

**VI. Ueber die Zusammendrückbarkeit der Kohlensäure und der atmosphärischen Luft bei 100 Grad Temperatur;
von P. Blaserna,**

Prof. der Physik an der k. Universität in Palermo.

(Aus dem *Giornale di Scienze naturali ed economiche*, Vol. I., Palermo 1865; vom Hrn. Verf. deutsch übersandt.)

1. Die Zusammendrückbarkeit der Gase ist von vielen Physikern, namentlich von Boyle, Mariotte, Robison, Oersted und Swendtsen, Despretz, Pouillet, Arago und Dulong untersucht und durch ein einfaches Ge-etz ausgedrückt worden, welches nach den ersten Entdeckern den Namen des Boyle'schen oder des Mariotte'schen Gesetzes führt. Dieses Gesetz, nach welchem das Volumen der Gase im umgekehrten Verhältnisse zu ihrem Drucke steht, wurde bis in die neueste Zeit, besonders nach den schönen Versuchen von Arago und Dulong¹⁾, wenigstens für die sogenannten permanenten Gase für richtig gehalten, während für jene, welche tropfbar flüssig dargestellt werden können, dessen Unrichtigkeit allgemein anerkannt ist.

Die Wissenschaft verdankt Regnault eine neue Reihe von Untersuchungen über diesen Gegenstand, angestellt nach einer Methode, welche alle frühern an Genauigkeit übertrifft²⁾. Regnault macht den frühern Arbeiten, und namentlich Arago's und Dulong's Versuchen den gewichtigen Vorwurf, daß ihre Apparate bei zunehmendem Drucke stets unempfindlicher wurden. Arago und Dulong hatten nämlich in großen Dimensionen ein Manometer angefertigt, ähnlich denjenigen, welche noch jetzt zur

1) *Mémoires de l'Académie des sciences* T. X, und *Ann. de Chim. et Phys.* 2. série T. XLIII.

2) *Mémoires de l'Acad. des sciences* T. XXI, p. 329. Siehe daselbst eine vollständige Kritik aller frühern Arbeiten.

Schulddemonstration überall angewendet werden, und woselbst mittelst einer länger und länger werdenden Quecksilbersäule ein kleines Volumen des betreffenden Gases in einer Glasröhre unter einem leicht zu bestimmenden Drucke abgesperrt wird. Da bei hohem Drucke das Volumen des Gases sehr gering wird, so ist es leicht möglich, daß unscheinbare Differenzen, wie sie Arago und Dulong wirklich und zwar stets in demselben Sinne fanden, eine nicht unbeträchtliche Abweichung vom Mariotte'schen Gesetze anzeigen.

Um diesen Uebelstand abzuheben, füllte Regnault in seine zwei Meter lange Glasröhre schon verdichtetes Gas ein, reducirte dessen Volum nur auf die Hälfte oder auf ein Drittel und bestimmte am offenen Quecksilbermanometer die dazu gehörigen Drucke. Dann verdichtete er das Gas in der Röhre, führte es auf sein ursprüngliches Volumen zurück, und reducirte es abermals auf die Hälfte, während er bei jeder Operation den Druck am Manometer bestimmte. Auf diese Weise war sein Apparat stets gleich empfindlich, und gestattete selbst sehr geringe Differenzen mit Sicherheit zu messen. So gab Regnault eine sehr genaue Tabelle für die Zusammendrückbarkeit der Kohlensäure und fand, daß das Mariotte'sche Gesetz weder für atmosphärische Luft, noch für Stickstoff, noch für Wasserstoff richtig ist.

Sey φ das Volumen des untersuchten Gases unter dem Normaldruck einer Quecksilbersäule von einem Meter Höhe und v das Volumen desselben unter dem Drucke von p Metern; nach oben genanntem Gesetze müßte der Werth $\frac{p}{1} \cdot \frac{v}{\varphi}$ stets $= 1$ seyn, während Regnault fand, daß dieser Werth bei zunehmender Verdichtung mehr und mehr von der Einheit abweicht und für alle von ihm untersuchten Gase, mit Ausnahme des Wasserstoffs, kleiner, für Wasserstoff hingegen stets größer als 1 ist, wie man leicht aus folgenden Beispielen er-ehen kann:

$\frac{p}{v}$	Werthe von $\frac{p}{1} \cdot \frac{v}{\varphi}$ für		
	Kohlensäure	Atmosph. Luft	Wasserstoff
1	1,00000	1,00000	1,00000
5	0,96576	0,99589	1,00232
10	0,92262	0,99162	1,00561
15	0,87913	0,98832	1,00931
20	0,83527	0,98599	1,01344

Das Gesetz der Zusammendrückbarkeit der Gase ist also viel complicirter, und kann, innerhalb der jetzigen Beobachtungsgränzen durch die empirische Formel:

$$\frac{p}{1} \cdot \frac{v}{\varphi} = 1 - A_0 \left(\frac{\varphi}{v} - 1 \right) \pm B_0 \left(\frac{\varphi}{v} - 1 \right)^2 = A. \quad (1)$$

ausgedrückt werden, worin A_0 für alle Gase, mit Ausnahme des Wasserstoffs, sein negatives Zeichen behält, für Wasserstoff hingegen positiv wird.

