

welches ich vor einigen Jahren machte, genau übereinstimmt, beobachtete Folgendes:

	^h	^L	^o	^o	
Dec. 23.	21	333,9	43	+ 1,0	S. 1
24.	3	333,5	44	+ 4,0	S. O. 1
10	-	331,8	44	+ 2,5	S. O. 1
21	-	328,7	43	+ 1,0	S. O. 2
25.	3	326,1	44	+ 4,5	S. O. 3. 4
10	-	324,5	46	+ 5,7	S. O. 3

	^h	^L	^o	^o	
Dec. 25.	21	326,9	46	+ 4,0	W. 2
26.	3	328,4	47	+ 5,0	W. 1
10	-	328,2	45	0,0	S. O. 1

Die erste Columnne enthält den Barometerstand in Pariser Linien, die zweite die Angabe des Fahr. Thermometers am Barometer, die dritte die Lufttemperatur und die vierte die Richtung des Windes und Zahlen, welche seine Stärke bezeichnen, so daß die 4 einen Sturm bedeutet.

Bessel.

Höhenänderung der Gestirne für jeden Werth des Stundenwinkels.

Von Herrn Professor *Littrow* in Wien.

Bey dem gegenwärtigen vervollkommenen Zustande der Astronomie entfernt man sich mit Recht immer mehr von den particulären Auflösungen der verschiedenen Aufgaben, die für jede Frage eine eigene Antwort verlangen. In der That erfordert es die Würde der Wissenschaft, und die bey der Ausdehnung derselben immer nothwendigere Zeitersparung, bisher zerstreute, aber unter einander verwandte Aufgaben gleichsam familienweise unter einem Gesichtspunkte aufzufassen, und einer ihnen allen gemeinschaftlichen, allgemeinen Auflösung zu unterwerfen. Hieher gehört unter mehreren anderen auch die Bestimmung der Höhenänderung der Gestirne in jeder Entfernung derselben von dem Meridian. Vorzüglich interessant war die Kenntniß dieser Aenderung seit der Erfindung der multiplicirenden Instrumente, und des allgemein verbreiteten Gebrauches des Sextanten zu Bestimmungen geographischer Breiten in der Nähe des Meridians, und *Delambre* war der erste, der die itzt allgemein bekannten Ausdrücke für die sogenannten Circummeridianhöhen mittheilte, die dann später von *Mollweide* genauer entwickelt, und von mehreren anderen auf verschiedene Weise in ihrer äußeren Form verändert wurden. Bald darauf schlug man die größten Digressionen des Polarsterns als besonders brauchbar zu Breitenbestimmungen vor, und obschon diese beyden Punkte des Parallelkreises des Polarsterns von allen, wenn die Zeitbestimmung nicht ganz fehlerfrey ist, die ungünstigsten sind, so blieb man doch mehrere Jahre dabey stehen. Der Gebrauch dieses Vorschlages foderte eine eigene Entwicklung unserer Aufgabe, indem hier die Höhenänderung eines Gestirns für den Stundenwinkel von 6 oder 18^h gesucht werden mußte, während sie für die Circummeridianhöhen für 0 und 12^h zu bestimmen war. Beynahe zu derselben Zeit schlugen die französischen Astronomen, und unter ihnen besonders *Biot* die Höhen-

beobachtungen mit dem Multiplicationskreise in der Nähe des ersten Verticals, ich weiß nicht aus welchen Gründen, als das allersicherste Mittel der Zeitbestimmung vor, welches selbst das Mittagsrohr übertreffen sollte. Die Anwendung dieses Vorschlages erforderte wieder eine eigene Auflösung derselben Aufgabe, die zuerst *Burckhardt* in der Conn. des tems versuchte, und die auch in so fern wieder nur als ein besonderer Fall der allgemeinen Aufgabe zu betrachten war, als man den Ort des Gestirns, in der Nähe des ersten Verticalkreises, als gegeben, und die gesuchte Höhenänderung in einigen wenigen Minuten nur als sehr gering voraussetzte. Der Vorschlag endlich, welchen ich selbst im Jahre 1816 zur Breitenbestimmung durch den Polarstern in jedem Punkte seines Parallelkreises, so wie der, welchen ich in diesen Blättern (Astronom. Nachr. Nr. VIII.) zur Bestimmung des Collimationsfehlers der Kreise machte, führten zwar unmittelbar auf die allgemeine Auflösung der Aufgabe, wurden aber auch wieder dadurch beschränkt, daß die sehr kleine Poldistanz des Polarsterns nur das erste, oder höchstens die zwey ersten Glieder der zu entwickelnden Reihe nöthig machte.

Um daher alle diese Aufgaben unter eine einzige Auflösung zu bringen, wird man, ohne irgend einer einschränkenden Bedingung für besondere Fälle, überhaupt die Aenderung der Höhe suchen, die einem gegebenen Gestirne für irgend einen gegebenen Stundenwinkel zukömmt.

