Andeutung begnügen, um nur überhaupt eine wenn auch noch so schwache Vorstellung von dem überaus reichen Inhalt dieses ersten Bandes und von der sehr naturgemäßen Anordnung des Stoffes zu geben. In einer Einleitung wird eine kurze Übersicht über die später benötigten Grundbegriffe der allgemeinen Mengenlehre und der Theorie der reellen Zahlen gebracht. Sodann beginnt der systematische Aufbau im metrischen Raum mit der Punktmengenlehre (in dem hier nötigen Umfang). Es folgt nun eine eingehende Untersuchung zunächst der stetigen und halbstetigen, hierauf der unstetigen Funktionen. Ein inhaltsreiches Kapitel ist dann den Funktionenfolgen (und -mengen) und den verschiedenen Arten von Konvergenz und Oszillation gewidmet. Hieran schließt sich naturgemäß eine ausführliche Theorie der Baireschen Funktionen und Klassen an, im Zusammenhang mit den Borelschen Mengen. Von den im bisherigen behandelten Punktfunktionen wird nun zu den Mengenfunktionen übergegangen. Die absolut-additiven Mengenfunktionen und spezieller solche Mengenfunktionen, die außerdem stetig oder totalstetig sind, werden eindringend untersucht; und es erweist sich als sehr sachgemäß, hieran die Theorie der Carathéodoryschen Maßfunktionen anzureihen. An letztere wird dann (zum Teil sich ihr unterordnend) die weit ausgeführte Theorie der Funktionen „endlicher Variation" (sonst „beschränkter Schwankung" genannt) angeknüpft, einschließlich der spezielleren totalstetigen Funktionen. Den Schluß des ersten Bandes macht eine [statt auf die Maßfunktionen mit Radon, allgemeiner auf beliebige absolut-additive Mengenfunktionen aufgebaute] Theorie der meßbaren (und nicht-meßbaren) Funktionen und der aus ersteren gebildeten Folgen.

Mit großer Spannung wird man den zweiten Band erwarten, der das Werk zum Abschluß bringen wird und Integration und Differentiation, analytische Darstellung willkürlicher Funktionen sowie die Fourierschen Reihen behandeln soll. Auszusetzen oder sagen wir lieber bedauerlich bleibt an dem ersten Band nur eines, der hohe (wenn auch bei den heutigen Herstellungskosten vielleicht nicht einmal unverhältnismäßig hohe) Preis von 136 M., der in valutaschwachen Ländern, speziell in Deutsch-Österreich, leider ein Hindernis für die weite Verbreitung darbieten wird, die man diesem vorzüglichen Werk in den Kreisen der Mathematiker wünschen möchte. *A. Rosenthal.*

Funktionentheoretische Vorlesungen. Von H. Burkhardt, neu herausgegeben von G. Faber. W. de Gruyter, Berlin und Leipzig. I. Bd. Algebraische Analysis, 3. Aufl. 1920. X u. 182 S. 22 M. — II. Bd. Einführung in die Theorie der analytischen Funktionen einer komplexen Veränderlichen. 5. Aufl. 1921. X u. 286 S. 50 M. — III. Bd. Elliptische Funktionen. 3. Aufl. 1920. XVI u. 444 S. 52 M.

Das bekannte Lehrbuch Burkhardts erscheint hiemit neu aufgelegt, herausgegeben von G. Faber, dem Nachfolger Burkhardts auf seinem Lehrstuhl in München. Sämtliche Bände wurden umgearbeitet, besonders stark der dritte, so daß hier fast ein neues Buch entstand. Im folgenden seien die Unterschiede gegenüber den früheren Auflagen kurz angegeben. Im ersten Bande wurden die beiden Kapitel über ganze rationale Funktionen und Auflösung linearer Gleichungen, die mehr ins Gebiet der Algebra gehören, vollständig weggelassen, in den anderen Kapiteln gewisse Umstellungen vorgenommen. Im zweiten Bande wurde die Burkhardtsche Anordnung im großen und ganzen beibehalten.

