac{\Delta e_0}{1 - e_0^2} \\ \Delta v &= -\Delta \pi_0 \end{aligned} \quad (\zeta)$$

und daraus, nach einer leichten Umformung

$$\Delta c_0 + \left(1 + \frac{1 - e_0 \cos \varepsilon}{1 - e_0^2}\right) \sin \varepsilon \cdot \Delta e_0 + (1 - e_0 \cos \varepsilon) \frac{\sin \varepsilon}{\sin v} \cdot \Delta \pi_0 + t \cdot \Delta n_0 = -\Delta(n_0 \delta z) \quad (\eta)$$

Aus den oskulierenden (d. i. beobachteten) Elementen bilden wir nach (α) den Wert V ; dann haben wir

$$v = V + \pi - \pi_0$$

$$\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2} = \sqrt{\frac{1 - e_0}{1 + e_0}} \operatorname{tg} \frac{v}{2} \quad (\theta)$$

$$\text{und} \quad n_0 \delta z = \varepsilon - e_0 \sin \varepsilon - n_0 t - c_0.$$

Wenn die angewandten mittleren Elemente richtig sind, muß der in dieser Weise erhaltene Wert von $n_0 \delta z$ mit dem aus der Störungstafel berechneten übereinstimmen; im entgegengesetzten Falle gibt uns (η) für jede Oskulationsepoche eine Bedingungsgleichung für die Verbesserung der Elemente.

Für (24) Themis erhalten wir in dieser Weise:

				$n_0 \delta z$		
				Aus den Gleichungen (θ) [B]	Aus d. Störungstafeln [R]	B-R
(I)	1853	Mai	4.0	+3° 48'58	+3° 38'34	+10'24
(II)	1856	Sept.	25.0	+1 55.58	+2 19.58	-24.00
(III)	1858	April	14.0	+1 11.43	+1 6.72	+ 4.71
(IV)	1864	Aug.	20.0	-2 15.51	-2 9.37	- 6.14
(V)	1867	Sept.	14.0	-2 14.09	-1 38.28	-35.81
(VI)	1874	Dez.	6.0	-4 14.33	-4 14.50	+ 0.17
(VII)	1878	Juni	8.0	-3 41.06	-3 1.71	-39.35
(VIII)	1888	Nov.	2.0	-3 13.75	-2 19.62	-54.13
(IX)	1897	Dez.	25.0	-2 17.24	-1 59.95	-17.29

Nachdem ich wegen der großen Korrektur $\Delta \pi_1$ die größten Störungsglieder verbessert hatte, bildete ich noch einmal die Abweichungen in $n \delta z$ und die Koeffizienten der Bedingungsgleichungen:

$$\begin{aligned} \Delta c_2 + 0.0645 \Delta e_2 + 9.9228 \Delta \pi_2 + 3.8969_n \Delta n_2 &= 0.7427_n \quad (-5'53) \\ \Delta c_2 + 0.2726_n \Delta e_2 + 0.0486 \Delta \pi_2 + 3.8226_n \Delta n_2 &= 0.9814_n \quad (-9'58) \\ \Delta c_2 + 9.5451_n \Delta e_2 + 9.8996 \Delta \pi_2 + 3.7839_n \Delta n_2 &= 0.9340_n \quad (-8'59) \\ \Delta c_2 + 0.1345 \Delta e_2 + 9.9311 \Delta \pi_2 + 3.5752_n \Delta n_2 &= 1.1031_n \quad (-12'68) \\ \Delta c_2 + 0.2254_n \Delta e_2 + 0.0713 \Delta \pi_2 + 3.4216_n \Delta n_2 &= 0.7332_n \quad (-5'41) \\ \Delta c_2 + 9.7350_n \Delta e_2 + 9.8966 \Delta \pi_2 + &= 0.2355 \quad (+1'72) \\ \Delta c_2 + 0.0333_n \Delta e_2 + 0.0984 \Delta \pi_2 + 3.1072 \Delta n_2 &= 0.8971 \quad (+7'89) \\ \Delta c_2 + 9.5300 \Delta e_2 + 0.1085 \Delta \pi_2 + 3.7059 \Delta n_2 &= 0.6170 \quad (+4'14) \\ \Delta c_2 + 0.1615 \Delta e_2 + 9.9172 \Delta \pi_2 + 3.9253 \Delta n_2 &= 0.9552 \quad (+9'02) \end{aligned}$$

