

VII. Zur graphischen Krystallberechnung.

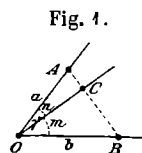
Von

V. Goldschmidt in Heidelberg.

(Mit 6 Textfiguren.)

Eine der wichtigsten Aufgaben der Krystallberechnung ist die: Gegeben zwei Flächen von bekannter Lage und die Winkel von ihnen zu einer dritten. Gesucht die Position dieser dritten. Es wurden hierfür bereits zwei graphische Lösungen gegeben (Proj.*) 48). Hier möge eine einfachere folgen. Zuvor einige einfache Constructionen, die wir für unsere Aufgabe brauchen, die aber auch sonst in der graphischen Krystallberechnung verwendbar sind. Sie beziehen sich auf gnomonische Projection.

109.*) Aufgabe:** Einen Winkel γ so in zwei Theile m und n zu theilen, dass $\cos m : \cos n$ ein vorgeschriebenes Verhältniss $a : b$ hat.

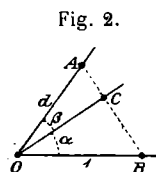


Construction: Man macht (Fig. 1) $OA = a$, $OB = b$, so theilt $OC \perp AB$ den Winkel, wie verlangt.

Beweis: $OC = a \cos n = b \cos m$; $\cos m : \cos n = a : b$.

Ausführung: Man legt an AB eine Kathete des Dreiecks, verschiebt parallel und zieht an der anderen hin durch O .

110. Aufgabe: Gegeben $\sphericalangle \alpha$ und β . Gesucht $d = \cos \alpha : \cos \beta$.



Construction: Man macht (Fig. 2) $OB = 1$, $BA \perp OC$, so ist $OA = d$.

Beweis: $OC = \cos \alpha = d \cos \beta$; $d = \cos \alpha : \cos \beta$.

Ausführung: Man legt an OC eine Kathete des Dreiecks, verschiebt parallel und zieht an der anderen hin durch B .

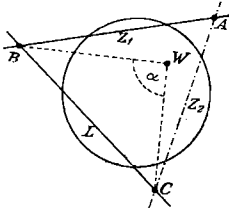
*) (Proj. 48) bedeute Aufgabe resp. Satz Nr. 48 in der Schrift des Verf. »Ueber Projection u. graph. Kryst.-Ber.« Berlin 1887.

**) Die Nummern folgen den Nummern in genannter Schrift.

111. Aufgabe: An eine Zonenlinie Z_1 (Fig. 3) im Punkte A eine andere Z_2 unter dem Zonenwinkel*) α zu legen.

Construction: Man zieht die Polare L zu A (Proj. 9). Sie schneide Z_1 in B , setzt den Winkelpunkt W von L (Proj. 32), macht $BWC = \alpha$, so ist $Z_2 = AC$ die gesuchte Zonenlinie.

Fig. 3.



Beweis: In dem sphärischen $\triangle ABC$ ist, da L die Polare von A , $AB = 90^\circ$, $AC = 90^\circ$, daher $\sphericalangle BAC = \sphericalangle BC$. Es ist aber, da W der Winkelpunkt von L , $\sphericalangle BC = \alpha$.

112. Aufgabe: An eine Zonenlinie Z_1 (Fig. 4) im Punkte A eine andere Z_2 unter dem Zonenwinkel $= 90^\circ$ zu legen.

Construction: Man setzt P , den Pol von Z_1 (Proj. 10), so ist $Z_2 = PA$ die gesuchte Zonenlinie.

Beweis: Jede Zonenlinie durch P steht senkrecht auf Z_1 , denn jede Ebene durch Pol und Kugelmittelpunkt steht senkrecht auf dem Aequator.

Fig. 4.

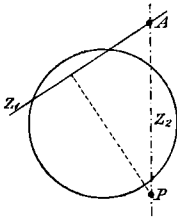


Fig. 5.

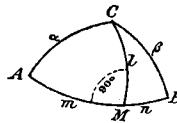
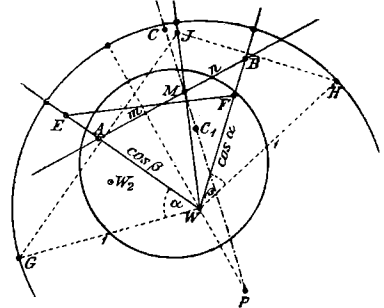


Fig. 6.



113. Aufgabe: Gegeben: Zwei Flächenpunkte A und B (Fig. 5 u. 6); $\sphericalangle AC = \alpha$, $\sphericalangle BC = \beta$. Gesucht: Projectionspunkt und Symbol von C .

Orientirung: Es ist, wenn (Fig. 5)

$$l \perp AB \quad \left| \quad \begin{array}{l} \cos l = \cos \alpha : \cos m \\ \cos l = \cos \beta : \cos n \end{array} \right| \quad \left| \quad \begin{array}{l} \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{\cos m}{\cos n} \end{array} \right.$$

Darnach zerlegt sich die Aufgabe in drei Theile:

1. $\sphericalangle AB$ in zwei Theile m und n so zu zerlegen, dass $\cos m : \cos n = \cos \alpha : \cos \beta$ (109).

2. Durch M eine Zonenlinie l unter 90° gegen AB zu ziehen (112).

*) Zonenwinkel sei der Winkel zwischen zwei Zonenebenen.

3. $\angle MC = l$ zu ermitteln und aufzutragen (110).

Construction: 1. Zu der Zonenlinie AB (Fig. 6) nehmen wir den Winkelpunkt W und den Pol P , tragen $WE = \cos \beta$ auf WA , $WF = \cos \alpha$ auf WB , ziehen $WM \perp EF$, so ist nach 109:

$$\cos AM : \cos MB = \cos m : \cos n = \cos \alpha : \cos \beta.$$

2. Wir ziehen PM , so ist nach 112 Zone $PM \perp AB$. Auf PM liegt der Punkt C .

3. Um l zu finden, trägt man nach aussen $\angle \alpha$ an WA , $\angle \beta$ an WB , macht $WG = WH = 1$, $GJ \perp WA$, $HJ \perp WB$, so ist nach 110 $JW = \cos l$. J und dadurch $\cos l$ ist doppelt bestimmt. Fallen die beiden J -Punkte ein wenig auseinander, so ist das Mittel zu nehmen.

Das Auftragen von l geschieht aus W_2 , dem Winkelpunkte von PM , entweder mit dem abgemessenen Cosinus oder der dazu aufgeschlagenen Sehne (Proj. S. 46 u. 49. Index 1, 426 u. 429).

Beweis: folgt aus 109, 110, 112.

Anmerkung. Es ist etwas kürzer und genauer, statt 3. die kleine Zwischenrechnung auszuführen:

$$\cos l = \cos \alpha : \cos m \quad \text{und} \quad \cos l = \cos \beta : \cos n,$$

wobei $\angle m$ und $\angle n$ aus der Zeichnung abzumessen sind. Differiren die zwei gefundenen Werthe l ein wenig, so ist das Mittel zu nehmen und l aus W_2 mittelst der Sehne aufzutragen.

Die Aufgabe hat zwei Lösungen, so lange nicht angegeben ist, auf welcher Seite von AB C liegt resp. l aufzutragen ist. Die Coordinaten von C geben das Symbol.