Wesentlich umgestaltet wurde der dritte Band. Die neue Anordnung besteht jetzt darin, daß nach dem geschichtlichen Überblick zuerst die zweiblättrige Riemannsche Fläche mit vier Verzweigungspunkten und die auf ihr eindeutigen Funktionen untersucht werden. Daran schließt sich eine Beschreibung der elliptischen Integrale der drei Gattungen und speziell der konformen Abbildung durch das elliptische Integral erster Gattung. Hierauf werden die allgemeinen Sätze über doppeltperiodische Funktionen bewiesen, speziell dann die meromorphen Funktionen dieser Art, also die elliptischen Funktionen samt den vier Liouvilleschen Sätzen vorgeführt. Darauf werden die Weierstraßschen Funktionen $\wp(u)$, $\zeta(u)$, $\sigma(u)$ mit ihrer Partialbruchzerlegung bzw. Produktdarstellung besprochen. Dann folgt die Darstellung der elliptischen Funktionen als Quotient von ganzen Funktionen sowie das Additions- und Multiplikationstheorem der $\wp$-Funktion. Hierauf werden die elliptischen Funktionen zweiter Ordnung eingehend untersucht, ihre Differentialgleichung, konforme Abbildung, Additionstheoreme und Invarianten. Dann führt uns der Verfasser die Weierstraßschen Funktionen $\sigma_1(u)$, $\sigma_2(u)$, $\sigma_3(u)$ sowie die Abel-Jacobischen Funktionen *sn*, *cn*, *dn* und schließlich die vier Jacobischen ϑ-Funktionen samt ihren Produkt- und Reihendarstellungen sowie ihre Additionstheoreme vor. Hierauf wird das Umkehrproblem in Angriff genommen, das Integral erster Gattung als neue Veränderliche u eingeführt, die Integrale zweiter und dritter Gattung werden als Funktionen von u betrachtet und sodann das Abelsche Theorem abgeleitet. Der nächste Abschnitt behandelt die verschiedenen Normalformen des elliptischen Integrals erster Gattung.

Nachdem bis jetzt die Perioden oder, was auf dasselbe hinausläuft, die Invarianten g_2 und g_3 als konstant betrachtet wurden, wird nun auf ein primitives Periodenpaar eine lineare Transformation ausgeübt, die Gruppe der Modulsubstitutionen aus erzeugenden Operationen aufgebaut, die Modulteilung der Halbebene vorgenommen und die Modulfunktionen $\lambda(\tau)$ und $J(\tau)$ eingeführt. Mit Hilfe der Umkehrungsfunktion $\tau(\lambda)$ wird der Picardsche Satz über ganze transzendente Funktionen bewiesen. Hierauf folgt ein Abschnitt über allgemeine Eigenschaften von Modulfunktionen und die Multiplikationstheoreme von $J(\tau)$ und $\lambda(\tau)$. Die Theorie der Transformation elliptischer Funktionen und Integrale sowie die ganzzahlige und komplexe Multiplikation und Teilung der elliptischen Funktionen bildet den Inhalt der nächsten drei Abschnitte. Daran schließt sich ein Kapitel über die numerische Berechnung der elliptischen Integrale und Funktionen und über deren Ausartung. Hierauf folgt als geometrische Anwendung die Parameterdarstellung der ebenen algebraischen Kurven dritter Ordnung ohne Doppelpunkt (also vom Geschlecht Eins) mit Hilfe der $\wp$-Funktion und ihrer Ableitung. Ein Abschnitt über das sphärische Pendel beschließt das Werk.

J. Lense.

Introduction to the theory of Fourier's series and integrals. By H. S. Carslaw. Second ed., completely revised. Macmillan and Co. London 1921. XI u. 323 S. Preis 30 sh.

Dies Buch bringt nicht nur in ausführlicher, leicht verständlicher und dabei strenger Form die Elemente der Theorie der Fourierschen Reihen und Integrale, sondern entwickelt auch alle diejenigen Begriffe und Hilfsmittel der