Daraus erhalten wir:

$$\begin{aligned} \Delta c_2 &= -0'10 \\ \Delta e_2 &= -0.00026 \\ \Delta \pi_2 &= -0'38 \\ \Delta n_2 &= +0''0774 \end{aligned}$$

und für die Bedingungsgleichungen (wenn wir statt c_0 etc. c_1 etc. schreiben):

$$\begin{aligned} \Delta c_1 + 0.0511 \Delta e_1 + 9.9229 \Delta \pi_1 + 3.8969_n \Delta n_1 &= 1.0017 \\ \Delta c_1 + 0.2668_n \Delta e_1 + 0.0487 \Delta \pi_1 + 3.8226_n \Delta n_1 &= 1.3802_n \\ \Delta c_1 + 9.5935_n \Delta e_1 + 9.8997 \Delta \pi_1 + 3.7839_n \Delta n_1 &= 0.6730 \\ \Delta c_1 + 0.1242 \Delta e_1 + 9.9312 \Delta \pi_1 + 3.5752_n \Delta n_1 &= 0.7882_n \\ \Delta c_1 + 0.2160_n \Delta e_1 + 0.0714 \Delta \pi_1 + 3.4216_n \Delta n_1 &= 1.5540_n \\ \Delta c_1 + 9.7662_n \Delta e_1 + 9.8967 \Delta \pi_1 &= 9.2305 \\ \Delta c_1 + 0.0117_n \Delta e_1 + 0.0985 \Delta \pi_1 + 3.1072 \Delta n_1 &= 1.5949_n \\ \Delta c_1 + 9.6014 \Delta e_1 + 0.1086 \Delta \pi_1 + 3.7059 \Delta n_1 &= 1.7334_n \\ \Delta c_1 + 0.1526 \Delta e_1 + 9.9173 \Delta \pi_1 + 3.9253 \Delta n_1 &= 1.2378_n \end{aligned}$$

Hieraus ergeben sich die folgenden Elementenverbesserungen:

$$\begin{aligned} \Delta c_1 &= +66'03 \\ \Delta e_1 &= +0.00012 \\ \Delta \pi_1 &= -86'65 \\ \Delta n_1 &= -0''0837 \end{aligned}$$

und das Elementensystem $c_2 = c_1 + \Delta c_1$ etc.:

$$\begin{aligned} c_2 &= -10^\circ 17'02 \\ e_2 &= 0.12950 \\ \pi_2 &= 139^\circ 43'85 \\ n_2 &= 639''4948 \end{aligned}$$

und, definitiv:

$$\begin{aligned} c_3 &= -10^\circ 17'12 \\ e_3 &= 0.12924 \\ \pi_3 &= 139^\circ 43'47 \\ n_3 &= 639''5722 \end{aligned}$$

Mit Hilfe dieser definitiven Elemente habe ich in den Störungsausdrücken alle Glieder neu berechnet, die durch die Elementenkorrekturen beeinflusst werden. Wir erhalten dann:

$$\begin{aligned} [n \delta z]_1 &= [4.139044] \sin(2\zeta + 261^\circ 42'88) + [3.32557] \sin(4\zeta + 8^\circ 7'25) + [2.4611] \sin(6\zeta + 106^\circ 37') \\ &\quad + (\varepsilon - c) \cdot ([0.86666] \sin(2\zeta - 5^\circ 20'5) + [0.1510] \sin(4\zeta + 89^\circ 23'8)) + (\varepsilon - c)^2 \cdot [7.4937] \quad ^1) \\ [n \delta z] &= [n \delta z]_1 + [6.817392_n] \cdot \varepsilon + [8.3090] \cdot [n' \delta z'] \quad ^2) \\ \zeta &= [8.504275] \varepsilon - 189^\circ 24'21 - [9.9958] \cdot [n' \delta z'] \quad ^2) \\ [n' \delta z'] &\doteq 20'05 \sin(0^\circ 385 T + 124^\circ 3) \quad ^3) \\ \vartheta &= \zeta + [9.670021] \cdot [n \delta z]_1 \quad ^2) \end{aligned}$$