Ist p und ψ die Polardistanz des Sterns und des Zeniths, z und t die Zenithdistanz und der Stundenwinkel des Sterns, so ist bekanntlich

$$\cos z = \cos p \cos \psi + \sin p \sin \psi \cos t$$

Ist dann $z' - z = dz$ die gesuchte Aenderung der Zenithdistanz für die Aenderung dt des Stundenwinkels, so hat man, wenn die Declination unveränderlich bleibt,

$$z' = z + \left(\frac{dz}{dt}\right) dt + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right) \frac{dt^2}{1.2} + \left(\frac{d^3z}{dt^3}\right) \frac{dt^3}{1.2.3} + \dots \quad (I)$$

Um nun die Werthe von $\left(\frac{dz}{dt}\right)$, $\left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)$.. bequem durch die fortgesetzte Differentiirung der ersten Gleichung auszudrücken, wollen wir der Kürze wegen annehmen

$$m = \frac{\sin p \sin \psi}{\sin z} \cdot \sin t, \quad n = m \cot g t \text{ und } \theta = \cot g z$$

Dies vorausgesetzt, findet man

$$\frac{d\theta}{dt} = -m - m\theta^2$$

$$\frac{dm}{dt} = n - m^2\theta$$

$$\frac{dn}{dt} = -m - mn\theta$$

durch welche Ausdrücke die zweyten und höheren Differentialien des oben für $\cos z$ gegebenen Ausdruckes ohne Mühe entwickelt werden können. Man findet, wenn man bis zu den siebenten Potenzen von dt fortgeht, was für alle hiehergehörigen Fälle mehr als genügt,

$$\left(\frac{dz}{dt}\right) = m$$

$$\left(\frac{d^2z}{dt^2}\right) = n - m^2\theta$$

$$\left(\frac{d^3z}{dt^3}\right) = m^3 - m - 3mn\theta + 3m^3\theta^2$$

$$\left(\frac{d^4z}{dt^4}\right) = 6m^2n - n + (4m^2 - 3n^2 - 9m^4)\theta + 18m^2n\theta^2 - 15m^4\theta^3$$

$$\left(\frac{d^5z}{dt^5}\right) = 15mn^2 - 10m^3 + 9m^5 + m + (15mn - 90m^3n)\theta + (45mn^2 - 30m^3 + 90m^5)\theta^2 - 150m^3n\theta^3 + 105m^5\theta^4$$

$$\left(\frac{d^6z}{dt^6}\right) = 135m^4n - 75m^2n + 15n^3 + n + (15n^2 - 16m^2 + 180m^4 - 390m^2n^2 - 195m)\theta + (45n^3 - 225m^2n + 1875m^4n)\theta^2 + (300m^4 - 675m^2n^2 - 1050m^6)\theta^3 + 1050m^4n\theta^4 - 945m^6\theta^5$$

Substituirt man diese Ausdrücke in der Gleichung (I), so erhält man die gesuchte Aenderung $z' - z = dz$ der Zenithdistanz des Gestirns ohne alle besondere Voraussetzung.

Sucht man aus dieser allgemeinen Auflösung den besondern Fall für die Circummeridianhöhen, so wird

man in den vorhergehenden Ausdrücken bloß $t = 0$ setzen, wodurch auch $m = 0$ und $n = \frac{\sin p \sin \psi}{\sin z}$ wird, so daß man hat

$$dz = n \cdot \frac{dt^2}{2} - (n + 3n^2\theta) \cdot \frac{dt^4}{2^3 \cdot 3} + (n + 15n^3 + 15n^2\theta + 45n^3\theta^2) \cdot \frac{dt^6}{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5} +$$

dieselbe Reihe, welche *Mollweide* in der *Mon. Corr.* des *Freyherrn von Zach* gegeben hat.

Sucht man aus derselben Auflösung den besondern Fall für die größte Digression, so wird man in den vorhergehenden allgemeinen Ausdrücken $t = 90^\circ$ also $n = 0$ und $m = \frac{\sin p \sin \psi}{\sin z}$ setzen, wodurch man erhält

$$z' - z = m dt - m^2\theta \cdot \frac{dt^2}{2} + (m^3 - m + 3m^3\theta^2) \cdot \frac{dt^3}{2 \cdot 3} + (4m^2\theta - 9m^4\theta - 15m^4\theta^3) \cdot \frac{dt^4}{2^3 \cdot 3} + (m + 9m^5 - 10m^3 + (90m^5 - 30m^3)\theta^2 + 105m^5\theta^4) \cdot \frac{dt^6}{2^3 \cdot 3 \cdot 5}$$

von welcher Reihe wenigstens die zwey ersten einfachen Glieder im 18ten Theile der monatl. Correspondenz gegeben wurden. Um sich von der Richtigkeit der folgenden Glieder zu überzeugen, wird man von dem anfangs gegebenen Ausdrucke für $\cos z$ die Gleichung $\cos z' = \cos p \cos \psi$ subtrahiren, wodurch man erhält

$$\frac{\cos z - \cos z'}{\sin z} = \frac{\sin p \sin \psi}{\sin z} \cdot \cos t = A$$

oder, wenn man diesen Ausdruck auf die bekannte Weise entwickelt

$$z' - z = A - \frac{A^2}{1.2} \cot g z + \frac{A^3}{1.2.3} (1 + 3 \cot g^2 z) - \frac{A^4}{1.2.3.4} (9 \cot g z + 15 \cot g^3 z) \dots \quad (II)$$

Ist daher, wie zuvor, $m = \frac{\sin p \sin \psi}{\sin z}$, oder $A = m \cos t$

und überdiß, da t nahe an 90° ist, $t = 90 - dt$, so ist

$$A = m \sin dt = m \left(dt - \frac{dt^3}{6} + \frac{dt^5}{120} \right)$$

$$A^2 = m^2 \left(dt^2 - \frac{1}{3} dt^4 \right)$$

$$A^3 = m^3 \left(dt^3 - \frac{1}{2} dt^5 \right)$$

$$A^4 = m^4 dt^4$$

$$A^5 = m^5 dt^5$$

welche Werthe von A , A^2 , A^3 ... in der Reihe (II) substituirt, den oben gefundenen Ausdruck für $z' - z$ in den größten Digressionen wieder geben.

Littrow.