

3. Ueber die Magnetisirung durch Wechselstrom; von Max Wien.

Einleitung: Aeltere Versuche und Theorie (p. 859). I. Methode und Versuchsanordnung (p. 868). II. Einwirkung von Foucaultströmen und Oberströmen (p. 890). III. Versuche mit Sinusströmen (p. 912). Schluss: Kurze Darstellung der Methode und der Resultate (p. 951).

Einleitung.

Die Lösung der Frage, ob der Magnetismus eine „Trägheit“ besitzt, d. h. ob er sehr schnellen Aenderungen der magnetisirenden Kraft unmittelbar folgt, ist schon mehrfach und in sehr verschiedener Weise in Angriff genommen. Eine sichere Entscheidung ist bisher nicht getroffen, im Gegentheil scheinen die Resultate zum Theil in directem Widerspruch miteinander zu stehen.

Helmholtz¹⁾ untersuchte im Jahre 1851, ob ein Eisendrahtkern noch merkliche Zeit nach *Oeffnen* des magnetisirenden Stromes eine inducirende Wirkung auf einen secundären Stromkreis ausübt. Er fand eine Abhängigkeit der Erscheinung von der Dicke der verwandten Eisendrähte, also von der Stärke der auftretenden Foucaultströme. Bei sehr dünnen (0,028 cm) Drähten fehlte jede Spur einer solchen Wirkung, und er schliesst daraus, dass „in linearen Eisenstücken sich die Gleichgewichtszustände der magnetischen Vertheilung in unmessbar kleiner Zeit herstellen können“. Im Jahre 1896 wurden diese Versuche von L. Holborn²⁾ in der Richtung ausgedehnt, dass die magnetische Induction bei *ansteigender* magnetisirender Kraft untersucht wurde. Das Resultat war folgendes: „Bei den Versuchen ist nach einer Zeit von höchstens $\frac{1}{200}$ Sec. der Magnetismus zu seiner vollen Stärke entwickelt gewesen. Aus der Art des Ansteigens lässt sich ferner schliessen, dass die Magnetisirung auch noch in viel kleineren Zeiträumen der magnetischen Kraft sehr nahe folgt.“

1) H. v. Helmholtz, Wiss. Abhandlg. I. p. 458.

2) L. Holborn, Sitzungsber. d. k. Gesellsch. d. Wissensch. zu Berlin vom 27. Febr. 1896.

Während diese Versuche bei verhältnissmässig hoher magnetisirender Kraft (H) ausgeführt waren, fanden Ewing¹⁾ und Lord Rayleigh²⁾, dass bei sehr schwachem H die Induction noch längere Zeit, — bis zu einige Minuten — nachdem H seinen Maximalwerth erreicht hat, weiter ansteigt. Je dünner der Draht, je härter das Eisen und je grösser H , um so geringer war dies „Kriechen“ des Magnetismus. In neuerer Zeit hat Klemenčič³⁾ nachgewiesen, dass diese Erscheinung, welche er „magnetische Nachwirkung“ nennt, auch bei ganz dünnem Draht (0,03 cm) noch vorhanden ist. Jedoch scheint die magnetische Nachwirkung erst nach einer gewissen Zeit (einigen Hundertstel Secunden) zu beginnen, so dass sie bei sehr schnellen Aenderungen von H nicht in Betracht kommen kann.

Von besonderem Interesse ist die Magnetisirung durch eine periodisch wechselnde magnetisirende Kraft. Oberbeck⁴⁾ hat 1884 mit Sinusinductor und Dynamometer das Verhalten von Eisen- und Stahldrahtbündeln bei niedrigem H gegenüber electrischen Schwingungen von einer Frequenz bis zu 200 in der Secunde untersucht. Er findet als Endresultat: „dass die Veränderungen des magnetischen Momentes den bekannten Gesetzen für constante Kräfte folgen, vorausgesetzt, dass man die bei schnellem Stromwechsel sehr erhebliche Einwirkung der inneren Inductionsströme in dem Eisenkern mit berücksichtigt.“

In neuester Zeit hat Martens⁵⁾ Versuche mit im Erdfeld rotirenden Scheiben gemacht, also bei sehr niedrigem H . Er findet für schnelle Schwingungen einen bis zu 24 Proc. kleineren Werth der Induction als bei statischer Magnetisirung. Der Abfall erfolgt jedoch schon bei sehr geringen Umdrehungszahlen (1—2 in der Secunde) und dürfte der magnetischen Nachwirkung zuzuschreiben sein. Für Schwingungen zwischen 2,5 und 200 blieben Induction und Hysterese bis auf 1 pro mille constant.

1) J. A. Ewing, Phil. Transact. 1885. p. 569.

2) Rayleigh, Phil. Mag. 23. p. 225. 1887.

3) J. Klemenčič, Wied. Ann. 62. p. 68. 1897.

4) A. Oberbeck, Wied. Ann. 21. p. 672. 1884.

5) E. E. Martens, Wied. Ann. 60. p. 61. 1897.

