

II. *Ueber Aberration des Lichtes; von Beer in Bonn.*

Umgekehrt, wie es gewöhnlich geschieht, treten uns auf dem Gebiete der Aberration des Lichtes fast immer nur Fragen von negativer Form entgegen. Wir suchen meistens nicht uns über ein beobachtetes Factum klar zu werden, sondern wir verlangen nach dem Grunde, weshalb eine scheinbar nothwendige Folge des allgemeinen Aberrationsgesetzes in einem gegebenen einzelnen Falle nicht eintritt. Zwei Fälle dieser Art werden wir im Folgenden behandeln. Zwei unzweifelbafte negative Resultate gewisser Combinationen stellen wir als Prämissen an die Spitze und suchen daraus das Gesetz zu erschliessen, wonach der Aether durch die Bewegung der Körper modificirt wird. Die eine jener Combinationen fällt unter die allgemeine Form des vielbesprochenen negativen Versuches von Arago über die Aberration; ohne Zweifel wird daher auch das Gesetz über die Correeption des Aethers, auf das wir stofsen werden, mit demjenigen zusammenfallen, welches bereits Fresnel zur Erklärung jenes Versuches aufgestellt hat. Wenngleich wir uns hiervon nicht unmittelbar zu überzeugen im Stande sind, da uns die betreffenden Quellen nicht zu Gebote stehen, so wird es uns doch durch den Umstand verbürgt, dafs wir schliesslich auf dieselbe Interpretation des berühmten Aberrations-Versuches von Fizeau geführt werden, wie sie von Fizeau selbst angedeutet wird, in einer Weise freilich, die dem Leser den Haupttheil der Ausführung übrig läfst.

I.

Eine Ebene, deren Trace in der Fig. 9, Taf. III. die Linie *E* sey, trenne den leeren Raum von einem zweiten Mittel mit dem absoluten Brechungsquotienten n . In jenem Raume bewegen sich nach der Trennungsfläche hin mit der

Geschwindigkeit V ebene Lichtwellen, deren Tracen ww sind. Das zweite Mittel, in welchem sich für den Fall der Ruhe das Licht mit der Geschwindigkeit V' fortpflanze, werde in der Richtung UU' , die der Welle ww parallel ist und auf der Normale von E senkrecht steht, mit einer Geschwindigkeit v , welche man sich gegen V klein denke, bewegt. Die Richtung des einfallenden Strahlenbündels steht hiernach senkrecht auf der Richtung UU' ; stellt man sich vor, daß das zweite Mittel auf der Erde sich befinde und an deren Bewegung im Weltraume Theil nehme, so ist eben UU' die Richtung und v die Gröfse dieser Bewegung und kann man sich als Quelle des Lichtes einen Stern denken, der den Pol der Ekliptik einnimmt. Indem die Lichtwellen in das optisch dichtere zweite Mittel eindringen, werden sie gebrochen und außerdem in der Richtung UU' bewegt, da ihr Träger, der im zweiten Mittel eingeschlossene Aether, von letzterem mit einer gewissen Geschwindigkeit fortgerissen wird, die ein Bruchtheil der Geschwindigkeit des Mittels selbst ist und somit durch das Product $u \cdot v$ ausgedrückt werden kann. Die Gröfse u werden wir den *Correptionscoëfficienten* nennen; indem man derselben verschiedene Werthe beilegt, erhält man alle möglichen Annahmen über die Modification des Aethers durch Bewegung ausgedrückt.

Im Inneren des zweiten Mittels bringen wir nun ferner ein Astrolabium an, dessen Axe auf der Trennungsfläche EE senkrecht steht, und drehen es nebst dem zweiten Mittel so, daß die gebrochenen Strahlen, die Normalen der gebrochenen Wellen, das Astrolabium in der Richtung seiner Axe durchlaufen. Es kann kaum bezweifelt werden, daß alsdann die Neigung des Astrolabiums gegen die einfallenden Lichtstrahlen innerhalb der Gränzen unserer Beobachtungsmittel und bei der unterstellten Gröfse der translatorischen Bewegung des zweiten Mittels mit derjenigen Neigung übereinkommt, die man beobachten würde, wenn das zweite Mittel nicht vorhanden wäre; wenigstens wollen wir das so annehmen und nun uns fragen, welcher Werth

dem Correptionscoëfficienten durch diese Annahme zugeschrieben werde.

