

sufficiente a restituirgli tutta quanta la permeabilità, che gli avrebbe ridonato un intero ciclo dissimetrico. La variazione del campo di quattro delle unità arbitrarie adoperate da me corrispondeva a circa un'unità assoluta. Già dunque una variazione di mezza unità restituisce a quel ferro più di metà della permeabilità differenziale

A me pare che questa sia la proprietà magnetica, almeno nel campione che io ho sperimentato, che rende pratico il detector. Ogni onda consuma l'energia potenziale del nucleo, ma un piccolo spostamento di questo gliela rende, cosìchè, anche muovendo il nucleo con piccola velocità (praticamente qualche centimetro al secondo) possono essere ricevute onde succedentisi con la frequenza di alcune diecine al secondo. Questa proprietà può enunciarsi come attitudine della curva che rappresenta i successivi stati magnetici a cambiare rapidamente la sua direzione.

SULLA MISURA DI PICCOLI COEFFICIENTI D'AUTOINDUZIONE

Nota del Dott. MICHELE LA ROSA ¹⁾.

7

Gravi difficoltà si presentano nella misura di piccoli coefficienti d'autoinduzione, per sormontare le quali diversi esperimenti sono stati suggeriti da parecchi fisici

Il Wien ²⁾ per il primo è riuscito a misurare coefficienti d'autoinduzione piccolissimi, per mezzo del ponte di Wheatstone, impiegato però col suo telefono ottico e con correnti alternate di elevata frequenza.

Dopo di lui il Prerauer ³⁾ con metodo analogo, riuscì a misurare il coefficiente d'autoinduzione di fili rettilinei di 50 cm. di lunghezza, e lo stesso Wien ⁴⁾, in un lavoro successivo tornò sulla misura di coefficienti assai piccoli di circuiti piani con forma geometrica molto semplice. Le misure di entrambi

1) Rend. della R. Acc. dei Lincei, Ser. 5 Vol. 14, 1^a sem., 1905

2) Max Wien Wied. Ann. Vol. 44, pag. 689, 1891.

3) Osw. Prerauer Wied. Ann., Vol. 58, pag. 772, 1894.

4) Max Wien Wied. Ann., Vol. 58, pag. 928, 1894.

diedero valori che concordano bene con quelli che dalle formule teoriche si deducono per gli stessi circuiti.

Però non è facile riprodurre la disposizione da essi adottata per la difficoltà tanto di procurarsi il telefono ottico, che del funzionamento di questo apparecchio, a causa della perfetta sintonizzazione da realizzare fra il telefono e l'interruttore a corda vibrante che serve alla produzione della corrente alternata.

Ulteriori misure di piccoli coefficienti furono fatte da Seiler ¹⁾, con la determinazione del periodo delle oscillazioni prodotte nella carica di un condensatore; ma si tratta di una ricerca molto delicata che non può trovare posto fra i metodi rapidi ed essenzialmente pratici di misura.

Puluj ²⁾ e Troje ³⁾ avevano cercato di servirsi di un metodo, prima ideato da Oberbeck e fondato sull'azione mutua di due bobine, disposte l'una dentro l'altra, come quelle di un elettrodinamometro e percorse da correnti sinusoidali di alta frequenza; però la necessaria conoscenza del periodo rende di non facile impiego questo metodo, del resto non abbastanza sensibile, per la misura di piccole induttanze.

Migliori furono i risultati conseguiti dal Martienssen ⁴⁾, con un'apparecchio che si fonda pure sullo spostamento di fase di due correnti sinusoidali in due bobine derivate sullo stesso circuito e disposte come precedentemente. Annullando lo spostamento di fase con un circuito ausiliare, di resistenza variabile, avvolto in parte su una delle due bobine, si può calcolare la induttanza di queste. Tale metodo richiede, oltre un apparecchio apposito, l'impiego di correnti sinusoidali e la conoscenza della frequenza, qualora questa oltrepassi un certo limite (intorno a 500 alter.).

Il Dott. Manzetti ⁵⁾ ha recentemente introdotto un'utile semplificazione nell'apparecchio del Martienssen, annullando lo spostamento di fase con un condensatore derivato agli estre-

1) Seiler. Wied. Ann., Vol. 61, pag. 31, 1897.

2) Puluj. Electrotek. Zeitschr., Vol. 12, pag. 396, 1891

3) Troje. Wied. Ann., Vol. 47, pag. 501, 1892.

4) Martienssen. Wied. Ann., Vol. 67, pag. 95, 1899.