Auf der anderen Seite beobachtete Lord Rayleigh¹⁾ nur eine verhältnissmässig geringe Wirkung des Ausglühens auf den wirksamen Widerstand von Eisendrähten gegenüber schnellen Wechselströmen. „Eine niedrigere Zahl (für die Susceptibilität) stellt die Thatsachen besser dar, — und es mag sogar sein, dass bei magnetisirenden Kräften mit Schwingungszahlen, wie sie bei telephonischen Experimenten vorkommen, der grösste Theil der Wirkung des Ausglühens verschwindet — jedoch bedarf der Gegenstand noch weiterer Prüfung unter besseren experimentellen Bedingungen.“

J. und B. Hopkinson²⁾ verglichen die Hysteresisschleifen von Ringen aus Eisendrähten, wie sie einmal bei constantem Strom ballistisch, das andere Mal bei Magnetisirung durch Wechselstrom mit Schwingungszahlen bis zu 125 erhalten wurden. Die Curven wichen bei niedriger Induction (3000 bis 4000 C.G.S.) wenig voneinander ab, bei höherer Induction war eine grössere Differenz zu constatiren, besonders in dem Theil der Curven, welche dem Maximum der Induction vorausgeht. Bei der Untersuchung von *Stahldrähten* nach derselben Methode fanden J. Hopkinson, E. Wilson und F. Lydall³⁾ noch grössere Unterschiede, und zwar wurden die Hysteresisschleifen um so *flacher*, d. h. die Induction geringer und der Energieverlust grösser, je höher die Schwingungszahl war. Uebrigens zeigte sich, dass auch die *Form* des magnetisirenden Stromes von grossem Einfluss ist.

Auch Hertz'sche Schwingungen bewirken, wie in den letzten Jahren von mehreren Forschern⁴⁾ nachgewiesen ist, noch eine Magnetisirung von Eisen und Stahl, jedoch hat Klemenčič⁵⁾ gefunden, dass dabei die Permeabilität auch für sehr hohe magnetisirende Kräfte ihren niedrigen Anfangswerth

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) 23. p. 241. März 1887.

2) J. u. B. Hopkinson, Electrician 9. Sept. 1892. Verf. nur im Referate von G. Wiedemann, Beibl. 17. p. 57. 1893. zugänglich.

3) J. Hopkinson, E. Wilson und F. Lydall, Proc. Roy. Soc. London 1893. p. 352.

4) V. Bjerknes, Wied. Ann. 48. p. 592. 1893. John, Phil. Mag. (5) Nov. 1894 und p. 297. März 1895.

5) J. Klemenčič, Sitzungsber. d. k. Gesellsch. d. Wissensch. zu Wien 103. p. 17. 1894.

(ca. 170 bei weichem Eisen) beibehält, während das Maximum der Permeabilität bei constanter Magnetisirung etwa 2000 beträgt, sodass hier die Induction für sehr schnelle electrische Schwingungen nur einen kleinen Bruchtheil ihres statischen Werthes erreicht.

Eine Specialfrage bei der Magnetisirung im Wechselfeld ist die nach der *Aenderung des Energieverlustes durch Hysterese mit der Schwingungszahl*. Daraus kann man rückwärts auch einen Schluss auf eine Aenderung der Induction ziehen. Denn sinkt der Energieverlust, so müssen die Hysteresisschleifen schmaler oder niedriger werden, steigt der Energieverlust, so müssen die Schleifen breiter oder höher werden.

Der Entdecker der Hysterese, E. Warburg, hat schon selbst in Gemeinschaft mit Hönig¹⁾ Versuche über die Aenderung der Hysteresiswärme, jedoch nur für sehr geringe Schwingungszahlen (2,05 und 4,1) angestellt mit dem — provisorischen — Resultat, dass die Hysteresiswärme höchstens 68 Proc. der aus magnetostatischen Versuchen bestimmten beträgt.

Auf Anregung von W. Thomson hat Tanakadaté²⁾ thermoelectrisch die Erwärmung eines Eisendrahttringes gemessen, der durch Wechselströme mit den Schwingungszahlen 28 bis 400 ummagnetisirt wurde. Die Induction erreichte 17000 C.G.S. Die gefundene Wärme belief sich auf ca. 80 Proc. der berechneten. In neuester Zeit hat Weihe³⁾ die durch Magnetisirung durch einen Wechselstrom von der Frequenz 55,8 in Eisen- und Stahldrahtbündeln erzeugte Wärme mit dem Eiscalorimeter gemessen. Er fand für Eisendraht bei einer Maximalinduction von 3200 das Verhältniss der gemessenen zur berechneten Wärme zu ca. 80 Proc., bei Stahldraht bei einer Maximalinduction von 1760 zu ca. 75 Proc.

Im Gegensatz zu diesen Versuchen zeigen die Curven von J. und B. Hopkinson⁴⁾ und J. Hopkinson; Wilson und

1) Warburg u. Hönig, Wied. Ann. **20**. p. 814. 1893.

2) Tanakadaté, Phil. Mag. (5) **28**. p. 207. 1889.

3) F. A. Weihe, Wied. Ann. **61**. p. 578. 1897.

4) l. c.

Lydall¹⁾ eine geringe Zunahme der Fläche der Hysteresisfläche mit der Schwingungszahl, und Klemenčič²⁾ folgert aus der Dämpfung electrischer Schwingungen mit den Frequenzen 1000 bis 2000, dass bei diesen Schwingungen die Hysteresisverluste für weiches Eisen *wesentlich grösser* sind, als jene, welche man aus den Hysteresisschleifen bei langsamer Magnetisirung berechnet, während sie für Stahl und Nickel in beiden Fällen nahezu dieselbe Höhe aufweisen.

Die mehrfachen Widersprüche, in denen die Ergebnisse vorstehender Arbeiten miteinander stehen, erklären sich zum Theil daraus, dass die Resultate nur für den speciellen untersuchten Fall Gültigkeit haben und nicht verallgemeinert werden dürfen, zum Theil auch daraus, dass bei den recht verwickelten Verhältnissen, die bei der Magnetisirung durch Wechselstrom bestehen, eine Reihe von Fehlerquellen auftreten, von denen besonders die Foucault'schen Ströme in den meisten der vorgenannten Arbeiten entweder gar nicht oder nicht genügend berücksichtigt sind. Ich komme weiter unten darauf zurück.

