und über die Bewegungsgröße von Massenpunkten wird vielen Lesern das Verständnis des Werkes erleichtern.

Am Schlusse des lesenswerten Buches befindet sich ein großes für die Zwecke der Technik recht brauchbares Entropiediagramm. *Wilhelm Michl.*

Drehkreisel. Von John Perry. Deutsch von August Walzel. Teubner, 1913. Geb. M. 2.45.

So sehr auch die großen deutschen Physiker eine wahrhaft gute Popularisierung ihrer Wissenschaft durch eigene Schriften und Vorträge gefördert haben, so ist doch zurzeit in diesem Punkte die englische Fachliteratur der unsrigen überlegen. Die gelungene Übersetzung des Perryschen Buches, das aus einem in Loods gehaltenen volkstümlichen Vortrag entstand, ist daher auf das freudigste zu begrüßen. Die Gesetze der Kreiselbewegung werden lediglich auf Grund geschickt gewählter Beispiele aus dem täglichen Leben und äußerst durchsichtiger Experimente auf spielende Weise entwickelt, um sodann auf interessante Probleme der Astronomie (Präzession, Nutation) und der Technik (Schiffskreisel, Einschienenbahn) angewendet zu werden. Auch die Beziehungen zwischen Licht und Magnetismus werden durch Analogien an Kreiselbewegungen überaus anschaulich erläutert.

Ich zweifle nicht, daß das vorliegende Büchlein selbst solche Laien, die der Physik gänzlich ferne stehen, durch seine liebenswürdige und nirgends langweilige Schreibweise fesseln und anregen wird. *W. Michl.*

Handbuch für physikalische Schülerübungen. Von H. Hahn. Zweite, verbesserte Auflage. Berlin, Springer, 1913. Preis geb. M. 22.—.

Von dem trefflichen Buche, das lange Zeit vergriffen war, ist nun endlich die ersehnte Neuauflage erschienen. Dieselbe weicht nicht wesentlich von der ersten Auflage ab. An vielen Stellen sind die Apparate und Methoden verbessert und der Ausdrucksweise größere Klarheit und Genauigkeit gegeben worden. In dem Bestreben, die Fremdwörter so weit als möglich auszumerzen, scheint der Verfasser vielleicht manchmal etwas zu weit gegangen zu sein. Denn man kann sich schwer vorstellen, daß z. B. die nun einmal historisch festgelegten Bezeichnungen „Temperatur“ und „Äquipotentialfläche“ durch die ohne Zweifel gut gewählten Ausdrücke „Warmheit“ und »Wegfläche“ sich werden verdrängen lassen.

Die Brauchbarkeit des ausgezeichneten Werkes würde nicht unerheblich erhöht werden, wenn der Verfasser sich entschlösse, auch der Hydromechanik und dem Magnetismus einen breiteren Raum zu widmen und einige Übungen über Reibungselektrizität aufzunehmen.

Jedenfalls ist das Hahnsche Buch bereits ein unentbehrliches Hilfsmittel für jeden Übungsleiter geworden. *W. Michl.*

Principes de la théorie des fonctions entières d'ordre infini. Par O. Blumenthal. (Collection de monographies sur la Théorie des fonctions publiée sous la direction d'E. Borel.) Paris, Gauthier-Villars, 1910. VI u. 150 S. Preis Frcs. 5.50.

Dieses Buch enthält fast durchwegs eigene Untersuchungen des Verfassers, durch die für ganze Funktionen unendlich hoher Ordnung eine analoge

