

Das Spannungsdiagramm des Drehstrom-Kollektor-Nebenschlußmotors und seine Konstanten.

Von

F. Hillebrand.

Einleitung. Bei den überaus zahlreichen Schaltungsarten der Drehstrom-Kollektor-Nebenschlußmotoren (DKNM.) lassen sich im allgemeinen 2 Hauptgruppen unterscheiden: das seiner Größe nach bei jeder Tourenstufe annähernd konstante, synchron umlaufende Drehfeld kann von einer gesonderten Erregerwicklung erzeugt werden, die dann naturgemäß nur den Erregerstrom zu führen hat, oder die transformatorische Wechselwirkung zwischen Stator und Rotor kann dazu benutzt werden, das erforderliche Nebenschlußfeld auszubilden. Diese bisher gebräuchlichste Schaltungsweise wurde in ihren Grundzügen schon von Görges ¹⁾ im Jahre 1891 angegeben; sie wurde besonders durch die Arbeiten von Winter und Dr. Eichberg ²⁾ ausgebildet und in die Technik eingeführt. Die Regelung der Umlaufzahl erfolgt bei den Motoren dieser Gruppe in der Weise, daß die Ständer- oder Ankerwicklung oder auch beide Wicklungen an regelbare Spannungen gelegt werden, oder daß bei konstant gehaltener äußerer Spannung die effektive Windungszahl einer der Wicklungen geändert wird. Auf jeden Fall spielen sich alle Schaltvorgänge in den Arbeitsstrom führenden Kreisen der Maschine, und zwar fast immer im Ankerkreise, ab, so daß alle Schalt- und Regulierapparate für den Arbeitsstrom bemessen sein müssen. Bei kleineren Leistungen spielt das keine Rolle; sobald man aber zu einigermaßen großen Einheiten übergeht, wachsen die Ankerströme bei der notwendig begrenzten Rotorspannung so an, daß die erforderlichen Schaltapparate praktisch ganz unmögliche Dimensionen annehmen. Sollte der DKNM. also für große regelbare Antriebe überhaupt noch als ernster Konkurrent gelten, so mußte unbedingt der ganze Reguliermechanismus aus den Arbeitsstromkreisen heraus verlegt werden.

Der Weg dazu wurde von Dr. Eichberg ³⁾ angegeben und besteht, wie schon oben angegeben, in der Anordnung einer gesonderten Erregerwicklung im Ständer der Maschine. Die Motoren dieser Gruppe gewinnen in neuerer Zeit mehr und mehr an Bedeutung und scheinen besonders als Hintermotoren in Kaskade mit großen Induktionsmotoren eine wichtige Rolle spielen zu sollen.

Ihre Arbeitseigenschaften wollen wir im folgenden eingehend behandeln, uns dabei aber entsprechend ihrer Wichtigkeit im wesentlichen auf die Untersuchung des Drehstrom- bzw. 6-Phasen-Motors beschränken und nur flüchtig einige besondere Eigenarten des recht selten benutzten 2- (4-) Phasensystems streifen.

In schematischer Darstellung zeigt Fig. 1 die prinzipielle Anordnung eines solchen DKNM. Im Stator sind zwei gleichartige, voneinander unabhängige Wicklungen gleicher

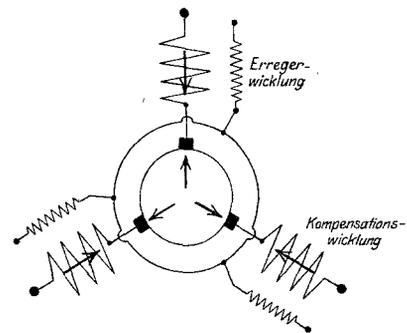


Fig. 1. DKNM. mit getrennter Erreger- und Kompensationswicklung.

¹⁾ ETZ 1901, S. 699.

²⁾ ETZ 1910, S. 749.

³⁾ Vgl. DRP. 153730 (1901).

Wicklungsachse untergebracht; sie unterscheiden sich in nichts von der gewöhnlichen Mehrphasenwicklung eines Induktionsmotors. In Serie mit der Kompensationswicklung liegt der mit einer Gleichstromwicklung und Kollektorarmatur versehene Anker am Netz. Ob zur besseren Ausnutzung des Ankerkupfers die sogenannte 6-Bürsten-Schaltung oder ob die einfache 3-Bürsten-Schaltung gewählt ist, bleibt ohne Einfluß auf das Verhalten des Motors; Voraussetzung ist nur, daß Anker- und Kompensationswicklung koaxial zueinander liegen und sich in ihrer magnetischen Wirkung gegenseitig aufzuheben, „zu kompensieren“ suchen. Die Spannung der Erregerwicklung soll sowohl der Größe als auch der Phase nach regulierbar sein, etwa mit Hilfe eines Transformators und Potentialreglers. Auf diese Weise ergibt sich eine große Mannigfaltigkeit von Kombinationen, unter denen wir an Hand der Ergebnisse der folgenden Kapitel erst die richtige Wahl zu treffen haben werden.

1. Allgemeine Ableitung der Hauptkonstanten mehrphasiger Kollektormaschinen.

Bevor wir dazu übergehen, das Spannungsdiagramm des Motors zu entwickeln, das wir zur Orientierung über die Arbeitsweise und zu Ableitungen der Grundgleichungen der Maschine benötigen, wollen wir die immer wiederkehrenden Hauptkonstanten des Motors berechnen. Es handelt sich vor allem um die Selbst- und Wechselreaktanzen der Stator- und Rotorwicklungen und um die später noch zu definierenden Rotationskoeffizienten des Ankers.

Sobald man die Voraussetzung macht, daß das resultierende Stator- und Ankerfeld genau genug als reines Drehfeld, d. h. als räumlich sinusförmig verteiltes Feld von konstanter Umlaufgeschwindigkeit angesehen werden kann, lassen sich diese Konstanten in der üblichen, beispielsweise von Ossanna für den Induktionsmotor angegebenen Weise berechnen. Bekanntlich wird beim Mehrphasen-Induktionsmotor diese Voraussetzung immer gemacht, einmal weil sie bei den mehrphasigen Wechselstromwicklungen üblicher Ausführung — 3 oder mehr Nuten pro Pol und Phase — genau genug zutrifft, dann aber auch, weil die höheren Harmonischen der Felder im Stator und Rotor elektromotorische Kräfte (EMKe.) unendlich vieler verschiedener Periodenzahlen induzieren, die nicht in einem einzigen Vektordiagramm vereinigt werden können, und deren Berücksichtigung daher äußerst kompliziert, ja praktisch kaum möglich wäre. Anders liegen die Verhältnisse bei Mehrphasen-Kollektormotoren, bei denen die auf dem Kollektor schleifenden Bürsten die Wicklungsachsen des Ankers räumlich fixieren; hier ist eine genaue Berücksichtigung der Feldform ohne weiteres und genau so gut wie bei einem Einphasenkollektormotor möglich. Es kommen noch einige Umstände hinzu, die es uns wünschenswert erscheinen lassen, von der Annahme eines reinen Drehfeldes vorläufig abzusehen:

Bei der von uns betrachteten Schaltung ist der Synchronismuspunkt in keiner Weise ausgezeichnet, die Drehfeldgeschwindigkeit der Grundwelle spielt gar keine besondere Rolle, und somit hat es auch wenig Wert, das Drehfeld und seine synchrone Geschwindigkeit als Grundlage für die Rechnung zu nehmen.