5) Manzetti. Atti A. E. I., Vol. 6, pag. 377, 1902.

mi di una resistenza non induttiva, variabile, ed attaccata in serie con una delle bobine; così ha potuto misurare, con molta esattezza, delle induttanze dell'ordine 0,002 henry. Però sono anche in questo caso necessari un apparecchio apposito ed una corrente sinusoidale

Un altro metodo semplice è stato suggerito dal Janet ¹⁾, basato sull'impiego delle correnti di Duddell, supposte sinusoidali e col periodo determinato dalle condizioni di risonanza. L'induttanza viene dedotta dalla forza elettromotrice efficace, esistente ai poli della bobina e dall'intensità efficace della corrente che la percorre. Gli errori in queste misure, per le variabili condizioni dell'arco cantante, sono molto notevoli e, come risulta da uno studio del Prof. Corbino ²⁾ possono raggiungere il 20 %.

Questi metodi più o meno complicati ed indiretti sono stati sostituiti ai metodi classici e semplici fondati sull'impiego del ponte di Wheatstone, perchè si è generalmente ritenuto che il ponte, anche opportunamente impiegato, non si presti alla misura di piccoli coefficienti d'autoinduzione.

Il Graetz ³⁾ in un lavoro sulla misura di auto- e mutue-induzioni afferma che i metodi derivati da quello di Maxwell possono dare un risultato, solamente quando si tratta di induttanze abbastanza grandi e falliscono del tutto per piccoli valori.

Il Martienssen nel lavoro sopra citato dice: « I metodi conosciuti per la misura assoluta del coefficiente d'autoinduzione di un conduttore secondo Maxwell col ponte di Wheatstone, come anche le modificazioni di essi dovute a Kohlrausch, Graetz, Himstedt, *falliscono totalmente* per induttanze minori di 10^6 cm. ».

1) Janet. C. R., Vol. 134, pag. 462, 1902.

2) Corbino. Atti A. E. I., Vol. 7, pag. 597, 1903.

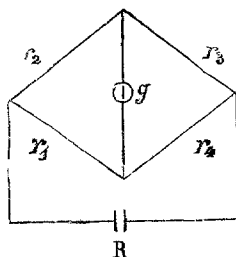
3) " Und doch ist die Messung und Vergleichung von Selbstpotentialen bisher noch eine recht schwierige Aufgabe der messenden Physik. Die von Maxwell herrührenden Methoden für diese, sei es absoluten, sei es relativen Messungen, setzen ein äusserst empfindliches Galvanometer und günstige äussere Umstände voraus und liefern auch bei relativen Messungen durch recht mühsame doppelte Abgleichung nur dann ein Resultat, wenn es sich um ziemlich grosse Werthen des Selbstpotentials handelt; bei kleinen Werthe desselben versagen sie ganz „ Graetz, Wied. Ann. Vol. 50, pag. 766, 1893.

Ed il Dott. Manzetti dice: « Quando si debbano misurare coefficienti di autoinduzione molto piccoli, al disotto di $\frac{1}{100}$ o $\frac{1}{1000}$ di henry, i metodi ordinari di Maxwell, Pirani ecc. presentano gravi difficoltà, se non *l'impossibilità assoluta di eseguire la misura* ».

Lo stesso Prerauer, il quale si serve del ponte di Wheatstone, sente bisogno di avvertire che « per piccole autoinduzioni non si può lavorare con un solo impulso della corrente ed il galvanometro, bisogna invece ricorrere alle correnti alternate . . . ».

Avendo dovuto io misurare alcuni piccoli coefficienti d'autoinduzione e non disponendo dei mezzi speciali sopra citati, ho voluto esaminare fin dove potesse servire il ponte ed ho trovato che, scegliendo opportunamente le resistenze dei lati ed un galvanometro abbastanza sensibile, il ponte può impiegarsi per la misura di coefficienti assai piccoli, della medesima grandezza di quelli misurati dal Wien e dal Prerauer che sono i più piccoli finora sperimentalmente determinati.

In conferma di ciò mi permetto di pubblicare, insieme con alcune osservazioni sulla scelta più conveniente delle resistenze, qualche risultato delle mie misure.



Siano r_1, r_2, r_3, r_4 le resistenze dei quattro lati di un ponte di Wheatstone, dei quali solo quello di resistenza r_4 abbia una induttanza L . Sia g la resistenza del galvanometro ed R quella della pila, sia inoltre i_4 l'intensità della corrente a regime permanente nel lato r_4 .

La frazione q della quantità d'elettricità, messa in moto

dall' induttanza L e che passa per il galvanometro, è data, come si sa ¹⁾, dalla relazione :

$$q = \frac{Li_4}{r_3 + r_4} \frac{r_1 + r_2}{g(r_1 + r_2) + r_1 + r_2}$$

che scritta nella forma :

$$q = \frac{Li_4}{g \left(1 + \frac{r_3 + r_4}{r_1 + r_2} \right) + (r_3 + r_4)}$$

mostra che la quantità q d' elettricità è tanto più grande per un valore costante di Li_4 , quanto più grande è $r_1 + r_2$, e quanto più piccole sono g , ed $r_3 + r_4$.

Inoltre l' effetto prodotto dalla pila sarà massimo quando è soddisfatta la relazione :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1 + r_4} + \frac{1}{r_2 + r_3}$$

e poichè R dev' essere piccola, impiegando come è opportuno, una piccola f. e. m., dovrà non solo essere grande la somma $r_1 + r_2$ e piccola la $r_3 + r_4$, ma ancora piccola dev' essere una delle somme $r_1 + r_4$, $r_2 + r_3$ e per conseguenza una delle due quantità r_1 , r_2 .

Dall' altro canto, siccome la q cresce al crescere di i_4 , è evidente che piccola dovrà scegliersi la r_1 .

Si vede perciò che nella misura di un' induttanza col ponte, per avere una grande sensibilità, è necessario che i tre lati r_1 , r_3 , r_4 siano di piccola resistenza, al più dell' ordine di grandezza della resistenza interna della pila e del galvanometro, ed il quarto lato r_2 , cioè quello opposto all' induttanza, di grande resistenza.

Il Wien ed il Prerauer invece hanno applicato alle misure d' induttanza le condizioni di massima sensibilità del ponte per le misure di resistenze, scegliendo tutti e sei i lati poco resistenti ; da ciò dipende l' impossibilità dell' uso del galvano-

1) Gerard. Mes. Electr. pag. 275.

metro messa in rilievo dal secondo nelle parole che sopra ho riportato.

Se nella misura in esame col ponte, si vuole compensare l'effetto dell'induttanza per mezzo di una capacità in derivazione (metodo di riduzione a zero), conformemente a quanto sopra si è detto, è da scartare il metodo di Pirani che richiede l'impiego di una resistenza notevole nel ramo stesso dell'induttanza da misurare, ed è invece da preferire il metodo di Sumpner, secondo il quale la forte resistenza va introdotta nel ramo opposto all'induttanza.

Di quest'ultimo appunto mi sono giovato nelle numerose misure che ho eseguito e sulle quali riferisco in seguito brevemente.

Nelle mie determinazioni sperimentali le due resistenze r_1 ed r_2 erano formate da bobine, senza autoinduzione, di una cassetta di resistenze e stavano sempre nel rapporto di uno a cento. La r_3 era data da un'altra cassetta, nella quale la resistenza poteva farsi variare per decimi di ohm, e da un reocordo con due fili di rame molto vicini e contatto scorrevole a mercurio; la r_4 era infine la resistenza del circuito di cui si doveva misurare l'induttanza.

Agli estremi della r_2 era derivato un ottimo condensatore con dielettrico di mica, a capacità variabile da 0,001 ad 1 microfarad. La misura di L si otteneva realizzando prima l'equilibrio nel galvanometro a regime permanente regolando la resistenza r_3 , e poi l'equilibrio a regime variabile mutando solamente la capacità. Il valore di L viene allora espresso, come è noto, dalla relazione:

$$L = C r_2 r_4 = C r_1 r_3$$

dove C denota la capacità necessaria per avere nel ponte l'equilibrio completo.

I coefficienti d'autoinduzione da me misurati furono compresi tra $3 \cdot 10^6$ e $5 \cdot 10^8$ cm. Per i più grandi ho potuto impiegare un galvanometro a telaio mobile Hartmann e Braun, con resistenza interna di 30 ohm ed una durata di oscillazione di 8". Sopra una scala, a 168 cm. di distanza, si aveva una deviazione di un millimetro per il passaggio attraverso al gal-

vanometro della quantità di elettricità $2 \cdot 10^{-8}$ coulomb. Il vero ponte era costituito da questo galvanometro unitamente ad una resistenza di 100 ohm, la quale, pur facendo perdere in sensibilità, serviva a diminuire lo smorzamento eccessivo. La perfetta stabilità di questo apparecchio permetteva di apprezzare nettamente una deviazione di qualche decimo di divisione. La corrente era fornita da due accumulatori.

L'errore nella misura di L si poteva ritenere dipendente soltanto dall'incertezza inerente alla determinazione di C , essendo tutti gli altri errori possibili certamente compresi nei limiti di tale incertezza, come facilmente si riconosce, pensando che le deviazioni al galvanometro (a regime variabile) si mantenevano inapprezzabili anche quando la C si faceva variare di un ventesimo del suo valore totale.

