

# ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N<sup>o</sup> 2673.

## Zur Theorie des Heliometers.

Von Prof. H. Bruns.

I

Bei den Verhandlungen über das von den Herren Repsold für die Leipziger Sternwarte zu erbauende sechszöllige Heliometer war auch die Untersuchung der Objectivschieber-Theilungen zur Sprache gekommen. Da der bisher benutzte Ausweg, nämlich den Objectivkopf abzunehmen und auf eine Art Comparator zu bringen, nur als ein Nothbehelf anzusehen ist, so machten die Herren Repsold den Vorschlag, bei der Construction des Objectivkopfes die Anbringung von Hülfsmikroskopen zur Untersuchung der Schieberskalen vorzusehen, so dass die Bestimmung der Theilungsfehler ohne Unterbrechung der anderweitigen Messungen vorgenommen werden könnte. Es liegt auf der Hand, dass dieser Vorschlag einen wesentlichen Fortschritt gegenüber dem früheren Verfahren in sich schloss, und es war bereits der unzweifelhaft schwierigste Theil der Aufgabe, nämlich die Fertigstellung der für die Ausführung bestimmten Zeichnung vollendet, als ich durch eine sehr zufällige Veranlassung auf die Bemerkung geführt wurde, dass jene Hülfseinrichtung entbehrlich sei, und dass das gesteckte Ziel auf einfachere Weise erreicht werden könne, nämlich durch die heliometrische Ausmessung der Theilstriche eines in mässiger Entfernung aufgestellten Maassstabes, welcher im Folgenden kurz als Mire bezeichnet werden soll. Bei dieser Methode, die nachstehend näher entwickelt werden wird, kann also der Objectivkopf im Wesentlichen die Anordnung behalten, welche die früher aus der Repsold'schen Werkstätte hervorgegangenen Heliometer besitzen; dagegen erfordert der Ocularauszug eine angemessene Verlängerung, die übrigens schon aus anderen Gründen auf meinen besonderen Wunsch bei dem in Rede stehenden Heliometer vorgesehen war.

Es sei  $m$  die wahre Distanz zweier Sterne; an die heliometrische Messung derselben mögen alle die Reductionen angebracht sein, welche sich anbringen lassen, so lange man die Theilungsfehler der Schieberskalen und den definitiven Winkelwerth eines Skalenintervalls noch nicht kennt. Der so reducirte Werth sei  $n$ , ausgedrückt in Skalenintervallen und deren Bruchtheilen. Ist  $r$  ein angenäherter Betrag für jenen Winkelwerth, so kann man ansetzen

$$m = rn + s,$$

wo  $s$  die an  $rn$  anzubringende Correction bedeutet und als scheinbarer Theilungsfehler bezeichnet werden mag. Sieht man von den zufälligen Beobachtungsfehlern ab, so besitzen bei den einzelnen Messungen eines gegebenen  $m$  die Grössen

$n$  und  $s$  bestimmte feste Werthe, so lange für dasselbe Ocular und denselben Beobachter die Art, wie der Beobachter die Coincidenzen der Bilder auffasst, sich nicht ändert, und so lange ferner bei der Messung von  $m$  immer dieselben Skalenstriche benutzt werden. Der scheinbare Theilungsfehler  $s$  hängt nun zunächst ab von den Fehlern der benutzten Striche; ist  $s'$  der hiervon herrührende Betrag, und denkt man sich  $s'$  mit  $rn$  vereinigt, so reducirt sich  $s$  auf den Betrag  $s'' = s - s'$ , den ich für den Augenblick in Ermangelung eines prägnanteren Ausdruckes als Deviation bezeichnen will. Letztere würde sich auf ein mit  $n$  proportionales und dann durch Abänderung von  $r$  zu beseitigendes Glied reduciren, wenn die Voraussetzungen, welche der mathematischen Idee des Heliometers zu Grunde liegen, in aller Strenge erfüllt wären. Diese Voraussetzungen können folgendermaassen formulirt werden: 1) bei zusammengeschraubten Objectivhälften bilden die brechenden Flächen des Apparats »Heliometer-Auge« ein System von centrirten sphärischen Flächen; namentlich gehören die einander correspondirenden Flächen der Objectivhälften identischen Kugeln an; 2) beim Auseinanderschrauben erfahren die Objectivhälften gleiche, aber entgegengesetzte Drehungen um eine Axe, welche durch den Brennpunkt geht, und zu der Ebene durch Schnittlinie und Instrumentaxe senkrecht steht; 3) diese Drehungen sind den Verschiebungen der Objectivskalen gegen einander proportional; 4) für den Gang der Lichtstrahlen gelten die bekannten Sätze, welche in den Elementen der Dioptrik unter Voraussetzung unendlich kleiner Oeffnungen und Brechungen hergeleitet werden. Es wäre nun ein misslicher Versuch, den Betrag der Grösse  $s''$ , welcher durch die Verletzung dieser Bedingungen bei dem wirklichen Instrument erzeugt wird, berechnen zu wollen, indem man etwa von der Form und den Abmessungen des mechanischen und der Constitution des optischen Theiles ausgeht, denn es lassen sich nicht alle für die Rechnung erforderlichen numerischen Elemente mit der nöthigen Sicherheit ermitteln. Z. B. geben die bisherigen Untersuchungen über die Lage des Lichtschwerpunktes in den Lichtscheibchen, welche im Focus des Objectivs erzeugt werden, nur einen Theil der in Betracht kommenden Wirkung, da sie den Einfluss sowohl der Medien Ocular-Auge, als auch der Lichtbeugung nicht berücksichtigen. Als einziger Weg bleibt nur die empirische Bestimmung von  $s''$  übrig, indem man die zulässige Voraussetzung macht, dass  $s''$  als Function von  $m$  einen hinreichend regelmässigen Verlauf besitze, um durch eine einfache Formel mit genügender Annäherung dargestellt werden zu können.

## 2.

Zum besseren Verständnisse des Folgenden möge zunächst ein fingirter Fall behandelt werden. Man denke sich am Himmel auf einem Bogen grössten Kreises 21 Sterne gleicher Helligkeit und Farbe in Intervallen von genau 6' angeordnet, so dass die Distanz zwischen den beiden äussersten Sternen gleich  $2^\circ$ , d. h. gleich der Grenze ist, bis zu welcher im vorliegenden Falle die directe heliometrische Messung geht. Jede Messung der verschiedenen Paare dieser Gruppe liefert dann mittelst der Gleichung

$$s = m - rn$$

die zu dem betreffenden Skalenintervall gehörige Gesamtcorrection  $s = s' + s''$ , auf welche es allein ankommt. Sind auf diese Weise die scheinbaren Theilungsfehler für eine Anzahl von Hauptintervallen ermittelt, so lassen sich die Werthe der  $s$  für alle andern Intervalle mittelst des Ablesemikrometers zwischen die bereits gefundenen Werthe hineininterpoliren. Sind nun die Distanzen zwischen zwei auf einander folgenden Sternen des Bogens nicht genau, sondern nur sehr nahe gleich 6', im Uebrigen aber vorläufig unbekannt, ist ferner die Distanz zwischen den beiden äussersten Sternen nur sehr nahe gleich  $2^\circ$  und nur angenähert bekannt, so denke man sich den ganzen Bogen heliometrisch in derselben Weise durchgemessen, wie man die Theilung eines geradlinigen Maassstabes untersucht. Diese Messungen führen zunächst, ohne dass man die  $s$  zu kennen braucht, zu den genauen Werthen der Distanzen zwischen zwei auf einander folgenden Sternen, ausgedrückt jedoch in Theilen der Maximaldistanz; wir können dann ansetzen

$$s = \frac{m}{m_0} m_1 (1 + t) - rn, \quad t = \frac{m_0 - m_1}{m_1},$$

wo  $m_0$  der wahre,  $m_1$  ein angenäherter Werth der Maximaldistanz ist. Der Coefficient  $t$  ergibt sich direct, sobald man das übliche Verfahren zur Bestimmung von  $r$  aus weiter von einander gelegenen Sternen anwendet.

Das vorstehend angegebene Verfahren lässt sich nun am Himmel aus Mangel an geeigneten Objecten nicht ausführen; substituirt man deshalb für den Sternenbogen eine Mire in passender Entfernung, so handelt es sich darum, für jeden bei den Messungen auftretenden Werth von  $n$  den entsprechenden Betrag der Quotienten  $m : m_0$  zu finden. Hierbei treten nun gewisse Schwierigkeiten ein. Aus nahe liegenden Gründen wird die Länge der Mire ein gewisses Maass nicht überschreiten dürfen. Soll nun die Mire noch unter einem Winkel von  $2^\circ$  erscheinen, damit sie auch zur Controle der grössten mit dem Heliometer direct zu messenden Winkel benutzt werden kann, so darf man bezüglich der Entfernung der Mire nicht über eine gewisse Grenze hinausgehen. Letzteres verbietet sich bei dem Leipziger Heliometer überdies schon durch die Oertlichkeit, und Aehnliches wird auch an anderen Stellen gelten. Wenn aber die Mire dem Instrument relativ nahe steht, so üben die Verstellungen des Instruments einen relativ bedeutenden Einfluss auf die bei den Messungen auftretenden Richtungen und entsprechend auf die anzubringenden Reductionen aus, müssen daher mit einer Genauigkeit bestimmt werden, deren Innehaltung die Benutzung besonderer Hilfsvorrichtungen

voraussetzt. Ueberdies wird der erforderliche Formelapparat keineswegs besonders einfach, ebenso ist, wenn man die für den oben angegebenen Fall angedeutete Anordnung der Messungen auf die Mire überträgt, der Zusammenhang zwischen den Messungszahlen und den Resultaten der Rechnung nothwendig ein verwickelter. Unter diesen Umständen würde es unzweifelhaft richtiger sein, die Eingangs erwähnten Hilfsmikroskope im Objectivkopfe zu benutzen, trotzdem man gegen dieselben einwenden kann, dass die Stricheinstellung unter etwas anderen Bedingungen vorgenommen wird, als bei der eigentlichen heliometrischen Messung. Jene Schwierigkeiten lassen sich jedoch beseitigen, sobald man darauf verzichtet, die Fehler der Miretheilung aus den heliometrischen Messungen der Mire zu ermitteln, m. a. W., sobald man die Fehler der Miretheilung direct wie bei jedem andern Maassstabe bestimmt.

Um die Vorstellung zu fixiren, will ich Verhältnisse zu Grunde legen, welche bei dem Leipziger Heliometer sehr nahe zutreffen. Die Brennweite beträgt nahe 2 m, die Distanz der Mire rund 60 m, ihre Länge reichlich 2 m, die erforderliche Ocularverschiebung also nicht ganz 0.07 m. Bei dieser Entfernung erscheint 1 mm auf der Mire unter einem Winkel von  $3''.3$ , und einem Winkel von  $0''.01$  entsprechen 0.003 mm auf der Mire. Letzterer Betrag ist mehr als das Sechsfache des mittleren (linearen) Fehlers einer einzelnen Pointirung bei der jetzt üblichen mikrometrischen Ablesung von Kreistheilungen; man wird also die Fehler der Mirestriche mit einer für den vorliegenden Zweck als absolut zu bezeichnenden Genauigkeit bestimmen können, sobald nur die Striche die erforderliche Sauberkeit besitzen. Die Visur geht allenthalben hoch über Dach und Erdboden fort, und es soll zur möglichsten Verminderung des Einflusses der Refraction die Mire horizontal gelegt werden. Richtet man das Heliometer mit zusammengeschraubten Objectivhälften auf die Mitte der Mire, so soll diese Visur zur Längsaxe der Miretheilung senkrecht stehen. Diese Bedingung lässt sich mit Leichtigkeit bis auf einen Fehler von höchstens  $1'$  erfüllen, sobald man gewisse einfache Vorkehrungen trifft. Der Unterschied der Ocularstellungen für Mitte und Enden der Mire ist unmerklich, ebenso lassen sich die Abweichungen der Miretheilung von einer Ebene innerhalb solcher Grenzen halten, dass sie für den vorliegenden Zweck vernachlässigt werden dürfen.

Denkt man sich die Netzhaut des Beobachters durch das System Auge-Ocular in dem Raume vor dem Ocular abgebildet und in dem centralen Theile dieser Bildfläche, welchen wir als eben ansehen dürfen, ein Fadenquadrat von mässigen Dimensionen ausgespannt, denkt man sich ferner die heliometrischen Einstellungen stets innerhalb jenes Quadrats vorgenommen, so kommt es bei der Beurtheilung der Deckung der Bilder auf das Verhalten der vom Objectiv ausgehenden Licht-Halbkegel in jener Bildebene an. Jeder Halbkegel erzeugt in der Bildebene ein kleines Lichtscheibchen; innerhalb dieser Scheibchen wird je ein bestimmter Punkt als geometrischer Ort der Bilder, als Bildpunkt, aufgefasst. Zieht man von einer der beiden Componenten eines eingestellten Objectpaares  $A, A'$ , sagen wir von  $A$ , eine Gerade nach dem vorderen Hauptpunkte  $H$  der correspondirenden Objectivhälfte, und durch den hinteren Hauptpunkt  $K$  eine

Parallele zu  $AH$ , welche die Bildebene in  $B$  trifft, so fällt  $B$  im Allgemeinen nicht mit dem zugehörigen Bildpunkte zusammen, und es ist diese Abweichung, welche die oben als Deviation bezeichnete Correction erzeugt. Da es im Folgenden nur darauf ankommt, dass diese Abweichung, von  $K$  aus gesehen, etliche Bogensecunden nicht überschreitet, so können wir die Construction dahin vereinfachen, dass wir für  $B$  den Durchschnitt  $C$  der Geraden  $AK$  mit der Bildebene substituieren, oder m. a. W. die Strecke  $HK$  vernachlässigen.

### 3.

Der Einfachheit halber setzen wir voraus, dass die Minimaldistanz zwischen den hinteren Hauptpunkten beim Durchschrauben gleich Null sei; dies kommt darauf hinaus, anzunehmen, dass bei einer von Null verschiedenen Minimaldistanz die Messungen für diese Fehlerquelle, soweit erforderlich, gleich mit corrigirt werden. Ist die Lage der Mire gegen das Instrument in der oben angegebenen Art berichtigt und werden immer symmetrisch zur Mitte gelegene Mirenstriche mit einander verbunden, so ist bei vollkommener Ausführung des mechanischen Theiles keinerlei Verstellung des Rohrs erforderlich, damit die Coincidenzen an der vorgeschriebenen Stelle des Gesichtsfeldes stattfinden. Würde in Folge von Fehlern in der Schieberführung und in den Centrirungen der Ort der Coincidenzen symmetrischer Striche bei festgestelltem Rohre sich selbst um etliche Bogenminuten von der Mitte des Fadenquadrats entfernen, so bedingen die bei den einzelnen Messungen erforderlichen Verstellungen des Rohrs für das Fadenquadrat Translationsbewegungen, welche höchstens einige Millimeter betragen und mit ganz rohen Werthen für die Dimensionen der Montirung hinreichend genau berechnet werden können.

Es seien 0 und 1 die Orte der benutzten Mirenstriche (Mitten derselben), 2 und 3 die Orte der hinteren Hauptpunkte in den correspondirenden Objectivhälften während der Ablesung,  $a$  und  $b$  die Durchschnitte der Geraden (0 2) und (1 3) mit der Bildebene. Unter den gemachten Voraussetzungen liegen alle diese Punkte in einer Ebene. Bezogen

$$\frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi_{a0} - \varphi_{b1})}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\Phi_{a0} - \Phi_{b1})} = \frac{Y_{\beta 5} \cdot X_{\alpha 4}}{Y_{\beta 5} \cdot x_{\alpha 4}} = \left( \frac{Y_5}{Y_5} + \frac{Y_5 Y_{\beta 5} - Y_{\beta 5} Y_5}{Y_{\beta 5} Y_5} \right) \left( 1 + \frac{X_{\alpha 4} - x_{\alpha 4}}{x_{\alpha 4}} \right). \quad (1)$$

Benutzt man statt der Punkte 0, 1 die Punkte 2, 3, so erhält man zunächst für eine beliebige Lage der Coordinatenachsen

$$\operatorname{tg}(\varphi_{a0} - \varphi_{b1}) = \operatorname{tg}(\varphi_{a2} - \varphi_{b3}) = \frac{y_{a2} x_{b3} - y_{b3} x_{a2}}{x_{a2} x_{b3} + y_{a2} y_{b3}},$$

woraus wie vorhin erhalten wird

$$\operatorname{tg}(\varphi_{a2} - \varphi_{b3}) = 2 \frac{y_{\beta 7} x_{\alpha 6} - y_{\alpha 6} x_{\beta 7}}{x_{\alpha 6}^2 + y_{\alpha 6}^2 - x_{\beta 7}^2 - y_{\beta 7}^2}.$$

Legt man die  $x$ -Axe parallel zur Strecke ( $\alpha 6$ ), setzt also  $y_{\alpha 6} = 0$ , so wird

$$\operatorname{tg}(\varphi_{a2} - \varphi_{b3}) = \frac{2 y_{\beta 7} x_{\alpha 6}}{x_{\alpha 6}^2 - y_{\beta 7}^2 - x_{\beta 7}^2}. \quad (2)$$

auf ein vorläufig beliebig gelegenes Axensystem seien  $x_a, y_a$  etc. die rechtwinkligen Coordinaten von  $a$  etc., ferner werde die Bezeichnung

$$x_{ab} = x_b - x_a = r_{ab} \cos \varphi_{ab}$$

$$y_{ab} = y_b - y_a = r_{ab} \sin \varphi_{ab}$$

für die Projectionen der Strecke ( $ab$ ) eingeführt und analog für alle anderen Strecken verfahren, dann ist

$$\operatorname{tg}(\varphi_{a0} - \varphi_{b1}) = \frac{y_{a0} x_{b1} - y_{b1} x_{a0}}{x_{a0} x_{b1} + y_{a0} y_{b1}}.$$

Ferner setzen wir an

$$x_a = x_{\alpha} + x_{\beta}, \quad x_0 = x_4 + x_5, \quad x_2 = x_6 + x_7,$$

$$x_b = x_{\alpha} - x_{\beta}, \quad x_1 = x_4 - x_5, \quad x_3 = x_6 - x_7,$$

und analog für die zweite Coordinate, dann wird bei consequenter Durchführung der eingeführten Bezeichnungsweise

$$\operatorname{tg}(\varphi_{a0} - \varphi_{b1}) = 2 \frac{y_{\beta 5} x_{\alpha 4} - y_{\alpha 4} x_{\beta 5}}{x_{\alpha 4}^2 + y_{\alpha 4}^2 - x_{\beta 5}^2 - y_{\beta 5}^2}.$$

Legt man jetzt die  $y$ -Axe parallel zur Mire, so können unter den gemachten Voraussetzungen die  $y_{\alpha 4}$  und  $x_{\beta 5}$  enthaltenden Glieder als unmerklich unterdrückt werden, und man erhält aus

$$\operatorname{tg}(\varphi_{a0} - \varphi_{b1}) = \frac{2 y_{\beta 5} x_{\alpha 4}}{x_{\alpha 4}^2 - y_{\beta 5}^2}$$

sofort

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi_{a0} - \varphi_{b1}) = \frac{y_{\beta 5}}{x_{\alpha 4}}.$$

Schreibt man für den Fall, dass das gemessene Strichpaar den Enden der Mire angehört, an Stelle von  $x, y, \varphi \dots$  resp.  $X, Y, \Phi \dots$ , so wird

Nun ist in diesem Falle

$$\begin{aligned} (r_{a2} + r_{b3})(r_{a2} - r_{b3}) &= x_{a2}^2 + y_{a2}^2 - x_{b3}^2 - y_{b3}^2 \\ &= 4(x_{\alpha 6} x_{\beta 7} + y_{\alpha 6} y_{\beta 7}) \\ &= 4 x_{\alpha 6} x_{\beta 7}. \end{aligned}$$

Hiernach würde der Werth  $x_{\beta 7} = 2 \text{ mm}$  für  $r_{a2} - r_{b3}$  rund 4 mm ergeben, d. h. die scharfen Ocularstellungen für die Bilder der beiden Objectivhälften würden um diese 4 mm differiren. Eine solche Differenz setzt aber Fehler in den Centrirungen des Objectivkopfes und des Ocularauszuges voraus, welche das Instrument einfach unbrauchbar machen würden und in der That auch nicht vorkommen. Für  $x_{\beta 7} = 2 \text{ mm}$  wird aber der Quotient  $x_{\beta 7} : x_{\alpha 6}$  nahe

gleich 1:1000; man kann deshalb statt (2) mit hinreichender Genauigkeit schreiben

$$\operatorname{tg}(\varphi_{a2} - \varphi_{b3}) = \frac{2 y_{\beta 7} x_{\alpha 6}}{x_{\alpha 6}^2 - y_{\beta 7}^2},$$

oder

$$\operatorname{tg}^{1/2}(\varphi_{a2} - \varphi_{b3}) = \frac{y_{\beta 7}}{x_{\alpha 6}}.$$

Letztere Gleichung geht, wenn das Axensystem wieder beliebig gelegt wird, über in

$$\operatorname{tg}^{1/2}(\varphi_{a2} - \varphi_{b3}) = \frac{y_{\beta 7} x_{\alpha 6} - y_{\alpha 6} x_{\beta 7}}{x_{\alpha 6}^2 + y_{\beta 7}^2}. \quad (3)$$

Sind nun  $P$  und  $Q$  zwei Punkte an der Himmelskugel, bei deren Distanzmessung man genau dieselbe Lage des Fernrohrs und der Objectivhälften, wie eben vorausgesetzt, erhalten würde, so ist, wenn  $p$  und  $q$  die Durchschnitte der Geraden ( $PO$ ) und ( $QO$ ) mit der Bildebene des für  $P$ ,  $Q$  berichtigten Oculars bedeuten, und

$$x_p = x_\gamma + x_\delta, \quad x_q = x_\gamma - x_\delta, \quad \text{etc.}$$

gesetzt wird,

$$\operatorname{tg}^{1/2}(\varphi_{p2} - \varphi_{q3}) = \frac{y_{\delta 7} x_{\gamma 6} - y_{\gamma 6} x_{\delta 7}}{x_{\gamma 6}^2 + y_{\delta 7}^2}. \quad (4)$$

Die Differenz  $\varphi_{p2} - \varphi_{q3}$  ist, vom Vorzeichen abgesehen,

$$\frac{\operatorname{tg}^{1/2}(\varphi_{a2} - \varphi_{b3})}{\operatorname{tg}^{1/2}(\Phi_{a2} - \Phi_{b3})} = \frac{\operatorname{tg}^{1/2}(\varphi_{p2} - \varphi_{q3})}{\operatorname{tg}^{1/2}(\Phi_{p2} - \Phi_{q3})} = \frac{y_{\beta 7} X_{\alpha 6}}{Y_{\beta 7} x_{\alpha 6}} - \frac{y_{\delta 7} X_{\gamma 6}}{Y_{\delta 7} x_{\gamma 6}}. \quad (5)$$

#### 4.

Die Gleichungen (1) und (5) beziehen sich auf verschiedene Coordinatensysteme, deren  $x$ -Aren jedoch innerhalb weniger Bogenminuten dieselbe Richtung haben. Nun ist in (1) der zweite Quotient in der ersten Klammer eine kleine Grösse (schwerlich mehr als eine Einheit der vierten Stelle), ebenso ist der Quotient in der zweiten Klammer klein (sicher unter 0.001), so dass wir, wenn  $l$  und  $L$  die Längen der gemessenen Mirenintervalle bedeuten, schreiben können (gültig für das der Gleichung (5) zu Grunde liegende Axensystem)

$$\frac{\operatorname{tg}^{1/2}(\varphi_{a0} - \varphi_{b1})}{\operatorname{tg}^{1/2}(\Phi_{a0} - \Phi_{b1})} = \frac{l}{L} (1 + A) + B, \quad (6)$$

$$A = \frac{X_{\alpha 4} - x_{\alpha 4}}{x_{\alpha 4}}, \quad B = \frac{y_{\beta 5} Y_{\beta} - Y_{\beta 5} y_{\beta} X_{\alpha 4}}{Y_{\beta 5} Y_{\beta} x_{\alpha 4}}.$$

Setzen wir zur Abkürzung

$$\varphi = \varphi_{p2} - \varphi_{q3}, \quad \Phi = \Phi_{p2} - \Phi_{q3},$$

so folgt aus der Subtraction von (6) und (5)

offenbar genau der Winkel, welcher bei der betreffenden Stellung der Objectivhälften eigentlich gemessen werden soll.

Könnte bei der mechanischen Ausführung das mathematische Schema, welches dem Heliumeter zu Grunde liegt, namentlich aber hinsichtlich Anordnung und Bewegung der wesentlichen Theile die Symmetrie in Bezug auf die Rohraxe mit absoluter Genauigkeit erreicht werden, so würden in (3) und (4) die Grössen  $x_{\beta 7}$ ,  $x_{\delta 7}$ ,  $y_{\alpha 6}$ ,  $y_{\gamma 6}$  verschwinden, sobald die  $x$ -Axe der Rohraxe parallel gelegt wird. In Wirklichkeit ist der Einfluss dieser Grössen möglicherweise nicht ganz unmerklich, namentlich wenn man alle Entwicklungen mit solcher Schärfe durchführen will, dass im Endresultat durch Anhäufung kein Fehler über 0.01 bei den Winkeln  $\varphi$  erzeugt wird. Da indessen die Vernachlässigung der genannten Glieder das Wesen der hier aus einander gesetzten Methode nicht alterirt, übrigens aber bei einer zweiten Approximation nachgeholt werden kann, so schreiben wir statt (3) und (4)

$$\operatorname{tg}^{1/2}(\varphi_{a2} - \varphi_{b3}) = \frac{y_{\beta 7}}{x_{\alpha 6}},$$

$$\operatorname{tg}^{1/2}(\varphi_{p2} - \varphi_{q3}) = \frac{y_{\delta 7}}{x_{\gamma 6}},$$

wobei die  $x$ -Axe (Rohraxe) so gelegt sein soll, dass in Bezug auf dieselbe die Bedingung der Symmetrie möglichst nahe erfüllt ist. Führen wir wieder die Buchstaben  $X, Y, \Phi$ ... ein, wenn die benutzten Mirenstriche den Enden der Mire angehören, so wird

$$\frac{\operatorname{tg}^{1/2} \varphi}{\operatorname{tg}^{1/2} \Phi} = \frac{l}{L} (1 + A) + B - C - D + E,$$

$$C = \frac{y_{\gamma 7} (X_{\alpha 6} - x_{\gamma 6})}{Y_{\gamma 7} x_{\alpha 6}},$$

$$D = \frac{y_{\gamma 7} Y_{\beta} - Y_{\gamma 7} y_{\beta} X_{\alpha 6}}{Y_{\beta 7} Y_{\gamma} x_{\alpha 6}},$$

$$E = \frac{y_{\gamma 7} Y_{\delta} - Y_{\gamma 7} y_{\delta} X_{\gamma 6}}{Y_{\delta 7} Y_{\gamma} x_{\gamma 6}}.$$

Wenn das Coordinatensystem fest mit dem Rohr verbunden gedacht wird, so ist  $x_{\alpha} = X_{\alpha}$ ,  $x_{\gamma} = X_{\gamma}$ , also

$$C = \frac{y_{\gamma 7} X_{\alpha 6} - x_{\gamma 6} x_{\alpha} - x_{\gamma 7}}{Y_{\gamma 7} x_{\alpha 6} x_{\gamma 6}}.$$

Dieses Glied ist noch gerade merklich und kann, da sehr nahe

$$y_{\gamma 7} : Y_{\gamma 7} = l : L,$$

mit dem Hauptgliede vereinigt werden, indem man schreibt

$$\frac{l}{L}(1+A)-C=\frac{l}{L}(1+F),$$

$$F=A-\frac{X_6-x_6}{x_{\alpha 6}}\cdot\frac{x_{\alpha}-x_{\gamma}}{x_{\gamma 6}},$$

also

$$\frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} \varphi}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} \Phi}=\frac{l}{L}(1+F)+G, \quad (7)$$

wo

$$G=B-D+E.$$

Da sehr nahe

$$y_3:Y_3=y_7:Y_7,$$

so ist der Quotient  $B:D$  als constant anzusehen (nahe gleich 1:30). Der Werth von  $y_3$  in  $D$  enthält ein Glied, welches davon herrührt, dass wir bei der Construction der Punkte  $a, b$  die Distanz der vorderen Hauptpunkte von den hinteren vernachlässigt haben. Da der hiervon herrührende Beitrag zu  $y_3$  sehr nahe proportional zu  $y_7$  ist, so wird der Werth von  $D$  frei von dem Einflusse jener Vernachlässigung, und nahe gleich  $E$ . Hiernach ist also  $G$  nur ein mässiger Bruchtheil von dem Werth der Grössen  $D$  und  $E$ .

Zu einer vollständigen Messung der Strecken  $l, L$  gehören zwei Einstellungen, zwischen denen die Objectivschieber durchgeschraubt werden. Die Werthe von  $\varphi, \Phi, F, G$  für beide Stellungen werden im Allgemeinen um kleine Quantitäten von einander verschieden sein; wegen der Kleinheit dieser Differenzen kann man, wenn die arithmetischen Mittel dieser Werthe paare mit  $\varphi_0, \Phi_0, F_0, G_0$  bezeichnet werden, ansetzen

$$\frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} \varphi_0}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} \Phi_0}=\frac{l}{L}(1+F_0)+G_0.$$

Sind  $n, N$  die zu jenen Messungen gehörigen Intervalle auf den Objectivskalen,  $\delta n, \delta N$  die Verbesserungen derselben wegen der scheinbaren Theilungsfehler,  $\varrho$  der Winkelwerth eines Intervalls, dann ist zunächst

$$\varphi_0=(n+\delta n)\varrho, \quad \Phi_0=(N+\delta N)\varrho;$$

setzen wir ferner

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} x=\frac{1}{2} x T(x),$$

wo  $T$  sich nur wenig von Eins unterscheidet, so wird

$$\frac{n+\delta n}{N+\delta N} \cdot \frac{T(\varphi_0)}{T(\Phi_0)}=\frac{l}{L}(1+F_0)+G_0$$

oder mit erlaubten Vernachlässigungen

$$\delta n=\frac{l}{L} N \cdot \frac{T(\Phi_0)}{T(\varphi_0)}(1+F_0)-n+\frac{l}{L} \delta N+NG_0.$$

Bestimmen wir, was erlaubt ist,  $\varrho$  durch die Bedingung  $\Phi=\varrho N$ , so wird  $\delta N$  gleich Null, also

$$\delta n=\frac{l}{L} N \cdot \frac{T(\Phi_0)}{T(\varphi_0)}(1+F_0)-n+NG_0. \quad (8)$$

Die beiden ersten Terme rechts wollen wir als Strichcorrection bezeichnen; dieselbe ist offenbar nicht identisch mit der eigentlichen Theilungscorrection der Skalen, denn sie enthält ausserdem noch einen Theil der Deviation; sie ist auch nicht identisch mit dem scheinbaren Theilungsfehler, da sie die Deviation nicht vollständig, sondern nur bis auf den Term  $NG_0$  enthält. Wenn die Deviation für die Mire und für Sterne denselben Werth besitzt, so reducirt sich  $G_0$  auf den Term  $C_0$ , der beim Leipziger Heliometer, wie oben erwähnt, nur ein Dreissigstel von  $D_0$  beträgt. Man darf hieraus schliessen, dass die Strichcorrection den bei weitem grössten Theil der Deviation bereits berücksichtigt, und dass  $NG_0$  nur klein sein wird.

Die zur Berechnung der Strichcorrection erforderlichen Elemente sind aus (8) unmittelbar ersichtlich. Nöthig ist ausser den wahren Werthen der Quotienten  $l:L$  und den heliometrischen Messungen noch eine angenäherte Kenntniss von  $\varrho$  resp. gewisser Abmessungen am Instrument zur Berechnung von  $F_0$ . Da die Strichcorrection mit Beobachter und Ocular sich ändern kann, so scheint es, als ob für jede solche Aenderung eine entsprechende selbstständige Bestimmung erforderlich wäre. Dies ist jedoch nicht der Fall. Denn da die gedachten Aenderungen der Strichcorrection dieselbe Form haben, wie  $G_0$ , so können sie in der Strichcorrection unterdrückt und mit  $G_0$  verbunden werden, welches dann, für jeden Beobachter und jedes Ocular besonders, aus Beobachtungen von Sternen zu ermitteln ist. Denkt man sich die  $y_3$  und  $y_8$  durch Reihen, welche nach Potenzen von  $\varphi$  fortschreiten, dargestellt, so lehrt eine einfache Ueberlegung, dass

$$NG_0=c_1 n+c_3 n^3+c_5 n^5+\dots$$

gesetzt werden darf, wo rechts nur ungerade Potenzen auftreten. Das Glied  $c_1 n$  kann unterdrückt werden, weil es sich durch Variation von  $\varrho$  beseitigen lässt, so dass man ansetzen darf

$$NG_0=c_3 n^3+c_5 n^5+\dots$$

Die Ermittlung der Coefficienten  $c_3 \dots$  kann offenbar durch dieselben Messungen, welche zur Bestimmung von  $\varrho$  dienen, erfolgen, sobald man die Gruppe der nahe in einem grössten Kreise gelegenen Sterne nur so wählt, dass auch mehrere möglichst ungleiche Intervalle zwischen den Grenzen  $n=0$  und  $n=N$  bei den Distanzmessungen auftreten.

Bei der Abwägung der Vorzüge und Mängel der vorstehend skizzirten Methode fallen, wie mir scheint, hauptsächlich folgende Punkte in's Gewicht:

- 1) Die für die Hilfsmikroskope erforderliche Complication des Objectivkopfes und der Beleuchtungseinrichtungen fällt fort, an dem Instrument ist keinerlei wesentliche Aenderung vorzunehmen und die laufenden Beobachtungen werden nicht gestört.
- 2) Dafür sind die Einrichtungen für die Mire und die Untersuchung der Mirenstriche auszuführen; letztere Arbeit ist jedoch aller Voraussicht nach ungleich glatter zu absolviren, als die entsprechende Untersuchung der Hauptstriche auf den Schieberskalen.
- 3) Die mikrometrische Ablesung erfolgt unter genau denselben Bedingungen, wie bei den gewöhnlichen Beobachtungen.

- 4) Die einzelnen Strichcorrectionen werden völlig unabhängig von einander bestimmt. Dieser Umstand bietet die Möglichkeit einer sehr werthvollen Controle der ganzen Arbeit. Es seien  $l, l', l''$  drei auf einander folgende  $l$ -Strecken auf der Mire,  $n, n', n''$  die correspondirenden Werthe von  $n$ , ferner seien  $u_1, u_2, u_3, u_4$  —  $u_1', u_2', u_3', u_4' — u_1'', u_2'', u_3'', u_4''$  die benutzten Striche auf den Schieberskalen, derart, dass  $u_\alpha, u_\alpha', u_\alpha''$  in derselben Gegend der betreffenden Skala liegen, endlich sei die Miretheilung so eng gewählt, dass die Lage von  $u_\alpha'$  relativ gegen  $u_\alpha$  und  $u_\alpha''$  direct mittelst des Ablesemikrometers bestimmt werden kann und dass von  $n$  bis  $n''$  die Aenderung der Deviation als geradlinig anzusehen ist, dann liefert die mikrometrische Interpolation von  $\delta n'$  zwischen  $\delta n$  und  $\delta n''$  einen Werth von  $\delta n'$ , der als eine völlig selbstständige Bestimmung von  $\delta n'$  zu betrachten ist und mit der directen Bestimmung aus  $l'$  vereinigt werden darf. Bei dem Leipziger Heliometer würde für den Winkelwerth von  $l' - l, l'' - l'$  der Betrag von rund  $120''$  oder  $160''$  eine passende Wahl sein.
- 5) Der erforderliche Arbeitsaufwand ist voraussichtlich merklich grösser, als bei einer directen Untersuchung der Schieberskalen, da die heliometrische Ablesung ausser den Skalenablesungen noch die Pointirung im Fernrohr erfordert, da ferner die Sicherheit dieser Pointirung ge-

- ringer ist, als die der Einstellung der Skalenstriche im Mikroskop, wenn sie auch für die Mirestriche merklich grösser sein wird, als für Sterne. Dieser Nachtheil dürfte jedoch durch die Vortheile, namentlich aber durch den in 4) genannten Umstand aufgewogen werden.
- 6) In den Entwicklungen war unter  $N$  immer das Maximalintervall zu verstehen, welches bei dem in Rede stehenden Heliometer direct gemessen werden kann, d. h. im Winkel etwa  $2^\circ$ . Diese Festsetzung ist gerechtfertigt, so lange für die grossen Distanzen die Qualität der Bilder nicht wesentlich schlechter ist, als in der Mitte. Trifft diese Voraussetzung nicht zu, so hat die Verwendung des Instruments als »Mikrometer« für die grossen Distanzen keinen Zweck, und es ist dann auch überflüssig, die Theilungsfehler zu untersuchen. In diesem Falle wird man also für  $N$  denjenigen Grenzwert setzen, bis zu welchem hin die heliometrische Messung andern Methoden noch überlegen oder ebenbürtig ist. Uebrigens dürfte, wenn bei grossen Distanzen die Bilder mangelhaft sind, dieses Hinderniss genauer Messung sich sehr wohl durch die von Prof. Abbe ursprünglich aus anderen Gründen vorgeschlagene Blende mit festem Ausschnitt allemal dann erheblich vermindern lassen, wenn es auf einen Lichtverlust nicht ankommt, denn der Mangel rührt bei den modernen Heliometern wesentlich von dem Verhalten der Medien Ocular-Auge her.

Leipzig 1885 Juni 22.

## Entdeckung eines neuen Cometen durch Herrn Barnard.

Am 10. Juli Nachmittags erhielt die Centralstelle folgendes Telegramm aus Boston:

»Urbane Barnard ukase July cartouch keen trarbuncled treat constabulary rascal smallness unhappy cordage.  
*Harvard Obs.*«

Nach einer leicht ersichtlichen Correctur, carbuncled für trarbuncled, lautet das Telegramm:

»The announcement has been received by Harvard College Observatory from Mr. Lewis Swift, Director of the Warner Observatory, of the discovery of a comet by Barnard July 7.

»July 9.7204 Greenw. M. T. RA. =  $259^\circ 27' 6''$  NPD. =  $96^\circ 1' 8''$ . Daily motion in RA.:  $-30'$ , in NPD.:  $+35'$ .

»The physical appearance of the comet is as follows: Circular, diameter  $1'$ , brightness  $11^m$  or fainter, some central condensation, no tail.  
*Harvard Observatory.*«

Der Comet wurde von Dr. Lamp am 10. und 11. Juli Abends im hiesigen Refractor gesehen, eine Ortsbestimmung konnte jedoch wegen der Dämmerung und nicht günstiger Luft nicht erlangt werden.

Die folgenden Beobachtungen gingen am 12. resp. 13. Juli bei der Centralstelle telegraphisch ein:

»Comet Barnard 11. Juli  $13^h 30^m 2$  M. Z. Strassburg AR. =  $258^\circ 36' 6''$  PD. =  $97^\circ 2' 31''$ . Schur.  
» 12. Juli 9 40.0 M. Z. Palermo =  $258^\circ 13' 32''$  =  $97^\circ 31' 38''$ . Cacciatore.«

Die beiden Telegramme aus Boston und Strassburg wurden an die Mitglieder der Centralstelle sofort nach ihrem Eintreffen weiter befördert.

Kiel 1885 Juli 13.

Kr.