Zweitens bedingen gerade die Abweichungen der Feldform von einer Sinuswelle beim Zweiphasen-Kollektor-Motor manche auffallende Erscheinungen, auf die bereits Dr. Alexander ¹⁾ aufmerksam machte, ohne eine allseitig befriedigende Erklärung zu geben. Vor allem aber wollen wir uns durch diese Darstellungsweise in offenen Gegensatz zu jener oft vertretenen Ansicht stellen, die den Kollektor eines Mehrphasenmotors stets als Frequenzwandler betrachtet, infolgedessen den elektrischen Größen des Rotors wie beim Induktionsmotor die Schlüpfungsfrequenz zuschreibt und erst nachträglich durch besondere Betrachtungen die Vereinigung der elektrischen Größen von Stator und Rotor in einem einzigen Vektordiagramm rechtfertigen zu müssen glaubt.

Verzichtet man auf die Zusammensetzung der Felder der 3 Phasen zu einem resultierenden Felde, so muß man natürlich bei der Aufstellung des Spannungsdiagrammes für

¹⁾ Drehstrommotor für regelbare Drehzahl. Doktordissertation, Berlin 1908.

jede einzelne Phase die Wirkung des Eigenfeldes und die Wechselwirkung der Felder der anderen Phasen getrennt untersuchen; oder anders ausgedrückt: Während bei der Annahme des Drehfeldes von vornherein die 3 Teilfelder zu einem resultierenden Drehfeld zusammengesetzt werden, setzen wir jetzt nachträglich die von den 3 Teilfeldern in einer Phase induzierten EMKE. zusammen.

Führen wir diese Rechnung zunächst für den einfachen Fall durch, daß eine gewöhnliche 3phasige Wechselstromwicklung, etwa die Erregerwicklung, von 3 um 120° versetzten Strömen durchflossen werde. Die Ausführungsform der Wicklung und die gewählten Bezeichnungen illustriert Fig. 2.

Danach bedeuten:

J_1, J_2, J_3 die Effektivwerte der äußeren Phasenströme,

also bei a parallelen Wicklungskreisen

$\frac{J_1}{a}, \frac{J_2}{a}, \frac{J_3}{a}$ die entsprechenden Effektivwerte der Stabströme,

v die Periodenzahl des Netzes,

$2p$ Anzahl der Pole, R der Ankerradius und dementsprechend

$t_p = \frac{\pi \cdot R}{p}$ die Polteilung,

ξ die Anzahl der Nuten pro Polteilung und Phase,

w die Anzahl der Windungen pro Nut,

L die aktive Anker-eisenbreite,

δ'' ein reduzierter Luft-raum, der den resultierenden Widerstand des magnetischen Kreises ersetzt.

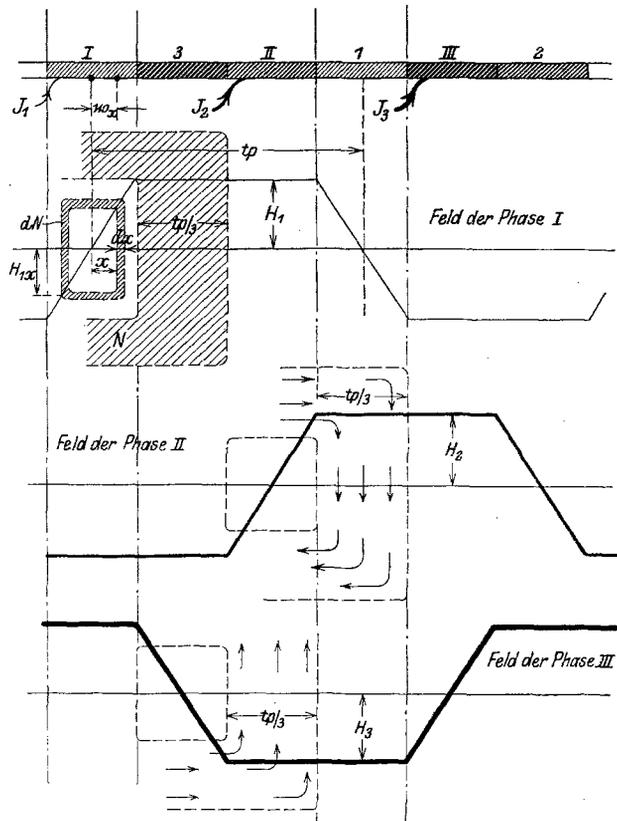


Fig. 2.

Die Voraussetzung $\delta'' = \text{const}$ ist gleichbedeutend mit einer Vernachlässigung der Eisensättigung. Außerdem möge von den Eisenverlusten abgesehen, also Feld und Magnetisierungsstrom in Phase angenommen werden.

Unter diesen Voraussetzungen läßt sich der räumliche und zeitliche Maximalwert des von dem Strome der Phase I erzeugten Wechselfeldes wie folgt darstellen:

$$H_1 = \frac{4 \pi}{10} \cdot \frac{I}{\delta''} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot J_1}{a} \cdot \frac{\xi \cdot w}{2}$$

Die in Fig. 2 gezeichnete Feldverteilung im Luftraum entspricht der Annahme einer unendlich fein verteilten Wicklung, die bei den üblichen Zähnezahlen und halb geschlossenen Nuten die Verhältnisse am genauesten wiedergibt.