und, wenn wir jetzt auch die Störungen des Radiusvektors und der Breite berechnen:

¹⁾ Koeffizienten logarithmisch und in Bogensekunden.

²⁾ Koeffizienten logarithmisch und linear.

³⁾ T = Julianische Jahre seit 1874 Dez. 6.0.

$$\begin{aligned}
 n \delta z - [n \delta z] &= \Sigma k \sin(\chi + K) + (\vartheta - \frac{1}{2}c + c') \Sigma k' \cos(\chi + K') \\
 v &= \Sigma k_1 \cos(\chi + K_1) + (\vartheta - \frac{1}{2}c + c') \Sigma k_1' \sin(\chi + K_1') \\
 u &= \Sigma k_2 \sin(\chi + K_2) + T \Sigma k_2' \cos(\chi + K_2')
 \end{aligned}$$

wo $\chi = i \frac{1}{2} \varepsilon + j \vartheta$.

χ		$n \delta z - [n \delta z]$		v		u	
i	j	$\log k$	K	$\log k_1$	K_1	$\log k_2$	K_2
0	0	—	—	1.7266	0° 0.0	0.4861 _n	—
1	1	2.6925	308° 56.8	2.1461	127 38.3	1.2021	97° 12.8
2	2	3.5282	256 13.3	3.25539	76 18.0	2.2992	306 35.3
3	3	2.0873	21 31.4	1.9785	202 53.6	—	—
4	4	1.6934	161 14.7	1.194	303 32	—	—
5	5	1.0326	278 9.6	0.945	98 10	—	—
3	1	—	—	1.012	127 38	1.8687	310 58.8
4	2	2.0600	75 15.9	—	—	—	—
—2	0	1.6004	188 25.6	0.458	180 0	1.5637	176 39.1
—1	1	2.0438	324 19.5	1.1516	339 23.5	2.1626	304 17.1
0	2	—	—	2.8986	79 15.8	2.1656	71 55.0
1	3	2.8797	41 5.0	2.4345	220 8.6	2.2108	199 32.9
2	4	2.8602	348 19.4	2.5852	168 0.0	2.3870	147 10.8
3	5	1.8548	116 50.0	1.7059	297 15.7	1.1608	274 48.8
4	6	1.1781	244 39.6	1.0498	65 40.5	—	—
5	7	0.897	12 41	1.3006	179 30.8	—	—
—2	2	2.0783	291 23.3	1.4895	332 3.9	2.8667	262 49.5
—1	3	1.6999	230 49.9	1.6012	225 12.2	2.0509	33 49.9
0	4	—	—	2.4153	181 52.5	1.6047	182 50.9
1	5	2.4914	134 45.6	2.0060	314 44.2	2.0003	295 7.9
2	6	2.3966	81 18.6	2.1139	261 38.9	1.9791	243 6.7
3	7	1.0944	215 0.4	0.032	121 20	—	—
0	6	—	—	1.8034	277 9.8	—	—
2	8	1.6612	179 48.0	1.6015	357 45.7	—	—
		$\log k'$	K'	$\log k_1'$	K_1'	$\log k_2'$	K_2'
2	0	3.0196	170 52.3	2.6978	170 22.6	0.2763	185° 53.8
0	0	—	—	1.088	127 38	9.3854	—
4	0	1.4693	350 56.4	—	—	—	—
0	2	—	—	0.964	265 27	—	—
2	4	0.9020	340 40.8	0.604	340 48	—	—
4	2	0.6745	245 29.7	0.514	245 33	—	—

Die Koeffizienten sind alle in Bogensekunden ausgedrückt.