Eben wegen dieser vielfachen Fehlerquellen habe ich die folgenden Versuche³⁾ ausführlicher dargestellt und besprochen, als es sonst vielleicht nöthig gewesen wäre, damit Gelegenheit gegeben ist, zu beurtheilen, ob die erkannten Fehlerquellen richtig berücksichtigt sind, und andere, die mir vielleicht entgangen sind, herausgefunden werden können.

Es sollen im Folgenden die magnetische Induction und der Energieverlust bei der Magnetisirung durch Wechselstrom mit den Schwingungszahlen 128, 256 und 520 in der Secunde bestimmt und mit den entsprechenden Grössen verglichen werden, wie sie die Rechnung aus den bei statischer Magnetisirung gewonnenen Hysteresisschleifen ergibt.

Ehe ich jedoch auf die Methode der Messung näher eingehe, sollen die zu messenden Grössen genauer definirt werden.

1) l. c.

2) J. Klemenčič, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien. 104. Abth. IIa. Juli 1895; Wied. Ann. 58. p. 249. 1896.

3) Ueber einen Theil der Versuche wurde schon auf der Naturforscherversammlung zu Lübeck, September 1895, berichtet.

Induction und Energieverlust bei der Magnetisirung durch Wechselstrom.

Eine sinusförmige magnetisirende Kraft $H \sin nt$ erzeugt bei *constanter* Permeabilität (μ) eine sinusförmige magnetische Induction $\mu \cdot H \sin nt = B \sin nt$. Bei Anwesenheit eines Ferromagneticums ist jedoch, abgesehen von sehr schwachen Feldern, die Permeabilität *nicht constant*, sondern vom Felde abhängig. Dies bewirkt, dass die Induction *nicht mehr sinusförmig* ist; man kann sie daher in einer Fourier'schen Reihe $B_1 \sin(nt + \psi_1) + B_2 \sin(2nt + \psi_2) + B_3 \sin(3nt + \psi_3) + \dots$ darstellen. Die Glieder höherer Periode wirken nun rückwärts auf die magnetisirende Kraft ein, sodass auch diese nicht mehr rein sinusförmig ist. Man kann mithin bei Anwesenheit eines Ferromagneticums im allgemeinen weder eine rein sinusförmige magnetisirende Kraft, noch eine rein sinusförmige Induction erhalten.

Gleichzeitig mit dem Beginn der Abhängigkeit der Permeabilität von der magnetisirenden Kraft tritt *Hysteresis* auf. Diese erzeugt, abgesehen von ihrer Wirkung auf die Amplitude, besonders auch eine *Phasenverzögerung* der Induction gegenüber der magnetisirenden Kraft. Schliesslich tritt zu alle dem noch die Wirkung der Foucault'schen *Ströme*, welche ebenfalls zunächst eine *Phasenverschiebung*, ferner dann noch eine Verringerung der Amplitude der Induction zur Folge haben. Allgemein wird man hiernach sagen können: Eine magnetisirende Kraft $H_1 \sin nt + H_2 \sin(2nt + \varphi_2) + H_3 \sin(3nt + \varphi_3) + \dots$ erzeugt eine Magnetisirung: $B_1 \sin(nt + \psi_1) + B_2 \sin(2nt + \psi_2) + B_3 \sin(3nt + \psi_3) + \dots$. Hierin sind B_1 und ψ_1 , B_2 und ψ_2 etc. Functionen von H_1 , H_2 , H_3 etc. und φ_2 , φ_3 etc. ausserdem von dem Material und den Dimensionen des Ferromagneticums und schliesslich von der Schwingungszahl n insofern, als die Foucault'schen Ströme von n abhängen.

Es ist unsere Aufgabe zu untersuchen, ob ausser dieser indirecten Wirkung durch die Foucault'schen Ströme sich noch eine weitere directe Wirkung der Aenderung der Schwingungszahl auf die verschiedenen B und ψ erkennen lässt, und wenn dies der Fall ist, wie diese Wirkung von Material und Form des Ferromagneticums abhängt.

Es ist offenbar nicht möglich, die Aufgabe in dieser Allgemeinheit zu lösen. Daher seien von vornherein folgende Einschränkungen gemacht:

1. Es werden nur B_1 und ψ_1 bestimmt, also die Induction nach der Grundperiode und deren Phasendifferenz, ferner die Permeabilität nach der Grundperiode $\mu_1 = B_1/H_1$.

2. H_2, H_3 etc. seien so schwach, dass die Wirkung auf B_1 und ψ_1 zu vernachlässigen ist; d. h. der magnetisirende Strom sei annähernd sinusförmig, sodass die Einwirkung der „Oberströme“ auf die Induction nach der Grundperiode und auf ihre Phase zu vernachlässigen ist.

3. Die Foucaultströme seien so schwach, dass ihre Wirkung auf die Amplitude der Induction nach der Grundperiode B_1 sehr klein ist, und nur die Phase ψ_1 durch sie merklich verändert wird.

Inwiefern die beiden letzten Bedingungen in den folgenden Versuchen eingehalten sind, bedarf natürlich einer eingehenden Untersuchung.

Es sollen zunächst die Gleichungen für die Magnetisirung durch Wechselstrom aufgestellt werden.

Das Ferromagneticum vom Volumen V habe die Form eines Ringes; es sei gleichmässig mit einer magnetisirenden Spule mit M Windungen für 1 cm bewickelt. In dem Stromkreise wirke die äussere electromotorische Kraft E , der Widerstand sei W und der Strom J . Dann ist¹⁾:

$$(I) \quad E = WJ + M \cdot V \cdot \frac{\partial B}{\partial t}.$$

Die Permeabilität μ sei zunächst constant und E sinusförmig $= e \sin nt$. Dann ist $J = \alpha \sin(nt - \chi)$ und $B = \mu H = 4 \pi \mu M \alpha \sin(nt - \chi)$.