Eine Krafttröhre des ansteigenden Astes der Feldkurve mit der Kraftlinienzahl:

$$dN = H_{1x} \cdot L \cdot dx = H_1 \cdot \frac{x}{\frac{t_p}{6}} \cdot L \cdot dx$$

ist pro Pol mit $w_x = \frac{3}{2} \cdot w \cdot \frac{6x}{t_p}$ Leitern verkettet, und da am ganzen Ankerumfang $\frac{2P}{a}$ solcher Gruppen in Serie geschaltet sind, induziert die Pulsation der Kraftlinien dN der betrachteten Phase insgesamt eine transformatorische EMK. vom Effektivwert:

$$dE = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot v \cdot dN \cdot w_x \cdot \frac{2P}{a} \cdot 10^{-8} \text{ (Volt)}.$$

Durch Summation der Induktionswirkungen aller Kraftlinien im Bereiche der aufsteigenden Feldkurve erhalten wir den 1. Teilbetrag der EMK. der Selbstinduktion

$$\int_{x=0}^{x=\frac{t_p}{6}} dE = \frac{16\pi^3}{10} \cdot v \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot 10^{-8} \left(\frac{\frac{3}{2} w}{2a}\right)^2 \cdot \frac{1}{9} \cdot J_1.$$

Der 2. Teilbetrag rührt her von dem Kraftflusse

$$N = H_1 \cdot L \cdot \frac{t_p}{3}.$$

der die gesamte Leiterzahl ($\frac{3}{2} \cdot w$) umschließt. Er berechnet sich daher zu:

$$\frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot v \cdot N \cdot \frac{3}{2} \cdot w \cdot \frac{2P}{a} \cdot 10^{-8} \text{ Volt} = \frac{16\pi^3}{10} \cdot 10^{-8} \cdot v \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot \left(\frac{\frac{3}{2} w}{2a}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot J_1.$$

Somit beträgt die gesamte EMK. der Selbstinduktion der Phase I, herrührend von dem Kraftflusse der 1. Phase ¹⁾:

$$E_{11} = \frac{16\pi^3}{10} \cdot v \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{\frac{3}{2} w}{2a}\right)^2 \cdot \frac{7}{9} \cdot J_1 = k_{11} \cdot J_1.$$

wobei wir k_{11} als Selbstreaktanz der Phase I bezeichnen.

Als Vektor betrachtet eilt E_{11} dem Stromvektor J_1 um 90° nach, was wir durch die symbolische Schreibweise:

$$\dot{E}_{11} = +j k_{11} \cdot \dot{J}_1$$

zum Ausdruck bringen wollen (vgl. Fig. 3).

Die Leiter der 1. Phase werden aber auch von dem Kraftflusse der beiden anderen Phasen induziert. Fassen wir zunächst nur das Feld der 2. Phase ins Auge, so erkennen wir, daß sich die Induktionswirkungen des durch Schraffur gekennzeichneten Kraftflusses (Fig. 2) wegheben und nur der Rest mit

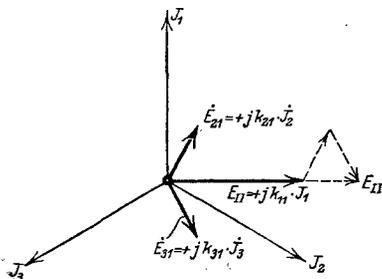


Fig. 3.

$$N = H_2 \cdot L \cdot t_p/3$$

in Betracht kommt. Da dieser Anteil im Mittel mit $\frac{\frac{3}{2} w}{2}$ Leiter pro Pol verkettet ist, ergibt sich für die EMK. der Wechselinduktion der Phase II auf I der Ausdruck:

$$\begin{aligned} E_{21} &= \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot v \cdot N \cdot \frac{\frac{3}{2} w}{2} \cdot \frac{2P}{a} \cdot 10^{-8} \\ &= \frac{16\pi^3}{10} \cdot v \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\frac{3}{2} w}{2a} \cdot \frac{1}{3} \cdot J_2. \end{aligned}$$

¹⁾ Die Streukraftlinien sind hier nicht inbegriffen.

Der Phase nach eilt E_{21} dem Strome J_2 nicht nach, sondern vor, da der Winkel zwischen den Wicklungsachsen der beiden Phasen — in elektrischen Graden gemessen — 120° beträgt, also größer wie 90° ist. Wir geben daher der Wechselreaktanz k_{21} negatives Vorzeichen und schreiben:

$$k_{21} = - \frac{16 \pi^3}{10} \cdot v \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{\frac{3}{2} w}{a} \right)^2 \cdot \frac{1}{3}$$

und dementsprechend:

$$\dot{E}_{21} = + j k_{21} \cdot \dot{J}_2.$$

Aus Symmetriegründen ist diese Wechsel-Induktions-EMK. dem Beitrag der 3. Phase der Größe nach gleich, also

$$\dot{E}_{31} = + j k_{31} \cdot \dot{J}_3, \text{ wobei } k_{31} = k_{21} \text{ ist.}$$

Die Summe der 3 EMKe.:

$$\dot{E}_{11} + \dot{E}_{21} + \dot{E}_{31} = \dot{E}_{11}$$

wollen wir als die EMK. der totalen Selbstinduktion der Phase I bezeichnen; sie läßt sich unter Beachtung der aus Fig. 3 ersichtlichen vektoriellen Beziehungen leicht auf die Form bringen:

$$\dot{E}_{11} = + j k_{11} \cdot \dot{J}_1 + j k_{21} \cdot \dot{J}_2 + j k_{31} \cdot \dot{J}_3 = + j K_{11} \cdot \dot{J}_1.$$

Das heißt: Die von den Feldern der 3 Phasen in der Wicklung der Phase I induzierte totale EMK. läßt sich mit Hilfe des reduzierten Induktionskoeffizienten

$$K_{11} = k_{11} - \frac{1}{2} k_{21} - \frac{1}{2} k_{31} = \frac{16 \pi^3}{10} \cdot v \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{\frac{3}{2} w}{a} \right)^2 \cdot \frac{10}{9}$$

auf den Phasenstrom der Phase I zurückführen; die totalen Selbstreaktanzen der anderen Phasen K_{II} und K_{III} sind natürlich numerisch gleich K_{11} .

Da bei dem von uns betrachteten Motor die Kompensationswicklung bis auf die effektive Windungszahl ganz gleichartig der Erregerwicklung ist, so unterscheiden sich die Werte der Selbstreaktanzen beider Wicklungen nur durch die numerische Größe des Faktors $\left(\frac{\frac{3}{2} w}{a} \right)$. Dasselbe gilt von der Rotorwicklung, sobald wir den Anker in der meist üblichen 6-Bürsten-Schaltung voraussetzen; denn wie Fig. 4 zeigt, entspricht dann die Verteilung der Wicklungsabschnitte der Ankerphasen vollkommen der einer gewöhnlichen 3phasigen Wechselstromwicklung mit der Windungszahl $\left(\frac{s \cdot w}{\delta a p} \right)$ pro Pol und Phase und dem effektiven Stabsstrom J/a .

Zu beachten ist dabei, daß die Ankerphase I deren Strom bei den diametral liegenden Bürsten A und A A ein- bzw. austritt, bei dieser Betrachtungsweise durch die zwischen den Bürsten B—C C und C—B B liegenden Wicklungszonen gebildet wird, und daß also auch umgekehrt die Summe der in diesen Wicklungsabschnitten induzierten EMKe. an den Bürsten A—A A gemessen werden kann. Zur Ableitung der Ankerreaktanzen zwischen diametralen Bürsten muß demnach an die Stelle des Faktors $\frac{\frac{3}{2} w}{a}$ der gewöhnlichen Wechselstromwicklungen der Faktor $\frac{s \cdot w}{12 a p}$ treten.