Zu dem angegebenen Ende verfolgen wir zunächst den Weg, welchen eine der Wellen ww einschlägt. Beim Beginne der Zeitrechnung befinde sie sich in ab . Von diesem Momente an wird sich um den Punkt a als Oscillationscentrum nach dem Huyghens'schen Principe eine sphärische Elementarwelle ausbreiten, deren Schwingungszustand derselbe ist, wie der der Welle ab . Diese Elementarwelle würde in Ruhe verbleiben, wenn dieß auch der im zweiten Mittel eingeschlossene Aether thäte. Da aber dieser sich bewegt, so rückt auch die Welle in der Richtung UU' mit der Geschwindigkeit uv fort. Es bedeute nun t die Zeit, wo auch das zweite Ende b der einfallenden Welle auf die Trennungsfläche trifft, wo also die Welle eben ganz in das zweite Mittel eingedrungen ist. Der Radius der erwähnten sphärischen Elementarwelle ist dann zu eben dieser Zeit $V't$, und ihr Mittelpunkt befindet sich im Punkte a' , wenn man hat:

$$aa' = uv t.$$

Zu der Zeit t sey $E'E'$ die Lage der Trennungsfläche, da denn unterstellt ist, daß man habe:

$$ap = vt.$$

In dem Punkte d trifft das zweite Ende der ebenen Welle mit der Trennungsfläche zusammen. Die Trace der mehrerwähnten Elementarwelle ist ein Kreis KK , dessen Centrum in a' liegt, und dessen Radius die Länge $V't$ hat. Im Punkte d und im Kreise KK findet also zur Zeit t der Schwingungszustand der Welle ab statt, und somit ist die Linie dc , welche jenen Kreis berührt, die Trace der gebrochenen Welle zur Zeit t . Demzufolge hat man, wenn für die Breite ab der Welle die Linieneinheit genommen wird:

$$fa' \cdot \sin \sigma = a'c = V't,$$

$$fb \cdot \tan \sigma = (fa' + a'b) \tan \sigma = bd,$$

woraus sich ferner ergibt:

$$A \quad . \quad . \quad . \quad bd \cdot \cos \sigma - a'b \cdot \sin \sigma = V't.$$

Es ist aber, wie man leicht einsieht:

$$\begin{aligned}bd &= be - de = \text{tang } i - ap \cdot \text{tang } i = (1 - vt) \text{tang } i, \\a'b &= ab - aa' = 1 - uv t.\end{aligned}$$

Zur Bestimmung der Zeit t hat man:

$$be = \text{tang } i = bd + de = Vt + v \text{tang } i t,$$

woraus folgt.

$$t = \frac{\text{tang } i}{V + v \text{tang } i}.$$

Formt man mit Hülfe dieses Ausdruckes die Ausdrücke für bd und $a'b$ um und setzt sie hierauf in die Gleichung A, so geht diese in die folgende über:

$$V \text{tang } i \cos \sigma - [V + (1 - u)v \text{tang } i] \sin \sigma = V' \text{tang } i,$$

woraus sich, da wegen des Verhältnisses der Geschwindigkeiten v und V der Winkel σ sehr klein ist, findet:

$$1) \quad \sigma = \frac{V - V'}{V + (1 - u)v \text{tang } i} \text{tang } i.$$

Es ist nun $a'h$ die Richtung eines auf EE senkrechten Astrolabiums, welches die gebrochenen Strahlen auffängt; man hat daher, weil die relative Geschwindigkeit zwischen dem Astrolabium und dem im zweiten Mittel eingeschlossenen Aether $v - uv$ beträgt, nach der bekannten Aberrationsformel:

$$\frac{(1 + u)v}{V'} = \frac{\cos i}{\sin(i - \sigma)},$$

woraus:

$$2) \quad \sigma = \text{tang } i = \frac{(1 - u)v}{V'}.$$

Die Unterstellung, dafs das leere Astrolabium denselben Aberrationswinkel wie das mit der Substanz des zweiten Mittels erfüllte liefere, führt zu der Beziehung:

$$3) \quad \text{tang } i = \frac{v}{V'}.$$

Aus der Combination der Gleichungen 1 bis 3 finden wir nun endlich durch Elimination der Winkel i und σ :

$$\frac{V - V'}{V^2 + (1 - u)v^2} = \frac{1}{V'} - \frac{1 - u}{V'},$$

oder annähernd:

$$1 - u = \frac{V'^2}{V^2}.$$

Es ist aber $\frac{V}{v} = n$, gleich dem absoluten Brechungsindex des zweiten Mittels, und sobin führen uns die gemachten Unterstellungen zu dem durch folgende Formel dargestellten Gesetze für die Correption des Aethers:

$$u = 1 - \frac{1}{n^2}.$$

Hiernach wird der Lichtäther von dem Körper, der ihn einschließt, wenn solcher sich bewegt, mit fortgerissen, jedoch in der Art, dafs seine Geschwindigkeit nur ein durch das formulirte Gesetz bestimmter Bruchtheil der Geschwindigkeit des Körpers wird. Dieser Bruchtheil wächst mit dem absoluten Brechungsquotienten des Körpers. Er beträgt z. B. bei dem Wasser $\frac{1}{175}$, bei der Luft aber nur 0,000589.

Denkt man sich einen Cylinder, der, mit irgend einer Substanz von Brechungsindex n angefüllt, sich längs seiner Axe im leeren Raume mit der Geschwindigkeit v bewegt, so fließt nach dem Obigen der Aether während dieser Bewegung durch den Cylinder hindurch; die Geschwindigkeit des Durchflusses beträgt $\frac{v}{n^2}$. Die Sache verhält sich also so, als ob von dem in der Substanz des Cylinders enthaltenen Aether der Theil $\frac{n^2 - 1}{n^2}$ mit der vollen Geschwindigkeit des Cylinders mitgerissen würde, der übrige Theil $\frac{1}{n^2}$ aber absolut ruhig verbliebe.

II.

Lemma. Nach der Richtung UU' (Fig. 10, Taf. III.) bewege sich im freien Raume mit der Geschwindigkeit v ein Astrolabium, das, unter dem Winkel φ' gegen UU' geneigt, einen Lichtzug auffängt, der unter dem Winkel σ' den Weg ab verfolgt. Dem bekannten Aberrationsgesetze gemäß hat man nun, wenn V die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes ist:

$$V : v = \sin \varphi' : \sin(\sigma' - \varphi').$$

Bewegt sich aber zweitens das Astrolabium in der Richtung UU' (Fig. 11, Taf. III.), unter dem Winkel φ'' gegen jene Richtung geneigt, und fängt es die von a nach b gehenden Strahlen auf, so hat man:

$$V : v = \sin \varphi'' : \sin(\varphi'' - \sigma'').$$

Wenn nun in den beiden erwähnten Fällen die Winkel φ einander gleich werden, so muß auch seyn:

$$\varphi = \frac{1}{2}(\sigma' + \sigma'').$$

Die Winkel σ werden, wenn v gegen V nur klein ist, sich nur um eine kleine GröÙe 2ε unterscheiden. Setzt man also:

$$\sigma' = \sigma + \varepsilon, \quad \sigma'' = \sigma - \varepsilon,$$

so liefert jede der beiden aufgeführten Proportionen:

$$\varepsilon = \frac{v}{V} \sin \sigma.$$

Umgekehrt schließsen wir: Ist $\sigma' = \sigma + \varepsilon$ und $\sigma'' = \sigma - \varepsilon$, und $\varepsilon = \frac{v}{V} \sin \sigma$, so ist auch das Astrolabium in beiden Fällen gegen die Richtung seiner Bewegung gleich geneigt, und zwar wird diese Neigung durch den Winkel σ gemessen.

