

**VIII. Bemerkungen zum Aufsatz des Hrn. C. Bohn  
über das Stampfer'sche Nivellir-Instrument;  
von Stephan v. Kruspér.**

Prof. am K. Josephs Polytechnicum in Ofen.

1. In dem October-Hefte No. 10 dieser Annalen vom Jahre 1866 ist mit der Ueberschrift: *Ueber ein Instrument zum Messen der horizontalen Entfernung und des Höhenunterschiedes* von Herrn C. Bohn ein Aufsatz erschien, in welchem die in Stampfers »Anleitung zum Nivelliren« und anderen Werken entwickelte Theorie des Stampfer'schen Nivellirinstrumentes einer scharfen Kritik unterzogen, selbe einer »Ungenauigkeit« geziehen, und das Instrument »einer wesentlichen Verbesserung fähig« genannt wird. Es möge mir gestattet werden, diesen Aufsatz näher zu beleuchten, da die Voraussetzungen, auf welche der Verfasser seine Betrachtungen gründet, theils unrichtig, folglich die daraus gezogenen Folgerungen der thatsächlichen Grundlage entbehren, theils allerdings begründet, aber die gerügten Mängel so geringfügig sind, daß sie auf die Praxis nie einen erheblichen Einfluß ausüben können. Der Verfasser empfiehlt dann ein von ihm nach den Grundsätzen des Stampfer'schen gebautes Nivellir- und Distanzmess-Instrument, welches die gerügten Mängel nicht besitze; er hat aber in der Construction einen wesentlichen Fehler übersehen, der die Vortheile des Instrumentes so sehr beeinträchtigt, daß es eine Verschlechterung des Stampfer'schen genannt werden muß.

Die Bemängelungen des Verfassers drehen sich hauptsächlich um zwei Punkte; nämlich: um die *Theorie der Winkelmessungs-Formel*, und die *Excentrische Stellung der optischen Axe des Fernrohres*.

2. In Betreff des ersten Punctes ist der Verfasser der irrigen Meinung, daß die Mikrometerschraube des Stampfer'schen Instrumentes gegen die Alhidade eine unverän-

derliche Lage besitze. Deshalb sagt er (Seite 240) daß die Winkel  $\varphi$ ,  $\varphi'$  durch die Formeln

$$\operatorname{tg} \varphi = cn, \operatorname{tg} \varphi' = cn'$$

„genau“ ausgedrückt werden, in welchen  $c$  eine Constante bedeutet. Dies ist nicht der Fall. Die Stampfer'sche Schraubenspindel ist an ihrem oberen Ende mit einem Kugelgelenk versehen, und ist nach allen Richtungen frei beweglich, aber nicht drehbar. Die drehbare Schraubenmutter stützt sich ebenfalls an eine Kugelfläche. Das feste Anliegen dieser Kugel an ihre Höhlungen wird durch eine Feder gesichert, welche jeden todtten Gang der Schraube ausschließt. Die Lage der Schraubenspindel gegen die Alhidade ist demnach nicht constant, sondern ändert sich mit der Drehung der Schraubenmutter; folglich kann die auf Seite 245 für die Spindel aufgestellte Gleichung

$$x \sin \alpha + y \cos \alpha = e,$$

in welcher  $\alpha$  und  $e$  constante Größen bedeuten, auf das Stampfer'sche Instrument keine Anwendung finden.

An dem Stampfer'schen Instrument Fig. 7 Taf. V sind die Mittelpunkte der erwähnten Kugelgelenke  $A$  und  $B$  unveränderlich, folglich in dem  $\triangle ABC$  die Seiten  $AC$  und  $BC$  constant, hingegen die Seite  $AB$ , und der Winkel  $ACB$  veränderlich, oder  $ACB$  ist eine Function von  $AB$ . Ist das Instrument einmal aufgestellt, so hat  $BC$  eine bestimmte, unveränderliche Lage; während  $AC$  sich um den Punkt  $C$  dreht, wenn die Schraubenmutter in Drehung versetzt wird. Der Drehungswinkel dieser Linie ist aber mit dem Erhebungswinkel der optischen Axe des Fernrohrs identisch, weil das Fernrohr mit der Linie  $AC$  vermöge der Lagerung auf den Trägern des Fernrohrs fest verbunden ist. Dennoch wird der Elevationswinkel der optischen Axe durch den Drehungswinkel der Linie  $AC$  gemessen. Denken wir nun den Index der Mikrometerschraube an dem untersten Ende der Spindel auf 0 gestellt, und nennen wir  $AC = a$ ,  $BC = b$ ,  $AB = c$ ,  $\angle ACB = \gamma$ , so besteht die bekannte Relation:

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

Dreht man dann die Schraubenmutter, bei unveränderter Lage der Alhidade, um einige ( $n$ ) Gänge, welchen eine Länge der Spindel  $= k$  entsprechen soll; so ändert sich auch  $\gamma$  um einen gewissen Werth, welchen wir mit  $\omega$  bezeichnen wollen, und es wird ebenfalls:

$$\cos(\gamma - \omega) = \frac{a^2 + b^2 - (c - k)^2}{2ab},$$

oder durch Verbindung beider Gleichungen:

$$\cos(\gamma - \omega) = \cos \gamma + \frac{ck}{ab} - \frac{k^2}{2ab}.$$

Aus dieser Gleichung soll  $\omega$  als Function von  $k$  entwickelt werden, was in algebraischer Form nur durch eine unendliche Reihe möglich ist, die um so mehr convergiren wird, je kleiner  $k$  ist. Demnach erhält man im Allgemeinen:

$$\omega = Mk + Nk^2 + Pk^3 + \dots$$

wo  $M, N, P$  constante, von  $a, b, c$  abhängige Größen bedeuten. Wären nun die Schraubengänge vollkommen gleichförmig, und der Winkelwerth eines Schraubenganges  $= p$ , so würde  $k = np$  seyn. Die Schraubengänge aber können vermöge der bei der Bearbeitung entstehenden Erwärmung eine stetige Aenderung zeigen. Das Gesetz dieser Aenderung ist zwar nicht bekannt, kann jedoch wieder durch eine der vorigen ähnliche Reihe, etwa

$$k = M'n + N'n^2 + P'n^3 + \dots$$

dargestellt werden, wo  $n$  den Stand der Schraube bedeutet. Durch Substitution in die obige Reihe gelangt man in beiden Fällen wieder zu einer Reihe von derselben Form, etwa

$$\omega = An + Bn^2 + Cn^3 + \dots$$

Denken wir nun die optische Axe des Fernrohres der Reihe nach auf die untere und obere Zielscheibe gerichtet, dann die Libelle zum Einspielen gebracht, und die entsprechenden Schraubenstände  $o, u, h$  abgelesen, so werden die Winkel, welche die Visirlinien mit der, dem Nullpunkte der Schraube entsprechenden Lage der optischen Axe einschließen, nach dem obigen

$$\omega_1 = Au + Bu^2 + Cu^3 + \dots$$

$$\omega_2 = Ao + Bo^2 + Co^3 + \dots$$

$$\omega_3 = Ah + Bh^2 + Ch^3 + \dots$$

folglich die Werthe der zwischen den obigen Visuren eingeschlossenen Winkel, welche Stampfer mit  $\alpha$  und  $\beta$  bezeichnet, oder:

$$\omega_2 - \omega_1 = \alpha = A(o - u) + B(o^2 - u^2) + C(o^3 - u^3) + \dots$$

$$\omega_3 - \omega_1 = \beta = A(h - u) + B(h^2 - u^2) + C(h^3 - u^3) + \dots$$

Somit ist das zweite Glied der Winkelformel begründet, und keineswegs »willkürlich gewählt«. Das dritte, und die folgenden Glieder der Entwicklung läßt Stampfer weg, weil sie innerhalb der Grenzen, welche der Winkelmessung durch die Länge der Schraube gesteckt sind, nie erheblich ist.