Also:

$$e \sin nt = \alpha \{ w \sin(nt - \chi) + 4 \pi n \mu M^2 V \cos(nt - \chi) \}$$

Falls durch Hysteresis und die Foucault'schen Ströme nach der Grundperiode B_1 eine Phasendifferenz ψ_1 erleidet, wird:

1) Vgl. H. du Bois, Magnetische Kreise, Springer-Oldenburg 1894. Die in der Luft verlaufenden Kraftlinien sind vernachlässigt (p. 880).

$$(II) \quad \begin{cases} e \sin nt = \{ \alpha w \sin (nt - \chi) + n M V. B_1 \cos (nt - \chi - \psi_1) \} \\ = \alpha \{ w + 4 \pi n \mu M^2 V \sin \psi_1 \} \sin (nt - \chi) \\ \quad + 4 \pi n \mu_1 M^2 V \cos \psi_1 \cdot \cos (nt - \chi) \}. \end{cases}$$

Der Energieverlust für die Volumeneinheit des Ferromagneticums während einer Schwingung (T) ergibt sich zu¹⁾:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \int_0^T H dB &= \frac{1}{4\pi} \int_0^T H \frac{dB}{dt} dt = \frac{B_1 H_1}{4\pi} \int_0^T n \sin (nt - \chi) \cos (nt - \chi - \psi_1) dt \\ &= \frac{B_1 H_1 \sin \psi_1}{4}. \end{aligned}$$

Es ist hierbei bisher unberücksichtigt geblieben, dass neben B_1 noch Inductionen höherer Perioden durch eine sinusförmige magnetisirende Kraft bewirkt werden.

Diese bedingen einen weiteren Energieverlust, einmal, indem sie in dem Ferromagneticum Foucaultströme höherer Perioden erzeugen, das andere Mal, indem sie in der magnetisirenden Spule Ströme höherer Perioden induciren, deren Energie in Joule'sche Wärme übergeht.

Der Energieverlust durch Foucaultströme soll weiter unten berechnet werden; die Joule'sche Wärme ergibt sich in folgender Art:

Die gesammte electromotorische Kraft der magnetischen Induction war $M. V. dB/dt$, also die der höheren Perioden²⁾:

$$\begin{aligned} &= M V. \frac{d}{dt} \{ B_3 \sin (3nt + \psi_3) + B_5 \sin (5nt + \psi_5) + \dots \}. \\ &= n M. V. \{ 3 B_3 \cos (3nt + \psi_3) + 5 B_5 \cos (5nt + \psi_5) + \dots \}. \end{aligned}$$

Die einzelnen Stromamplituden sind, wenn w_{3n} den scheinbaren Widerstand für den Strom $3n$ bedeutet, unter dem die Spule geschlossen ist, ebenso w_{5n} für den Strom $5n$ etc.

$$= \frac{3n M. V. B_3}{w_{3n}}, \quad \frac{5n M. V. B_5}{w_{5n}} \text{ etc.}$$

1) E. Warburg, Wied. Ann. 13. p. 141. 1881.

2) Die geraden Componenten fallen wegen der Symmetrie der Hysteresisschleifen aus (p. 884).

Mithin die Joule'sche Wärme in einer Secunde:

$$\frac{M^2 V^2 n^2}{2} \left\{ 9 \frac{B_3^2}{w_{3n}} + 25 \frac{B_5^2}{w_{5n}} + \dots \right\}.$$

Für die Volumeneinheit der Ferromagneticums und eine Schwingung ($T = 2\pi/n$):

$$\pi M^2 V. n \left\{ 9 \frac{B_3^2}{w_{3n}} + 25 \frac{B_5^2}{w_{5n}} + \dots \right\}.$$

Durch Verkleinerung des Gesamtvolumens des Ferromagneticums V und Vergrößerung des scheinbaren Widerstandes der Spule w_{3n} , w_{5n} etc. kann dieser Energieverlust mithin beliebig verringert werden.

Der Energieverlust durch Oberströme — sowohl der soeben berechnete, als auch der durch die Foucaultströme höherer Perioden bedingte — sei zusammen mit ΔE_0 bezeichnet, im Gegensatz zu ΔE_H , dem Energieverlust durch Hysterese, und ΔE_F , dem Energieverlust durch Foucaultströme nach der Grundperiode.

Die gesammte Energie ΔE_g , welche infolge der Magnetisirung durch den Sinusstrom theils im Ferromagneticum selbst, theils in der Stromleitung in Wärme umgesetzt wird, ist mithin für die Volumeneinheit und eine Schwingung gleich

$$\Delta E_g = \Delta E_H + \Delta E_F + \Delta E_0 = \frac{H_1 B_1 \sin \psi_1}{4} + \Delta E_0.$$

Die gesammte der magnetisirenden Spule zugeführte Energie entstammt der äusseren electromotorischen Kraft E und ist $= \int_0^1 E J dt$ in einer Secunde. Es war $E = e \sin nt$ und J mit Berücksichtigung der durch die Magnetisirung auftretenden Oberströme

$$J = \alpha_1 \sin (nt - \chi_1) + \alpha_3 \sin (3nt - \chi_3) + \dots$$

Mithin:

$$\begin{aligned} \int_0^1 E \cdot J \cdot dt &= e \int_0^1 \sin nt \{ \alpha_1 \sin (nt - \chi_1) + \alpha_3 \sin (3nt - \chi_3) + \dots \} \\ &= \frac{e \cdot \alpha_1 \cos \chi_1}{2}. \end{aligned}$$

Für einen Sinusstrom sind electromotorische Kraft und Stromamplitude verbunden durch die Gleichung $e = \alpha \cdot s$,

wo s den „scheinbaren“ Widerstand bedeutet und durch $s = \sqrt{w'^2 + n^2 p'^2}$ definirt ist.