Diese Versuchsreihen wurden von Regnault bei niedriger Temperatur, soviel als möglich in der Nähe von 0° angestellt. Für höhere Temperaturen besteht keine Experimentaluntersuchung darüber; aber man kann sich leicht davon eine angenäherte Vorstellung machen. Die Gase sind nichts anders als von dem Punkte des tropfflüssigen Zustandes und von ihrem Sättigungspunkte entfernte Dämpfe, die sich desto mehr dem Mariotte'schen Gesetze nähern, je weiter sie von ihrem flüssigen Zustande entfernt sind. Das Mariotte'sche Gesetz repräsentirt also gewissermaßen einen, vielleicht idealen, Zustand der Vollkommenheit, den man bisher von den permanenten Gasen erreicht glaubte, und dem sich diese letztern wenigstens schon sehr nähern; abgesehen vom Wasserstoff, dessen Zustand Regnault *mehr als vollkommen* nannte, und welcher jedenfalls einer ausgedehnteren Forschung werth ist. Da nun die Wärme die Dämpfe von ihrem Sättigungs- und Flüssigkeitspunkte entfernt, so ist es sehr natürlich, anzunehmen, daß bei höhern Temperaturen die Gase das Mariotte'sche Gesetz befolgen oder wenigstens weniger als bei niedriger Temperatur von demselben abweichen.

Es wäre gewiß sehr wünschenswerth, und für die Moleculartheorie der Gase von großem Interesse, durch eine Experimentalforschung die Richtigkeit dieses Schlusses zu bestätigen. Doch würde es außerordentlich schwierig seyn, dieß direct durchzuführen. Ein Gas in einer langen Glasröhre zu erhitzen und für einige Zeit in constanter Temperatur zu erhalten, seine Volumina zu messen, die Quecksilberdämpfe zu vermeiden oder wenigstens in Rechnung zu ziehen, bequeme und feste Verkittungen zu machen und für alle die übrigen Bedingungen einer exacten Messung Sorge zu tragen, ist wahrlich nicht leicht, und hat selbst einen so ausgezeichneten Forscher, wie Regnault, davon abgeschreckt. Aber es giebt eine andere, weniger directe, doch sichere und auf keine Hypothese gegründete Methode, die ich vor mehreren Jahren angegeben habe ¹⁾, die Zusammendrückbarkeit der Gase bei hoher Temperatur aus einer anderen Reihe von Erscheinungen abzuleiten, die mehr zu Experimentaluntersuchungen geeignet sind.

3. In seinen Untersuchungen über die Ausdehnung der Gase ²⁾ hat Regnault zuerst den Unterschied zwischen dem Ausdehnungscoefficienten bei constantem Drucke und dem bei constantem Volumen eingeführt und zugleich nachgewiesen, daß weder der eine, noch der andere vom Druck unabhängig ist, wie es dem Gay-Lussac'schen Gesetze zufolge seyn sollte. Im Folgenden werde ich zeigen, daß für ein Gas, welches dem Mariotte'schen Gesetze folgt, oder welches wenigstens bei 0° und bei 100° Temperatur eine gleiche Abweichung von jenem Gesetze zeigt, der Ausdehnungscoefficient vom Druck unabhängig, also constant seyn muß, welches auch sein Grad der Verdichtung seyn mag. Die Differenz in den Ausdehnungscoefficienten, welche Regnault für verschiedene Drucke eines und desselben Gases fand, hängt somit gewissermaßen von der Differenz der Abweichungen ab, welche das Gas

1) *Diario del Congresso scientifico di Siena* 1862.

2) *Mémoires de l'Acad. des sciences* T. XXI p. 15.

für jene zwei Temperaturen vom Mariotte'schen Gesetz erleidet.

Man kann somit die Zusammendrückbarkeit eines Gases bei 100° Temperatur von jener bei 0° und von den, den verschiedenen Drucken entsprechenden Ausdehnungscoefficienten ableiten. In der That sey

bei 0 Grad v das Volumen, p der Druck ausgedrückt
in Metern

und φ das Volumen entsprechend dem Druck 1

bei T Grad v' das Volumen bei ungeändertem Druck p

und φ' das Volumen entsprechend dem Druck 1

Seyen ferner α_p und α die Ausdehnungscoefficienten des Gases für die constanten Drucke p und 1, so erhält man

$$\left. \begin{aligned} \frac{v'}{v} &= 1 + \alpha_p T \\ \frac{\varphi'}{\varphi} &= 1 + \alpha T \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2).$$

Da die Zusammendrückbarkeit des Gases bei 0° bekannt ist, so kann man sie durch Formel (1) als Function der Verdichtung, oder, was für unsern Fall vortheilhafter ist, durch die Formel

