

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

Band 190.

Nr. 4545.

99

Vorschläge für die Bearbeitung der kleinen Planeten. Von *M. Brendel*.

Auf der im Oktober d. J. in Paris abgehaltenen Konferenz, über die Herr *F. Cohn* in Nr. 4535 dieser Zeitschrift berichtet, sind auch Beschlüsse über die Bearbeitung der kleinen Planeten gefaßt worden, die für jeden, der sich mit diesen Himmelskörpern beschäftigt, von großer Wichtigkeit sind. Daher möchte ich hier einige Vorschläge veröffentlichen, die zunächst für die Mitglieder der auf der Astronomenversammlung in Breslau im September 1910 eingesetzten Kommission bestimmt waren, aber auch für manchen anderen Interesse haben dürften:

Die Bearbeitung der kleinen Planeten kann von zwei verschiedenen Gesichtspunkten aus unternommen werden.

Einmal wird es sich darum handeln, möglichst sämtliche entdeckte Planeten in der Weise zu sichern, daß ihre Bahnen genähert bekannt sind und man in der Lage sein wird, sie auch nach längeren Zeiträumen wieder aufzufinden und zu identifizieren.

Andererseits wird man bestrebt sein, die Bewegungen einzelner aus irgend welchen Gründen besonders wichtiger Planeten genauer oder auch so scharf wie möglich zu verfolgen.

Beide Aufgaben erfordern eine durchaus verschiedene Behandlung, namentlich in organisatorischer Beziehung.

Die erstere erfordert eine gewisse Organisation von Rechnung und Beobachtung, wie sie nur unter der Leitung eines Instituts geschaffen und unterhalten werden kann. Bekanntlich hat das Berliner Rechen-Institut und ganz speziell Herr *Berberich* sich in dankenswertester Weise dieser schwierigen Aufgabe angenommen, und nur hierdurch wird es augenblicklich ermöglicht, daß bei den zahlreichen Neuentdeckungen nicht der größte Teil der Planeten wieder verloren geht. In gleicher Weise muß natürlich auch die Tätigkeit der Beobachter anerkannt werden, soweit sie bemüht sind, einen neuentdeckten Planeten so weit zu verfolgen, daß eine Bahnbestimmung ermöglicht wird, und auch für ältere Planeten, deren Bahn einer neueren Feststellung bedarf, Beobachtungen zu liefern.

Das Berliner Rechen-Institut sieht im allgemeinen davon ab, Störungen zu rechnen, und sucht an der Hand wiederholter Beobachtungen die rein elliptischen Elemente mehr und mehr zu verbessern, um schließlich in den Besitz eines Elementensystems zu gelangen, das mit einer gewissen Berechtigung als ein mittleres bezeichnet werden kann. Es handelt sich hier also gewissermaßen um eine empirische Berücksichtigung der Störungen, von denen angenommen wird, daß sie bald in dem einen, bald im anderen Sinne in den Beobachtungen zu Tage treten und, wenn die Beobachtungen zahlreich genug sind, sich bei Bildung der mittleren Elemente mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit aufheben. Sind die Störungen nicht groß und ist die Verteilung der Beobachtungen über die Bahn des Planeten — oder richtiger

über die Perioden der Hauptstörungen — eine zufällige und keine systematische, so dürfte die Voraussetzung, daß man sich auf diese Weise einem Elementensystem nähern kann, das als ein mittleres bezeichnet werden darf, wohl zutreffen. Und in der Tat dürften bei einer großen Anzahl der Planeten die genannten Bedingungen erfüllt sein. Nach einer brieflichen Mitteilung, die ich Herrn *F. Cohn* verdanke, scheinen auch bei den Planeten, bei denen dies nicht zutrifft, sich bisher noch keine erheblichen Schwierigkeiten ergeben zu haben. In den einzelnen Fällen, wo dies doch der Fall war, scheint nach einer Neurechnung die Identifizierung fast immer gelungen zu sein.

Man wird nicht bestreiten wollen, daß unter den gegenwärtigen Umständen die vom Berliner Rechen-Institut übernommene Art und Weise der Verfolgung der kleinen Planeten die einzige Möglichkeit bietet, bei dem vorliegenden Riesematerial der Aufgabe der Verfolgung dieser Himmelskörper durch Beobachtung und Rechnung gerecht zu werden, und wird die von Herrn *F. Cohn* nunmehr definitiv übernommene Organisation uneingeschränkt anerkennen. Es fragt sich aber, ob diese Methode auch für die weitere Zukunft zweckmäßig oder überhaupt durchführbar sein wird und ob sich nicht Mittel und Wege darbieten, diese gewaltige Arbeit nach und nach zu erleichtern und dadurch schrittweise eine Entlastung der mit der Verfolgung der kleinen Planeten beschäftigten Rechner und Beobachter eintreten zu lassen, deren kostbare hierauf verwandte Zeit und Mühe für speziellere wichtige Probleme frei werden könnte. Jedenfalls wird man nicht von vornherein auf einen Fortschritt in dieser Richtung verzichten wollen.