Es bezeichnet dabei:

- s Anzahl der Wicklungselemente, also bei den gebräuchlichen Ankerwicklungen s = doppelte Anzahl der Kollektorlamellen,
- w Anzahl der Windungen pro Wicklungselement,
- 2 a Anzahl der parallelen Stromzweige,
- 2 p Anzahl der Pole.

Die Werte der Wechselreaktanzen zwischen Erreger-, Kompensations- oder Ankerwicklung lassen sich nach obigem ohne weiteres anschreiben, wenn wir noch bedenken, daß alle Wicklungen coaxial liegen, daß also, von den Streulinien abgesehen, der Kraftfluß der einen Wicklung mit allen 3 Wicklungen in der gleichen Weise verkettet ist. Wir brauchen nur das Quadrat der Windungszahl der einen Wicklung durch das Produkt der Windungszahlen zweier Wicklungen zu ersetzen, um statt der Selbstreaktanz die entsprechende Wechselreaktanz zu erhalten.

Nachdem wir somit die Werte der Selbst- und Wechselreaktanzen abgeleitet haben, die uns die Größe der den ruhenden Wicklungen induzierten Selbst- und Wechsel-EMKe. anzuschreiben gestatten, bleibt uns noch zu untersuchen, welche EMK. im Anker induziert wird infolge seiner Rotation in den räumlich stillstehenden Phasenfeldern der Stator- oder

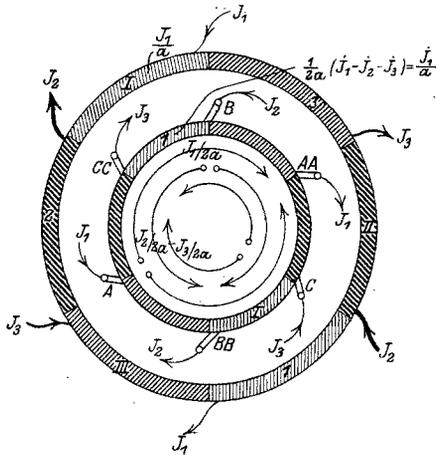


Fig. 4.

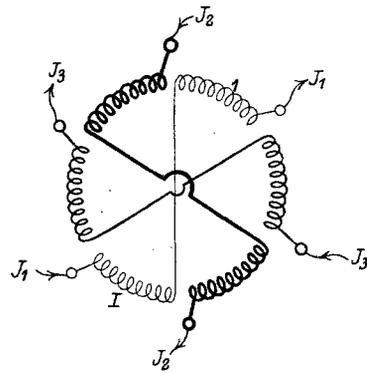


Fig. 5.

Ankerwicklung. Wir wollen uns zu dem Zwecke den Anker wieder nach Fig. 5 (vgl. auch Fig. 4) mit einer gewöhnlichen Wechselstromwicklung (aufgeschnittene Gleichstromwicklung) versehen denken, deren Wicklungsachsen durch die auf dem Kollektor schleifenden Bürsten räumlich fixiert sind, und berechnen, welche EMK. E_a beispielsweise in der Ankerphase I—I, also zwischen den Bürsten A—A A der Fig. 4, durch Rotation mit der Tourenzahl n in dem Eigenfelde des Ankers erzeugt wird. Die Ankerwicklung sei von den Phasenströmen $J_1 \dots J_2 \dots J_3$ durchflossen und bilde wie vorher trapezförmige Felder ¹⁾ mit den räumlich und zeitlich maximalen Ordinaten:

$$H_1 = \frac{4 \pi}{10} \cdot \frac{I}{\delta''} \cdot \frac{s \cdot w}{12 p} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot J_1}{a}$$

$$H_2 = \frac{4 \pi}{10} \cdot \frac{I}{\delta''} \cdot \frac{s \cdot w}{12 p} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot J_2}{a}$$

$$H_3 = \frac{4 \pi}{10} \cdot \frac{I}{\delta''} \cdot \frac{s \cdot w}{12 p} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot J_3}{a}$$

Das Feld der 1. Phase (H_1) kann in der betrachteten Ankerphase keine EMK. der Drehung erzeugen, weil Feld- und Wicklungsachse coaxial liegen, also

$$E_{d_{11}} = 0.$$

Von dem Felde der 2. Phase (H_2) kommt der über den Bürsten liegende in Fig. 6 schraffiert bezeichnete Teil in Betracht mit der Kraftlinienzahl:

$$N_2' = H_2 \cdot L \cdot t_p/3,$$

¹⁾ Fig. 6 zeigt die Verteilung der vom Anker ausgebildeten, Anker und Stator verkettenden Felder.

so daß sich die durch Rotation im Felde der 2. Phase in der Wicklung der 1. Phase induzierte EMK. $E_{d_{21}}$ in bekannter Weise formulieren läßt. Es wird

$$\begin{aligned} \dot{E}_{d_{21}} &= 2 \cdot \frac{\dot{N}'_2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{s \cdot w}{a} \left(p \frac{n}{60} \right) \cdot 10^{-8} \cdot \\ &= - \frac{16 \pi^3}{10} \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot v_m \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{s \cdot w}{12 a p} \right)^2 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \dot{J}_2. \end{aligned}$$

Dabei bezeichnet v_m die Periodenzahl, die der jeweiligen Tourenzahl des Motors entspricht, so daß das Verhältnis $\frac{v_m}{v}$ ¹⁾ den Grad des unter- oder übersynchronen Laufes angibt; das negative Vorzeichen in der obigen Formel folgt bei dem in Fig. 6 vorausgesetzten und in Fig. 7 angegebenen Drehsinn der Vektoren aus der Annahme, daß der Motor in der Richtung des fortschreitendes Drehfeldes rotiert.

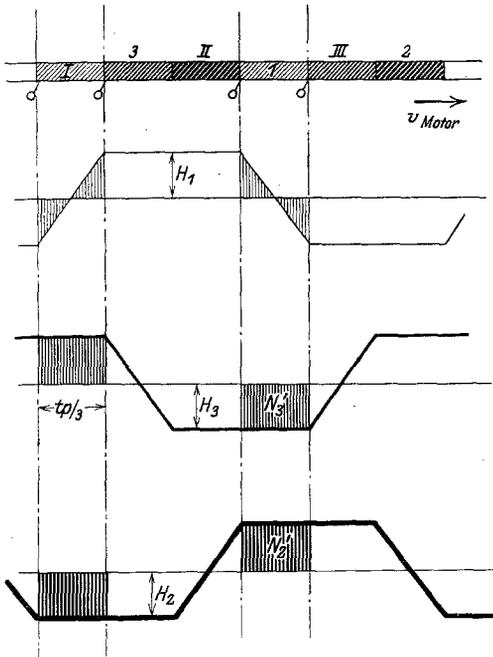


Fig. 6.