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{\varphi}{v} = 1 + a_0 (p - 1) + b_0 (p - 1)^2 = A_p \quad (3)$$

ausdrücken, in der die Verdichtung $\frac{\varphi}{v}$ als Function des Druckes erscheint. Auf dieselbe Weise schreiben wir für die Zusammendrückbarkeit des Gases bei T Graden

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{\varphi'}{v'} = 1 + a_1 (p - 1) + b_1 (p - 1)^2 = D_p \quad (4)$$

woraus durch Division von (3) und (4) und Substitution von (2):

$$\begin{aligned} \text{oder} \quad & \frac{1 + \alpha_p T}{1 + \alpha T} = \frac{A_p}{D_p} \left\{ \dots \dots \dots (5) \right. \\ & D_p = \frac{1 + \alpha T}{1 + \alpha_p T} \cdot A_p \end{aligned}$$

folgt.

Aus dieser Formel ersieht man, daß für ein Gas, wel-

ches sowohl bei 0, als bei T Graden das Mariotte'sche Gesetz befolgt

$$\Delta_p = D_p = 1,$$

folglich auch

$$\alpha_p = \alpha$$

ist.

Wenn das Gas jenes Gesetz nicht befolgt, aber von demselben für jene zwei Temperaturen gleich abweicht, bleibt immer

$$\Delta_p = D_p$$

folglich auch

$$\alpha_p = \alpha$$

In diesen beiden Fällen, und nur in diesen, ist der Ausdehnungscoefficient vom Druck unabhängig. Die Formel (5) giebt uns also ein sehr einfaches Mittel an die Hand, die Zusammendrückbarkeit eines Gases bei T Graden zu berechnen, so oft die übrigen Daten bekannt sind.

4. Der Ausdehnungscoefficient der Kohlensäure bei constantem Druck zwischen 0 und 100 Graden ist von Regnault für neun Drucke bestimmt worden, welche von dem einer Atmosphäre bis zu dem von fast 12 Metern variiren¹⁾. Ich habe diese verschiedenen Werthe auf Taf. VII aufgetragen und daraus folgende empirische Formel abgeleitet:

$$1 + 100 \alpha_p = 1,36600 + 0,006350 p + 0,0003200 p^2 \quad (6)$$

Für die Zusammendrückbarkeit der Kohlensäure giebt Regnault selbst folgenden Ausdruck:

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{p}{v} = 1 + 0,0080581 (p - 1) + 0,0002679 (p - 1)^2 = \Delta_p \quad (7)$$

Die Formel (5) könnte also für diesen Fall ohne weiteres benutzt werden. Aber da Regnault's Versuche, aus denen die Formel (7) abgeleitet ist, nicht bei 0°, sondern bei der mittleren Temperatur $\tau = 3^{\circ},25$ angestellt wurden, so ist es nöthig, jene Formel durch folgende zu ersetzen:

$$D_p = \frac{1 + 100 \alpha}{1 + 100 \alpha_p} \cdot \frac{1 + \alpha_p \tau}{1 + \alpha \tau} \Delta_p \quad . \quad . \quad (8)$$

1) *Mémoires de l'Acad. des sciences* T. XXI, p. 117 et T. XXVI p. 575.

welche zwar nicht absolut richtig ist, weil sie eine vollkommen gleichförmige Ausdehnung des Gases für alle mittleren Temperaturen von 0° bis 100° voraussetzt, jedenfalls aber wegen der Kleinheit des Werthes von τ vollkommen hinreicht. Man erhält daraus

$$D_p = \frac{1}{p} \cdot \frac{p}{v} = 1 + 0,003298 (p - 1) + 0,0000117 (p - 1)^2 \quad (9)$$

und durch Umkehrung

$$D_v = \frac{p}{1} \cdot \frac{v'}{v} = 1 - 0,003287 \left(\frac{v'}{v} - 1 \right) + 0,0000101 \left(\frac{v'}{v} - 1 \right)^2 \quad (10)$$

Diese letztere Formel, welche die Zusammendrückbarkeit, als Function der Verdichtung ausdrückt, zeigt, daß die Kohlensäure selbst bei 100 Graden das Mariotte'sche Gesetz nicht befolgt, doch von demselben viel weniger abweicht als bei 30,25. Man erhält daraus folgende Werthe:

$$\frac{v'}{v} = 1 \qquad 5 \qquad 10 \qquad 15 \qquad 20$$

$$\frac{p}{1} \cdot \frac{v}{v'} = 1,00000 \quad 0,98701 \quad 0,97123 \quad 0,95595 \quad 0,94118$$

welche diese kleinere Abweichung deutlich anzeigen.