Der Vergleich zwischen Störungstafel und oskulierenden Elementen gibt jetzt für die verschiedenen Oskulations-epochen in der Länge folgende Werte:

	$n \delta z$				$n \delta z$		
	B	R	B—R		B	R	B—R
I	+3° 52.86	+3° 46.76	+6.10	VI	—4° 13.09	—4° 14.72	+1.63
II	+2 26.06	+2 28.22	—2.16	VII	—2 58.79	—3 4.64	+5.85
III	+1 11.57	+1 12.23	—0.66	VIII	—2 27.43	—2 25.91	—1.52
IV	—2 8.93	—2 2.75	—6.18	IX	—2 8.23	—2 8.11	—0.12
V	—1 36.56	—1 33.60	—2.96				

Für den Radiusvektor stellt sich die Rechnung folgenderweise. Durch vorherige Rechnungen kennen wir ε ; wir können dann schreiben (a_0):

$$(1 + v) = \frac{R}{a_0 (1 - e_0 \cos \varepsilon)}$$

und der hieraus erhaltene Wert (B) von ν soll mit dem aus der Störungstafel berechneten (R) übereinstimmen. Die Rechnung ergibt:

	ν		
	B	R	B-R
I	+55.18	+55.82	-0.64
II	- 6.40	- 5.84	-0.56
III	+55.90	+55.50	+0.40
IV	+44.38	+42.60	+1.78
V	+11.52	+14.19	-2.67
VI	+31.11	+32.95	-1.84
VII	+11.83	+10.23	+1.60
VIII	+ 2.30	+ 1.70	+0.60
IX	-37.40	-36.65	-0.75

Ebenso wie es mit der Länge der Fall war, könnten wir natürlich die Abweichungen in ν dazu benutzen, um die Elemente zu verbessern. Wie die obige kleine Tafel zeigt, liegen aber die Abweichungen in ν weit innerhalb der Grenzen der Unsicherheit in Länge, so daß die Berücksichtigung der kleinen Fehler in ν keine tatsächliche Verbesserung ergeben würde. Hierin liegt gerade der Hauptvorzug der von mir angewandten Rechnungsmethode: obschon die Bahnelemente nur mit Rücksicht auf die Abweichungen in Länge bestimmt sind, geben sie auch für den Radiusvektor vollständig befriedigende Resultate, was zur Folge hat, daß man im vorliegenden Problem die Berechnung der Störungswerte im Radiusvektor aufschieben kann, bis die mittleren Elemente ihre definitiven Werte erhalten haben, und daß also die ν -Reihen nicht verbessert zu werden brauchen.

Für die dritte Koordinate erhalten wir folgende Abweichungen:

	u (B-R)		u (B-R)
(I)	-0.067	(VI)	-0.117
(II)	+0.017	(VII)	+0.054
(III)	-0.045	(VIII)	+0.171
(IV)	-0.081	(IX)	-0.060
(V)	-0.103		

Mit Hilfe dieser Abweichungen ergeben sich für Ω_0 und i_0 folgende geringfügige Korrekturen:

$$\Delta\Omega_0 = +2.32 \quad \Delta i_0 = -0.11$$

wodurch die Abweichungen in u folgende Werte erhalten:

	u (B-R)		u (B-R)
I	-0.034	VI	-0.015
II	+0.012	VII	-0.017
III	+0.055	VIII	+0.051
IV	-0.062	IX	-0.047
V	-0.130		

Die definitiven mittleren Elemente stelle ich dann hier zusammen:

Definitive Elemente.

Epoche 1874 Dez. 6.0.

$$\left. \begin{aligned} n &= 639.5722 \\ \varphi &= 7^\circ 25' 55 \\ \pi &= 139 43.47 \\ \epsilon &= -10 17.12 \\ \Omega &= 35 44.62 \\ i &= 0 48.41 \end{aligned} \right\} 1860.0$$

Bemerkung: Wenn wir der mittleren Bewegung (n) den der Zeit proportionalen Teil der Störung (aus $n\delta z$) ergibt sich der Wert -0.4200 hinzufügen, bekommen wir für n den Wert 639.1522 .

Bis 1904 Sept. 20.0 hat *J. Möller* nach der Hansen-Tietjenschen Methode die spezielle Störungsrechnung für Jupiter und Saturn fortgeführt. Von diesem Datum an habe ich die Rechnung übernommen, und mit Hilfe der von mir gerechneten Störungswerte habe ich für die Opposition 1905 folgendes oskulierende Elementensystem abgeleitet:

Epoche und Oskulation 1905 Juni 27.0 M. Z. Berlin.

$$\left. \begin{aligned} M &= 170^\circ 16' 40.27 \\ n &= 641.700626 \\ \varphi &= 7^\circ 49' 43.46 \\ \pi &= 141^\circ 19' 14.97 \\ \Omega &= 35 37 12.29 \\ i &= 0 48 2.15 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} &140^\circ 45' 44.52 \\ &1900.0 \quad 35 18 57.26 \\ &0 47 47.97 \end{aligned} \right\} 1860.0$$

Die Vergleichung mit drei Beobachtungen von Abetti (A. N. 4096) stellt sich folgenderweise:

1905	B-R	
	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
Aug. 10	+0.07	-2.2
22	-0.31	+0.8
22	-0.31	+1.0

Der Vergleich mit unseren Störungsausdrücken und Tafeln gibt:

	1905 Juni 27.0.		
	B	R	B-R
$n\delta z$	-39.10	-36.68	-2.42
ν	+12.24	+13.09	-0.85
u	+0.085	+0.132	-0.047

Um zu untersuchen, inwiefern die Vernachlässigung der Saturn- und Marsstörungen Einfluß haben könnte auf die Bestimmung der definitiven mittleren Elemente, habe ich den von Mönichmeyer (A. N. 3022) berechneten Störungstafeln für Mars und Saturn die größten Längenglieder entnommen:

Mars.

$$n\delta z = +7.92 \sin(3\epsilon - \epsilon_{\mathcal{P}}) - 4.43 \cos(3\epsilon - \epsilon_{\mathcal{P}}) - 0.00064 n t \sin \epsilon - 0.00832 n t \cos \epsilon$$

Saturn.

$$\begin{aligned} n\delta z = & -0.76 \sin \epsilon_h - 1.85 \cos \epsilon_h - 7.00 \sin(\epsilon - \epsilon_h) - 8.69 \cos(\epsilon - \epsilon_h) - 2.60 \sin(\epsilon - 2\epsilon_h) + 12.95 \cos(\epsilon - 2\epsilon_h) \\ & - 0.76 \sin(2\epsilon - 2\epsilon_h) + 6.51 \cos(2\epsilon - 2\epsilon_h) + 0.83 \sin(\epsilon - 3\epsilon_h) + 2.56 \cos(\epsilon - 3\epsilon_h) \\ & + 1.38 \sin(2\epsilon - 3\epsilon_h) + 1.17 \cos(2\epsilon - 3\epsilon_h) - 0.06540 n t \sin \epsilon - 0.44685 n t \cos \epsilon. \end{aligned}$$

Die Berechnung dieser Glieder gibt für die angewandten Oskulationsepochen folgende Werte:

	$n \delta z$
I	-0.31
II	+0.05
III	+0.12
IV	-0.13
V	+0.16
VI	-0.06
VII	+0.51
VIII	+0.32
IX	-0.31
X	+0.45

Kiel, Bureau der Astr. Nachrichten, 1906 Juli.