w' ist der „wirksame“ Widerstand und p' das „wirksame“ Selbstpotential.¹⁾ Die Phasendifferenz ist gegeben durch $\operatorname{tg} \chi = n p' / w'$. Da hiernach $\cos \chi = w' / \sqrt{w'^2 + n^2 p'^2} = w' / s$, ergibt sich die Energie zu:

$$\int_0^1 E J dt = \frac{e \alpha_1 \cos \chi}{2} = \frac{e \alpha_1 w'}{2s} = \frac{\alpha_1^2 w'}{2}.$$

Ziehen wir hiervon die Joule'sche Wärme des Grundstromes $\alpha_1^2 w / 2$ ab, so erhalten wir die zur Magnetisirung des Eisens aufgewandte Energie $= \alpha_1^2 (w' - w) / 2$. Für eine Schwingung und 1 ccm das Ferromagneticums

$$\frac{\alpha_1^2 (w' - w) \pi}{n \cdot V}.$$

Wenn wir dies mit dem obigen Resultat zusammenstellen, erhalten wir schliesslich:

$$\frac{\alpha_1^2 (w' - w) \pi}{n \cdot V} = \Delta E_H + \Delta E_F + E_0 = \frac{B_1 H_1 \sin \psi_1}{4} + \Delta E_0.$$

Links die zur Magnetisirung aufgewandte Energie, rechts die einzelnen Componenten der Wärme, in die diese Energie bei der Magnetisirung umgesetzt wird.

I. Methode und Versuchsanordnung.

Methode. Aus den soeben abgeleiteten Gleichungen ergibt sich, dass der wirksame Widerstand eines Electromagneten gegenüber einem Wechselstrom (w') grösser ist, als der wahre Widerstand (w) seiner magnetisirenden Spule und zwar ist diese Vermehrung:

$$\begin{aligned} \Delta w = w' - w &= \frac{n \cdot V \cdot B_1 H_1 \sin \psi_1}{4 \pi \alpha_1^2} + \frac{\Delta E_0 n \cdot V}{\pi \alpha_1^2} \\ &= 4 \pi n M^2 V \mu_1 \sin \psi_1 + \frac{\Delta E_0 n \cdot V}{\pi \alpha_1^2}. \end{aligned}$$

Das Selbstpotential eines Electromagneten gegenüber einem Wechselstrom ergibt sich aus Gl. (II) p. 866 und ist kleiner

1) w' ist der reelle, p' der imaginäre Theil des Widerstandsoperators, vgl. M. Wien, Wied. Ann. 44. p. 691. 1891.

als das wahre Selbstpotential, wie es sich aus der Form und der Anzahl der Windungen und der Permeabilität und den Dimensionen des Ferromagneticums berechnet, da es mit dem Cosinus der Phasendifferenz ψ_1 zwischen magnetisirender Kraft und der Induction B_1 multiplicirt ist:

$$p' = 4 \pi M^2 V \mu_1 \cos \psi_1.$$

Gelingt es, w' und p' experimentell zu bestimmen, so erhält man daraus den gesammten Energieverlust bei der Magnetisierung:

$$\begin{aligned} \Delta E_y &= \Delta E_H + \Delta E_F + \Delta E_0 = \frac{\pi \alpha_1^2 (w' - w)}{n V} \\ &= \frac{B_1 H_1 \sin \psi_1}{4} + \Delta E_0 \end{aligned}$$

und

$$\mu_1 \cos \psi_1 = \frac{p'}{4 \pi M^2 V}.$$

Um μ_1 , ψ_1 und damit $B_1 = \mu_1 H_1$ zu bestimmen, bedarf es der Kenntniss von ΔE_0 , denn es ist:

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \frac{w' - w}{n p'} - \frac{\Delta E_0 \cdot V}{\pi \alpha_1^2 p'}.$$

Wir werden später bei Besprechung der Foucaultströme sehen, wie durch die experimentelle Anordnung ΔE_0 möglichst klein gemacht wird, so dass obiges Glied im allgemeinen nur eine kleine Correction bedingt, und wie man ΔE_0 angenähert aus den Hysteresisschleifen berechnen kann. Es sei hier zunächst die Bestimmung von w' und p' besprochen.

Die Grundlage der Messung ist die Maxwell'sche Methode zum Vergleich des Selbstpotentials zweier Rollen. Befinden sich in den Zweigen 1 und 2 einer Wheatstone'schen Brückencombination $\frac{1}{3} \frac{2}{4}$ je eine Inductionsrolle mit dem Selbstpotential p_1 und dem Widerstand w_1 , bez. p_2 und w_2 und sind die Zweige 3 und 4 einfache inductionsfreie Widerstände, so verschwindet ein Wechselstrom im Brückenweig, wenn

$$p_1 : p_2 = w_1 : w_2 = w_3 : w_4$$

ist. Falls die Rolle 1 einen Eisenkern enthält, so wird, wie wir gesehen haben, ihr Widerstand und Selbstpotential gegenüber einem Wechselstrom verändert, indem von der Periode abhängige Glieder hinzutreten. Die Methode bleibt auch dann noch anwendbar, wenn man im Brückenweig ein *optisches*

Telephon oder Vibrationsgalvanometer¹⁾ verwendet, welche Instrumente merklich nur auf den Sinusstrom der Grundperiode, auf die sie eingestimmt sind, reagiren.²⁾ Die Nulleinstellung giebt dann den geänderten — „wirksamen“ — Widerstand

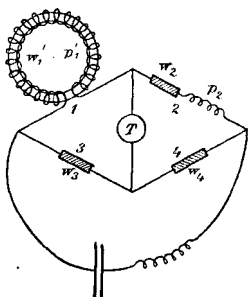


Fig. 1.

