

Osservazioni sulla « Réclamation de priorité » del sig. Zindler.

(Di GUSTAVO SANNIA, a Torino.)

Il sig. ZINDLER nei §§ 48, 49 del vol. II della sua *Liniengeometrie mit Anwendungen* ha studiato le variazioni del *parametro di distribuzione* delle rigate passanti per un raggio di un complesso, dopo di averlo espresso come quoziente di due forme differenziali quadratiche. Ora, nella sua « *Réclamation de priorité* » (*), osserva che queste forme coincidono, almeno per il loro significato geometrico, con quelle che io ho assunto come fondamentali nel *Saggio di Geometria differenziale dei complessi di rette* (**); in ciò egli vede una ragione sufficiente per reclamare la priorità sull'uso di queste forme nello studio dei complessi, come aveva già fatto precedentemente (***) in occasione dei miei lavori sulle congruenze di rette.

In tutto ciò vi è un equivoco che conviene dissipare.

Nei miei varî lavori ho voluto dimostrare come la geometria differenziale delle congruenze e dei complessi di rette possa essere portata alla stessa perfezione di quella delle superficie, dimostrando che *anche per le congruenze e per i complessi esiste una coppia di forme differenziali quadratiche legate da equazioni (una per le congruenze e quattro per i complessi) analoghe a quelle di GAUSS-CODAZZI, le quali godono delle seguenti proprietà :*

- 1.^o *individuano la congruenza o il complesso, a meno di un movimento ;*
- 2.^o *ricondono quindi lo studio delle proprietà geometriche della congruenza e del complesso allo studio di espressioni o equazioni aventi carattere invariantivo rispetto al sistema delle due forme ;*

(*) Cfr. questi *Annali*, serie III, tom. XVIII, 1911.

(**) Ibid., tom. XVII, 1910.

(***) *Mathematische Annalen*, B. 69. Si legga anche l'aggiunta della *Redazione dei M. A.*

Annali di Matematica, Serie III, Tomo XIX.

3.^o permettono di trattare con uniformità di metodo i problemi relativi alle congruenze ed ai complessi e conducono, per alcuni di essi, a risoluzioni aventi un grado di semplicità mai prima raggiunto.

In tutto ciò io stimo che consista il problema di ridurre lo studio delle congruenze e dei complessi allo studio di una coppia di forme differenziali quadratiche. Questo problema, la cui risoluzione apporta un effettivo e notevole progresso alla Geometria differenziale dello spazio rigato, non era mai stato risoluto nè dal sig. ZINDLER, nè da altri.

È ben vero che dei tentativi in questo senso erano già stati fatti per le sole congruenze (mai per i complessi) da alcuni Geometri (BURGATTI, CIFARELLI), adoperando le due forme differenziali introdotte dal KUMMER; ma questi tentativi restarono infruttuosi. Il lettore se ne potrà convincere leggendo il cap. XII della *Differential Geometry* di L. P. EISENHART: egli vedrà che in tutta la teoria le due forme di KUMMER (o almeno una di esse) fanno la figura di semplici *comparse* e che le quantità che veramente entrano in gioco sono certo sette funzioni

$$E, F, G, e, f, f', g$$

di due variabili. L'inanità dei tentativi è dovuta, non certo ai Geometri, ma alle forme stesse, in quanto che *vi sono infinite congruenze distinte che danno origine alle medesime forme di KUMMER* (*).

Concludendo: le due forme da me adoperate intervengono nei lavori del sig. ZINDLER mediante il loro rapporto ed i loro coefficienti compaiono in alcune formole; ma io credo che ciò nulla tolga alla originalità delle mie ricerche.

Il sig. ZINDLER ha pure reclamato la priorità dello studio dei complessi definiti mediante equazioni parametriche. Osservo che questo modo di definire i complessi è ben antico ed affatto naturale, e quindi non è il caso di porre su di esso una quistione di priorità. Nel mio *Saggio* ho affermato di avere adoperato *per la prima volta in modo sistematico* la rappresentazione parametrica, in quanto che ne ho fatto uso *esclusivo e costante*; mentre che il sig. ZINDLER l'ha adoperata solo per alcune questioni, trat-

(*) Cfr. l'Introduzione alla mia Nota: *Sull'inviluppata media di una congruenza di rette* (R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XLV, 1909).

tando tutte le altre con l'uso costante dell'equazione del complesso in coordinate omogenee di retta e supponendo inoltre che questa equazione sia algebrica.

Torino, 27 gennaio 1912.

AGGIUNTA DELLA REDAZIONE ALLE PRECEDENTI « OSSERVAZIONI »
DEL SIG. SANNIA.

Dopo quanto hanno scritto il sig. ZINDLER (*Ann. di Mat.* (3), XVIII (1911), pag. 335) e il sig. SANNIA, consideriamo per parte nostra come definitivamente chiusa questa breve polemica (Vedasi anche *Math. Annalen*, Tom. 69 (1910), pagg. 447-8).
