

# Bemerkung über eine Formel des Herrn Pépin.

Von **Leopold Gegenbauer** in Innsbruck.

Im 14. Bande der zweiten Serie der „Nouvelles Annales“ hat Herr Pépin die Relation

$$n = \varphi(n) + \sum_{\varrho=1}^{\varrho=r} \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\varrho}=1}^{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\varrho}=r} p_{\lambda_1}^{\alpha_{\lambda_1}-1} p_{\lambda_2}^{\alpha_{\lambda_2}-1} \dots p_{\lambda_{\varrho}}^{\alpha_{\lambda_{\varrho}}-1} \varphi\left(\frac{n}{p_{\lambda_1}^{\alpha_{\lambda_1}} p_{\lambda_2}^{\alpha_{\lambda_2}} \dots p_{\lambda_r}^{\alpha_{\lambda_r}}}\right)$$

$$(\lambda_x \geq \lambda_{\mu}, x \geq \mu),$$

in welcher

$$n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r} \quad (p_i = \text{Primzahl}, p_x \geq p_{\mu}, x \geq \mu)$$

ist, zum Beweise vorgelegt; einen einfachen Beweis derselben hat in demselben Bande Herr Moret-Blanc mitgetheilt. Diese Formel, welche übrigens ein einfaches Corollar der bekannten Gleichung

$$\sum_d \varphi(d) = m$$

vorstellt, ist ein specieller Fall des folgenden Theorems:

Bezeichnet  $\varphi_s(m, n)$  die Anzahl derjenigen Systeme von  $s$  beliebigen (gleichen oder verschiedenen) unter den  $\mathfrak{A}(m)$  primären ganzen complexen Zahlen eines Euklin'schen Zahlengebietes mit einer die reelle Zahl  $m$  nicht übersteigenden Norm, deren größter gemeinsamer Theiler zur ganzen complexen Zahl  $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r}$  theilerfremd ist, so besteht die Gleichung

$$\mathfrak{A}^s(m) = \varphi_s(m, n) + \sum_{\varrho=1}^{\varrho=r} \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\varrho}=1}^{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\varrho}=r} \varphi_s\left(\frac{m}{N(p_{\lambda_1} p_{\lambda_2} \dots p_{\lambda_{\varrho}})}, \frac{n}{p_{\lambda_1}^{\alpha_{\lambda_1}} p_{\lambda_2}^{\alpha_{\lambda_2}} \dots p_{\lambda_{\varrho}}^{\alpha_{\lambda_{\varrho}}}}\right).$$

Dasselbe folgt unmittelbar aus den zwei leicht zu beweisenden Formeln

$$\varphi_s^{(m, n)} = \varphi_s\left(m, \frac{n}{p_{\lambda}}\right) - \varphi_s\left(\frac{m}{N(p_{\lambda})}, \frac{n}{p_{\lambda}^{\alpha_{\lambda}}}\right)$$

$$\sum_d \varphi_s\left(\frac{m}{N(d)}, \frac{n}{d}\right) = \mathfrak{A}^s(m),$$

wo die Summation bezüglich  $d$  über alle Theiler von  $n$  zu erstrecken ist.

Für das Gebiet der reellen Zahlen ist selbstverständlich die Norm einer Zahl durch diese selbst zu ersetzen.