$$w_1' = \frac{w_2 w_3'}{w_4'}$$

und das wirksame Selbstpotential

$$p_1' = p_2 \frac{w_3'}{w_4'}$$

Die Einstellung für constanten Strom giebt den wahren Widerstand

$$w_1 = \frac{w_2 w_3}{w_4}$$

Hieraus die gesuchte Widerstandsvermehrung:

$$\Delta w_1 = w_1' - w_1 = w_1 \left(\frac{w_2}{w_3} \cdot \frac{w_3'}{w_4'} - 1 \right).$$

Bei den folgenden Versuchen befand sich demnach (vgl. Fig. 1) im:

Zweig 1: der zu untersuchende Ring mit Eisendrahtkern;

Zweig 2 eine Rolle von bekannter Selbstinduction und ein Widerstand, der continuirlich verändert werden konnte;

Zweig 3 und 4 bestanden aus einem einfachen Brücken-draht mit Schleifcontact.

Im Brücken-zweig war ein optisches Telephon (T).

Im Haupt-zweig floss ein annähernd sinusförmiger Wechselstrom, dessen Erzeugung sogleich näher besprochen werden soll.

Wurde die Stromstärke geändert, so änderte sich die magnetisirende Kraft und damit die Permeabilität und der Energieverlust im Ferromagneticum und dadurch schliesslich der wirksame Widerstand w_1' und das wirksame Selbstpotential p_1' des Ringes. Die dazu gehörige magnetisirende Kraft ergab sich aus der Messung der Intensität des Wechselstromes mittels eines Dynamometers im Nebenschluss.³⁾ Derartige Versuchsreihen wurden dann mit verschiedenen Schwingungszahlen des Wechselstromes — 128, 256, 520 — angestellt.

1) H. Rubens, Wied. Ann. **56**. p. 27. 1895.

2) Wied. Ann. **44**. p. 687. 1891.

3) M. Wien, Wied. Ann. **63**. p. 390. 1897.

Die *Versuchsanordnung* war im einzelnen folgende:

Die *Stromquelle*. Der zur Erzeugung des Wechselstroms benutzte Apparat war dem v. Kriess'schen Inductionsapparat¹⁾ nachgebildet, nur war bei der Construction Gewicht auf Vermeidung von Foucault'schen Strömen gelegt, die bei der v. Kriess'schen Form des Apparates den Strom sehr schwächen.

Eine *Holzscheibe* H von 22 cm Durchmesser und 2 cm Dicke dreht sich zwischen den Polen eines Electromagneten E_1 (vgl. Figg. 2 und 3). An der Holzscheibe sind 3 Ankerreihen aus Eisendraht angebracht mit 10, 20 und 30 Ankern in gleichem Abstand voneinander. Der Electromagnet (E_1) ist nach der Mitte der Scheibe zu horizontal verschiebbar, sodass jede der 3 Ankerreihen zwischen die Pole gebracht werden kann. Der Electromagnet besteht ebenfalls aus Eisendraht. Die magnetisirende Spule reicht nicht bis zu den Polen, sondern an jedem derselben sind etwa 3 cm freigelassen. Auf diesen Enden ist eine zweite Wicklung von je 400 Windungen dünnen Kupferdrahtes aufgewickelt, in welcher der Wechselstrom inducirt wird.

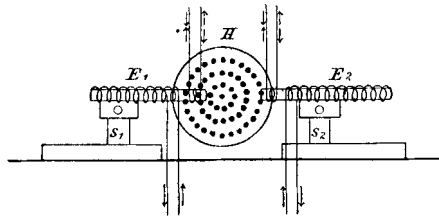


Fig. 2.

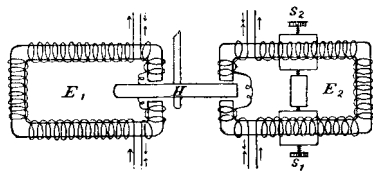


Fig. 3.

Es ist mithin das Ganze ähnlich einem Telephonmagneten construirt, wieder mit Rücksicht auf die Foucault'schen Ströme, die besonders bei höheren Schwingungszahlen die weiter von den Polen entfernten Theile des Electromagneten vor den von den Polen ausgehenden schnellen Aenderungen der magnetischen Induction schirmen. Die Induction nimmt mit der Entfernung von den Polen schnell ab, demgemäss ist auch die Wechselstromspule so gewickelt, dass die Windungszahl nach den Enden immer mehr zunimmt.

1) J. v. Kries, Verhandl. d. naturf. Ges. zu Freiburg 8. p. 2. 1882.

Ein zweiter Electromagnet E_2 , der wie E_1 construirt ist und auf der anderen Seite der Scheibe sich befindet, ist für gewöhnlich mit einem Hörtelephon verbunden und dient zur *Controle der Schwingungszahl*. Mittels dieses zweiten Electromagneten kann man jedoch ferner die *Stromform* durch Zusatz von Oberströmen ändern. Steht E_1 der Ankerreihe I (10 Anker) gegenüber, E_2 entweder der Ankerreihe II (20 Anker) oder III (30) und wird der Strom beider Electromagnete durch die Brücke geschickt, so erhält man die Octave ($2n$) oder die Duodecime ($3n$) in dem Wechselstrom beliebig verstärkt. Die Phasendifferenz zwischen Grundstrom und Oberstrom kann durch eine geringe *verticale* Verstellung (vgl. Fig. 2) von E_2 geändert werden. Eine Verschiebung der Phase des Oberstromes um eine halbe Periode erhält man, indem man die Richtung des magnetisirenden Stromes in E_2 umkehrt.