5. Für die atmosphärische Luft wird die Rechnung auf ähnliche Weise geführt. Aus einer Reihe von Beobachtungen, welche vom normalen Druck einer Atmosphäre bis zu dem von 14 Metern reichen, hat Regnault eine empirische Exponentialformel von folgender Form für den Ausdehnungscoefficienten bei constantem Drucke abgeleitet ¹⁾:

$$1 + 100\alpha_p = a - b m^p$$

worin

$$\alpha = 1,4114540$$

$$\log b = 8,6575773 - 10 ; \log m = 9,9850131 - 10.$$

Wenn man die aus dieser Formel abgeleiteten Werthe zugleich mit den aus Regnault's Versuchen über die Zusammendrückbarkeit der Luft bei 40,75 berechneten in die Rechnung einführt, findet man, daß die atmosphärische

1) *Mémoires etc. T. XXVI, p. 572.*

Luft bei 100° ungemein wenig vom Mariotte'schen Gesetze abweicht, und zwar manchmal mit positiven, manchmal mit negativen Differenzen, die man leicht den Beobachtungsfehlern zuschreiben könnte. Der einfachste Schluss wäre nun, daß die Luft bei jener Temperatur genau dem Mariotte'schen Gesetze folgt. Wir glauben aber, daß dieser Schluss nicht ganz richtig ist. Für den gewöhnlichen Druck einer Atmosphäre hat Regnault durch fünf verschiedene Beobachtungsmethoden nachgewiesen, daß der Ausdehnungscoefficient der Luft bei constantem Druck gleich 1,3670, jener bei constantem Volumen gleich 1,3665 ist, somit zwischen beiden eine kleine Differenz besteht. Es ist nun ganz unwahrscheinlich, daß diese Differenz für höhere Drucke verschwinde: wir müssen vielmehr nach allem, was wir über die Molecularconstitution der Gase wissen, annehmen, daß diese Differenz bei zunehmendem Drucke immer größer seyn werde. Wir werden aber später in 6. nachweisen, daß diese Differenz nur von der Abweichung der Luft vom Mariotte'schen Gesetze bei 100° abhängt, wodurch also diese Abweichung gewissermaßen *a priori* festgestellt ist. Wir haben deshalb für den Ausdehnungscoefficienten der Luft folgende parabolische Formel berechnet:

$1 + 100\alpha_p = 1,36585 + 0,001562p - 0,0000262p^2$ (11),
welche etwas von der Regnault'schen abweicht, aber ebenso gut wie jene die Beobachtungen wieder giebt.

Andererseits bestimmen wir die Zusammendrückbarkeit der Luft für die Temperatur von 4°,75 aus den Regnault'schen Beobachtungen mittelst folgender Formel

$$D_p = \frac{1}{p} \cdot \frac{p'}{v} = 1 + 0,0011193(p - 1) - 0,00001925(p - 1)^2 \quad (12)$$

Diese Werthe in Formel (8) eingeführt, und darin $\tau = 4,75$ gesetzt, giebt folgenden Ausdruck

$$D_p = \frac{1}{p} \cdot \frac{p'}{v} = 1 + 0,000084(p - 1) - 0,0000016(p - 1)^2 \quad (13)$$

woraus durch Umkehrung

$$D_c = \frac{p}{1} \cdot \frac{v'}{\varphi'} = 1 - 0,000111 \left(\frac{\varphi'}{v'} - 1 \right) + 0,0000025 \left(\frac{\varphi'}{v'} - 1 \right)^2 \quad (14)$$

folgt.

Man ersieht aus dieser Formel, welche die Zusammendrückbarkeit der Luft bei 100° als Function der Verdichtung ausdrückt, daß die Abweichungen vom Mariotte'schen Gesetz gering sind, daß man sie vernachlässigen könnte, wenn man nicht schon *a priori* eine kleine Abweichung hätte zugestehen müssen. In der That findet man, daß für

$\frac{\varphi'}{v'} = 1$	5	10	15	20
$\frac{p}{1} \cdot \frac{v'}{\varphi'} = 1,00000$	0,99959	0,99919	0,99894	0,99879

6. Da nun die Zusammendrückbarkeit der Kohlensäure und der Luft bekannt ist, so ist es leicht, den Ausdehnungscoefficienten dieser Gase bei constantem Volumen, für welchen sehr wenige Beobachtungen vorliegen, direct zu berechnen.

In der That seyen, wie vorher,

bei 0 Grad v das Volumen, p der Druck ausgedrückt
in Metern

und φ das Volumen für den Druck 1;

seyen ferner

bei T Grad v das constant gehaltene Volumen, p' der
neue Druck

und φ' das Volumen für den Druck 1;

so hat man die bekannten Relationen

$$\frac{p}{1} \cdot \frac{v}{\varphi} = 1 - A_0 \left(\frac{\varphi}{v} - 1 \right) + B_0 \left(\frac{\varphi}{v} - 1 \right)^2$$

$$\frac{p'}{1} \cdot \frac{v}{\varphi'} = 1 - A_1 \left(\frac{\varphi'}{v} - 1 \right) + B_1 \left(\frac{\varphi'}{v} - 1 \right)^2$$