Es mag zunächst festgestellt werden, daß, wenn die Hauptstörungen eines Planeten in Rücksicht gezogen werden, drei Beobachtungen genügen müssen, um seine Bahn mit ausreichender Annäherung zu berechnen; dabei ist Voraussetzung, daß diese Beobachtungen zweckmäßig über die Bahn verteilt sind und einen möglichst großen Zeitraum umspannen. Sind aber einmal die Ausdrücke für die Hauptstörungen aufgestellt und hierauf Tafeln für die Bewegung eines Planeten in kompensiöser Form entworfen, so wird die immer wiederholte Beobachtung und die damit verbundene Verbesserungsrechnung zur schrittweisen Ermittlung der mittleren Elemente entbehrlich werden. Auch werden sich mittlere Elemente aus wenigen (streng genommen drei) Beobachtungen bestimmen lassen. Erst wenn nach einem sehr langen Zeitraum die vernachlässigten säkularen Störungen merklich werden oder eine Verbesserung der mittleren Bewegung erwünscht erscheint, werden eine einzige oder wenige neue Beobachtungen erforderlich sein.

Es wird daher auch nicht bestritten werden können, daß die Herstellung solcher Hilfsmittel in Gestalt von Bewegungstafeln für die einzelnen Planeten erstrebt werden

sollte, und ich glaube in meiner Theorie der kleinen Planeten hinreichend nachgewiesen zu haben, daß dieses Ziel sehr wohl ohne allzu große Arbeit zu erreichen ist. Es ist dabei ganz gleichgültig — das möchte ich ausdrücklich feststellen — nach welcher der üblichen analytischen Methoden die Störungsausdrücke ermittelt werden, wenn sie nur überhaupt erst einmal vorhanden sind. Ich will aber die Erwähnung nicht unterlassen, daß ich im III. Teil meiner Theorie der kleinen Planeten Tafeln gegeben habe, aus denen diese Störungsausdrücke für den größten Teil der Planeten direkt entnommen werden können.

Die Mehrarbeit, die entsteht, wenn man die Hauptstörungen berücksichtigt, anstatt nur rein elliptische Elemente abzuleiten, ist so geringfügig, daß sie gegen den gewaltigen Vorteil, die Bewegungen mit einem Schlage für einen langen Zeitraum darstellen zu können, überhaupt kaum in Betracht kommt.

In der Hoffnung, daß sich das ausgesprochene Projekt, mit der Zeit solche Bewegungstafeln herzustellen, verwirklichen läßt, — ein einzelner ist dazu natürlich nicht im Stande — möchte ich zunächst einige Vorschläge machen, wie sich eine solche Bearbeitung der kleinen Planeten eventuell organisieren ließe. Dabei möchte ich ein möglichst erschöpfendes und detailliertes Programm aufstellen und, wenn ich auch solche Punkte berühre, die in das gegenwärtige Arbeitsprogramm von Instituten, speziell des Berliner Rechen-Instituts, fallen, so soll damit keineswegs gesagt sein, daß bei einer Neu-Organisation diese Institute etwa ausgeschaltet werden sollen. Denn einerseits würde eine neue Organisation gut tun und sogar darauf angewiesen sein, mit diesen Instituten Hand in Hand zu arbeiten, und andererseits würde deren wertvolle gegenwärtige Arbeitsorganisation, speziell mit Rücksicht auf die beständigen Neu-Entdeckungen, auch künftig kaum zu entbehren sein; ihre Arbeit soll nur schrittweise möglichst entlastet werden. Ich kann mich aber nicht der, wie es scheint, auf der Konferenz in Paris fixierten Meinung anschließen, daß gewissermaßen die Parole ausgegeben wird, daß bei Berechnung der kleinen Planeten von der Berücksichtigung der Störungen auch in Zukunft gänzlich abgesehen werden soll. Sie dürfte auch schwer in Einklang zu bringen sein mit den Beschlüssen, die im September 1910 auf der Versammlung der Astronom. Gesellschaft gefaßt worden sind.

Um den angedeuteten Zweck zu erreichen, kämen folgende Programmpunkte in Betracht, und zwar habe ich hier in erster Linie diejenigen Planeten im Auge, die schon in einigen Oppositionen beobachtet worden sind:

1) Sammlung von Nachweisen für sämtliche Beobachtungen von kleinen Planeten. Eine solche Übersicht liefert bereits alljährlich das Berliner Astronomische Jahrbuch, wodurch das Zusammensuchen der Beobachtungen eines Planeten schon außerordentlich erleichtert wird. Indessen bietet das B. A. J. diese Zusammenstellung naturgemäß nach Jahrgängen, so daß man also nicht umhin kann, die einzelnen Jahrgänge des Jahrbuches auf Beobachtungen hin durchzusehen. Es dürfte sich daher empfehlen, die Nachweise für die bisher angestellten Beobachtungen nach Planeten geordnet zusammenzustellen. Als Probe habe ich dies zunächst für eine Gruppe von Planeten getan, deren mittlere Bewegung

zwischen $847''$ und $851''$ liegt, nämlich für (111), (151), (344), (418), (419). Für jeden dieser Planeten habe ich nach Oppositionen geordnet die Nachweise in der Art zusammengestellt, daß Beobachtungsort und Publikationsort, sowie die Anzahl der Beobachtungstage angegeben wird, nebst etwaigen wichtigeren Bemerkungen, z. B. ob photographische Aufnahme, Meridianbeobachtung u. dergl.