Die Aenderung der *Stromstärke* des Wechselstromes kann entweder durch Schwächung des magnetisirenden Stromes von E_1 oder durch Entfernung der Pole von der Scheibe mittels der Schrauben s_1 und s_2 und schliesslich durch Vermehrung des scheinbaren Widerstandes des Wechselstromkreises bewirkt werden.

Die Holzscheibe wird mittels eines kleinen Schuckert'schen Nebenschlusselectromotors getrieben. Die Wickelung desselben war für kleine Spannung eingerichtet, sodass 4 bis 8 Accumulatoren, je nach der Umdrehungszahl, zum Betriebe genügten. Die genau gewünschte *Schwingungszahl* des Wechselstromes (128—256—520) wurde durch Einschaltung von Widerstand in den Ankerzweig des Motors erreicht, und durch Beobachtung der Schwebungen im — mit dem zweiten Electromagneten E_2 verbundenen — Hörtelephon bei gleichzeitigem Anschlagen der betreffenden Stimmgabel controlirt. Eine gewisse Schwierigkeit lag darin, die Schwingungszahl so *constant* zu erhalten, wie es zu den Einstellungen mit dem optischen Telephon nothwendig ist.¹⁾ Zu diesem Zweck darf der Wider-

1) Die von P. Lebedew (Wied. Ann. **59**, p. 116. 1896) angegebene Methode zur automatischen Regulirung des Motors mittels einer Stimmgabelunterbrechung führte hier nicht zum Ziele, da die kleinen, durch die Art der Regulirung selbst bedingten periodischen Schwankungen der Tonhöhe bei der Einstellung mit dem optischen Telephon zu sehr störten.

stand des Ankerzweiges nicht zu klein sein, damit die unvermeidlichen kleinen Aenderungen des Widerstandes an den Schleifcontacten den Strom möglichst wenig beeinflussen. Ferner darf der Motor nicht mit zu geringer Belastung arbeiten, weil sonst kleine Aenderungen der Reibung sich zu sehr merklich machen. Nachdem der Motor eine Zeit lang unter denselben Verhältnissen gelaufen ist, wird seine Umdrehungszahl so constant, dass oft während der ganzen Zeit des Abklingens der controlirenden Stimmgabel keine Schwebung im Hörtelephon zu beobachten ist. Die Brückeneinstellung macht man am besten, indem man durch eine kleine Widerstandsänderung die Schwingungszahl des Wechselstromes langsam durch die gewünschte Zahl hindurchgehen lässt, was man im Hörtelephon controlirt. Während dieses langsamen Durchganges hat dann der Beobachter bei einiger Uebung völlig Zeit die Einstellung zu machen.

Für die folgenden Versuche ist die *Form* des Wechselstromes, den der Apparat liefert, von grosser Bedeutung. Mit dem Dynamometer im Nebenschluss wurde constatirt, dass besonders die Octave und die Duodezime des Grundstromes stärker ausgebildet waren. Zur genaueren Bestimmung *schwacher* Oberströme reicht jedoch diese Methode nicht aus. Es gelang auf folgende Art: Ein optisches Telephon wurde in einen passenden Nebenschluss gebracht und durch die Verzweigung ein Wechselstrom der Schwingungszahl, auf die das optische Telephon eingestimmt war — z. B. 256 — hindurchgeschickt. Der Ausschlag (γ) des optischen Telephons wurde in einem Fernrohr mit Oculartheilung beobachtet und gleichzeitig mit einem Dynamometer die Stärke des Stromes im Hauptzweig gemessen. Darauf wurde der Wechselstrom 128, worin also der Strom 256 als erster Oberstrom enthalten war, durch dieselbe Verzweigung geschickt und solange verstärkt, bis wieder im optischen Telephon der von dem Oberstrom 256 herrührende Ausschlag γ eintrat, und mit dem Dynamometer die Stromstärke des Stromes 128 gemessen. Da in beiden Fällen der Strom 256 der gleiche war, so ergaben die beiden Dynamometermessungen das Verhältniss der Amplituden von Oberstrom 256 zu Grundstrom 128.

Die electromotorische Kraft erwies sich als durchaus nicht

rein sinusförmig. Man erhält sie, wenn man den Stromkreis so einrichtet, dass der *Widerstand vorherrschend* und die Selbstinduction daneben klein ist. Es ist dann der Strom gleich

$$\frac{E_1}{w} \sin(n t + \chi_1) + \frac{E_2}{w} \sin(2 n t + \chi_2) + \frac{E_3}{w} \sin(3 n t + \chi_3) + \dots$$

Schwächt man jedoch den Strom statt durch Widerstand durch Inductionsrollen, sodass die *Selbstinduction vorherrscht*, so werden die *Oberströme viel stärker geschwächt wie der Grundstrom*, denn es ist dann

$$\frac{E_1}{\sqrt{w^2 + n^2 p^2}} \sin(n t + \chi_1') + \frac{E_2}{\sqrt{w^2 + 4 n^2 p^2}} \sin(2 n t + \chi_2') + \frac{E_3 \sin(3 n t + \chi_3')}{\sqrt{w^2 + 9 n^2 p^2}} + \dots$$

Compensirt man nun für den Grundstrom die Selbstinduction durch *dahintergeschaltete Capacität*, so wird der Grundstrom sehr verstärkt, die Oberströme nur unwesentlich:

$$\frac{E_1}{w} \sin(n t + \chi_1'') + \frac{E_2 \sin(2 n t + \chi_2'')}{\sqrt{w^2 + (2 n p - \frac{1}{2 n c})^2}} + \frac{E_3 \sin(3 n t + \chi_3'')}{\sqrt{w^2 + (3 n p - \frac{1}{3 n c})^2}}$$

Auf diese Weise¹⁾ gelingt es, trotzdem die electromotorische Kraft stark von der Sinusform abweicht, einen *annähernd sinusförmigen Strom* zu erhalten. Die Messung ergab für Ankerreihe I auf dieselbe Grundamplitude $\alpha_1 = 100$ reducirt:

	α_1	α_2	α_3
Widerstand vorherrschend:	100	21,4	2,4
Selbstinduction „	100	10,2	1,0
„ compensirt:	100	4,8	< 0,5

für Ankerreihe II²⁾

	α_1	α_2	α_3
Widerstand vorherrschend:	100	12,2	11,5
Selbstinduction „	100	6,8	5,9
„ compensirt:	100	3,1	1,8

Aehnlich Ankerreihe III, die jedoch nur zu den Oberstromversuchen verwandt wurde.