Aus Symmetriegründen ist der Beitrag des Feldes der 3. Phase gleich dem Beitrag des Feldes der 2. Phase; das positive Vorzeichen ergibt sich aus Fig. 6. Wir erhalten also:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{d_{31}} &= 2 \cdot \frac{\dot{N}'_3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{s \cdot w}{a} \left(p \frac{n}{60} \right) \cdot 10^{-8} \cdot \\ &= + \frac{16 \pi^3}{10} \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot v_m \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{s \cdot w}{12 a p} \right)^2 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \dot{J}_3. \end{aligned}$$

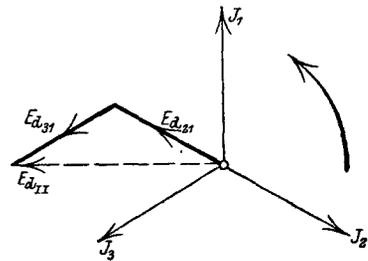


Fig. 7.

Die gesamte in der Ankerphase I durch Rotation in den Phasenfeldern des Ankers induzierte EMK. beträgt demnach:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{d_{1I}} &= \dot{E}_{d_{21}} + \dot{E}_{d_{31}} \\ \dot{E}_{d_{1I}} &= \frac{16 \pi^3}{10} \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot v_m \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{s \cdot w}{12 a p} \right)^2 \cdot \frac{2}{\pi} [-\dot{J}_2 + \dot{J}_3] \end{aligned}$$

oder bei Beachtung der vektoriellen Beziehungen in Fig. 7

$$\begin{aligned} \dot{E}_{d_{1I}} &= \frac{16 \pi^3}{10} \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot v_m \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{s \cdot w}{12 a p} \right)^2 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{3} \cdot -j \dot{J}_1 \\ &= c_{1I} \cdot \frac{v_m}{v} \cdot -j \dot{J}_1. \end{aligned}$$

¹⁾ Bezeichnet s den Schlupf des Motors gegenüber der synchronen Tourenzahl, so ist $(1-s) = \frac{v_m}{v}$.

Dabei wollen wir

$$c_{II} = \frac{16 \pi^3}{10} \cdot \frac{R L}{\delta''} \cdot v \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{s \cdot w}{12 a p} \right)^2 \cdot \frac{2 \sqrt{3}}{\pi}$$

als den Koeffizienten der Rotations-EMK. — kurz „Selbstrotationskoeffizient“ — des Ankers bezeichnen. Die in der Ankerphase I durch Drehung in dem Erregerfelde erzeugte EMK. läßt sich natürlich in genau derselben Form anschreiben, da nach der von uns angenommenen Wicklungsverteilung Erregerfeld und Ankerfeld ganz gleichartige Feldformen ergeben. Wir brauchen in der obigen Definitionsgleichung für c_{II} lediglich das Quadrat der Windungszahl $\left(\frac{s \cdot w}{12 a p} \right)^2$ durch das Produkt $\frac{\delta^{10}}{2 a} \cdot \frac{s \cdot w}{12 a p}$ zu ersetzen, um statt des Selbstrotationskoeffizienten des Ankers den entsprechenden Wechselrotationskoeffizienten zwischen der Erregerwicklung und Ankerwicklung zu erhalten.

Vergleichen wir die totale Selbstreaktanz des Ankers K_{II} mit seinem Selbstrotationskoeffizienten, so finden wir:

$$\frac{K_{II}}{c_{II}} = \frac{\frac{16 \pi^3}{10} \cdot \frac{R L}{\delta''} \cdot v \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{s \cdot w}{12 a p} \right)^2 \cdot \frac{10}{9}}{\frac{16 \pi^3}{10} \cdot \frac{R L}{\delta''} \cdot v \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{s \cdot w}{12 a p} \right)^2 \cdot \frac{2 \sqrt{3}}{\pi}} = \frac{1,111}{1,1024} = 1,008$$

d. h. die EMK. der Drehung ist bei Synchronismus ca. 0,8 % kleiner als die EMK. der Selbstinduktion, der Anker würde also, wenn der Motor als Induktionsmotor geschaltet wäre, im Leerlauf ca. 0,8 % übersynchron laufen. Dabei ist die Streuung und der Ohmsche Widerstand des Ankers vernachlässigt und vorausgesetzt, daß die Ankerbürsten untereinander kurzgeschlossen sind. Bei 2- oder 4-Phasen-Kollektormotoren fällt der Unterschied zwischen Selbstreaktanz und Selbstrotationskoeffizient erheblich größer aus, und als experimenteller Beweis dafür kann der von Dr. Alexander mehrfach beobachtete übersynchrone Lauf solcher Motoren bei kurzgeschlossenem Rotor und bestimmter Bürstenstellung angesehen werden. Ein genaues Eingehen auf diese Verhältnisse beim 2-Phasen-Motor behalten wir uns vor, hier würden wir uns zu weit von dem eigentlichen Gegenstande unserer Untersuchung entfernen.

Bei der beim Drehstrommotor üblichen Annahme eines reinen Drehfeldes würde selbstverständlich $K_{II} = c_{II}$, und zwar würde

$$\begin{aligned} K_{II} = c_{II} &= \frac{16 \pi^3}{10} \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot v \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{s \cdot w}{12 a p} \right)^2 \cdot (0,955)^2 \cdot \frac{12}{\pi^2} \cdot 1) \\ &= \frac{16 \pi^3}{10} \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot v \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{s \cdot w}{12 a p} \right)^2 \cdot 1,109 \end{aligned}$$

eine Größe, die etwa in der Mitte der von uns abgeleiteten numerischen Werte liegt und der Wirklichkeit wohl am besten Rechnung trägt, weil eben infolge der Eisensättigung das resultierende Feld sich tatsächlich noch mehr der Sinusform nähert, als die genaue Übereinanderlagerung der Trapezfelder ergibt.

2. Das Spannungsdiagramm. Fig. 8 zeigt nochmals die prinzipielle Schaltungsanordnung unseres Motors: Kompensations- und Ankerwicklung, die wir in der Folge als Wicklung 1 und 2 bezeichnen wollen, liegen in Serie an der konstanten Netzspannung Δ_1 (Spannung pro Phase), während der Erregerwicklung (3) eine sowohl der Größe als auch der Phase gegenüber Δ_1 nach regelbare Spannung Δ_3 aufgedrückt sein soll, die wir allgemein in der Form schreiben können:

$$\dot{\Delta}_3 = \frac{1}{\alpha} \cdot \dot{\Delta}_1 (\cos \delta + j \sin \delta). \quad (\text{Vgl. Fig. 9.})$$

1) Vgl. Ossanna: Starkstromtechnik, S. 565. Herausgegeben von Rziha und Seidner.

Über die Größe des numerischen Übersetzungsverhältnisses (α) und über die zeitliche Phasenverschiebung (δ^0) zwischen den Vektoren der Erreger- und Netzspannung wollen wir vorläufig keine weiteren Voraussetzungen machen, da es eine unserer Hauptaufgaben sein wird, den Einfluß von α und δ^0 auf das Verhalten des Motors, insbesondere auf die Leerlauf Tourenzahl und den Leistungsfaktor quantitativ festzulegen. Der Erregerstrom pro Phase sei J_3 , der Arbeitsstrom J_1 .

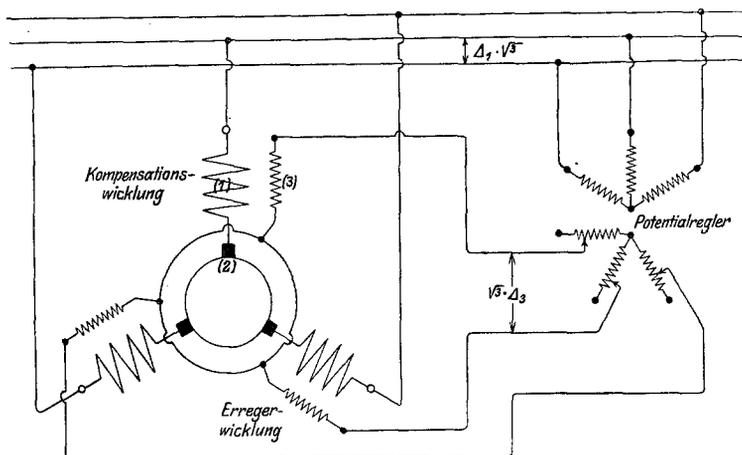


Fig. 8. Schaltung des DKNM. mit regelbarer Erregung.

Wie wir schon früher angedeutet haben, ist die Hintereinanderschaltung der Kompensations- und Ankerwicklung derart, daß sich die Amperewindungen beider Wicklungen gegenseitig aufzuheben suchen; da die Wicklungen koaxial liegen und nach unserer Voraussetzung vollkommen gleichartige Wicklungsverteilung besitzen, wäre diese Kompensation eine vollkommene; sobald ihre Windungszahlen pro Pol und Phase gleich wären. Diese zunächst recht naheliegende Annahme wollen wir jedoch nicht machen; praktisch ist nämlich eine geringe Unter- oder Überkompensation des Ankers nie ganz zu vermeiden, und es ist deshalb wichtig, den etwaigen Einfluß dieser unvollkommenen Ankerkompensation nachzuweisen. Wir wollen also allgemein für Sechsbürstenschaltung $\frac{S_2 \cdot W_2}{6 a p} \leq \frac{\delta_1 w_1}{a_1}$ setzen ¹⁾.

Kompensations- und Ankerwicklung können, da sie ihre gegenseitige Lage nicht ändern und vom gleichen Strom J_1 durchflossen werden, auch als eine einzige Wicklung mit dem Widerstande $r_I = r_1 + r_2$ und der Selbstreaktanz

$$K_{II} = \frac{r_6 \pi^3}{10} \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot v \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{\delta_1 w_1}{2 a_1} - \frac{S_2 W_2}{I_2 a_2 p} \right)^2 \cdot \frac{10}{9}$$

$$= k_{11} + k_{22} - k_{12} - k_{21}$$

aufgefaßt werden, und da dieses Zusammenziehen in eine Wicklung im Interesse der einfachen Schreibweise recht vorteilhaft ist, wollen wir die resultierende Wicklung mit einem besonderen Index (I) bezeichnen.

Nach den allgemeinen Ableitungen des vorigen Abschnittes können wir nunmehr ohne weiteres die Motorkonstanten für unsere spezielle

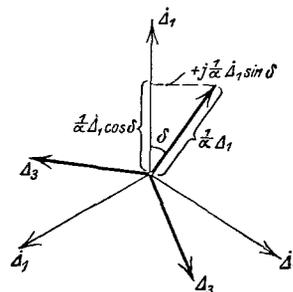


Fig. 9.

¹⁾ Bei der in Fig. 15 der einfacheren Zeichnung wegen gewählten 3-Bürsten-Schaltung wäre die Anker-Kompensation vollkommen bei:

$$\frac{2}{\sqrt{2}} \frac{S_2 W_2}{6 a p} = \frac{\delta_1 w_1}{a_1}$$

Schaltungsanordnung anschreiben und das Spannungsdiagramm des Motors — pro Phase — entwickeln.

Wir beginnen mit der Aufzählung der Konstanten der Wicklung I und der in ihr induzierten EMKe.

1. Selbstreaktanz der Wicklung I, herrührend von den nicht streuenden Feldern der Wicklung I

$$K_{II} = \frac{16 \pi^3}{10} \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot v \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{\delta_1 w_1}{2 a_1} - \frac{s_2 w_2}{12 a_2 p} \right)^2 \cdot \frac{10}{9}$$

und dementsprechend die Selbstinduktionsspannung:

$$E_{II} = + j K_{II} \cdot \dot{J}_I$$

2. Streureaktanz der Wicklung I

$$K_{I\sigma} = k_{1\sigma} + k_{2\sigma};$$

dabei ist $k_{1\sigma} = k_{11} \cdot \sigma_1$ die Streureaktanz der Kompensationswicklung, $k_{2\sigma} = k_{22} \cdot \sigma_2$ die Streureaktanz der Ankerwicklung; σ_1 und σ_2 sind die bekannten Streukoeffizienten, die angeben, welcher Bruchteil der von einer Wicklung ausgebildeten Kraftlinien nur mit dieser einen Wicklung und nicht mit der 2. verkettet ist. Die Streuspannung $E_{I\sigma}$ der Wicklung I läßt sich somit schreiben:

$$\dot{E}_{I\sigma} = + j K_{I\sigma} \cdot \dot{J}_I$$

3. Wechselreaktanz zwischen Wicklung 3 und I

$$k_{3I} = \frac{16 \pi^3}{10} \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot v \cdot 10^{-8} \cdot \left[\frac{\delta_3 w_3}{2 a_3} \cdot \left(\frac{\delta_1 w_1}{2 a_1} - \frac{s_2 w_2}{12 a_2 p} \right) \right] \cdot \frac{10}{9} = k_{31} - k_{32};$$

die entsprechende Wechselinduktionsspannung beträgt:

$$\dot{E}_{3I} = + j k_{3I} \cdot \dot{J}_3$$

4. Die Wechselstreureaktanz zwischen Erreger- und Kompensationswicklung:

$$k_{31\sigma} = k_{31} \cdot \sigma_{31}$$

rührt davon her, daß ein Teil der von der Erregerwicklung ausgebildeten Streulinien mit der in denselben Nuten liegenden Kompensationswicklung verkettet ist; sie bedingt die Wechselstreuspannung:

$$\dot{E}_{31\sigma} = + j k_{31\sigma} \cdot \dot{J}_3$$

5. Der Ohmsche Widerstand der Wicklung I

$$r_I = r_1 + r_2$$

und der entsprechende Spannungsabfall

$$\dot{E}_{IR} = - r_I \cdot \dot{J}_I$$

Die bisher aufgezählten, in der Wicklung I induzierten EMKe. waren von der Umdrehungsgeschwindigkeit des Ankers völlig unabhängig, sie treten ebensowohl bei Stillstand als bei Lauf auf und können deshalb zweckmäßig als die EMKe. des stillstehenden Motors bezeichnet werden. Rotiert dagegen der Anker mit der Tourenzahl n im Felde der Wicklung I und 3, so werden wir noch die entsprechenden Rotationsspannungen zu berücksichtigen haben, die sich, wie im vorigen Abschnitt gezeigt wurde, mit Hilfe der Rotationskoeffizienten ähnlich wie die Reaktanzspannungen und Ohmschen Spannungsabfälle auf die Ströme zurückführen lassen. Im einzelnen erhalten wir:

