

Beurteilung des Funktionscharakters dienen kann. Es folgt sodann die Behandlung empirischer Funktionen durch *a*) Interpolation, *b*) Einführung neuer Veränderlichen, *c*) Integration (graphisch, mit dem Integrappen, nach der Simpsonschen Regel, deren Ableitung gegeben wird, mit dem Kurviometer, mit Hilfe numerischer Quadratur bei Vorhandensein eines Differenzschemas) und *d*) durch Differentiation (und graphisch mit Hilfe eines Differenzschemas). Den Schluß bildet eine kurze Bemerkung über die Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen auf graphischem Wege. Ein Literaturverzeichnis verweist auf ausführlichere Fachwerke.

Bei aller Knappheit der Darstellung hat die Schrift den Vorzug, eine gute Übersicht über die wichtigsten in Betracht kommenden Rechenhilfsmittel und -methoden zu bieten, und paßt so ohne Zweifel trefflich in den Rahmen eines Handbuchs.

*Hans Bauer.*

**Vorlesungen über die Grundzüge der mathematischen Statistik.** Von C. V. L. Charlier. Verlag Scientia, Lund 1920. 125 Druckseiten mit 8 Figuren und 38 Zifferntafeln im Text sowie 5 Funktionstafeln im Anhang. Preis 50 M.

Die vorliegende zweite Auflage ist eine in der Hauptsache unveränderte Übertragung der ersten (schwedischen) Auflage; im Anhang finden sich nunmehr neben einem neuen Kapitel XV die in der mathematischen Statistik vielgebrauchten

Funktionswerte für  $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ ; für die dritten und vierten Differentialquotienten, das Integral zwischen  $-\infty$  und  $x$  und die Umkehrung des letzteren. Behandelt werden im Buche die verschiedenen statistischen Maßzahlen (das arithmetische Mittel, die Streuung, die durchschnittliche Abweichung, der mittlere Fehler), die Theoreme von Bernoulli, Lexis und Poisson, die normale Frequenzkurve, die Brunssche Reihe mit zwei Zusatzgliedern und die Charliersche Reihe, die Theorie der Korrelation. Die Koeffizienten der erwähnten Zusatzglieder werden als „Schiefe“ und „Exzeß“ eingeführt. Beweise werden allenthalben aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung vorausgesetzt, die Formeln jedoch durch numerische Beispiele aus verschiedenen Gebieten der angewandten Statistik (aus der Bevölkerungsstatistik, der Anthropometrie, der Zoologie, der Botanik, der Meteorologie) beleuchtet. Charlier will der Hauptsache nach ein Résumé der Vorschriften für die numerische Behandlung statistischer Reihen bieten. Der Bedarf nach einem solchen ist sicherlich vorhanden. Das Werk ist den Praktikern um so mehr zu empfehlen, als die große Vereinfachung der einschlägigen, oft umfänglichen Berechnungen auf höchst einfachem Wege, nämlich durch Verweidung von provisorischen Mitteln, gelingt.

Die Stellung Charliers zu den grundlegenden Fragen der mathematischen Statistik ist aus den zahlreichen Publikationen desselben Autors bestens bekannt. Nach ihm läßt sich jede (homograde) von unstetigen Ursachen abhängige statistische Reihe theoretisch durch eine Kombination des Poissonschen und Lexisschen Theorems und jede (heterograde) von stetigen Ursachen abhängige statistische Reihe durch die Gaußsche Fehlerkurve (normale Frequenzkurve), durch eine Brunssche Reihe (eine Frequenzkurve vom Typus A) oder durch eine analoge, nach Differenzen der Grundfunktion ( $\chi(x) = e^{-\lambda} \lambda^x / x!$ ) fortschreitende Reihe (vom Typus B) reproduzieren. Die Nichtübereinstimmung der

beobachteten Reihen mit den theoretischen Mustern weist auf störende äußere Einflüsse hin. Die allgemeine Methode, den Störungen auf die Spur zu kommen, gibt die Theorie der Korrelation.

Nachweislich können sich große Gruppen von statistischen Reihen, insbesondere die aus der Bevölkerungsstatistik hervorgegangenen, diesen Mustern nicht anpassen. Aber auch die Ansichten Charliers über die Korrelation finden keineswegs allgemeine Zustimmung (Guldberg). Korrelation bedeutet nach Charlier Abhängigkeit zweier verschiedener statistischer Erscheinungen oder Ursachen. Der Korrelationskoeffizient ist das Maß der Stärke des Zusammenhanges. Ist der Korrelationskoeffizient Null, so bedeutet dies, daß die betrachteten Erscheinungen (bzw. Ursachen) unabhängig voneinander sind und nichts miteinander zu tun haben; ist derselbe „Eins“, so ist ein Element in der einen statistischen Reihe völlig bestimmt, wenn man das entsprechende (gleichzeitig beobachtete) Element der zweiten Reihe kennt. In den Fachzeitschriften wird gerade dermalen ein lebhafter Streit darüber geführt, ob nicht der funktionale Zusammenhang des Wertes einer Ursache mit dem arithmetischen Mittel der zugehörigen Werte der zweiten Ursache, also kurz der „statistische“ Zusammenhang, stets neben der „etwaigen“ Abhängigkeit dieser Ursachen von einer dritten Ursache (Korrelation), u. zw. einer Abhängigkeit beliebigen Grades bestehe.

Sofern die Charlierschen Behauptungen nicht überhaupt nur aus der eigentümlichen, von der Wahrscheinlichkeitsrechnung entlehnten Ausdrucksweise herrühren, in der jede Indifferenz im Verhalten zweier gegen dritte Ursachen als Unabhängigkeit, das Gegenteil als Abhängigkeit bezeichnet wird, so kann wohl kaum bezweifelt werden, daß in einer etwaigen künftigen Auflage des Buches Klärung ohne jegliche Änderung des Aufbaues des wertvollen Buches erfolgen wird.

Die Hinweglassung aller Beweise für die zahlreichen Lehrsätze fördert die Übersicht, schränkt aber auch den Leserkreis ein. Vielleicht könnte in einem Mittelweg (etwa Angliederung der Beweise in einem Anhang zum Buche oder in Anmerkungen) völlig befriedigende Abhilfe gefunden werden; dies stände wohl auch mit der Bezeichnung des Werkes als „Vorlesungen“ im Einklänge.

Das der ersten Auflage hinzugefügte XV. Kapitel behandelt die Berechnung statistischer Maßzahlen für den Fall, daß nur summarische Angaben über die beobachteten Werte zur Verfügung stehen. Solche Aufgaben sind von großer praktischer Bedeutung. Sie werden nach rein wahrscheinlichkeitstheoretischer Methode gelöst. Die Folge ist, daß die Korrelationskoeffizienten im Grenzfalle (0, 1) die selbstverständlichen Bedingungen erfüllen, im übrigen jedoch kaum befriedigen dürften.

*E. Blaschke.*

**Die statistischen Forschungsmethoden.** Von Em. Czuber. Wien 1921. Seidel & Sohn. 238 Seiten mit 35 Textfiguren.

Als „mathematische“ Statistik bezeichnet Czuber die planmäßige Sammlung und Ordnung von Tatsachen aus irgend einem Erscheinungsgebiete (etwa der Anthropologie, Medizin, Zoologie, Botanik, Physiologie, experimentellen Psychologie, Erbllichkeitsforschung, Physik, Chemie, Land- und Forstwirtschaft, Volkswirtschaft, Versicherungswesen) zu dem Zweck, um aus ihrem zahlenmäßigen Auftreten Schlüsse zu ziehen, die zur Beleuchtung des Erscheinungs-