Nennt man von β_p den Ausdehnungscoefficienten bei constantem Volumen und für den Druck p bei 0 Grad, so hat man

$$\frac{p'}{p} = 1 + \beta_p T$$

$$\frac{\varphi'}{\varphi} = 1 + \alpha T$$

folglich durch Division der obigen Gleichungen

$$1 + \beta_p T = (1 + \alpha T) \cdot \frac{1 - A_1 \left(\frac{\varphi'}{\varphi} - 1 \right) + B_1 \left(\frac{\varphi'}{\varphi} - 1 \right)^2}{1 - A_0 \left(\frac{\varphi}{\varphi} - 1 \right) + B_0 \left(\frac{\varphi}{\varphi} - 1 \right)^2} \quad (15)$$

eine Gleichung, in deren zweitem Theil alles bekannt ist, wenn man berücksichtigt, daß

$$\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{\varphi}{\varphi} (1 + \alpha T)$$

ist.

Auf ähnliche Weise kann man statt der Formel (5) auch folgende ableiten:

$$1 + \alpha_p T = (1 + \alpha T) \cdot \frac{1 - A_1 \left(\frac{\varphi'}{\varphi} - 1 \right) + B_1 \left(\frac{\varphi'}{\varphi} - 1 \right)^2}{1 - A_0 \left(\frac{\varphi}{\varphi} - 1 \right) + B_0 \left(\frac{\varphi}{\varphi} - 1 \right)^2}$$

Vergleicht man diese Formel mit (15), so ersieht man, daß der Ausdehnungscoefficient bei constantem Druck α_p von dem bei constantem Volumen β_p nur in jenem Factor differirt, welcher die Zusammendrückbarkeit des Gases bei T^0 angiebt. Für den Fall also, und nur für diesen, daß das Gas bei T^0 das Mariotte'sche Gesetz befolgt, hat man $A_1 = 0$, $B_1 = 0$ und die beiden Ausdrücke werden identisch, folglich müssen auch die beiden Ausdehnungscoefficienten identisch seyn. Aus dem Unterschiede dieser letztern kann man somit, wie wir es für die Luft gethan haben, auf eine Abweichung vom Mariotte'schen Gesetz für T^0 mit Sicherheit schließen.

Aus Formel (15) haben wir die Werthe von $1 + 100\beta_p$ abgeleitet und hiefür folgende empirische Ausdrücke gefunden.

Für die Kohlensäure

$$1 + 100\beta_p = 1,36540 + 0,004530p + 0,0002330p^2 \quad (16)$$

Für atmosphärische Luft

$$1 + 100\beta_p = 1,36540 + 0,001500p - 0,0000257p^2 \quad (17)$$

7. Um den Sinn dieser Untersuchungen ersichtlicher zu machen, haben wir die wichtigsten der bisher entwickelten Formeln geometrisch auf Tafel VII aufgetragen. Für die Zusammendrückbarkeit der Gase sind die Werthe der Verdichtungen $\frac{p}{v}$ und $\frac{p'}{v'}$ als Abscissen, als Ordinaten hingegen die jeweiligen Werthe von $\frac{p}{1} \cdot \frac{v}{\varphi}$ oder $\frac{p}{1} \cdot \frac{v'}{\varphi'}$ angenommen. Nur sind diese Ordinatenwerthe, der größern Klarheit wegen, noch mit 100 multiplicirt.

Auf diese Weise stellt die Curve (5) die Regnault'schen Werthe für die Zusammendrückbarkeit der Kohlensäure bei 3°,25 vor. Curve (6) giebt die Werthe der Zusammendrückbarkeit der Kohlensäure bei 100° an, wie sie aus Formel (10) abgeleitet werden können¹⁾. Curve (8) stellt die Zusammendrückbarkeit der Luft bei 4°,75 nach Regnault, Curve (9) jene der Luft bei 100° nach Formel (14), endlich Curve (10) jene des Wasserstoffgases für die Temperatur von 6° nach Regnault dar. Zum näheren Verständniß ist noch hinzuzufügen, daß alle diese Ordinatenwerthe auf der linken Seite der Tafel abgelesen werden müssen, und daß für ein Gas, welches das Mariotte'sche Gesetz befolgt, seine Curve mit der horizontalen Linie 100 zusammenfallen muß, und daß überhaupt die Curven sich desto mehr dieser horizontalen Linie nähern, je weniger die betreffenden Gase von jenem Gesetze abweichen.