Für die neu hinzukommenden Beobachtungen würden dadurch die Nachweise des B. A. J. keineswegs entbehrlich werden, und nur nach einem längeren Zeitraum würde es sich dann wieder lohnen, eine neue Zusammenstellung anzufertigen.

2) Die Anzahl der für jeden Planeten vorhandenen Beobachtungen wird in den verschiedenen Oppositionen sehr verschieden sein. Für die rohen Bedürfnisse der Berechnung wird es ausreichen, wenn aus jeder Opposition nur eine Beobachtung benutzt wird. Um diese aber auf ihre Zuverlässigkeit zu prüfen, wird man noch eine zweite hinzunehmen. Ich habe daher für die oben erwähnten Planeten für jede Opposition zwei Beobachtungen verschiedener Beobachter — soweit solche überhaupt vorhanden — ausgewählt, die der Rechnung zugrunde gelegt werden sollen. Man könnte auch daran denken, Normalörter zu bilden; indessen dürfte sich diese Arbeit nicht lohnen. Denn einerseits werden in den meisten der neueren Oppositionen die Beobachtungen nicht zahlreich genug, häufig werden nur zwei oder gar nur eine Beobachtung vorhanden sein, so daß die Normalörter verschiedener Oppositionen schon wahrscheinlichkeitstheoretisch von sehr verschiedenem Wert sein werden. Andererseits schätze ich den Wert eines sogenannten Normalortes sehr niedrig ein; eine einzige zuverlässige Beobachtung wird für unsere Zwecke der genäherten Berechnung vollkommen ausreichen, da wir ja keine Darstellung innerhalb der Beobachtungsfehler anstreben und auch gar nicht für alle Planeten anstreben können. Auch kann, wenn unter den zur Bildung eines Normalortes verwandten Einzelbeobachtungen sich eine findet, welche infolge eines Beobachtungs- oder Reduktionsfehlers stärker abweicht, diese den Normalort erheblich entstellen; man verfolgt ja das Prinzip, solche Beobachtungen nicht auszuschließen. Wenn ich aber aus einer Reihe zur Verfügung stehender Beobachtungen eine einzige zuverlässige, d. h. eine von mehreren unter verschiedenen Umständen gemachten, die innerhalb einer gewissen Grenze übereinstimmen, auswähle, so kann ich mit praktischer Gewißheit angeben, daß der Beobachtungsfehler innerhalb der Grenzen liegt, die überhaupt für die Genauigkeit der Rechnung festgesetzt sind.

Eine solche beschränkte Zahl von Beobachtungen sollte mit allen nötigen Reduktions- und Hilfsgrößen zusammengestellt werden. Hierzu gehört außer der Parallaxe und Aberrationszeit die Reduktion auf den Jahresanfang und auf die Fundamentalepoche (Anfang oder Mitte des Jahrhunderts). Ferner sollten dazu gleich die entsprechenden Sonnenkoordinaten und die Differentialquotienten des geozentrischen Ortes nach den Elementen gegeben werden. Um diese Angaben zu machen, wird man freilich ein wenigstens genähertes elliptisches Elementensystem kennen müssen; aber ein solches ist ja bei Planeten, die bereits in mehreren Oppositionen beobachtet sind, immer vorhanden. Auch würde es sich

empfehlen, worauf mich Herr *Poincaré* noch speziell aufmerksam gemacht hat, die beobachteten Orte auf die Ekliptik als Fundamentalebene zu transformieren, da die Rechnung hierdurch in vieler Hinsicht vereinfacht wird.

3) Es wären die Ausdrücke für die Hauptstörungen aufzustellen. Ich habe schon oben erwähnt, daß es ganz gleichgültig ist, nach welcher Methode dies geschieht. Nach eingehenden Untersuchungen scheint mir die Einführung instantaner Elemente, wie ich sie im IV. Teil meiner Theorie der kleinen Planeten, Kap. XI, definiert habe, am vorteilhaftesten zu sein. Ich habe allgemein instantane Elemente solche genannt, welche nur den Ort eines Planeten darstellen, nicht aber, wie die oskulierenden Elemente, auch seine Geschwindigkeiten. Da hiermit die instantanen Elemente noch nicht vollständig definiert sind, so wähle ich die weiteren Bedingungen so, daß die Herstellung von Bewegungstafeln für die Planeten möglichst erleichtert wird. Das leitende Prinzip hierbei ist die Teilung der Störungen in die säkularen und langperiodischen einerseits und die von kurzer Periode andererseits; die letzteren haben einen geringeren absoluten Betrag gegenüber den ersteren.