3) Die zweite Bemängelung des Verfassers bezieht sich auf die excentrische Lage der Visirlinie. In theoretischer Beziehung hat er vollkommen recht, aber der entstehende Fehler ist so klein, daß er in der Praxis nie zur Geltung kommen kann. Eine einfache Betrachtung wird dies erweisen. Es sollen die Geraden 1, 2, 3 (Figur 8, Tafel V) die nach den Zielscheiben  $U$ ,  $O$ , und die horizontale gerichteten Visuren vorstellen, welche unter sich die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  einschließen. Alle diese Linien stehen von  $C$ , um welchen der obere Theil des Instrumentes sich dreht, gleich weit ab, und die aus  $C$  gezogenen Perpendikel, welche diese Entfernungen darstellen, bilden unter sich ebenfalls die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$ . Die strengen Formeln Stampfers sind in seiner »Anleitung« unter der Voraussetzung entstanden, daß der Drehungspunkt  $C$  ein Punkt der optischen Axe sey; suchen wir nun die analogen Ausdrücke für den vorliegenden Fall. Aus dem  $\triangle EOU$ , in welchem  $OU = d$  die Entfernung der Zielscheiben von einander bedeutet, hat man

$$\overline{EU} = \frac{d \cdot \cos(\beta - \alpha)}{\sin \alpha},$$

ferner

$$\overline{FU} = \overline{EU} - \overline{EG} + \overline{JG} = \frac{d \cos(\beta - \alpha)}{\sin \alpha} \operatorname{rtg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{rtg} \frac{\beta}{2},$$

demnach

$$\overline{UH} = \overline{JU} \cdot \sin \beta, \text{ und } \overline{KH} = \overline{JU} \cdot \cos \beta + \overline{KJ}$$

oder nach einer einfachen Substitution und Reduction

$$\overline{UH} = \frac{d \cos(\beta - \alpha) \sin \beta}{\sin \alpha} + r \sin \beta \left( \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right).$$

$$\overline{KH} = \frac{d \cos(\beta - \alpha) \sin \beta}{\sin \alpha} + r \left( \sin \beta - \cos \beta \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right).$$

Die ersten Glieder dieser Formeln sind die Stampfer'schen Ausdrücke; die übrigen stellen den Einfluß der Excentricität auf den Höhenunterschied und die Horizontal-distanz dar, oder die senkrechten Abstände des Punktes *E* von der horizontalen *JH*, und der vertikalen *CK*. Eine einfache Betrachtung zeigt, daß diese Abstände am größten ausfallen, wenn  $\beta$  den größtmöglichen positiven oder negativen Werth annimmt, und  $\alpha = 0$  gesetzt wird. Dies kann zwar in der Praxis nie eintreten, aber als Grenzwert mag es behalten werden. Der größte Werth von  $\beta$  ist  $= 10^\circ$ ; *r* hat der Verfasser  $= 2,5$  Zoll gefunden. Mit diesen Werthen berechnet sich der größtmögliche Fehler in der Höhendifferenz  $= 0,038$  Zoll, oder noch nicht ganz eine halbe Linie; in der horizontalen Entfernung aber  $= 0,43$  Zoll, eine Größe, die auch bei den genauesten Arbeiten der niederen Geodäsie vernachlässigt werden kann.

4. Sehen wir nun nach, welche Mittel der Verfasser anwendet, um die gerügten Fehler zu vermeiden.

a) Er versetzt den Drehungspunkt in die optische Axe des Fernrohres. Dies Mittel ist zwar sehr einfach, aber nicht neu. Man kann es in Stampfer's »Anleitung«, Fig. 9, wiederfinden; es ist übrigens mit dem Nachtheile verbunden, daß man das Fernrohr nicht umlegen kann, demnach die Rectification zwei Standpunkte erheischt; was zu vermeiden, und die Operation aus einem einzigen Standpunkte auf die möglichst einfachste Weise zu bewerkstelligen der Zweck der Umlegbarkeit und Umdrehbarkeit des Fernrohres ist.