Per ottenere in tale determinazione una grande esattezza si notavano, per valori sempre crescenti della capacità, le deviazioni galvanometriche corrispondenti, le quali dapprima decrescevano, in seguito diventavano inapprezzabili e poi tornavano a manifestarsi crescenti ma invertite di senso. La curva delle deviazioni successive in funzione della capacità non era simmetrica rispetto all'asse di queste, pure dentro limiti ristretti si poteva considerare come tale e dedurre, interpolando fra deviazioni molto piccole, il valore C corrispondente all'equilibrio con un errore che l'esperienza dimostrò non superiore all'1 %.

Riporto, come esempio, una di tali misure presa a caso dal mio quaderno (sistema industriale).

r_1	r_2	r_3	C	L
25	2500	47,12	$0,345 \cdot 10^{-6}$	$0,406 \cdot 10^{-3}$
15	1500	47,20	0,570 »	0,404 »
12	1200	47,25	0,720 »	0,407 »
25	2500	47,13	0,343 »	0.404 »

Essa mostra che le divergenze si mantengono dentro il limite detto, anche quando vengono mutate le condizioni in cui è fatta la misura.

La disposizione sopraindicata non si prestava a determinazioni di coefficienti inferiori a 2×10^4 cm. Per poterle realizzare, a quello di Hartmann e Braun fu sostituito un galvanometro di Du Bois e Rubens con equipaggio leggerissimo, protetto da corazze di ferro dolce, e con una resistenza interna di dieci ohm. Sopra una scala distante 168 cm. si aveva la deviazione di 1 mm. per il passaggio della quantità d'elettricità 1.10^{-8} coulomb, quando la sua durata d'oscillazione era, come fu sempre, di 5". Una maggiore astatizzazione riusciva dannosa per la facilità con cui allora si smorzavano le oscillazioni. Ai due accumulatori fu sostituita una semplice pila Grenet.

In queste condizioni la sensibilità del metodo era quasi 200 volte maggiore che nelle precedenti ¹⁾).

Dovetti perciò molto preoccuparmi dell'induttanza propria della combinazione e cercai di renderla quanto più piccola era possibile, disponendo i quattro vertici del quadrilatero vicinissimi fra loro, e ciascun lato in modo che, ad ogni suo elemento ne corrispondesse un altro (dello stesso lato) ad esso parallelo e molto prossimo, percorso in senso inverso dalla corrente.

Ciò non ostante una piccola induttanza residua rimaneva sempre. Cercai determinarla con l'esperienza, riunendo insieme gli estremi del cordoncino (di lunghezza notevole) al quale solevo attaccare l'induttanza da misurare e procedendo come di solito. Come media di molte prove risultò una induttanza residua di 250 cm. circa.

A causa del piccolo ma continuo moto dell'equipaggio del galvanometro, dovuto ai tremiti incessanti in questo laboratorio per la sua ubicazione, non si poteva garantire nelle letture delle deviazioni un'approssimazione superiore ad una mezza divisione. Ciò produceva un errore assoluto quasi costante per

1) Scaricando la stessa quantità di elettricità nei due galvanometri, osservati nelle medesime condizioni, si aveva nel galvanometro di Du Bois e Rubens una deviazione 20 volte maggiore che in quello di Hartmann e Braun. Questo rapporto diventava uguale a 15 se invece i due galvanometri venivano shuntati in condizioni simili a quelle delle esperienze. In queste però il rapporto delle due sensibilità diventava quasi 200 per la mutata resistenza del ponte.

tutte le misure, e quindi si aveva un'esattezza tanto minore quanto più piccola era la grandezza misurata. Così mentre era facile misurare un'induttanza di 30000 cm. con un errore inferiore a 3 per mille, dovetti contentarmi di errori anche superiori al 6 o 7 % per induttanza inferiore a 1000 cm.

Così per alcuni circuiti di una sola spira di rame di forma circolare si è trovato (unità comune il cm.):

Raggio della sezione	Raggio del circolo	L misurato	L calcolato	Differenza in %
0,056	18,50	1250	1220	+ 2,5
0,135	15,44	975	1012	— 3,7
0,056	20,00	1466	1557	— 6,0
0,054	8,57	534	582	— 8,7

Con un quadrato di 101 cm. di perimetro di filo di rame, con sezione di raggio 0,071, ho trovato con la misura $L=1060$ e col calcolo 1082.

Misure più esatte avrei potuto ottenere lavorando a tarda notte, ma ciò non feci perchè il compito prefissomi era semplicemente quello di accertare la possibilità di misurare coefficienti d'autoinduzione così piccoli col ponte ed il galvanometro.