6. den Selbstrotationskoeffizienten der Wicklung I

$$C_{II} = c_{22} - c_{12} = \frac{16 \pi^3}{10} \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot v \cdot 10^{-8} \cdot \left[\left(\frac{s_2 w_2}{12 a_2 p} \right)^2 - \frac{\delta_1 w_1}{2 a_1} \frac{s_2 w_2}{12 a_2 p} \right] \cdot \frac{2 \sqrt{3}}{\pi}$$

und die entsprechende, vom resultierenden Felde der Wicklung I herrührende EMK. der Drehung:

$$\dot{E}_{d_{II}} = -j C_{II} \cdot \frac{v_m}{v} \cdot \dot{J}_1;$$

7. den Streurotationskoeffizienten der Wicklung 2: $c_{2\sigma''} = c_{22} \cdot \sigma_2''$. Die Streulinien des Ankers können wir in 2 Gruppen trennen; die eine Gruppe, charakterisiert durch den Streukoeffizienten σ_2'' , bildet ein Feld aus, das dem Hauptfelde des Ankers ähnlich ist, das in etwa gleicher Weise im Luftraum verteilt und angenähert in gleicher Weise mit sämtlichen Leitern einer Phase verkettet ist. Dieser Teil wird mithin in seiner räumlichen Lage durch die Bürsten ebenso fixiert sein wie das Ankerhauptfeld und der Anker, wird es deshalb bei seiner Rotation mit voller Geschwindigkeit schneiden. Der 2. Teil des Streufeldes (σ_2') schließt sich nur um einzelne Leiter oder Nuten, rotiert also mit dem Anker herum, so daß dieser 2. Teil keine EMK. der Drehung hervorrufen kann ¹⁾. Wir können also die Streurotations-EMK. schreiben:

$$\dot{E}_{d_{2\sigma''}} = -j c_{2\sigma''} \cdot \dot{J}_1.$$

Wir wollen noch bemerken, daß der weiter oben benutzte Streukoeffizient $\sigma_2 = \sigma_2' + \sigma_2''$ zu setzen ist;

8. den Wechselrotationskoeffizienten zwischen Erregerwicklung und Anker:

$$C_{32} = \frac{16 \pi^3}{10} \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot v \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{\dot{\delta}_3 w_3}{2 a_3} \cdot \frac{s_2 w_2}{12 a_2 p} \right) \cdot \frac{2 \sqrt{3}}{\pi}$$

und die entsprechende, durch Rotation im Erregerfelde induzierte EMK.

$$\dot{E}_{d_{32}} = +j \dot{J}_3 C_{32} \cdot \frac{v_m}{v}.$$

Hiermit haben wir alle in der Wicklung I auftretenden EMKe. berücksichtigt und können nun dazu übergehen, die Selbst- und Wechselreaktanzen der Erregerwicklung und die entsprechenden EMKe. der Selbst- und Wechselinduktion zu formulieren.

1. Die Selbstreaktanz der Erregerwicklung, herrührend von dem nicht streuenden Feld der Wicklung 3

$$K_{33} = \frac{16 \pi^3}{10} \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot v \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{\dot{\delta}_3 w_3}{2 a_3} \right)^2 \cdot \frac{10}{9}$$

und die Selbstinduktionsspannung

$$\dot{E}_{33} = +j K_{33} \cdot \dot{J}_3.$$

2. Die Streureaktanz

$$K_{3\sigma} = K_{33} \cdot \sigma_3$$

und die entsprechende Streuspannung

$$\dot{E}_{3\sigma} = +j K_{3\sigma} \cdot \dot{J}_3.$$

3. Die Wechselreaktanz zwischen Wicklung I und der Erregerwicklung (3)

$$k_{13} = \frac{16 \pi^3}{10} \cdot \frac{R \cdot L}{\delta''} \cdot v \cdot 10^{-8} \cdot \left[\left(\frac{\dot{\delta}_1 w_1}{2 a_1} - \frac{s_2 w_2}{12 a_2 p} \right) \cdot \frac{\dot{\delta}_3 w_3}{2 a_3} \right] \cdot \frac{10}{9} = k_{13} - k_{23}$$

und die Wechselinduktionsspannung

$$\dot{E}_{13} = +j k_{13} \cdot \dot{J}_1.$$

¹⁾ Streng genommen ist eine so scharfe Scheidung der Streulinien in 2 Gruppen nicht zulässig. Die Wirkung der verschiedenartigen Streukraftlinien läßt sich aber am einfachsten auf die angegebene Weise formulieren.

4. Die Wechselstreureaktanz zwischen Kompensationswicklung und Erregerwicklung

$$k_{13\sigma} = k_{13} \cdot \sigma_{13},$$

die vollkommen der vorher besprochenen Wechselstreureaktanz $k_{31\sigma}$ entspricht und die Wechselstreu Spannung bedingt:

$$\dot{E}_{13\sigma} = +j k_{13\sigma} \cdot \dot{J}_1.$$

5. Der Ohmsche Widerstand r_3 und der Ohmsche Spannungsabfall

$$\dot{E}_{3R} = -r_3 \dot{J}_3.$$

Die in der Wicklung I auftretenden, soeben aufgezählten 8 EMKe. müssen beim stationären Lauf des Motors der Netzspannung das Gleichgewicht halten; dasselbe gilt von den 5 EMKen. der Erregerwicklung und der ihr aufgedruckten Erregerspannung (Δ_3).

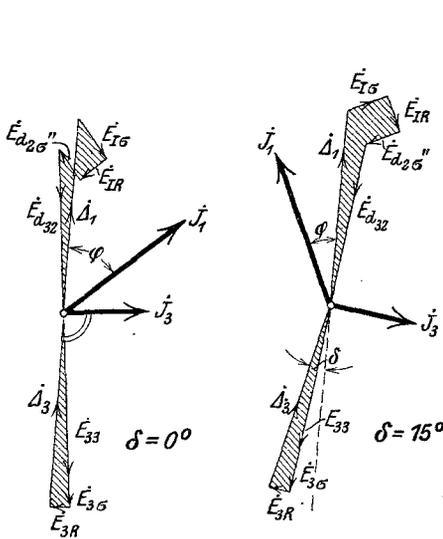


Fig. 10. Spannungsdiagramme des DKNM. bei vollkommener Ankerkompensation und $\frac{I}{a} = 1$.

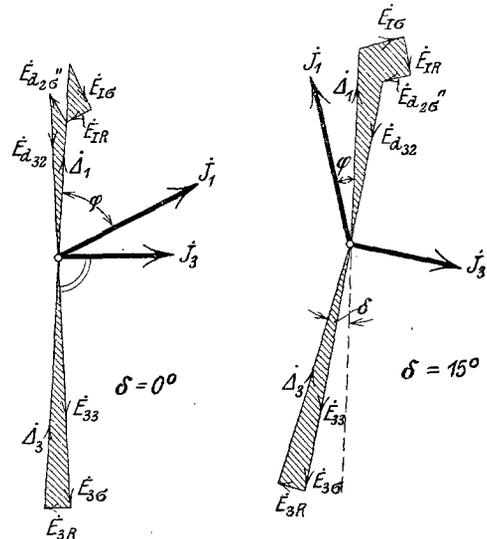


Fig. 11. Spannungsdiagramme des DKNM. bei vollkommener Ankerkompensation und $\frac{I}{a} > 1$.

Diese Gleichgewichtsbedingungen lassen sich bekanntlich graphisch in der Weise zum Ausdruck bringen, daß die aneinandergereihten Spannungsvektoren einer jeden Wicklung einen geschlossenen Linienzug bilden. Die so entstehenden Spannungspolygone der Wicklung I und 3 haben wir in Fig. 10 und 11 dargestellt, und zwar haben wir dabei, um zunächst ein möglichst übersichtliches Spannungsdiagramm zu erhalten, einen besonders einfachen, praktisch recht wichtigen Fall herausgegriffen. In den obigen Figuren ist nämlich die Wechselstreu Spannung zwischen der Kompensations- und Erregerwicklung vernachlässigt ($k_{13\sigma} = 0$) und ferner angenommen, daß Anker- und Kompensationswicklung gleiche effektive Windungszahlen besitzen, der Anker also vollkommen kompensiert sei. Unter diesen Voraussetzungen, die praktisch wenigstens angenähert fast immer erfüllt sind, verschwindet jede Wechselinduktionswirkung zwischen der Erregerwicklung und der Wicklung I ($k_{I3} = 0$), das Spannungsdiagramm der Erregerwicklung wird also vom Arbeitsstrom (J_1) völlig unabhängig und vereinfacht sich zu einem rechtwinkligen Dreieck, dessen Größe der Erregerspannung proportional ist, während seine Lage gegenüber dem Spannungspolygon der Wicklung I lediglich durch den δ bestimmt ist (vgl. Fig. 10 und 11).

Da bei den getroffenen Voraussetzungen: $\frac{\partial_1 m_1}{2 a_1} = \frac{s_2 w_2}{I_2 a_2 p}$ und $k_{13\sigma} = 0$ nicht nur die

Wechselinduktion zwischen Erregerwicklung und Wicklung I verschwindet, sondern auch die Selbstreaktanz (K_{II}) und der Selbstrotationskoeffizient (C_{II}) der Wicklung I zu 0 wird, so reduzieren sich die EMKe. der Wicklung I auf die Streuspannung $E_{I\sigma}$, den Ohmschen Spannungsabfall E_{IR} , die EMK. der Drehung im Erregerfelde $E_{d_{1\sigma}}$ und die Streurotationsspannung $E_{d_{2\sigma}}$.

Aus Fig. 10 und 11, die für verschiedene Erregungen und für Werte von $\delta = 0^\circ$ und 15° gezeichnet sind, läßt sich der Einfluß der Größe der Erregerspannung auf die Tourenzahl des Motors und die phasenkompensierende Wirkung einer Verdrehung der Erregerspannung gegen die Netzspannung deutlich erkennen. Immerhin sind selbst diese einfachen Diagramme ohne weiteres nicht geeignet, um uns ein klares Bild über die Arbeitseigenschaften des Motors zu geben. Noch viel weniger läßt sich der Einfluß von Belastung,

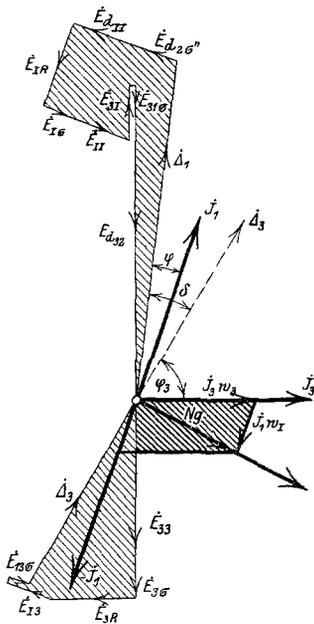


Fig. 12. Spannungsdiagramm des DKNM. bei Unterkompensation des Ankers.

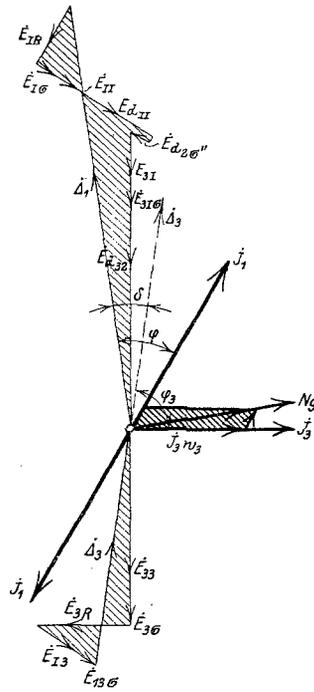


Fig. 13. Spannungsdiagramm des DKNM. bei Überkompensation des Ankers.

Tourenzahl, Größe und Phase der Erregerspannung übersehen, wenn wir unsere vereinfachenden Voraussetzungen fallen lassen und die Spannungsdiagramme für den allgemeinsten Fall entwerfen. Das lehrt sofort ein Blick auf die in Fig. 12 und 13 gezeichneten Diagramme, die für Unter- und Überkompensation des Ankers gelten.

Hier sind die Linienzüge schon so kompliziert, daß selbst ein qualitatives Abschätzen des Einflusses der verschiedenen regelbaren Größen nicht mehr leicht ist. Wir wollen deshalb an dieser Stelle auch gar nicht näher auf die geometrischen Zusammenhänge im Spannungsdiagramm eingehen, sondern in einem an dieser Stelle erscheinenden 2. Aufsatz gleich den analytischen Weg betreten und versuchen, eine ähnlich einfache Beziehung zwischen dem Stromvektor \vec{J}_1 bzw. \vec{J}_3 und dem Netzspannungsvektor $\vec{\Delta}_1$ zu finden, wie sie beim Induktionsmotor durch den Ossannaschen Kreis gegeben ist.

(Fortsetzung folgt.)