b) Er giebt der Schraubenspindel eine unveränderliche Richtung, indem er die Mutter an der Alhidade festmacht. Das Ende der Spindel stößt oben an ein hakenförmig gebogenes Stück, welches oben dachförmig zuge-

schnitten ist, und auf die Kante desselben stützt sich der untere Theil des Fernrohres. Diese Einrichtung ist ganz verfehlt, wenn die Winkelformel des Verfassers (Seite 250)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{l}$$

ganz richtig seyn soll, was der Verfasser an mehreren Stellen des Aufsatzes ausdrücklich postulirt. Es ist nämlich

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BD}{CD} = \frac{AB - AD}{AD}.$$

Aber  $AB$  (Figur 9, Tafel V) besteht aus drei Theilen, nämlich aus dem Stücke der Schraube zwischen dem Index  $A$ , und dem oberen Ende derselben; dann aus der Höhe des Zwischenstückes vom Ende der Schraube bis an die Dachkante; endlich aus der vertikalen Linie von der Dachkante bis an die optische Axe, deren Länge  $= \frac{\varrho}{\cos \alpha}$ , wenn  $\varrho$  den senkrechten Abstand der Dachkante von der optischen Axe bedeutet.  $AD$  besteht ebenfalls aus drei Theilen, nämlich aus einem entsprechenden Stücke der Schraube, aus der Höhe des Zwischenstückes, und aus  $\varrho$ , welche, welche wegen der horizontalen Lage der optischen Axe jetzt vertikal steht. Durch Subtraction reducirt sich die Differenz der zwei Schraubenlängen auf  $a$ , nach der Bezeichnungsweise des Verfassers; die Höhe des Zwischenstückes fällt weg, und die dritten Glieder geben

$$\varrho \frac{\sin \operatorname{vers} \alpha}{\cos \alpha}.$$

Demnach ist

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{l} + \varrho \frac{\sin \operatorname{vers} \alpha}{l \cos \alpha}.$$

Nimmt man  $\alpha$  nur zu  $5^\circ$ ,  $\varrho = \frac{1}{2}$  Zoll, und  $l = 10$  Zoll an, so wird der Fehler nach der Formel des Verfassers  $= 39$  Sekunden. Für  $10^\circ$ , den größtmöglichen Werth des mit dem Stampfer'schen Instrument meßbaren Höhenwinkels, würde der Fehler schon  $2' 37''$  betragen, da der Fehler nahe im quadratischen Verhältnisse zum Höhenwinkel wächst.

Soll die Formel des Verfassers ganz richtig seyn, dann muß das hakenförmige Stück über der Schraube oben gabelförmig gemacht werden, und bis zur optischen Axe des Fernrohres hinaufreichen, das Fernrohr aber in der Höhe der optischen Axe an beiden Seiten Ohren bekommen, welche sich auf die schneidigen Enden der Gabel stützen. Ob das Instrument auch in dieser modificirten Form dem Zwecke entsprechen werde, dagegen ließen sich manche gewichtige Gründe anführen; nur einem Bedenken will ich hier noch Ausdruck geben, daß nämlich die Bauart des Instrumentes kaum gestatten wird, den Höhenwinkel bis auf  $10^\circ$  Neigung zu messen, folglich die Anwendbarkeit des Instrumentes gegen das Stampfer'sche eine namhafte Beschränkung erfahren dürfte; was wohl mit dem Begriffe einer Verbesserung schwer in Einklang gebracht werden könnte.

Ofen, am 15. Februar 1867.

### IX. *Optische Untersuchung der Krystalle des unterschwefelsauren Baryts; von A. Brio aus Charkow.*

(Im Auszug aus d. Sitzungsbericht. d. Wien. Akad. Bd. LX; vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Für diese Krystalle, welche dem monoklinischen Systeme angehören, fällt die Ebene der optischen Axen mit der Symmetrie-Ebene zusammen. Die Lage der Elasticitätsaxen in derselben ist gegeben durch das vollständige Axenschema

$$(1\ 0\ 0) \quad bc = 103^\circ 14'$$

+

Die Werthe der drei Hauptbrechungsquotienten, welche mittelst den Elasticitätsaxen paralleler Prismen bestimmt wurden, sind: