
MISURA DELLA PERMEABILITÀ DEL FERRO NEL CAMPO MAGNETICO
DELLE SCARICHE OSCILLATORIE.
OTTAVIO BONAZZI ¹⁾).

Introduzione.

Il comportamento magnetico del ferro coi campi alternati è stato oggetto di numerose ricerche: molte di esse con intento quasi esclusivamente pratico, nel campo dell'elettrotecnica, e molte ancora, di carattere puramente scientifico, collo scopo di delineare l'influenza che esercitano le varie circostanze sui fenomeni d'isteresi magnetica. Ma lo studio di tale argomento, che da gran tempo si è mostrato fecondo di svariate applicazioni, quantunque valenti fisici vi abbian dedicato il loro zelo si presenta tuttora, e nella teoria e nella parte sperimentale, così complicato di difficoltà, di incertezze, di contraddizioni, da rendere desiderabili ulteriori ricerche.

Una grandezza che è, in questi studi, molto interessante a considerarsi, perchè caratterizza le proprietà magnetiche del ferro, è la sua permeabilità μ , la quale, pel caso di un campo magnetico alternato, ho già mostrato altrove ²⁾ potersi definire come il rapporto tra i valori medi, per un semiperiodo, dell'induzione magnetica e dell'intensità del campo. Della sua misura sperimentale intendo in questo lavoro di occuparmi, nel caso, particolarmente utile per la telegrafia senza filo, di una forza magnetizzante alternativa d'alta frequenza, smorzata, prodotta colle scariche oscillatorie di un condensatore.

I metodi seguiti dagli altri.

Sarà bene anzitutto ricordare brevemente le diverse vie che sono state battute dagli altri sperimentatori, ed i principali risultati da loro ottenuti, tenendo conto egualmente dei

1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica dell'Università di Pisa.

2) *Rend. Lincei*, 1910.

lavori eseguiti con campi magnetici oscillanti tanto smorzati che no, giacchè nel primo caso è stata trascurata l'influenza che può aver lo smorzamento sull'andamento del fenomeno della magnetizzazione nelle sue varie fasi.

Un primo metodo a cui si ricorse è basato sulla determinazione dell'aumento di resistenza ohmica dei fili di ferro percorsi da correnti, o scariche, alternate. Quest'aumento, dovuto allo skin-effect, fu calcolato da Lord Rayleigh ¹⁾ e da Stefan ²⁾ in funzione della frequenza e della conducibilità e permeabilità dei fili; si può dedurne perciò i valori di μ , sia servendosi di misure calorimetriche, come fu fatto dal Klemencic ³⁾, dal Cardani ⁴⁾, da Broca e Turchini ⁵⁾; sia con un metodo indiretto qual'è quello usato recentemente dallo Zahn ⁶⁾. I risultati ottenuti per tal via devon venire influenzati dall'isteresi, la quale pure svolge calore, che si aggiunge a quello Joule: si capisce quindi come i valori della permeabilità così ricavati, per quanto assai piccoli (quasi sempre al disotto di 100), pure possano essere alquanto maggiori del vero.

Con un secondo metodo si utilizzarono le formule di Lord Rayleigh, di Stefan e del Barton ⁷⁾ per l'autoinduzione di circuiti formati da filo di ferro: le quali formule contengono, com'è naturale, la permeabilità magnetica del conduttore. A questo principio si attennero il Saint-John ⁸⁾ e, più tardi, Battelli e Magri ⁹⁾; dalle loro non numerose misure la permeabilità appariva molto maggiore di quella ricavata col primo metodo dagli altri sperimentatori.

Operando però in un modo o nell'altro, la misura dell'intensità del campo magnetico presenta notevoli difficoltà, giacchè, a causa delle correnti di Foucault, non si può prender sempre il valore che essa ha alla superficie del filo.

1) *Phil. Mag.*, 21, 381, 1886.

2) *Wien. Ber.*, 95, 917, 1887.

3) *Wied. Ann.*, 50, 456, 1893; — *Wien. Ber.*, 205, 1894; 724, 1895; 330, 1898.

4) *N. Cim.*, 7, 239, 1898.

5) *C. R.*, 140, 1238, 1905.

6) *Verh. Deut. Phys. Ges.*, 11, 185, 1909.

7) *Phil. Mag.*, 47, 433, 1899; 48, 143, 1899.

8) *Phil. Mag.*, 38, 425, 1894.

9) *N. Cim.*, 7, 193, 1906.

Son liberi da questo svantaggio altri metodi, basati sulla variazione che subisce l'induttanza di un rocchetto, percorso dalla corrente, quando vi s'introduce un nucleo di ferro. Si può misurarla, come fece M. Wien ¹⁾, colla riduzione a zero in un ponte; o si può invece, come ha ideato assai recentemente lo Schames ²⁾, ricavarla dalla relativa variazione di tensione agli estremi del rocchetto. Ma nonostante l'accuratezza delle misure, i loro risultati non son liberi da obiezioni, come han già mostrato rispettivamente Morton G. Lloyd ³⁾ e Zahn ⁴⁾.

Infine va ricordato che anche il tubo di Braun è uno dei mezzi più indicati per lo studio della magnetizzazione del ferro in campi alternati: esso fu usato dal Varley ⁵⁾, dal Corbino ⁶⁾ e dal Piola ⁷⁾; Battelli e Magri ⁸⁾ seppero valersene con ottimo successo per descrivere e fotografare dei completi cicli d'isteresi.

Nelle mie misure però io ho preferito un'altra strada, perchè è difficile poter servirsi del tubo di Braun per frequenze molto elevate; e d'altra parte le misure che ne sono state dedotte dai vari sperimentatori non mostrano poi al confronto, maggiore attendibilità di quelle ottenute per altre vie.

Il metodo seguito nel presente lavoro.

Io mi son valso ancora, come altri, del confronto fra i due coefficienti d'autoinduzione di un rocchetto percorso dalle scariche oscillanti di un condensatore, secondo che contiene, o no, un nucleo di ferro: ma ho ricavato queste induttanze in un modo diverso, e precisamente mediante la formula ridotta di Lord Kelvin.

$$T = \frac{2\pi}{v} \sqrt{LC},$$

1) *Wied. Ann.*, 66, 859, 1898.

2) *Ann. der Phys.*, 27, 64, 1908.

3) *Bull. Bur. Stand.*, 5, 381, 1909.

4) *Verh. Deut. Phys. Ges.*, 11, 377, 1909.

5) *Dissert. Strassburg*, 1901.

6) *Atti A. E. I.*, 7, 606, 1903.

7) *Rend. Lincei*, 15, 18 e 222, 1906.

8) *N. Cim.*, 7, 198, 1906.

dove la capacità C del condensatore aveva un valore noto, e il periodo T delle oscillazioni veniva determinato dalle fotografie della scintilla collo specchio rotante ¹⁾).

Mostrerò anzitutto che questo metodo presenta un enorme vantaggio di fronte agli altri. Infatti da Battelli e Magri fu trovato che il periodo di oscillazione, per la presenza del ferro, non si mantien più costante dal principio alla fine di una scarica; ma, a causa della permeabilità del ferro che cresce all'indebolirsi della forza magnetizzante, il periodo va sensibilmente e gradatamente allungandosi. Ebbene, questo che per gli altri metodi di misura di μ è un inconveniente gravissimo, giacchè essi non son capaci di rivelare che un effetto medio per tutto il tempo che dura una scarica, questo appunto conferisce al nostro metodo un pregio speciale, potendosi analizzare con tutta sicurezza la magnetizzazione del ferro in ogni mezza oscillazione separatamente, e dedurne la corrispondente permeabilità, quale è stata definita in principio di questo lavoro. Ben s'intende però che le esperienze daranno ancor sempre per μ il suo valor medio pei varî punti del ferro.

Dal confronto delle due induttanze mi è stato possibile risalire al valore di μ facendo uso di una formula recentemente calcolata dal Piola ²⁾, la quale esprime la reattanza effettiva λ' di un solenoide contenente un nucleo di fili di ferro, in funzione della reattanza λ che ha quand'è privo di nucleo. È una formula utilissima, giacchè tien conto, per qualunque frequenza, delle correnti parassite che si destano nel ferro. Se si indica con

$$h = \frac{s'}{s}$$

1) L'applicabilità di questa formula è subordinata alla condizione che sia piccola la resistenza effettiva R del circuito di scarica, e precisamente che $\frac{R^2}{4L}$ sia trascurabile di fronte a $\frac{1}{C}$. Ora, servendomi di una formula del Cohen (*Bull. Bur. Stand.* 4, 161, 1907), e successivamente di una del Piola (*Atti A. E. I.*, 12, 497, 1908), mi son provato a calcolare nei casi più sfavorevoli gli aumenti di resistenza del rocchetto magnetizzante dovuti alle correnti di Foucault in esso e nel nucleo di ferro; avendone ricavato che il massimo errore possibile nella misura del periodo può esser solo del 3% (inferiore agli errori sperimentali), ho subito concluso per la validità in ogni mio caso della formula ridotta di Lord Kelvin.

2) *Atti A. E. I.*, 12, 497, 1908.

il rapporto delle sezioni del nucleo e del solenoide, si ha:

$$\lambda' = \lambda + \lambda h (\mu a - 1),$$

con

$$a = \frac{2 \operatorname{ber}' q \operatorname{ber} q - \operatorname{bei} q \operatorname{ber}' q}{q \operatorname{ber}^2 q + \operatorname{bei}^2 q},$$

essendo $\operatorname{ber} q$, $\operatorname{bei} q$, $\operatorname{ber}' q$, $\operatorname{bei}' q$ rispettivamente la parte reale, la parte immaginaria e le loro derivate rispetto a q , della funzione di Bessel di prima specie e d'ordine zero ¹⁾ dell'argomento

$$q = \sqrt{-i} \rho$$

dove

$$\rho = r \sqrt{\frac{4 \pi \mu \omega}{\sigma}}$$

ρ = raggio d'ogni filo del nucleo,

σ = resistività del ferro,

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ = pulsazione = frequenza in 2π secondi.

È ovvio notare che, essendo:

$$\lambda = \omega L, \quad \lambda' = \omega L',$$

si ha fra le induttanze L , L' la stessa relazione che fra le reattanze, cioè:

$$L' = L + L h (\mu a - 1).$$

Queste formule son dedotte nell'ipotesi di corrente sinusoidale non smorzata. Ma dallo smorzamento della scarica, per quanto col ferro sia notevole, sarà lecito di fare astrazione, sia perchè si può supporre che esso non abbia influenza sensibile durante il corso di un solo semiperiodo, sia anche perchè purtroppo, in ricerche di questo genere, occorre per ora contentarsi di una prima approssimazione.

Se trascuriamo dunque lo smorzamento, una mezza oscillazione può sensibilmente ritenersi sinusoidale, giacchè nelle

1) Le funzioni che Lord Kelvin chiamò *ber* e *bei* (*Journ. Inst. Electr. Eng.* 18, 35, 1889) non son altro che quelle indicate con *M* ed *N* da Heaviside (*Electrical Papers*, II, 189) e da Wells (*Phys. Rev.*, 26, 337, 1908).

mie fotografie delle scintille, ottenute collo specchio rotante, non è stato neppur possibile riscontrare quelle strie di cui parla l'Hemsaec ¹⁾ e che dal Léauté ²⁾ sono state attribuite alla presenza di armonici nell'onda.

Vediamo dunque come ho ricavato la permeabilità dalle induttanze L ed L' , colle quali essa apparisce collegata in un modo analiticamente così complicato.

Se risolviamo l'eguaglianza

$$q = \rho \sqrt{\frac{4 \pi \mu \omega}{\sigma}} = \rho \sqrt{\frac{8 \pi^2 \mu}{T \sigma}}$$

rispetto a μ , si può scrivere:

$$\mu = k T q^2,$$

con

$$k = \frac{\sigma}{8 \pi^2 \rho^2} = \text{quantità nota.}$$

Per la formula del Piola si ha :

$$\frac{L'}{L h} - \left(\frac{1}{h} - 1 \right) = \mu a = k T a q^2$$

e perciò :

$$a q^2 = \frac{1}{k T} \left[\frac{L'}{L h} - \left(\frac{1}{h} - 1 \right) \right].$$

Il secondo membro contiene tutte quantità conosciute, ed il primo è funzione puramente di q . Ho pensato perciò di calcolare una tabella coi valori di q , o, meglio, di q^2 in funzione di quelli di $a q^2$; perchè allora, trovato q^2 , la permeabilità cercata si ha subito da $\mu = k T . q^2$.

Per la tabella mi son valso sia dei valori di a pubblicati nel lavoro del Piola, sia (essendo quelli troppo distanti tra loro) di altri valori da me direttamente calcolati per le funzioni ber, bei, ber', bei', mediante le formule approssimate trovate recentemente dal Russell ³⁾. Per render poi anche più spiccia la ricerca, in luogo di ricorrere a formule interpola-

1) *C. R.*, 144, 741, 1907; 146, 1093, 1908.

2) *C. R.*, 148, 339, 1909.

3) *Phil. Mag.*, 17, 524, 1909.

torie, mi son servito di una curva in grande scala che forniva addirittura il $\log a q^2$ pei valori del $\log q^2$. Credo utile riportar qui appresso la serie completa dei valori calcolati, giacchè anche in altre questioni di fisica risolte mediante le funzioni di Bessel può capitar di valersene.

TABELLA N.º 1.

q	$\log q^2$	$\log a$	$\log a q^2$
0,45	1,306	0,000	1,306
0,5	1,398	1,999	1,397
0,6	1,556	1,999	1,555
0,65	1,626	1,998	1,624
0,72	1,715	1,997	1,712
0,8	1,806	1,996	1,802
0,9	1,908	1,995	1,903
1	0	1,993	1,993
1,2	0,158	1,982	0,140
1,5	0,352	1,958	0,310
1,75	0,486	1,926	0,412
2	0,602	1,889	0,491
2,2	0,685	1,852	0,537
2,5	0,796	1,794	0,589
3	0,954	1,701	0,655
3,5	1,088	1,617	0,706
4	1,204	1,553	0,757
4,5	1,306	1,499	0,806
5	1,398	1,454	0,852
5,5	1,481	1,412	0,893
6	1,556	1,374	0,930
8	1,806	1,248	1,054
10	2	1,150	1,150
15	2,352	2,974	1,327

Le esperienze.

L'abbondanza e la bontà del materiale e degli apparecchi posseduti da questo Istituto di Fisica mi han permesso di realizzare una disposizione sperimentale che raccoglie quanto può esservi di desiderabile in questo genere di ricerche.

Ho usato nelle esperienze:

1°) Un apparecchio generatore di elettricità, che in parte delle misure fu una macchina elettrostatica di Holtz a due dischi, mossa da un motore elettrico; e in altre fu una grande macchina di Toepler a 52 dischi, costruita in questo laboratorio.

2°) Un condensatore a lastre di vetro, che veniva caricato mediante la macchina elettrostatica, e poi scaricato con una scintilla attraverso il circuito oscillante.

3°) Una turbina ad aria compressa, adatta per grandissime velocità, munita di specchio rotante, per la fotografia delle scintille oscillatorie col metodo di Feddersen.

4°) Un apparecchio cronografico a diapason elettromagnetico, per la misura della velocità di rotazione della turbina, onde dedurne con buona esattezza il valore del periodo.

5°) Un elettrometro Righi ben smorzato per la misura del potenziale di scarica

Prima di passare a descriver le esperienze stimo necessario parlare di alcuni lavori preliminari e della misura delle costanti del ferro e degli apparecchi.

Il rocchetto magnetizzante.

Ho dovuto anzitutto provvedermi di un adatto rocchetto magnetizzante, che insieme con uno spinterometro avrebbe formato il circuito di scarica del condensatore. A tal uopo mi son servito di filo di rame di mm. 1,45 e l'ho avvolto uniformemente su un lungo tubo di vetro, in quattro strati separati con fogli di carta paraffinata. Dopo ogni avvolgimento immergevo il rocchetto completamente, per più ore, in un bagno di paraffina fusa, onde impregnarne il rivestimento del filo e riempire gl'interstizi. Ma col modo comune di fare gli avvolgimenti difficile sarebbe stato ottenere tra strato e strato quel

buon isolamento che si rendeva indispensabile per le correnti di scarica; son ricorso perciò all'artificio di lasciar liberi i capi di ogni strato, cosicchè facendo, con opportuni fili di comunicazione, entrar la corrente in tutti da un medesimo estremo del rocchetto, si è avuto tra un avvolgimento e l'altro (durante la scarica) la differenza di potenziale dovuta all'impedenza di un solo strato anzichè di due. Allo stesso scopo poi di un migliore isolamento, ogni strato è stato fatto alquanto più corto del sottostante.

Espongo nella tabella N.° 2 i dati completi di questo rocchetto, perchè, per l'accuratezza posta nella costruzione, potrebbero anche servire al calcolo di resistenze e di autoinduzioni con formule teoriche.

La lunghezza è stata scelta notevole (un metro), affinchè riuscisse trascurabile l'influenza delle estremità, e si potesse quindi ritenere il campo magnetico come sensibilmente uniforme nell'interno. Allo scopo poi di evitare che si trovassero in questo campo uniforme delle masse metalliche inutili, che sarebbero state sede di correnti parassite perturbatrici, son ricorso soltanto a quattro diversi aggruppamenti degli strati, valendomi: o del più interno di essi, o del 1° e del 2°, o del 1° e 2° e 3°, o di tutti e 4 insieme.

Ricordiamo ora che nella formula del Piola compare il rapporto h delle sezioni s' del nucleo e s del solenoide. Quanto alla sezione s' del nucleo, essa è la somma delle sezioni dei singoli fili che lo compongono; ma per s va osservato che:

nel caso di solenoidi veri e propri (di uno strato), si deve prender la media delle sezioni interna ed esterna;

quando si tratti di un rocchetto a più strati, occorre far la media delle loro sezioni, dando ad ognuna di esse un peso eguale al numero delle spire dello strato corrispondente; e ciò in forza del fatto che il flusso attraverso alla porzione di circuito formante il rocchetto è uguale alla somma dei flussi dovuti alle singole spire.

Con tali regole ho ottenuto i dati delle colonne 5ª ed ultima nella tabella N.° 2.

TABELLA N.° 2.

Dimeusioni del rocchetto	Lunghezza dello strato cm.	Numero di spire	spire per cm.	Raggio delle spire cm.	Area delle spire cm. ²	Lunghezza del filo m.	Sezione media dei gruppi di strati cm. ²
1° strato	103,0	479	4,65	0,57	1,030	17,25	$\left. \begin{array}{l} 1,626 \\ 2,328 \\ 3,185 \end{array} \right\}$
2° strato	96,2	433	4,50	0,84	2,287	22,95	
3° strato	93,0	407	4,38	1,11	3,899	28,49	
4° strato	89,0	399	4,48	1,38	6,020	34,71	
Totale		1718	spire, con filo lungo m.			103,40	

I nuclei di ferro.

I nuclei di ferro sono stati preparati con due diverse qualità di materiale; un filo finissimo di acciaio magneticamente assai duro (nuclei I e II), e un filo non molto sottile di ferro dolce del commercio (nucleo III). I numerosi fili che compongono ogni nucleo sono stati verniciati ad uno ad uno con gommalacca, onde impedire il passaggio delle correnti di Foucault da uno all'altro, e l'isolamento è stato verificato con pila e galvanometro.

Occorreva conoscere, oltre il numero dei fili di ogni nucleo (di cui è stato tenuto conto esatto nella costruzione), anche il raggio ρ dei fili, e la sezione complessiva. Son ricorso perciò da un metodo molto preciso che ha il vantaggio di fornire direttamente un valor medio dello spessore del filo nei vari suoi punti. Ho dedotto cioè il diametro dal volume di un tratto di filo di nota lunghezza, avendo determinato il volume dalla diminuzione di peso subita per l'immersione nell'acqua distillata, come si fa per trovare il peso specifico.

Le costanti dei nuclei son raccolte nella tabella N° 3; dove pure ho indicato la resistività elettrica del ferro ottenuta col ponte di Wheatstone.

TABELLA N.° 3.

Nuclei	Lunghezza cm.	Peso gr.	Sezione cm. ²	Numero di fili	Raggio dei fili cm.	Resistività elettrica
I	100	17,829	0,0225	300	0,0049	10860
II	90	31,299	0,0442	600	0,0049	11250
III	100	16,431	0,0211	22	0,0176	11350

Il condensatore e le misure di capacità.

Il condensatore è costituito da 46 lastre di vetro, con armature di stagnola delle dimensioni di circa cm. 30×50 : le lastre di vetro son più grandi, ed il loro margine scoperto, di circa 6 cm., è stato verniciato con gommalacca. Delle liste di lamina di rame, in contatto colle varie armature, servono a far la comunicazione coi capi del circuito e coi poli della macchina elettrica, e, potendosi riunire quel numero che più ci piace, permettono di variare dentro larghi limiti i valori della capacità. Nelle esperienze mi sono servito di 5 diversi aggruppamenti che saranno in seguito così nominati:

Capacità I costituita da 7 lastre

»	II	»	15	»
»	III	»	31	»
»	IV	»	38	»
»	V	»	46	»

La ricerca del valore assoluto delle capacità di questi condensatori avrebbe richiesto delle misure lunghe e nel caso attuale poco precise, se non fossi ricorso ad un metodo semplice e sicuro fondato sulla misura del periodo. Ho sostituito al rocchetto magnetizzante, nel circuito di scarica, una spirale di filo di rame avvolto sopra un tubo di ebanite, della quale era noto con buona approssimazione l'induttanza per essere stata misurata col metodo di Nernst da Battelli e Magri nelle loro già citate esperienze. Nel lavoro di questi fisici si trova al parag. 28 la descrizione di tale spirale. Ha 485 spire d'un

raggio medio di cm. 0,713: la sua induttanza è di cm. 57230, valore che può supporre rimasto sempre immutato, giacchè, per essere il tubo d'ebanite attraversato per tutta la lunghezza da una bacchetta di vetro, ne son quasi impedita le deformazioni. Conoscendo il valore dell'autoinduzione di questa spirale, per mezzo della misura del periodo colla fotografia delle scintille ho dedotto i valori delle 5 capacità dei condensatori, servendomi ancora della formula

$$T = \frac{2\pi}{v} \sqrt{LC}.$$

Raccoglio nella tabella N.° 4 i risultati delle misure dei periodi ed i valori delle capacità espressi in cm., avvertendo che è stata presa ogni volta la media di un gran numero di oscillazioni.

TABELLA N.° 4.

Misure di capacità	Capacità I	Capacità II	Capacità III	Capacità IV	Capacità V
Periodo sec.	0,00000754	0,0000112	0,0000159	0,0000177	0,0000198
Valore della capacità cm.	22670	50360	101030	125460	155770
N.° dei semiperiodi misurati	191	208	193	196	172

Una conferma dell'esattezza di questi valori sta nel fatto che la capacità III, è quella stessa per la quale Battelli e Magri trovarono con altri metodi il valore 98100, diverso dall'attuale per meno del 3%.

Misura delle induttanze delle spirali senza nucleo.

Col medesimo mezzo della formula di Lord Kelvin, dopo ottenuto i precedenti valori delle capacità, ho proceduto alla misura delle induttanze dei vari strati del rocchetto.

Qui si presenta una questione. Dovendosi in seguito sperimentare a frequenze molto varie, potrebbe sorgere il dubbio che l'influenza esercitata dal periodo sull'induttanza del rocchetto in forza dello skin-effect, avesse un'importanza non

trascurabile. Ma un calcolo opportuno può eliminar subito il dubbio. Infatti per mezzo di una formula trovata dal Coffin ¹⁾ ho potuto calcolare che, passando dalla frequenza più alta alla più bassa impiegate, la variazione dell'autoinduzione del rocchetto può raggiunger soltanto il 5%: quindi rientra nei limiti degli errori sperimentali.

Ma io non mi son contentato solo di quanto mostra quella formula teorica, e per ogni strato o gruppo di strati del rocchetto ho determinato l'induttanza con ognuno dei 5 valori della capacità, e quindi a 5 frequenze molte diverse. Se si guardano i risultati esposti nella tabella N° 5, dedotti da ben 260 fotografie di scintille, si trova che essi hanno al massimo delle differenze del 6% fra loro, ma in modo saltuario. Ciò dimostra che l'influenza della variazione d'induttanza col periodo è piccola di fronte ad altre cause di errore, quali ad esempio possono essere state l'aver trascurato, nei calcoli, la resistenza ohmica e la capacità del rocchetto.

Concludendo, si potrà assumere senz'altro un costante coefficiente d'autoinduzione d'ogni gruppo di strati del rocchetto senza ferro: e precisamente la media dei valori per le diverse frequenze, ottenuta col dare ad ognun d'essi un peso eguale al numero dei semiperiodi che han servito ad ottenerlo.

1) *Bull. Bur. Stand.* 2, 290, 1906; formula (86).

TABELLA N.° 5.

Misure d'induttanza		1° strato del rocchetto	1° e 2° strato	1°, 2° e 3° strato	1°, 2°, 3° e 4° strato
Capacità I	Periodo	0,00000492	0,00001017	0,0000171	0,0000249
	N. di semiper.	243	104	55	31
	Induttanza	24380	103906	295130	623300
Capacità II	Periodo	0,00000758	0,0000154	0,0000254	0,0000379
	N. di semiper.	141	102	82	75
	Induttanza	25716	108230	291220	650400
Capacità III	Periodo	0,0000104	0,0000217	0,0000361	0,0000541
	N. di semiper.	113	139	74	33
	Induttanza	24267	106760	301790	660450
Capacità IV	Periodo	0,0000116	0,0000240	0,0000402	0,0000604
	N. di semiper.	146	83	62	44
	Induttanza	24600	105120	286760	664050
Capacità V	Periodo	0,0000127	0,0000269	0,0000448	0,0000664
	N. di semiper.	230	105	78	41
	Induttanza	24370	105980	294130	345700
Medie delle induttanze		24380	106070	293650	649950

Misura del potenziale di scarica.

Si presta benissimo l'elettrometro del Righi, e quello di cui mi son servito era appositamente costruito per potenziali dell'ordine di grandezza da me usato.

Come al solito, l'ago e la scatola eran messi in comunicazione con una delle armature del condensatore, essendo l'altra armatura di questo messa a terra insieme colla custodia dell'elettrometro.

Le letture si facevan comodamente con specchio e scala. La taratura necessaria dell'apparecchio l'ho preventivamente eseguita per confronto con un elettrometro assoluto di Lord

Kelvin, facendo una gran quantità di letture contemporanee coi due strumenti, fra limiti molto estesi, e costruendo poi la curva di campionamento.

Con tale apparecchio ho potuto, per ogni fotografia di scintilla aver la misura del potenziale di scarica. Ma, pur lasciando fissa la distanza esplosiva, molto sarebbe variato tale potenziale da una scintilla all'altra, se non avessi ricorso al noto artificio di tener ionizzato il gas presso gli elettrodi, mediante la presenza di un po' di pechblenda radifera: lo scopo si raggiunge in tal modo molto bene, riuscendosi a ridurre gli scostamenti tra i potenziali delle varie scintille al disotto del 2%.

L' intensità del campo magnetico.

Anzichè determinarla sperimentalmente in modo diretto (nel qual caso avrei ottenuto il valor medio), mi son contentato di dedurne il valor massimo dalle misure del potenziale di scarica.

Nella scarica di un condensatore, quando la resistenza del circuito è trascurabile e si può applicare la formola di Lord Kelvin ridotta, il primo massimo di corrente ha per espressione :

$$I = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}} = 2\pi n C V ,$$

se s' indica con n la frequenza e con V il potenziale di scarica. Conseguentemente, chiamando N il numero di spire per cm / nel rocchetto che avvolge il ferro, la formola

$$H = 4\pi N I = 8\pi^2 n N C V ,$$

fornisce il massimo della forza magnetizzante alla superficie del ferro, e sensibilmente anche nel suo interno trattandosi di fili molto fini. Se supponessimo una legge di variazione sinusoidale, se ne dedurrebbe senz' altro il valor medio dividendo per $\frac{\pi}{2}$: ed appunto questo valor medio occorrerebbe accompagnare colla corrispondente permeabilità. Senonchè

s'introdurrebbe nei risultati una nuova incertezza, e si renderebbe inoltre meno evidente il confronto dei valori di μ con quelli ricavati dagli altri sperimentatori, i quali pure han calcolato soltanto l'ampiezza del campo magnetico. Verrà dunque anche qui presa in considerazione la massima ampiezza.

Misura del periodo.

Io dovrei ora venire a parlare dei varî procedimenti pratici necessari per ottener colla turbina le fotografie delle scintille oscillanti, e per misurare la velocità di rotazione dello specchio, che è indispensabile al calcolo del periodo. Ma ritengo di potermi da ciò dispensare, giacchè una tale esposizione molto chiara e dettagliata fu già pubblicata da Battelli e Magri nel loro lavoro più volte citato « Sulle scariche oscillatorie ».

È necessario invece dare il risultato delle misure del periodo vibratorio del diapason elettromagnetico che ha servito a determinare, per ogni scintilla, la velocità della turbina. Ho fatto scrivere a questo diapason le proprie oscillazioni sopra un rullo girante affumicato, su cui un avvisatore elettromagnetico, fatto agire dal pendolo di un cronometro di Graham, faceva un segno ogni secondo. Dalla lettura di 4 lunghe grafiche furon tratti i valori della tabella N° 6; prendendo la media, ho assunto 89,32 come numero delle vibrazioni del diapason al secondo.

TABELLA N.° 6.

Misura del periodo del diapason	Numero di secondi	Numero di vibrazioni	Vibrazioni al secondo
Grafica N. 1	32	2858,3	89,322
» » 2	37	3304,4	89,308
» » 3	22	1965,0	89,318
» » 4	20	1786,4	89,320

Orbene, conosciuto tal numero, i calcoli relativi alla misura del periodo sono stati eseguiti nel modo seguente:

Siano n e n' rispettivamente i numeri dei segni fatti dal diapason e da un crine portato dall'asse della turbina, in tratti corrispondenti di una grafica; il numero di giri compiuti al secondo dalla turbina sarà:

$$a = 89,32 \frac{n'}{n}.$$

Se la distanza della lastra dallo specchio rotante è, come nel nostro caso, 20 cm., la velocità dell'immagine della scintilla sul cerchio di raggio 20 cm. è:

$$4 \pi \cdot 20 \cdot a = 80 \pi \cdot 89,32 \cdot \frac{n'}{n}.$$

Sia γ la distanza di due successive inversioni della scarica, letta sulla lastra fotografica e già ridotta, mediante una tabella di correzioni, all'arco di raggio 20: l'arco 2γ sarà percorso nel periodo di tempo T, e si avrà:

$$T = 2\gamma \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{80 \pi \cdot 89,32}.$$

Per determinazioni di capacità o di induttanza varrà poi la formula:

$$\sqrt{LC} = \frac{vT}{2\pi} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{80 \pi^2 \cdot 89,32} \cdot \gamma \frac{n}{n'} = M \cdot \gamma \frac{n}{n'}$$

e mediante i logaritmi:

$$\log LC = 2 \left(\log M + \log \gamma \frac{n}{n'} \right).$$

essendo

$$\log M = \log 425.386 = 5,62878.$$

Riporto qui appresso, a titolo di esempio, i risultati di una misura di capacità e una d'induttanza, col relativo calcolo del periodo. In queste tabelle ho indicato con v il numero

delle mezze oscillazioni comprese nel tratto misurato della lastra fotografica, ed ho posto $\delta = \nu \gamma$; ossia ho indicato con δ l'arco del cerchio di raggio 20 cm. che corrisponde a quelle ν mezze oscillazioni.

TABELLA N.° 7.

Misura della capacità del condensatore V.
Autoinduzione nota: spirale sull'ebanite (L = 57230).

Lastra fotografica N.°	Scintilla N.°	n	n'	δ cm.	ν	$\frac{n}{n'}$	$\gamma \frac{n}{n'}$
46	I	29,35	50	7,565	20	0,587	0,2220
»	III	24,75	40	7,630	21	0,619	0,2248
»	IV	25,76	50	7,735	18	0,515	0,2214
»	V	31,88	50	4,820	14	0,638	0,2195
»	VI	22,50	40	3,155	8	0,562	0,2218
47	I	28,05	40	7,310	23	0,701	0,2228
»	II	34,18	50	4,935	15	0,684	0,2249
»	III	31,77	50	7,240	21	0,635	0,2190
»	IV	33,00	40	2,935	11	0,825	0,2201
»	V	30,30	40	6,160	21	0,758	0,2221

Media 0,2220

$$\log \gamma \frac{n}{n'} = \bar{1},34628$$

$$\log M = 5,62878$$

$$\log \sqrt{LC} = 4,97506$$

$$\log LC = 9,95012$$

$$\log \sqrt{LC} = 4,97506$$

$$\log L = 4,75762$$

$$\log \frac{2\pi}{v} = \bar{10},32106$$

$$\log C = 5,19250$$

$$\log T = \bar{5},29612$$

$$C = 155770$$

$$T = 0,0000198$$

TABELLA N.° 8.

Misura dell'induttanza del 1° strato del rocchetto.

Capacità nota: condensatore I ($C = 22670$).

Lastra fotografica N.°	Scintilla N.°	n	n'	δ cm.	ν	$\frac{n}{n'}$	$\gamma \frac{n}{n'}$
20	I	40	133,2	3,629	20	0,300	0,05430
»	II	30	85	3,151	20	0,353	0,05577
»	III	20	51,3	3,369	24	0,390	0,05457
»	IV	20	50,38	1,975	14	0,397	0,05598
»	V	30	69,9	2,853	22	0,429	0,05534
»	VI	20	49,45	3,380	25	0,404	0,05459
21	I	20	59,4	2,811	17	0,337	0,05560
»	II	20	51,6	3,138	22	0,388	0,05534
»	III	28	72,2	2,874	20	0,388	0,05587
»	IV	23	57,6	3,351	24	0,399	0,05546
»	V	50	107,6	2,049	17	0,465	0,05580

Media 0,05527

$$\log \gamma \frac{n}{n'} = 2,74249$$

$$\frac{\log M = 5,62878}{\log \sqrt{LC} = 4,37127}$$

$$\log LC = 8,74254$$

$$\log \sqrt{LC} = 4,37127$$

$$\log C = 4,35550$$

$$\log \frac{2\pi}{\nu} = 10,32106$$

$$\log L = 4,38704$$

$$\log T = 6,69233$$

$$L = 24380$$

$$T = 0,00000492$$

Calcolo di μ

Finalmente abbiamo tutti gli elementi necessari allo scopo del lavoro: posso mostrare ora come abbia potuto giungere

alla misura della permeabilità, e quali ne siano stati i risultati.

Le esperienze sono state iniziate con nuclei di materiale (ferro e acciaio) affatto vergine, ed ho avuto cura di eseguir le misure accrescendo man mano l'intensità massima del campo magnetico. La variabilità di questo dipende da diversi coefficienti: numero di spirali del rocchetto impiegate, valore della capacità, distanza esplosiva. Avevo dunque largo campo di scelta; però in una serie completa di esperienze ho voluto lasciare invariato il numero di strati del rocchetto e la capacità del condensatore, alterando l'intensità della corrente di scarica col variare soltanto la distanza esplosiva: e ciò perchè le variazioni nel periodo dipendessero solo da quelle della permeabilità.

Le esperienze procedevano così. Prima di ogni fotografia verificavo la posizione dello zero sulla scala dell'elettrometro Righi; poi mettevo in moto la macchina elettrostatica, assai lentamente, affinchè il potenziale alle armature del condensatore crescesse a poco a poco, come riconoscevo dalla deviazione gradatamente crescente dell'elettrometro. La massima lettura che in tal modo potevo fare allo scoccar della scintilla riusciva ben netta e precisa, e le variazioni tra una scarica e l'altra (grazie alla sostanza radioattiva) erano affatto trascurabili. Determinato così il potenziale di scarica corrispondente alla distanza esplosiva usata, procedevo nel modo solito alla fotografia delle scintille, avendo introdotto nel rocchetto il nucleo da studiare. Sviluppata poi ed asciugata la lastra fotografica, misuravo su quella le distanze delle scintilline elementari della scarica mediante un ottimo comparatore Froment. Note le distanze, e la velocità della turbina essendo ricavata coll'apparecchio cronografico, deducevo i valori della frequenza nei successivi semiperiodi. Ed infine, servendomi di tavole logaritmiche, potevo passare a trovar numericamente la permeabilità.

Tanto per dare un'idea della disposizione dei laboriosi calcoli che occorrono, ho riportato nella tabella N° 9, aggruppati, quelli relativi ad uno dei casi più importanti di questo lavoro. Per eseguirli bene è necessario confrontarli colle for-

mule che ho sviluppato precedentemente nella descrizione del metodo.

TABELLA N.° 9.

Nucleo I — Condensatore V — 1° e 2° strato del rocchetto.

Potenziale di scarica = 11,85 un. ass.

Lastra fotografica N° 77	1° semiperiodo	2°	3°	4°	5°	6°	7°
$\log \gamma \frac{n}{n'}$	1,527	1,553	1,587	1,634	1,686	1,749	1,830
$\log M$	5,629	5,629	5,629	5,629	5,629	5,629	5,629
$\log \sqrt{L'C}$	5,156	5,182	5,216	5,263	5,315	5,378	5,459
$\log \frac{2\pi}{v} h$	3,079	3,079	3,079	3,079	3,079	3,079	3,079
$\log h T$	2,235	2,261	2,295	2,342	2,394	2,457	2,538
$\log L' C$	10,312	10,364	10,433	10,527	10,630	10,755	10,918
$\log C L h$	8,359	8,359	8,359	8,359	8,359	8,359	8,359
$\log \frac{L'}{L h}$	1,953	2,005	2,074	2,168	2,271	2,396	2,559
$\frac{L'}{L h}$	89,8	101,2	118,6	147,3	186,5	249,1	362,6
$\frac{1}{h} - 1$	71,3	71,3	71,3	71,3	71,3	71,3	71,3
μa	18,5	29,9	47,3	76,0	115,2	177,8	291,3
$\log \mu a$	1,268	1,477	1,674	1,881	2,061	2,250	2,464
$\log h T$	2,235	2,261	2,295	2,342	2,394	2,457	2,538
$\log a q^2$	1,033	1,216	1,379	1,539	1,667	1,793	1,926
$\log q^2$	1,034	1,217	1,380	1,540	1,670	1,797	1,932
$\log h T$	2,235	2,261	2,295	2,342	2,394	2,457	2,538
$\log \mu$	1,269	1,478	1,675	1,882	2,064	2,254	2,470
$\mu =$	18,6	30	47,4	76,2	116	180	295

Un gran numero di misure sono state eseguite con condizioni sperimentali le più svariate. Ma devo far notare che ognuno dei valori di μ è stato ricavato in media da una dozzina di fotografie di scintille, avendo riunito in un solo i risultati relativi a semiperiodi che occupano il medesimo posto nella scarica.

I risultati definitivi e completi trovansi raccolti nella tabella N° 10.

TABELLA N.° 10.

Nucleo	Capacità	Strati del rocchetto	Potenziale in un ass.	Forza magnetica massima	Permeabilità nei vari semiperiodi
I	I	1°	13	278	36 60 120
»	»	»	24	1322	33,1 48,3 62,1
»	»	»	33	1561	20,2 28,8 40,1 50,1 57 68,6
»	III	1° e 2°	15	1441	24,9 32,5 42,5 61,4 89,9 119
»	V	»	11	1420	18,6 30 47,4 76,2 116 180 295
II	I	1°	58	2655	13,1 15,7 18,5 21,9 24,7 28,1
»	»	»	45	2178	9,5 13,2 18,6 26,3 34,5 43,5 55,9
»	»	»	33	1152	9,9 21,5 36,9 60,1 81,7
»	»	»	24	984	22,6 30,4 38,8 45
»	»	»	13	440	42,9 50,7
»	III	1° e 2°	15	1135	42,7 51,7 63,4 76,4 95
»	IV	»	11	1024	32,1 45,4 62 87,4 117 162
»	»	1°, 2° e 3°	11	999	31,5 57,3 83,7 120 160
»	V	1°, 2°, 3° e 4°	11	950	55,3 72,1 99,5 128 170 232
III	I	1°	45	2381	10,3 27,8 51,3 80,5
»	II	1° e 2°	22	1530	20,3 44,5 81,9
»	III	»	15	1400	37 81 156
»	IV	»	11	1376	27,4 75,7 133
»	V	»	23	2965	13,4 22,6 35,4 56,9 87,4 128

Conclusione.

In questo lavoro, passati in rassegna i vari metodi per la deduzione di μ seguiti da altri sperimentatori, ne ho esposto uno, la cui applicazione mi è stata resa possibile dalla formola del Piola per l'autoinduzione dei solenoidi con nucleo, con qualunque frequenza, tenendo conto delle correnti di Foucault.

Questo metodo ha il notevole vantaggio di fornire il valore della permeabilità separatamente per ogni semiperiodo della scarica.

Dalle numerosissime misure di periodo eseguite, e insieme dalle determinazioni di capacità di autoinduzione, di potenziale di scarica, di resistenza specifica, ecc. ho potuto dedurre parecchi valori della permeabilità del ferro in corrispondenza di svariate intensità massime del campo, e con periodi molto disparati.

Osservando i risultati, si può concludere che :

1° l'induzione magnetica nel ferro e nell'acciaio può variare oltremodo rapidamente e percorrere cicli anche a frequenze estremamente alte ;

2° la permeabilità, con qualunque valore del periodo dipende sempre moltissimo dall'intensità del campo magnetico ; ed il suo andamento in funzione di questo è dello stesso genere di quello che ha nelle magnetizzazioni statiche. Ma nelle mie esperienze, a causa dei valori sempre molto elevati del campo, non è stato possibile raggiungere il massimo di permeabilità.

3° I valori di μ per campi rapidamente alternati son sempre una piccola frazione dei valori ottenuti con magnetizzazioni statiche.

4° I numeri qui ottenuti per μ concordano bene con quelli degli altri sperimentatori, e d'altra parte sono anche tali da ricollegare i valori elevati ottenuti da Battelli e Magri con quelli assai inferiori che risultarono alla maggior parte degli altri fisici.