Theorie durchgeführt wird, wie sie für ganze Funktionen endlicher Ordnung seit längerer Zeit bekannt und in einem früheren Bande dieser Sammlung von Borel dargestellt wurde; natürlich sind bei unendlich hoher Ordnung bei weitem größere Schwierigkeiten zu überwinden. In Kap. I werden durch Taylorsche Reihen mit ausgedehnten Lücken Beispiele von sehr stark wachsenden und von sehr unregelmäßig wachsenden ganzen Funktionen konstruiert. Auch Kap. II ist noch vorbereitenden Charakters: es zeigt, wie beliebige ins Unendliche wachsende Funktionen $w(r)$ einer reellen Veränderlichen r durch monoton wachsende Funktionen $T(r)$ ersetzt werden können, für die durchwegs $T(r) \geqq w(r)$ ist, während es beliebig große Werte von r gibt, für die $T(r) < w(r)^{1+\delta}$ bleibt ($\delta > o$ beliebig klein) und wobei das Anwachsen von $T(r)$ durch die Bedingung geregelt ist: für $r' = r^{1+\frac{1}{(T(r))^{\varepsilon}}}$; ist $T(r') \leqq T(r)^{1+\varepsilon}$; dabei bedeutet ε eine geeignet gegebene, mit unendlich wachsendem r monoton gegen 0 abnehmende Funktion von r. Eine solche Funktion T wird bezeichnet als eine zu $w(r)$ gehörige „fonction-type adjointe à ε“. Sodann beginnen die eigentlichen Untersuchungen über ganze Funktionen. Ist $M(r)$ das Maximum der ganzen Funktion unendlich hoher Ordnung $f(z)$ für $|z| \leqq r$ und setzt man $M(r) = e^{r^{\nu(r)}}$, so wird die Funktion $\nu(r)$ als „ordre brut“ von $f(z)$ bezeichnet, während jede zu $\nu(r)$ gehörige „fonction-type“ $\mu(r)$ als „ordre net“ bezeichnet wird. Jeder solche „ordre net“ ergibt für die Anzahl n der im Kreise $|z| \leqq r$ liegenden Nullstellen von $f(z)$ die Ungleichung $n < r^{\mu(r)^{1+\delta}}$ (bei beliebig kleinem $\delta > o$ für alle hinlänglich großen r). In Kap. IV wird der Begriff des kanonischen Produktes eingeführt. Seien $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \ldots$ vorgeschriebene Nullstellen, so geordnet, daß ihre absoluten Beträge $r_1, r_2, \ldots, r_n, \ldots$ mit n nicht abnehmen; setzt man $\sigma_n = \frac{\log n}{\log r_n}$ so wird die Folge der σ_n als „exposant brut“ der Folge der α_n bezeichnet; ersetzt man hingegen die Funktion $\sigma(r)$, die zwischen r_n und r_{n+1} den konstanten Wert σ_n hat, durch eine zugehörige „fonction type“ $\rho(r)$, so heißt $\rho(r)$ ein „exposant net“ dieser Folge; als ein zu dieser Folge gehöriges kanonisches Produkt wird dann das Produkt $\Pi(r) = \Pi E_{p_n}\left(\frac{z}{\alpha_n}\right)$ der Weierstraßschen Primfaktoren p_n-ten Grades bezeichnet, wo für p_n die größte ganze Zahl von $(\rho(r_n))^{1+2\varepsilon(r_n)}$ zu nehmen ist, $\varepsilon(r)$ aber die unendlich klein werdende Funktion bedeutet, der $\rho(r)$ adjungiert ist. Es ergibt sich für den „ordre brut“ des kanonischen Produktes die Ungleichung $\nu(r) < \rho(r)^{1+\delta}$, während für hinlänglich großes $|z|$ überall außer in der unmittelbaren Umgebung der Nullstellen die Ungleichung besteht: $|\Pi(z)| > e^{-r^{\rho(r)^{1+\delta}}}$ In Kap. V wird nun darauf aufmerksam gemacht, daß die erhaltenen Ungleichungen $\sigma_n < \mu(r_n)^{1+\delta}$ (so kann ja die als Resultat von Kap. III angeführte Ungleichung auch angeschrieben werden) und $\nu(r) < \rho(r)^{1+\delta}$ insofern nicht völlige Reziprozität aufweisen, als in der ersteren die „fonction type“ $\mu(r)$ durch andere Funktionen ersetzt werden kann, die weniger strengen Anforderungen an das Wachstum genügen, und sich daher besser an $\nu(r)$ anschmiegen können und fast überall mit $\nu(r)$ übereinstimmen es wird gezeigt, daß wie immer übrigens auch der Begriff des kanonischen Produktes definiert werden mag, dies für die zweite Ungleichung nicht gelingt: während streckenweise auftretenden kleinen Werten von $\nu(r)$ stets auch ein Seltenwerden der Nullstellen entspricht, gilt die Umkehrung davon nicht. Die beiden letzten Kapitel dienen dem Studium des Picardschen Satzes, der zunächst in der folgenden Weise ausgesprochen wird. Ist $\mu(r)$ ein „ordre net" von $f(z)$, $\rho_a(r)$ ein „exposant net" der Folge derjenigen Stellen, an denen $f(z)$ den Wert a annimmt, so kann nur für einen einzigen Wert von a eine Ungleichung bestehen $\rho_a(r) < \mu(r)^{1-\beta}$ (β eine Konstante). Es wird aber sogleich darauf aufmerksam gemacht, daß dieses Theorem hier keineswegs dasselbe leistet, wie bei ganzen Funktionen endlicher Ordnung, wo an Stelle von $\rho(r)$ und $\mu(r)$ Konstante auftreten; es kann nämlich keineswegs daraus gefolgert werden, daß (abgesehen von höchstens einem Werte von a) nun immer $\nu(r) < \rho_a(r)^{1+\delta}$ sei. Es wird deshalb folgender weitergehender Satz bewiesen: Sei $\rho_{a_1, a_2}(r)$ der größere der beiden Werte $\rho_{a_1}(r)$ und $\rho_{a_2}(r)$, so gilt $\nu(r) < (\rho_{a_1, a_2}(r))^{1+\delta}$. Bezeichnet man nun die Verteilung der Stellen, an welchen $f(z) = a$ wird, als normal, wenn $\nu(r) < (\rho_a(r))^{1+\delta}$, als infranormal, wenn dies nicht gilt, und zwar als überall infranormal, wenn $\nu(r) < \rho_a(r)^{1-\beta}$, sonst als teilweise infranormal, so sieht man: ist für einen Wert a die Verteilung überall infranormal, so ist sie für alle anderen Werte normal. Hingegen weiß man nichts darüber, ob es gleichzeitig für mehrere Werte von a infranormale Verteilungen geben kann. Mit dieser Fragestellung schließen die Ausführungen. In einem Anhange sind die Beweise einiger im Texte verwendeter Hilfssätze zusammengestellt, die, im Texte selbst gebracht, den Zusammenhang allzusehr gestört hätten.

Hans Hahn.

Sechs Vorträge über ausgewählte Gegenstände aus der reinen Mathematik und der mathematischen Physik. (Mathematische Vorlesungen an der Universität Göttingen IV.) Von H. Poincaré. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1910. 60 S. Preis geh. M. 1.80, geb. M. 2.40.

Es sind in diesem Buche die sechs Vorträge abgedruckt, die H. Poincaré auf Einladung der Wolfskehlkommission der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften im April 1909 in Göttingen gehalten hat. Es sind größtenteils kurze, sich auf den Gedankengang in knappster Form beschränkende Inhaltsangaben von Untersuchungen Poincarés, die an anderen Stellen in extenso erschienen sind. Die drei ersten Vorträge handeln von Integralgleichungen. Der erste ist theoretischer Natur; er gibt eine Umformung der Fredholmschen Formeln auf eine Form, die im Falle mancher singulärer Kerne gültig bleibt, und die Zurückführung einiger Integralgleichungen erster Art auf solche zweiter Art; der zweite behandelt die Anwendung der Integralgleichungen auf das Problem der Flutbewegung: hier tritt eine Randwertaufgabe auf, die auf stark singuläre Integralgleichungen führt und diese Singularitäten werden durch sinnreiche Integrationen auf komplexem Wege umgangen; der dritte Vortrag behandelt die Anwendung der Integralgleichungen auf die Theorie der Hertzschen Wellen; der Versuch, durch geeignete Approximation das Problem der Beugung an der Erdoberfläche zu bewältigen, ist aber, wie