Auf ähnliche Weise sind auch die Ausdehnungscoefficienten aufgetragen. Für diese sind als Abscissen die verschiedenen Drucke, in Metern ausgedrückt, angenommen. Als Ordinaten, welche auf der rechten Seite der Tafel abgelesen werden müssen, figuriren die jeweiligen Ausdehnungen von 0° bis 100° (also die Werthe von $100\alpha_p$ und $100\beta_p$) noch mit 100 multiplicirt. So stellt die Curve (1) die Ausdehnungscoefficienten der Kohlensäure bei constantem Druck, die direct aus Formel (6) berechnet wurden, und die kleinen mit 1 bezeichneten Kreuze die Beobachtun-

1) Ueber die Bedeutung der punktirten Curve (7) siehe Ende dieses Absatzes in 9.

gen vor, aus denen die Formel abgeleitet wurde. Curve (2) giebt die Ausdehnungscoëfficienten der Kohlensäure bei constantem Volumen nach Formel (16) und die mit 2 bezeichneten Kreuze stellen die wenigen Beobachtungen vor, welche dort, wo sie existiren, sehr gut mit der theoretisch abgeleiteten Curve übereinstimmen. Für die atmosphärische Luft stellen Curve (3) und die kleinen geraden Kreuze ohne Ziffer die Ausdehnung bei constantem Druck, Curve (4) und die schiefen Kreuze die Ausdehnung bei constantem Volumen vor.

Alle diese Curven haben, wie man aus der Tafel ersieht, einen sehr regelmäßigen Verlauf, und stimmen recht gut mit den Beobachtungen überein, wenn man bedenkt, daß die jeweiligen Ausdehnungscoëfficienten mit 10000 multiplicirt als Ordinaten figuriren und somit in großem Maasstabe aufgetragen sind. Dieß gilt nicht nur von den Curven (1) und (3), welche direct aus den Beobachtungen abgeleitet wurden, sondern auch von den theoretisch berechneten Curven (2) und (4), für welche die verschiedenen Beobachtungen später nur als Controle unserer Methode aufgetragen wurden.

8. Fassen wir die aus diesen Rechnungen gezogenen Resultate zusammen.

In seinen Untersuchungen über die Zusammendrückbarkeit der Gase, hat Regnault sie in drei verschiedene Kategorien getheilt:

a) Gehören zur ersten alle jene, für welche die Größe $\frac{p}{1} \cdot \frac{v}{\varphi}$ kleiner als 1 und in unserer Tafel durch eine bezüglich der Abscissenaxe (oder besser gesagt, bezüglich der der Ordinate 100 entsprechenden Axe) convexe Curve dargestellt ist. Dazu gehören die Kohlensäure bei 3°,25 und wahrscheinlich alle bisher flüssig dargestellten Gase.

b) Zur zweiten gehören jene, für welche die Größe $\frac{p}{1} \cdot \frac{v}{\varphi}$ zwar kleiner als 1 ist, aber bezüglich derselben Axe durch eine concave Curve ausgedrückt ist. Dazu gehören

die sogenannten permanenten Gase, Sauerstoff, Stickstoff, atmosphärische Luft, mit Ausnahme des Wasserstoffs.

c) Zur dritten Kategorie gehören endlich jene, für welche die Gröfse $\frac{p}{1} \cdot \frac{v}{\varphi}$ gröfser als 1 ist, und somit durch eine die Axe 100 übersteigende Curve dargestellt ist. Dazu gehört von den bekannten Gasen nur der Wasserstoff.

In den zwei ersten Fällen werden die betreffenden Gase mehr, im letzten Falle weniger zusammengedrückt, als es dem Mariotte'schen Gesetze zufolge seyn sollte.

Wenn man nun die Curven der Tafel VII betrachtet, übersieht man leicht, dafs die Kohlensäure bei 100° zwischen jener bei 3°,25 und der atmosphärischen Luft bei 4°,75 ihren Platz findet, aber dafs ihre Curve schon in die 2. Kategorie, die der permanenten Gase, übergegangen ist. Die Spannkraft des Dampfes der flüssigen Kohlensäure ist für jene hohe Temperatur nicht bekannt. Aber wenn man die von Regnault für Temperaturen zwischen — 25° und + 45° gezeichnete Curve ¹⁾ dem Augenmafs nach und in roher Approximation verlängert, kann man sie beiläufig auf 150 Meter schätzen, eine Ziffer, welche wahrscheinlich zu groß ist, wenn man bedenkt, dafs jene Curve bei + 25° einen Inflexionspunkt besitzt, und von dort an weniger rasch steigt, als man erwarten sollte. In jedem Fall aber kann man mit Sicherheit feststellen, dafs jener Werth um ein Beträchtliches die Zahl 100 übersteigen mufs, und dafs daher die Kohlensäure bei 100° Temperatur nur durch den Druck einer Quecksilbersäule von mehr als 100 und vielleicht von 150 Metern Höhe tropfbar flüssig dargestellt werden könnte, während man denselben Zweck bei 0° schon durch einen Druck von kaum 27 Metern erreicht. Erwägt man nun, dafs die Luft bei der gewöhnlichen Temperatur sich viel mehr dem Mariotte'schen Gesetze nähert, als die Kohlensäure bei 100°, so ersieht man leicht, wie wenig Hoffnung man haben kann, die Luft, oder deren Bestandtheile durch blofsen Druck flüssig zu machen, wenn man nicht

1) *Mémoires de l'Acad. T. XXVI p. 625.*

zugleich Sorge trägt, ihre Temperatur um ein Bedeutendes, wenigstens bis auf den Siedepunkt der flüssigen Kohlensäure, zu erniedrigen.