Des obigen Lemmas werden wir uns bei der Lösung des folgenden Problems bedienen. Ein Prisma, dessen Trace PQR (Fig. 12, Taf. III.) sey, bewege sich im leeren Raume in der zur Prismenfläche PQ senkrechten Richtung UU' und fange eine Schaar ebener Wellen auf, die sich in der der Richtung UU' gerade entgegengesetzten Richtung fort. pflanzen. Nachdem die Wellen durch die Brechung im Prisma von ihrem ursprünglichen Wege abgelenkt worden, durchlaufen sie ein Astrolabium, welches in gleicher Weise wie das Prisma bewegt wird und folglich seine relative Lage gegen letzteres nicht ändert. Die Beobachtung zeigt, daß die Neigung des Astrolabiuns gegen die einfallenden Lichtstrahlen dieselbe ist, wie wenn das Astrolabium in Ruhe wäre und die von dem ruhenden Prisma abgelenkten Strahlen auffinge; dasselbe ergibt sich wenn Strahlen, Prisma und Astrolabium dieselbe Richtung verfolgen.

Welche Geschwindigkeit muß man, um diesem negativen Resultate zu genügen, dem im Prisma eingeschlossenen Aether zuschreiben?

Wie in dem bereits abgehandelten Falle verfolgen wir den Weg einer einzelnen Welle. Zur Zeit Null sey ab die Lage einer solchen, die bereits, ohne abgelenkt worden zu seyn, durch die Seitenfläche PQ in die Substanz des Prismas eingedrungen ist und eben im Begriffe steht, mit dem Ende a wieder aus dem Prisma heraus in den freien Raum zurückzukehren. Aus dem Punkte a entwickelt sich eine sphärische Elementarwelle, deren Mittelpunkt absolut fest ist. Letzteres tritt selbst in dem Falle ein, wo die Bewegung des Prismas mit der des Lichtes gleichgerichtet ist, wofür nur das Licht sich rascher fortpflanzt als das Prisma bewegt wird; dieß soll der Fall seyn, indem wir annehmen, daß die Geschwindigkeit v des Prismas gegen die Geschwindigkeiten V, V' des Lichtes im Weltraume und im Prisma nur klein ist.

Nach Ablauf einer gewissen Zeit t , wo $P'Q'R'$ die Lage des Prismas ist, trifft auch das Ende b im Punkte d mit der Seitenfläche QR zusammen. In demselben Momente erreicht der Radius der vorher erwähnten sphärischen Welle die Länge Vt ; und dann sey KK die Trace der letzteren. An den Kreis KK ziehen wir durch d eine Tangente dc , so ist diese die Trace der zweimal gebrochenen Welle zur Zeit t . Man hat nun, wie leicht einzusehen, folgende Beziehungen:

$$gd = vt, \quad db = (V' - uv)t,$$

wenn wir unterstellen, daß dem Aether durch die Bewegung des Prismas die Geschwindigkeit uv mitgetheilt werde. Ferner ist, wenn man für die Breite ab der Welle die Linieneinheit nimmt und unter i den brechenden Winkel des Prismas oder die Incidenz an der zweiten Seitenfläche versteht:

$$b \sin i = gd + db = [V' + (1 - u)v]t,$$

woraus:

$$t = \frac{\sin i}{V' + (1 - u)v}.$$

Hiernach ist ferner:

$$ac = Vt = \frac{V \tan i}{V' + (1+u)v}.$$

Außerdem zeigt die Figur, daß man hat:

$$fg \cdot \tan \sigma' = bd, \quad (fb + ba) \sin \sigma' = ac,$$

woraus man mit Rücksicht auf die bereits gefundenen Werthe von bd und t erhält:

$$[V' + (1-u)v] \sin \sigma + [V' - uv] \tan i \cos \sigma = V \tan i,$$

oder:

$$V' \sin(i + \sigma') + v \sin \sigma' \cos i - uv \sin(i + \sigma') = V \sin i.$$

Für die Summe $i + \sigma'$ der Incidenz und der Ablenkung während der Bewegung können wir den Brechungswinkel r' während der Bewegung setzen und für diesen die Summe $r + \varepsilon$, wo r den Brechungswinkel für den Fall der Ruhe, ε einen sehr kleinen Winkel bedeutet. Deshalb und weil man hat:

$$\frac{\sin r}{\sin i} = \frac{V}{V'} = n,$$

kann für die oben gefundene Gleichung geschrieben werden:

$$[V' \cos r + v \cos(r - i) \cos i - uv \cos r] \varepsilon \\ = [u \sin r - \sin(r - i) \cos i] v.$$

Setzen wir hierherein für V' den Werth $\frac{\sin i}{\sin r} V$ und bedenken, dass v gegen V klein ist, so kommt:

$$\varepsilon = \frac{u \sin r - \sin(r - i) \cos i}{\sin i \cos r} \cdot \sin r \cdot \frac{v}{V}.$$

Wenn sich das Prisma in demselben Sinne wie das einfallende Licht bewegt, so tritt $-v$ an die Stelle von $+v$; ε erlangt dann denselben absoluten Werth, aber entgegengesetztes Vorzeichen. Deshalb geht dann σ' über in:

$$\sigma'' = (r - i) - \varepsilon.$$

Vergleichen wir jetzt die noch zur Sprache kommenden Verhältnisse mit den beiden im vorausgeschickten Lemma erörterten Fällen, so leuchtet ein, daß nur dann die Neigung des Astrolabiums, durch welches die gebrochenen Strahlen beobachtet werden, von der Richtung der Bewe-

gung des Prismas unabhängig bleibt, wenn der gefundene Werth von ϵ mit dem Werthe von $\sin(r-i) \frac{v}{V}$ zusammenfällt; es ist also:

$$\frac{u \sin r - \sin(r-i) \cos i}{\sin i \cos r} \sin r = \sin(r-i),$$

woraus sich für die Correptionsconstante derselbe Ausdruck wie in dem zuerst behandelten Falle ableitet, nämlich:

$$u = 1 - \frac{1}{n^2}.$$

III.

Das Gesetz über die Modification des Aethers durch Bewegung, zu dem wir im Obigen zweimal hingeführt worden, und welches ohne allen Zweifel mit dem Fresnel'schen zusammenfällt, soll jetzt auf die Discussion des zu Anfang erwähnten Versuches von Fizeau, der sich an Wichtigkeit der Beobachtung Bradley's an die Seite stellt, angewandt werden. Der Versuch läßt sich wie folgt schematisch darstellen, wenn man, wie dieß hier gestattet ist, von dem Daseyn der Luft und der Bewegung der Erde absieht. Jeder von zwei Lichtbündeln, die derselben Quelle entströmen und schließlicly zur Interferenz gebracht werden, durchläuft auf seinem Wege je eine mit Wasser gefüllte Röhre. Die beiden Röhren sind gleich lang; in der einen bewegt sich das Wasser in der Richtung der durch die Röhre gehenden Strahlen mit einer Geschwindigkeit, die, gegen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes gehalten, klein genannt werden muß, und in der zweiten Röhre bewegt sich das Wasser mit genau derselben Geschwindigkeit den Strahlen entgegen. Mit Ausnahme dieses Umstandes durchlaufen die Lichtbündel vor der Interferenz ganz gleiche Wege und sind sie ganz denselben Bedingungen unterworfen. Man beobachtet alsdann, daß die Interferenzstreifen gegen dasjenige Streifensystem verschoben sind, welches entstehen würde, wenn sich das Wasser in beiden Röhren in Ruhe befände, und zwar liegt der centrale Streifen des im Falle der Bewegung beobachteten