Wenn man nämlich an die elliptischen Elemente die säkularen und langperiodischen Störungen anbringt und zwar speziell an die Exzentrizität, die Perihellänge, die Neigung und Knotenlänge und an die mittlere Länge in der Epoche, so erhält man gewissermaßen variable mittlere Elemente, die sich langsam ändern und daher sehr leicht tabulieren lassen — eine Tabulierung von Jahr zu Jahr reicht vollkommen aus — und welche die Bewegung des Planeten schon mit erheblicher Annäherung darstellen. Die übrigbleibenden kurzperiodischen Störungen kann man dann — wenn man sie nicht ganz beiseite lassen will — als Störungen des Radiusvektor, der Länge und der Breite auffassen und ihre Berechnung, ebenfalls durch Tafeln, sehr bequem gestalten. Man kann aber auch die letzteren Störungen ebenso gut als solche der Elemente, nämlich der halben großen Achse, der mittleren Länge in der Epoche und der Neigung und Knotenlänge auffassen und erhält dann instantane Elemente, welche zur Berechnung eines Ortes oder einer Ephemeride sehr brauchbar sind.

Für diejenigen Planeten, deren mittlere Bewegung größer als $709''$ ist, habe ich im III. Teil meiner Theorie der kleinen Planeten bereits die Hauptstörungen tabuliert. Dort habe ich die Methode der *Gyldén*schen Koordinaten zugrunde gelegt und die wahre Länge in der Bahn als unabhängige Variable statt der Zeit gewählt, weil sie sich so am leichtesten ermitteln lassen. Gewiß lassen sich diese Tafeln für die praktische Rechnung in noch zweckmäßigere Gestalt bringen, indem man einerseits die Zeit als unabhängige Variable einführt und andererseits an Stelle der *Gyldén*schen Koordinaten die instantanen Elemente einführt. Wie dies geschieht, habe ich im IV. Teil*) hinreichend auseinandergesetzt und an einem Beispiel, 91 Aegina, erläutert. Es hat mir die Zeit gefehlt, die gesamten Tafeln des III. Teiles in der angegebenen Weise umzurechnen; denn schon die Herstellung dieser Tafeln ist mir nur durch die Unterstützung der am Schlusse des III. Teiles genannten Herren, insbe-

sondere des Herrn *J. Kramer*, möglich gewesen, da ich schon seit langen Jahren meine astronomischen Untersuchungen nur als Nebenbeschäftigung machen kann und sonst anderweitig in Anspruch genommen bin.

Aus dem IV. Teil wird zur Genüge hervorgehen, wie man zu den Ausdrücken für die instantanen Elemente gelangen kann, wenn man eine der anderen analytischen Störungstheorien anwenden will.

4) Aus den im vorigen erwähnten Tafeln wird man für jeden Planeten die Hauptstörungen entnehmen und nun dasjenige Elementensystem bestimmen, das mit ihrer Zugrundelegung die Beobachtungen am besten darstellt. Hiervon handeln die Kapitel V–VII des IV. Teils. Man erhält auf diese Weise auch brauchbare mittlere Elemente, erreicht also dasselbe, wie gegenwärtig durch die fortgesetzte längere Verfolgung eines Planeten durch Beobachtung und Rechnung, mit dem Unterschiede, daß die hier genannte Methode auch in schwierigeren Fällen direkt zum Ziele führt.

Die bisher aufgeführten Programmpunkte führen also auch zur Kenntnis mittlerer Elemente und zwar in einwandfreier Weise, was man von der empirischen Bestimmung aus immer neuen Beobachtungen nicht behaupten kann. Man wird sich auch einmal die Frage vorlegen dürfen, was man eigentlich »mittlere Elemente« nennt. Es scheinen hier im allgemeinen Sprachgebrauch verschiedene Definitionen durcheinander zu gehen, die eigentlich nichts miteinander gemein haben.

Man kann nämlich einmal aus einer größeren Reihe vorliegender Beobachtungen unter Annahme einer rein elliptischen Bewegung dasjenige Elementensystem bestimmen, das diese Beobachtungen mit der kleinsten Fehlerquadratsumme darstellt. Mit einer nach mathematischem Sprachgebrauch richtigen, aber sonst nicht gerade vielsagenden Bezeichnung würde man ein solches das wahrscheinlichste System nennen. Legt man der Rechnung eine andere Beobachtungsreihe zugrunde, so erhält man auch ein anderes wahrscheinlichstes Elementensystem. Sind die zugrunde gelegten Beobachtungen nun zweckmäßig über die Bahn des Planeten verteilt, so wird man mit einem gewissen Recht das gefundene Elementensystem als ein »mittleres« bezeichnen, da zu erwarten ist, daß auch die ganze Bewegung des Planeten durch dieses so gut dargestellt wird, wie es überhaupt durch ein konstantes elliptisches Elementensystem möglich ist. Wie weit aber dies möglich ist, d. h. wie groß die Fehler einer solchen Darstellung werden können, dafür hat man keinen Anhaltspunkt; man kann keinesfalls ohne weiteres angeben, wie eng sich eine Vorausberechnung des Planeten an seine wahre Bewegung anschließen wird. In dieser Beziehung wird man bei einer ganzen Reihe von Planeten, für die man nach langjähriger Beobachtung und Rechnung ein gutes mittleres Elementensystem gefunden zu haben glaubt, manche Überraschung erleben können.