Was die atmosphärische Luft anbelangt, so ersieht man aus Tafel VII, daß sie bei 100° ungemein wenig vom Mariotte'schen Gesetze abweicht. Vergleicht man diese verschiedenen Curven, so wird der Schluss gerechtfertigt erscheinen, daß die Kohlensäure vielleicht schon bei 200 Graden sich wie die Luft bei 0° betragen muß, und nur für eine noch höhere Temperatur genau dem Mariotte'schen Gesetze folgen kann. Es ist ferner wahrscheinlich, daß die Luft bei hohen Temperaturen, vielleicht schon bei 200 Graden den Typus des Wasserstoffs annimmt, d. h. daß ihre Curve über die der Ordinate 100 entsprechende Axe fällt.

Dieser letzte Schluss scheint mir sehr wichtig und ich behalte mir vor, darauf experimentell zurückzukommen, sobald ich die dazu nöthigen Apparate in meinem Cabinete werde aufgestellt haben.

Auch die Ausdehnungscoëfficienten, welche auf das untere Ende der Tafel VII aufgetragen sind, zeigen zwei verschiedene Typen. Für die Kohlensäure steigen die zwei Curven der Ausdehnung bei *constantem Druck* und bei *constantem Volumen* sehr rasch, und sind bezüglich der Abscissenaxe convex; für Luft steigen sie weniger rasch und sind concav. Stets bleibt jedoch die bei constantem Druck höher als die bei constantem Volumen. Es ist jedoch auffallend daß diese Curven, so verschieden in ihren Werthen, für unendlich abnehmenden Druck gegen einen Gränzwert convergiren, der für alle beiläufig denselben Werth besitzt, wie man leicht aus folgenden Ziffern ersieht:

	$1 + 100 \alpha_p$	$1 + 100 \beta_p$
Kohlensäure	1,36600	1,36540
Luft	1,36585	1,36540

Man kann die kleinen Differenzen ohne Schwierigkeit den Beobachtungsfehlern zuschreiben, die auch in die berechneten Werthe eingehen, und kann sagen, daß in je-

nem fast idealen Zustande der Verdünnung alle Gase einen und denselben Ausdehnungscoefficienten besitzen, dessen Werth nicht viel von 0,003654 abweichen kann. *Das Gay-Lussac'sche, ebenso wie das Mariotte'sche Gesetz drückt also einen idealen Zustand aus, der in der Natur nicht vorkommt, aber dem sich die Gase in gewissen Bedingungen sehr nähern können¹⁾.*

9. Aus diesen Rechnungen wollen wir noch einen Schluss ziehen. Nehmen wir ein Volumen Kohlensäure bei 3°,25, so ist seine Zusammendrückbarkeit durch Formel (10) und die ihr entsprechende Curve vollkommen bestimmt. Dann erwärme man dieses Quantum Gas, bis zu 100°, vermehre zugleich seinen Druck, so daß das Volumen constant erhalten werde, und suche nun wieder seine Zusammendrückbarkeit, welche man leicht bestimmen kann. Die Rechnung muß so geführt werden, daß man für Formel (10), in der als Normaldruck jener von einem Meter angenommen ist, eine andere substituirt, in der als Normaldruck jener erscheint, der nothwendig ist, das Gas bei 100° auf demselben ursprünglichen Volumen zu erhalten. Man erhält so

$$D_v = 1 - 0,004443 \left(\frac{\varphi'}{v'} - 1 \right) + 0,0000163 \left(\frac{\varphi'}{v'} - 1 \right)^2 \quad (18)$$

Die daraus hervorgehenden Werthe sind auf Tafel VII aufgetragen und bilden die punktirte Curve (7), welche, wie man sieht, zwischen die zwei Curven fällt, die die Zusammendrückbarkeit der Kohlensäure bei 3°,25 und bei 100° angeben, jedoch dieser letzteren viel näher steht. Wenn nun die Zusammendrückbarkeit eines Gases eine bloße Mole-

1) In seinen zahlreichen und schönen Abhandlungen über die Wärme hat Clausius oft vom reciproken Werthe dieses gemeinschaftlichen Ausdehnungscoefficienten Gebrauch gemacht, und denselben zu 273 angenommen. Nach Obigem erhält man den Werth 273,67, wofür man ohne Weiteres die ganze Zahl 274 um so leichter schreiben kann, als der Werth 0,003654 eher zu groß als zu klein ist. Es ist wohl kaum nöthig, hinzuzufügen, daß diese kleine Correction keinen wesentlichen Einfluß auf die vielen, von jenem Physiker gezogenen Schlüsse haben kann.

cularfunction wäre, so daß sie bloß von Anziehungen und Abstosungen zwischen den Molecülen nach was immer für einem Gesetz der Entfernung abhinge, so müßte sie stets dieselbe bleiben, so oft die Distanz der Molecüle (oder ihre mittlere Distanz) dieselbe bleibt. Die Kohlensäure behält nun nach obiger Voraussetzung bei $3^{\circ},25$ und 100° dasselbe Volumen, die Anzahl und die mittlere Distanz der Molecüle ist somit dieselbe; folglich müßte die Zusammendrückbarkeit dieselbe seyn und die Curve (7) müßte mit (5), welche die Kohlensäure bei $3^{\circ},25$ repräsentirt, zusammenfallen. Da dieß aber nicht der Fall ist, da jene Curve sogar viel näher der Curve (6) steht, müssen wir den Schluß ziehen, daß die Zusammendrückbarkeit des Gases nicht eine bloße Molecularfunction ist.

