

## 2. Zur Theorie der Strahlung; von W. Wien.

---

Durch die Röntgenstrahlen hat die Einsteinsche Beziehung, daß die Energie eines von der Strahlung ausgelösten Elektrons gleich  $h\nu$ , dem Planckschen Energieelement ist, eine Bestätigung erfahren, die um so mehr ins Gewicht fällt, als die hohe Geschwindigkeit der von den Röntgenstrahlen erzeugten Sekundärelektronen durch die elektrischen Oberflächenpotentiale nicht merklich beeinflußt werden kann. Ausserdem gilt für die Röntgenstrahlen das Stokessche Gesetz, so daß für eine Schwingungszahl  $\nu$  die ganze Energie zwischen  $\nu = \nu$  und  $\nu = \infty$  in Betracht kommt. Es ist somit ein Zusammenhang zwischen der Aussendung und Absorption von Strahlung und den gleichen Vorgängen für die Elektronen auch in quantitativer Hinsicht vorhanden, den für die Theorie der Strahlung nutzbar zu machen nahe liegt.

Bereits bei der Ableitung meines Strahlungsgesetzes war ich von dem Maxwellschen Gesetz der Verteilung der Geschwindigkeiten ausgegangen und hatte eine bestimmte Geschwindigkeit mit einer bestimmten Schwingungszahl in Beziehung gesetzt. Dann ist von Nernst<sup>1)</sup> darauf hingewiesen, daß man die von Planck gegebene Erweiterung jenes Strahlungsgesetzes erhält, wenn man noch die ganzen Vielfachen von  $h\nu$  entsprechend der Quantentheorie in die Maxwellsche Formel einsetzt.

Wir wollen zunächst annehmen, daß die Gleichung

$$(1) \quad \frac{m}{2} v^2 = h \nu$$

allein die Beziehung zwischen der lebendigen Kraft eines Elektrons und der Schwingungszahl  $\nu$  bestimmt.

---

1) W. Nernst, Bericht des I. Solvay Kongresses. p. 257. 1911.

Im übrigen wollen wir einen Gleichgewichtszustand betrachten, bei dem die Zahl der Elektronen wie auch die Dichte der Strahlungsenergie unverändert bleibt.

Nach den neueren Vorstellungen über *das Wesen* des Atoms denken wir uns um den Mittelpunkt eine Kugel vom Radius  $r$  gelegt, innerhalb welcher die kinetische Energie der Elektronen als Schwingungsenergie des Atoms zur Verfügung steht. Wenn das Atom nicht vorhanden wäre, so würde in diese Kugel immer eine bestimmte Zahl von Elektronen hineinfliegen und wieder aus ihr herauskommen. Da die außerhalb der Kugel befindlichen Elektronen von dem Atom nicht beeinflußt werden, so fliegen in das Atom genau so viele hinein, wie in die leere Kugel, und im Gleichgewichtszustand ebenso viele heraus. Die im Atom befindliche Schwingungsenergie setzen wir der gleich, die wir erhalten, wenn wir die Zahl der Elektronen in leeren Kugeln vom Volum  $V$  aufsuchen, deren Geschwindigkeit zwischen  $v$  und  $v + dv$  liegt:

$$N V = V \text{Const. } v^2 e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} dv.$$

Nun ist nach den experimentellen Erfahrungen der Radius der Kugel, in welcher eindringende Elektronen zurückgehalten werden, um so kleiner, je größer die Geschwindigkeit der Elektronen ist.<sup>1)</sup> Wir machen die Annahme, daß

$$V = \frac{\text{Const.}}{v}$$

ist.

Dann haben wir

$$V N = \text{Const. } e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} v dv.$$

Ferner ist bekanntlich  $(m/2)\alpha^2 = kT$ , wenn  $k$  die Plancksche Konstante,  $T$  die absolute Temperatur,  $m$  die Masse eines Teilchens bedeuten. Ferner ist nach (1)

$$\frac{m}{2} v^2 = h\nu, \quad m v dv = h d\nu,$$

daher

$$(2) \quad V N = \text{Const. } e^{-\frac{h\nu}{kT}} d\nu$$

1) Vgl. M. Planck, Berl. Ber. 2. April 1913. p. 353. Nach der Annahme Plancks ist die Abhängigkeit von der Geschwindigkeit eine größere.

und die Gesamtzahl der wirksamen Elektronen

$$\begin{aligned} \nu N &= \text{Const.} \int_{\nu}^{\infty} e^{-\frac{h\nu}{kT}} d\nu \\ &= \text{Const.} e^{-\frac{h\nu}{kT}}. \end{aligned}$$

Wenn nun von jedem Elektron die Schwingungsenergie  $h\nu$  herrührt, so ist die in dem Atom vorhandene Schwingungsenergie

$$(3) \quad U = h\nu \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}} \cdot \text{Const.},$$

was dem oben besprochenen Strahlungsgesetz entspricht, sobald wir  $\text{const.} = 1$  setzen, wenn  $U$  die innere Energie des Atoms für die Schwingung  $\nu$  bezeichnet. Da nun dieser Ausdruck die gesamte in Betracht kommende innere kinetische Elektronenenergie bezeichnet, so sieht man, daß die Plancksche Erweiterung des Strahlungsgesetzes durch diese Energie nicht bedingt sein kann. Da nach der Planckschen Formel  $U$  immer größer ist, als nach Formel (3), so muß noch innere Energie des Atoms aus anderer Quelle angenommen werden, wenn man an den vorgetragenen Anschauungen festhalten will.

Um zu der Planckschen Formel zu gelangen, kann man die Annahme machen, daß die Atomenergie etwa durch weitere Elektronenenergie vermehrt werde, aber nur nach ganzen Vielfachen von  $h\nu$ , und daß die Formel (2) die Zahl der Elektronen der Verbindung  $2h\nu$  zwischen den Grenzen  $\nu$  und  $\nu + d\nu$  richtig angibt, so daß diese

$$2 e^{-\frac{2h\nu}{kT}} d\nu$$

wird, weil  $m\nu d\nu = 2h d\nu$  ist.

Wenn wir so zu weiteren ganzen Vielfachen von  $h\nu$  übergehen, so wird

$$(4) \quad \nu \mathfrak{N} = \text{Const.} \left( e^{-\frac{h\nu}{kT}} + 2 e^{-\frac{2h\nu}{kT}} + 3 e^{-\frac{3h\nu}{kT}} + \dots \right) d\nu$$

$$(5) \quad \nu N = \int_{\nu}^{\infty} \nu \mathfrak{N} = \frac{e^{-\frac{h\nu}{kT}}}{1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$$

Wenn von diesen Elektronen jedes nur  $h\nu$  zur Schwingungsenergie beiträgt, so ist

$$U = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$$

Bei großen Werten von  $h\nu/kT$  kommt nur das erste Glied der Reihe 4) in Betracht. Dann ist der Energieaustausch im wesentlichen durch die kinetische Energie der zuerst betrachteten Elektronen bedingt, während für kleine  $h\nu/kT$  die höheren Glieder der Reihe überwiegen, welche die Atomenergie der anderen Elektronen enthalten.

Wenn  $\nu=0$  wird und daher  $U=kT$  ist, so kommt die zuerst betrachtete Energie überhaupt nicht mehr in Betracht. Dann gilt das Gesetz von Rayleigh-Jeans.

Würzburg, März 1915.

(Eingegangen 8. März 1915.)