Systemes auf derjenigen Seite des im Falle der Ruhe beobachteten Systemes, wo sich das Wasser dem Lichte entgegen bewegt. Die Röhre, in welcher das Wasser dem Lichte entgegen strömt, enthält somit mehr Lichtwellen, die andere aber weniger Lichtwellen als im Falle der Ruhe, oder, was dasselbe heisst, die Lichtgeschwindigkeit wird vermindert, wenn das Mittel dem Lichte entgegen bewegt wird, sie wird vermehrt, wenn Licht und Mittel in gleichem Sinne sich bewegen. Es scheint am natürlichsten dieses Factum durch die Annahme zu erklären, dass der Aether von dem bewegten Mittel mitgerissen werde, eine Annahme, die uns bereits durch die früheren Betrachtungen nahe gelegt wird, und die höchste Wahrscheinlichkeit dadurch erlangt, dass man mit Zugrundelegung des Fresnel'schen Corréptionsgesetzes für die Grösse der Verschiebung eine Quantität erlangt, die mit der beobachteten übereinstimmt.

In der That, es sey V die Geschwindigkeit des Lichtes im leeren Raume, V' im ruhigen Wasser, ferner sey v die Geschwindigkeit des fließenden Wassers, u die Corréptionsconstante, δ die Oscillationsdauer des Lichtes und λ seine Wellenlänge im freien Raume. Alsdann ist $V' + uv$ die Geschwindigkeit einer Welle in der Röhre, wo das Wasser mit dem Lichte fließt, und $V' - uv$ die Geschwindigkeit in der Röhre, wo das Wasser dem Lichte entgegenströmt. Die Wellenlänge beträgt somit in der ersten Röhre $(V' + uv)\delta$ und in der zweiten $(V' - uv)\delta$. Wenn also L die Länge der Röhren ist und N_1, N_2 die Anzahl der in der ersten und zweiten Röhre enthaltenen Wellen angeben, so ist:

$$N_1 = \frac{L}{(V' + uv)\delta}, \quad N_2 = \frac{L}{(V' - uv)\delta}.$$

Es beträgt folglich der Unterschied der Wellenanzahl auf dem Wege des einen und anderen Strahlenbündels:

$$A = N_1 - N_2 = \frac{2L}{V'^2\delta} \cdot uv.$$

Da nun aber $V\delta = \lambda$ und, unter n den absoluten Bre-

chungsindex des Wassers verstanden, $V = n V'$ ist, so hat man auch:

$$A = \frac{2L \cdot n^2 \cdot uv}{\lambda V}.$$

Würde der Aether durch die Bewegung der Körper nicht afficirt, so wäre $u = 0$ zu setzen und käme $A = 0$; dem widerspricht überhaupt der Erfolg des Versuches. Ob aber der Aether ganz oder nur theilweise fortgerissen werde, kann nur die Vergleichung der beobachteten Werthe von A mit den aus obiger Formel berechneten lehren. Bei der von Fizeau angestellten Messung war, das Meter zur Einheit genommen:

$$L = 2.1487, \quad v = 7,069,$$

und ergab sich eine Verschiebung, welcher $A = 0,23$ entspricht; der Breite eines Streifens entspricht nämlich der Wegunterschied von einer Wellenlänge oder $A = 1$.

Andererseits hat man aber:

$$n = 1\frac{1}{3}, \quad \lambda = 0,00000058, \quad V = 280000000,$$

woraus noch:

$$\lambda V = 162,4.$$

Nimmt man erstlich an, der Aether erlange die volle Geschwindigkeit des bewegten Körpers, so ist $u = 1$ zu setzen, und findet man aus den obigen Daten mit Hülfe unserer Formel:

$$A = 0,4602,$$

ein Zahl, die doppelt so groß ist wie die beobachtete.

Nimmt man hingegen zweitens an, der eingeschlossene Aether erlange nur einen Theil der Geschwindigkeit des Körpers und zwar gerade den durch das oben ausgesprochene (Fresnel'sche) Corréptionsgesetz vorgeschriebenen Theil, so ist $u = 1 - \frac{1}{n^2} = \frac{7}{16}$ zu setzen und findet man aus unserer Formel:

$$A = 0,2013,$$

welche Zahl in befriedigender Uebereinstimmung mit der Beobachtung steht.