Das der Zeit proportionale Störungsglied der Länge habe ich mit Rücksicht auf eine Bemerkung von Simonin (B. A. 1905 S. 227-230) weggelassen. Herr Simonin untersucht im zitierten Aufsatz den Einfluß der großen Planeten in unserem Sonnensystem auf die mittlere Bewegung eines Asteroiden und kommt zu dem Resultat, daß es eine gewisse Sonnendistanz gibt, wo die Summe des Einflusses der großen Planeten außer Jupiter auf die mittlere Bewegung gleich null ist, und wo man also für das der Zeit proportionale Glied in der Länge Jupiter als den einzigen störenden Körper betrachten kann. Diese Sonnendistanz entspricht der mittleren Bewegung 610" und trifft also gerade für die Hekubagruppe zu.

Die obige kleine Tafel für die Mars- und Saturnstörungen zeigt uns dann, daß diese Störungen für die Bestimmung der definitiven mittleren Elemente belanglos sind.

Elis Strömgren.

Observations of Asteroids.

A new asteroid 1906 VE has been photographed here as follows:

1906	Gr. M. T.	RA. 1906.0	Decl. 1906.0
Sept. 15	12 ^h 52 ^m	23 ^h 14 ^m 51 ^s	+4° 34'
» 17	14 37	23 13 38.9	+4 29.3

Daily motion -35^s in RA., -2.2 in Decl. Magnitude 13.

The following asteroids were found near their predicted places: 1906 Sept. 10 (366) Vincentina, Sept. 15 (377) Campania, Sept. 16 (507) Laodica, Sept. 17 (66) Maja.

Positions of these will be obtained if there is any demand for them.

Taunton Mass., 1906 Sept. 18.

Joel H. Metcalf.

Photographische Aufnahmen des Holmesschen Kometen und kleiner Planeten.

Objekt	M.Z.Kgst.	α	δ	Gr.	Bb.
1906 Aug. 29.					
(507) Laodica	13 ^h 38 ^m 1	23 ^h 56 ^m 6	+12° 47'	12.2	K
1906 Sept. 17.					
(22) Kalliope	13 45	1 1.9	-14 11	9.5	L
(498) Tokio	"	1 6.3	-12 10	10.1	"
(2) Pallas	"	1 8.9	-7 37	8.2	"
1906 Sept. 18.					
(507) Laodica	9 53.9	23 42.3	+12 16	12.2	L
1906 Sept. 24.					
(524) [1904 NN]	11 12.3	22 35.0	-3 35	12.0	K
1906 UT	"	22 35.6	+0 19	12.5	"
1906 VF	12 8.0	0 49.1	+2 49	13.0	W
1906 VG	"	0 54.0	+3 27	13.3	"
1906 VH	"	0 56.2	+2 24	13.0	"
(240) Vanadis	"	1 9.4	+3 24	11.5	"

VF, VG und VH sind neu. Tägliche Bewegung UT -0^m6 -12'.

Objekt	M.Z.Kgst.	α	δ	Gr.	Bb.
1906 Sept. 25.					
Komet Holmes	12 ^h 46 ^m 0	4 ^h 32 ^m 2	+47° 35'	15	W
1906 UU	"	4 29.6	+44 29	13.5	"
Der Komet ist heller geworden, aber wohl noch 15. Größe. Man müßte ihn jetzt in den großen Instrumenten sehen können. UU tägliche Bewegung -0 ^m 3 +10'.					
1906 Sept. 26.					
1906 VJ	12 23.7	0 23.3	+6 55	12.3	K
(108) Hecuba	"	0 29.3	+4 50	12.1	"
1906 VF	13 8.0	0 48.4	+2 29	13	W
1906 VG	"	0 52.8	+3 21	13	"
1906 VH	"	0 54.8	+2 14	13	"
1906 VK	"	0 48.4	+0 41	14	"
(240) Vanadis	"	1 8.1	+3 16	11.5	"

VJ und VK sind neu. Tägliche Bewegungen: VJ -0^m9 -6', VF -40^s -5'8, VG -44^s -4'2, VH -40^s -5'8, VK -54^s +0'4.

K = A. Kopff, L = K. Lohnert, W = M. Wolf.

M. Wolf.

Astrophys. Institut Königsstuhl-Heidelberg, 1906 Sept. 28.