Dieselbe Rechnung kann man auch für die Luft ausführen; man erhält eine Curve, welche so wenig von (9) abweicht, daß es uns schwer gewesen wäre, sie zu construiren, während sie nach obiger Voraussetzung mit (8) zusammenfallen müßte.

Theoretisch genommen, ist daher ein erkaltetes und verdünntes Gas nicht identisch einem warmen und verdichteten, auch wenn das Gas dasselbe bleibt, und die Dichte nicht variirt. *So oft man also von Gleichgewicht, Elasticität, Zusammendrückbarkeit, Ausdehnung etc. der Gase handeln will, ist es nicht mehr möglich, diese Eigenschaften oder Zustände bloß von Abstosungen oder Anziehungen der Molecüle abzuleiten.* Die Wärme tritt hier als etwas Neues auf. Sey es, daß man sie als eine Verdichtung des Aethers betrachten will, wie es oft und namentlich von Mossotti¹⁾ vorgeschlagen worden ist; sey es, daß man sie von den Vibrationen der Molecüle ableiten will, wie man es nach dem Beispiele von Clausius zu thun geneigt ist: soviel bleibt gewiß, daß die Wärme nichts mit den Distanzen der Molecüle zu thun hat.

10. Zum Schluß fügen wir noch eine Tabelle hinzu, welche den Druck p angiebt, der nothwendig ist, um Kohlensäure bei $3^{\circ},25$ und 100° , Luft bei $4^{\circ},75$ und 100° und Wasserstoff bei 6° auf $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, usw. $\frac{1}{20}$ des ursprünglichen Volumens zu reduciren, wenn dieses letztere unter dem Normaldruck von einem Meter steht; ferner eine zweite Tabelle, welche die Ausdehnung eines Volumens $= 1$ bei

1) *Sur les forces, qui régissent la constitution intérieure des corps*, Turin 1836.

constantem Druck $1 + 100\alpha_p$ und jene bei constantem Volumen $1 + 100\beta_p$ für die verschiedenen Werthe von p für Luft und Kohlensäure angiebt.

Tabelle I.

Volumen	Zusammendrückbarkeit von				
	Kohlensäure bei		Atmosph. Luft bei		Wasserstoff bei
	3°,25	100°	4°,75	100°	6°
1	1,00000	1,0000	1,00000	1,0000	1,00000
1/2	1,98292	1,9935	1,99783	1,9998	2,00111
1/3	2,94873	2,9815	2,99360	2,9994	3,00338
1/4	3,89736	3,9609	3,98743	3,9988	4,00686
1/5	4,82880	4,9351	4,97944	4,9980	5,01162
1/6	5,74296	5,9029	5,96975	5,9970	6,01768
1/7	6,63985	6,8645	6,95846	6,9960	7,02510
1/8	7,51936	7,8199	7,94570	7,9948	8,03394
1/9	8,38152	8,7691	8,93157	8,9933	9,04424
1/10	9,22620	9,7123	9,91622	9,9920	10,05607
1/12	10,86324	11,5807	11,88223	11,9890	12,08446
1/15	13,18695	14,3393	14,82485	14,9841	15,13965
1/20	16,70540	18,8235	19,71988	19,9758	20,26872

Tabelle II.

Druck p	Ausdehnung der			
	Kohlensäure		Atmosph. Luft	
	$1 + 100\alpha_p$	$1 + 100\beta_p$	$1 + 100\alpha_p$	$1 + 100\beta_p$
0	1,36600	1,36540	1,36585	1,36540
1	1,37267	1,37016	1,36738	1,36687
2	1,37998	1,37539	1,36887	1,36830
3	1,38793	1,38109	1,37030	1,36967
4	1,39652	1,38725	1,37168	1,37099
5	1,40575	1,39388	1,37300	1,37226
6	1,41562	1,40097	1,37428	1,37347
7	1,42613	1,40853	1,37550	1,37464
8	1,43728	1,41655	1,37667	1,37576
9	1,44907	1,42504	1,37779	1,37682
10	1,46150	1,43400	1,37885	1,37783
12	1,48828	1,45331	1,38082	1,37970
15	1,53325	1,48578	1,38338	1,38212
20	1,62100	1,54920	1,38661	1,38512
0,76	1,37101	1,36897	1,36702	1,36653

Palermo, September 1865.

$(\Delta_v \text{ und } \mathcal{Q}_v) \times 100.$ 