Ferner kann man als mittleres Elementensystem das System der Mittelwerte der oskulierenden Elemente bezeichnen; indessen muß auch hier festgesetzt werden, für welchen Zeitraum die Mittelwerte genommen werden sollen. Bezeichnet

*) Die Zitate beziehen sich durchweg auf meine Theorie der kleinen Planeten in den Abhandlungen der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

man mit e den variablen oskulierenden Wert irgend eines Elementes, so bedeutet

$$e_m = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} e dt$$

den Mittelwert dieses Elementes für den Zeitraum t_1 bis t_2 , von dessen Wahl also auch die Werte der mittleren Elemente abhängen werden. Handelt es sich um eine periodische Bewegung, so kann man die Mittelwerte für die Periode nehmen und gelangt nur so zu einer strengen Definition. Hat man in praxi die oskulierenden Elemente (vgl. Teil IV, Kap. IX bis X) etwa durch Relationen der Form

$$e = e_0 + \text{periodische Glieder}$$

ausgedrückt, so wird man e_0 als mittleres Element ansehen können. Da man aber mangels des Beweises der Stabilität einer Planetenbahn oder der Konvergenz des angewandten Näherungsverfahrens nichts über die wirkliche oder angenäherte Geltung des obigen Ausdrucks für ein Element e aussagen kann, so haben wir auch hier keine eindeutige oder besser gesagt, gar keine Definition; wohl aber haben wir damit eine praktisch brauchbare Bezeichnung, die übrigens mit der in den alten Störungstheorien üblichen übereinstimmt.

Haben wir eben die Bezeichnung mittlere Elemente als Mittelwert der oskulierenden Elemente gedacht, so wird man sie ebenso gut als Mittelwert instantaner Elemente (s. oben) denken können und zwar in genau der gleichen Weise. Endlich wird man auch in der oben angedeuteten Weise für die praktische Rechnung variable mittlere Elemente anwenden können, namentlich dann, wenn säkulare und langperiodische Störungen von größerem Betrage vorhanden sind.

Ist man durch die Erledigung der unter 1)–4) genannten Programmpunkte in den Besitz der Ausdrücke für die Hauptstörungen und eines Elementensystems gelangt, so wird es sich darum handeln, einzelne Örter oder Ephemeriden voraus zu berechnen, um die neuen Beobachtungen identifizieren zu können; wir wollen nun sehen, wie dies durch Herstellung verschiedener Tafeln möglichst ohne Rechenaufwand geschehen kann.

Hierzu würde es sich zunächst empfehlen:

5) Bewegungstafeln für die einzelnen Planeten zu entwerfen, wie ich im IV. Teil vorgeschlagen habe; am zweckmäßigsten wird man hier die instantanen Elemente einführen. Diese Tafeln erfordern für jeden Planeten, wenn man seinen geozentrischen Ort etwa auf eine oder wenige Bogenminuten darstellen will und wenn sie etwa für 50 Jahre gelten sollen, nur etwa drei bis vier Quartseiten. Außer im Teil IV habe ich auch in der Nr. 4471 dieser Zeitschrift solche Tafeln für 91 Aegina für den Zeitraum 1910–1950 abgedruckt und dort alle nötigen Erläuterungen zu ihrer Anwendung gegeben.

6) Es wird aber wünschenswert sein, die Vorausbestimmung eines genäherten Planetenortes noch schneller, etwa in drei bis fünf Minuten, ausführen zu können, und auch hierfür kann man in der Tat Tafeln des geozentrischen Laufes herstellen, die die direkte Entnahme eines Ortes durch einfache Interpolation gestatten. Schon vor längerer Zeit habe ich für Aegina solche Tafeln berechnet, deren Anwendbarkeit sich etwa über ein Jahrhundert erstrecken dürfte. Einer weiteren Ausdehnung der Tafeln müßte eine genauere Bestimmung der mittleren Bewegung vorausgehen, und für Planeten, die erst seit wenigen Oppositionen beobachtet sind, wird aus dem gleichen Grunde die Brauchbarkeit solcher Tafeln auf einen kürzeren Zeitraum beschränkt sein.

Sind nämlich die Störungen eines Planeten so wenig erheblich, daß man seine Bewegung durch ein mittleres elliptisches Elementensystem für einen längeren Zeitraum wenigstens roh genähert darstellen kann (wobei es natürlich auf die gewünschte Genauigkeitsgrenze ankommt), so hängt sein geozentrischer Lauf während der Sichtbarkeitsperiode nur von zwei Argumenten ab, etwa erstens von der Epoche seiner Opposition oder von der wahren (oder mittleren) Länge (der Erde oder des Planeten), in der die Opposition stattfindet, und zweitens von der Zwischenzeit zwischen der Beobachtungszeit und der Opposition. Man kann also den geozentrischen Ort direkt als Funktion dieser beiden Argumente tabulieren; da meine für Aegina berechnete Tafel noch nicht publiziert ist, so gebe ich daraus eine kleine Probe:

Tafel I.

t_0	v_0
1903 Aug. 23.9	330°7
1905 Jan. 4.2	104.4
1906 Mai 3.2	223.2
1907 Aug. 6.2	313.5
1908 Dez. 10.4	79.0

Tafel II.

$t - t_0$	v_0				v_0			
	320°	330°	340°	350°	320°	330°	340°	350°
Tag	α				δ			
–30	329°0	338°5	347°6	356°8	–15°4	–11°6	–7°4	–3°0
–20	327.6	337.1	346.3	355.4	–15.9	–12.1	–7.9	–3.5
–10	325.6	335.2	344.4	353.5	–16.6	–12.8	–8.6	–4.2
0	323.4	333.0	342.3	351.4	–17.3	–13.5	–9.4	–5.0
+10	321.1	330.8	340.1	349.2	–17.9	–14.2	–10.2	–5.8
+20	319.0	328.7	338.1	347.2	–18.4	–14.8	–10.8	–6.5
+30	317.4	327.1	336.5	345.7	–18.7	–15.2	–11.2	–7.0

Aus Tafel I kann man die Epoche t_0 entnehmen, zu welcher die Opposition in wahrer Länge stattfindet, d. h. zu welcher Erde und Planet gleiche wahre Länge in ihrer Bahn haben; zugleich erhält man aus ihr diese wahre Länge v_0 . Aus Tafel II ergibt sich dann sofort für irgend eine Epoche t mit den Argumenten $t - t_0$ und v_0 der geozentrische Ort.

Die vollständige von mir gerechnete Tafel gibt die Oppositionen bis zum Jahre 1950 und die Örter 100 Tage vor bis 100 Tage nach den Oppositionen. Die Werte gelten für das Äquinoktium 1950.0, da die Tafel, wenn es nur auf rohe Annäherung ankommt, für das ganze 20. Jahrhundert ausreichen dürfte.

Will man z. B. den Ort für 1903 Sept. 1 12^h 8 m. Z. Berlin haben, so erhält man aus Tafel I

$$t_0 = 1903 \text{ Aug. } 23.9 \quad v_0 = 330^\circ 7'$$

und mit $t - t_0 = +8^d 6$ aus Tafel II

$$\alpha = 331^\circ 8' = 22^h 7^m 2 \quad \delta = -13^\circ 9'.$$

Eine mir seinerzeit freundlichst von Herrn *Max Wolf* mitgeteilte Beobachtung des Planeten ergibt den Ort (1950.0):

$$\alpha = 22^h 8^m 4 \quad \delta = -13^\circ 6'.$$

Es wird sich eventuell empfehlen, in den Tafeln α in Zeitmaß statt in Bogenmaß auszudrücken und auch $\log A$ zu geben.

Eine kürzere Methode, den geozentrischen Ort eines Planeten zu finden, läßt sich wohl kaum angeben.

Sind nun aber die Störungen eines Planeten beträchtlicher, so wird man für einen so langen Zeitraum, wie ein Jahrhundert, nicht mit einem einzigen konstanten Elementensystem auskommen. Man wird aber daraus Nutzen ziehen, daß die Hauptstörungen säkular oder von langer Periode sind, und sich in der oben angedeuteten Weise variable mittlere Elemente verschaffen. Man kann dann entweder nach einem weniger langen Zeitraum wieder neue Tafeln rechnen oder auch die Korrekturen angeben, die an die einmal berechneten Tafelwerte anzubringen sind, um der Veränderung der Elemente Rechnung zu tragen; am einfachsten wird dieser Zweck wohl erreicht, wenn man für jede Oppositionsepoche die Differentialquotienten des geozentrischen Ortes nach den Elementen berechnet; die Kenntnis dieser Größen ist ja für viele Zwecke wertvoll.

Besäße man nun solche Tafeln für alle bekannten Planeten, so wäre die Identifizierung photographischer Aufnahmen auch in größerer Entfernung von der Opposition eine leichte Sache. Aus einer chronologischen Oppositionstabelle, wie sie das Berliner Astronomische Jahrbuch alljährlich gibt, stellt man zunächst fest, welche Planeten eventuell auf der Platte sich befinden müssen, und vergleicht dann die zu entnehmenden Orte; man würde auch sofort bemerken, falls auf der Platte ein Planet am vorausberechneten Ort sich vermissen läßt.

Es mag darauf aufmerksam gemacht werden, daß zur Herstellung solcher roh genäherten Planetentafeln, wie ich sie unter Nr. 6 besprochen habe, die Berechnung der unter Nr. 5 erwähnten Bewegungstafeln keineswegs erforderlich ist; die letzteren bezwecken eine weitergehende Annäherung und dienen zur schärferen Vergleichung der beobachteten mit den vorausberechneten Örtern.

Es bleibt noch, namentlich mit bezug auf die Punkte 5 und 6 die wichtige Frage zu erörtern, bis zu welchem Genauigkeitsgrad man überhaupt versuchen soll, die Orte aller Planeten voraus zu berechnen. Nach Angaben von Herrn *F. Cohn* genügt für die Identifizierung der photographischen Aufnahmen eine Genauigkeit von $\frac{1}{2}^\circ$ bis 1° . Es dürfte keine Schwierigkeiten haben, durch Ausführung der Punkte 1-4 und 6 des oben entwickelten Programms dieses Ziel zu erreichen. Daß dasselbe aber ohne jegliche Störungsrechnung durch fortgesetzte Beobachtung und rechnerische Verfolgung mittels rein elliptischer Elemente zu erreichen ist, scheint mir für eine große Anzahl von Planeten ausge-

schlossen. Auch beabsichtigt das Berliner Rechen-Institut dem insofern Rechnung zu tragen, als für die schwierigeren Objekte in den kritischen Zeiten ihrer Jupiternähe die Störungen genähert berechnet werden sollen. Wie groß die Zahl dieser schwierigeren Objekte sein wird, läßt sich nicht leicht abschätzen; vielleicht ist sie doch erheblich größer, als man meinen möchte. Unter allen Umständen würde ich es aber für unzweckmäßig halten, hier sogenannte spezielle Störungen nur während der Zeit der Jupiternähe zu rechnen. Denn erstens besitzen wir analytische Methoden, die dasselbe auch ohne große Arbeit leisten*), und zweitens sind es gerade die letzteren Methoden — im Gegensatz zu denen der speziellen Störungen —, die uns Aufschluß über die wahre Natur der Bewegung dieser schwierigeren und damit auch im Vordergrund des Interesses stehenden Objekte geben.

Und hiermit wirft sich die letzte und wichtigste Frage über die Bearbeitung der kleinen Planeten auf, über welche ich mich hier aussprechen will. Warum beobachtet und entdeckt man die kleinen Planeten? Warum wird die ganze Arbeit ihrer Bahnbestimmung und weiteren Verfolgung durch Beobachtung und Rechnung überhaupt geleistet?

Es kann nicht das einzige Ziel der Wissenschaft sein, möglichst viele dieser Himmelskörper mit Nummer und Namen zu belegen und ihre Bahnelemente zu bestimmen. Gewiß wird die Entdeckung möglichst vieler kleiner Planeten wünschenswert sein, um das nötige statistische Material für allhand Untersuchungen zu liefern. Wir müssen aber doch hoffen, daß uns das Studium des Systems dieser Himmelskörper in Zukunft wichtige Aufschlüsse über manche Hauptfrage der Mechanik des Himmels und der Kosmogonie gibt.

Es wird unsere Hauptaufgabe sein müssen, solche Abweichungen in den Bewegungen der kleinen Planeten zu entdecken, die sich nicht durch alleinige Anwendung des Newtonschen Anziehungsgesetzes erklären lassen; bekanntlich kennen wir solche bisher nur bei der Bewegung des Merkur und des Mondes. Solche Abweichungen könnten ihren Grund in bisher noch unerkannten Kräften oder Verhältnissen in unserem Sonnensystem haben; sie könnten aber auch gelegentlich durch größere Annäherung von kleinen Planeten aneinander oder an einen Kometen entstehen. Jedenfalls liegen doch hier erst die Quellen wahren wissenschaftlichen Fortschritts, und um sie aufzufinden, dürfte eine allzu roh genäherte Verfolgung der kleinen Planeten nicht immer ausreichen. Es wird darum die Herstellung der unter Nr. 5 erwähnten Bewegungstafeln, welche zwar zur rohen Identifizierung der Beobachtungen entbehrlich sind, nicht als überflüssig erscheinen können. Man wird sie benutzen, um, wenn nicht alle, so doch etwaige in dieser Beziehung verdächtige Beobachtungen genauer zu prüfen.

Ein vollständiges Programm für die Bearbeitung der kleinen Planeten ist mit dem bisher gesagten keineswegs erschöpft. Indessen steht das, was noch zu sagen ist, eher in Beziehung zur zweiten der beiden zu Anfang dieses Aufsatzes erwähnten Aufgaben, nämlich der genaueren Verfolgung einiger besonders interessanter Planeten. Zu diesen werden zunächst diejenigen gehören, welche etwa Bewegungseigentümlichkeiten der vorerwähnten Art zeigen. Aber auch in den rein analytischen Aufgaben der Mechanik des Himmels

*) Siehe den Artikel über den Planeten (699) in der vorigen Nummer.

wünscht man weitere Fortschritte zu machen. In erster Linie interessieren wohl hier diejenigen Planeten, die in der Nähe der Singularitäten liegen, die einem rationalen Verhältnis der mittleren Bewegungen von störendem und gestörtem Körper entsprechen. Um nur einen Punkt herauszugreifen, so hat Herr *Poincaré* unter anderem gezeigt, daß es periodische Lösungen gibt, welche sich nach Potenzen des Parameters μ , der die Masse des störenden Körpers bedeutet, entwickeln lassen, vorausgesetzt, daß dieser Parameter hinreichend klein ist. Die Lösung verhält sich also als Funktion von μ im Punkte $\mu = 0$ regulär; aber über die Größe des Konvergenzradius oder, was auf dasselbe hinauskommt, über die Lage der dem Nullpunkt nächsten Singularitäten läßt sich im allgemeinen nichts aussagen; die analytischen Schwierigkeiten scheinen hier zur Zeit unüberwindlich. Würde man diese Singularitäten kennen, so würde man auch durch eine geeignete Transformation das Konvergenzgebiet auf der reellen positiven Achse erweitern können, falls nicht eine der in

Frankfurt a. M., Handelshochschule, 1911 November.

Betracht kommenden Singularitäten auf dieser Achse liegt. Man kann sich der Erwartung nicht verschließen, daß die Aufgabe der Analysis hier und in anderen Fragen erleichtert würde, wenn ein gewisses experimentelles Material vorläge, das vielleicht durch Durchrechnen einzelner Fälle gewonnen werden könnte. Auch *Gylden* sah eine der Hauptschwierigkeiten des Dreikörperproblems darin, daß wir nicht reichlicheres Anschauungsmaterial besitzen. Hierzu dürfte die Theorie der kleinen Planeten brauchbares Material liefern können.

Ein detailliertes Programm auch für eine solche Arbeit zu entwerfen, ist nicht der Zweck dieser Zeilen; wird doch diese in erster Linie der Initiative einzelner vorbehalten bleiben, die dann auch selbst die anzuwendenden Methoden wählen werden. Immer wird aber auch hier die Ausführung des oben gegebenen Programms für den Rechner eine brauchbare Vorarbeit bedeuten.

Martin Brendel.

Die Einwirkung des Erdbebens vom 16. Nov. 1911 auf die Uhren der Remeis-Sternwarte zu Bamberg. Von Ernst Zinner.

[Fig. 1 auf Tafel 4.]

Am 16. November 1911 erschütterte ein Erdbeben mit dem Mittelpunkt in den Alpen Mitteleuropa in einem Umkreise von 500 km. Lag auch kein schweres Erdbeben vor, in Bamberg z. B. war es von der Stärke IV der Skala von Forel-Rossi, d. h. Tische, Stühle und aufgehängte Gegenstände schwankten und Schlafende wurden aufgeweckt, so genügte es, um die Schreibfedern der meisten Seismographen des betroffenen Gebietes außer Tätigkeit zu setzen. Daher war es ein glücklicher Zufall, daß sich hier die Stöße auf dem Chronographenstreifen, der infolge einer gleichzeitigen Zeitbestimmung in Bewegung war, aufzeichneten. Die Zeitbestimmung begann mit ζ Ceti. Als ich mit dem Umlegen des Passageninstrumentes nach dem Durchgange von β Arietis durch die ersten 5 Fäden beschäftigt war, hörte ich zu meiner Verwunderung, daß außer der eingeschalteten Uhr Ort VI noch eine andere Uhr mitzuschlagen schien. Der Stern war nach dem Umlegen noch weit von den Fäden entfernt, und so trat ich an den Chronographen und überzeugte mich, daß nur OVI schrieb. Gleich darauf erfolgte mehrere Sekunden lang ein starkes Krachen der eisernen Träger des Wellblechdach des Meridiansaales, was ich aber wegen des Ausbleibens weiterer Folgen auf das Drehen der Refraktorkuppel schob. Nach Durchbeobachtung von β Arietis konnte die Zeitbestimmung infolge des Heraufziehens einer Wolkenwand nicht fortgesetzt werden. Als ich nun bei der Rückkehr ins Wohnhaus der Sternwarte erfuhr, daß ein Erdbeben stattgefunden hatte, war es mir sogleich klar, daß die merkwürdige Störung in den Sekundenschlägen des Relais sowie das Krachen eine Folge des Erdbebens war.

Der benutzte Registrierapparat ist ein Hippscher Glas-schreibfederchronograph, dessen 1 cm lange Sekundenzeichen beim Öffnen und Schließen des Stromes durch die nach oben verlängerte Pendelfeder hervorgebracht werden. Die

Stöße des Vor- und Nachbebens bewirkten nun ein Zittern der Feder beim Stromschluß mit 2 Kontakten fast zu jeder Sekunde, was sich wie das Anschlagen einer zweiten Uhr anhörte. Beim Hauptbeben schnellte während der Zeit des Stromschlusses die Feder mehrmals hin und her und rief mehrere Kontakte hervor; dagegen blieb einmal eine Sekunde (bei n in der Abbild. I, Taf. 4, Fig. 1) ohne jeden Stromschluß. Im folgenden ist die Zeit der einzelnen Stöße sowohl nach OVI wie auch nach M. E. Z. und außerdem die Dauer der durch sie veranlaßten Federzuckung angegeben. Bei den beiden Stößen des Hauptbebens (l und n in der Abbildung I) wurden die zahlreichen kleinen Unterbrechungen des Stromschlusses als Folge eines Stoßes angesehen und nur die Zeit des Beginns und des Schlusses des Zitterns der Feder angeführt.

	Ort VI	M. E. Z.	Dauer
a	$1^h 49^m 28^s.38$	$10^h 26^m 33^s.47$	$0^s.06$
b	29.37	34.46	0.06
c	30.37	35.46	0.04
d	32.30	37.38	0.06
$f^1)$	34.03	39.11	0.02
g	41.45	46.51	0.05
h	45.29	50.34	0.04
i	47.00	52.05	0.06
k	48.27	53.31	0.03
$l-m$	54.00	59.02	
	59.12	27 4.13	
$n-p$	50 4.00	8.99	
	6.33	11.32	
q	12.33	17.30	0.04
r	14.03	19.00	0.03

Im vorangehenden war angenommen, daß die Stromschlußunterbrechungen durch das Zucken der Pendelfeder

¹⁾ Die kleine Entstellung des Sekundenzeichens bei e ist vielleicht nicht einem Stoße zuzuschreiben.