1) Diese Methode ist zu demselben Zwecke schon von M. Pupin, Sill. Journ. 45. p. 325. 1893 benutzt.

2) Der Unterschied der beiden Stromformen dürfte seinen Grund in der verschiedenen Grösse der Anker der beiden Ankerreihen haben.

Es ist hierbei zu bemerken, dass diese Werthe für niedrige Schwingungszahlen des Grundstromes (128 bez. 173,3 = 520/3) gelten. Für höhere ist die Schwächung der Oberströme noch stärker, da np neben w immer grösser wird. Auf der anderen Seite ist die Wirkung auf die Form einer Wechselstrom- mit der Grundschnwingungszahl 64 so gering, dass die Versuche, die anfangs mit dieser Schwingungszahl beabsichtigt waren, aufgegeben wurden. Bei den höheren Oberströmen ($4n$, $5n$ etc.) ist die electromotorische Kraft wesentlich geringer, die Schwächung durch Selbstinduction grösser, die Verstärkung durch die Capacität kleiner, wie bei $2n$ und $3n$, sodass sie hier nicht in Betracht kommen können.

Die Herstellung der electrischen Resonanz, also die Compensation von Selbstinduction und Capacität geschah durch Einschaltung von selbstgefertigten Paraffinpapier-Condensatoren mit einer Capacität bis zu 10 Mikrof., je nach der Schwingungszahl. Diese Capacität wurde durch Selbstinduction — nicht unter 10^8 cm — compensirt. Zu dem Zweck wurde der kürzlich beschriebene „Apparat zum Variiren der Selbstinduction“¹⁾ eingeschaltet, und seine bewegliche Rolle solange gedreht, bis der Ausschlag des Dynamometers für die betreffende Schwingungszahl ein Maximum zeigte. Die in dieser Weise erreichte grösste Amplitude des Grundstromes betrug für die Schwingungszahl 128 = 0,20, 256 = 0,30, 520 = 0,35 Ampère. Der Widerstand des Schliessungskreises war wegen der eingeschalteten Inductionsrollen immer ziemlich gross, ca. 40 Ohm.

Da der soeben beschriebene Apparat zur Erzeugung von Wechselströmen in mancher Beziehung einer akustischen Sirene ähnlich ist, soll er im Folgenden der Kürze halber *Wechselstromsirene* genannt werden.²⁾

Bestimmung der magnetisirenden Kraft H_1 .

Die Messung der Stromamplitude des Grundstromes im Hauptzweig geschah durch ein Dynamometer im Nebenschluss.³⁾

1) M. Wien, Wied. Ann. 57. p. 249, 1896.

2) Ueber die Wechselstromsirene und die Erzeugung von Sinusströmen mit Frequenzen bis zu 8000 pro Sec. mittels derselben wurde schon auf der Naturforscherversammlung zu Düsseldorf, September 1898, berichtet.

3) M. Wien, l. c.

Ist α der Ausschlag des Dynamometers, r sein Reductions-factor, w_α sein Widerstand und p_α sein Selbstpotential, w_ε der Widerstand des Nebenschlusses, so ist A die Stromamplitude im Hauptzweig gleich

$$\frac{r \cdot \sqrt{2\alpha} \cdot \sqrt{(w_\alpha + w_\varepsilon)^2 + n^2 p_\alpha^2}}{w_\varepsilon}.$$

Die Stromamplitude im Zweig 1 ist, wenn im Brückenzweig kein Strom fliesst gleich

$$\alpha_1 = \frac{(w_3 + w_4) A}{\sqrt{(w_1' + w_2 + w_3 + w_4)^2 + n^2 (p_1' + p_2)^2}},$$

worin die Bezeichnungen p. 869 angegeben sind.

In unserem *speciellen Fall* ist das Glied $n^2 (p_1' + p_2)^2$ sehr klein gegen $(w_1' + w_2 + w_3 + w_4)^2$, sodass es bei der höchsten Schwingungszahl im Maximum α_1 nur um 0,2 Proc. beeinflusst. Da schon eine Aenderung der Zimmertemperatur um 1°C . wegen der verschiedenen Temperaturcoefficienten des Dynamometerwiderstandes (Kupfer) und des Shuntwiderstandes (Neusilber) α_1 mehr beeinflusst, fällt das Glied $n^2 (p_1' + p_2)^2$ durchaus in den Bereich der Fehlergrenzen und kann vernachlässigt werden. Dann wird

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{(w_3 + w_4) A}{w_1' + w_2 + w_3 + w_4} = \frac{A}{1 + \frac{w_1' + w_2}{w_3 + w_4}} = \frac{A}{1 + \frac{w_1 w_4 (w_3' + w_4')}{w_3 (w_3 + w_4) \cdot w_4' }} \\ &= \frac{A}{1 + \frac{w_1 w_4}{w_4' w_3}}, \end{aligned}$$

da $w_3 + w_4 = w_3' + w_4'$ gleich dem Widerstand des ganzen Brückendrahtes ist.

Mithin

$$\alpha_1 = \frac{r \cdot \sqrt{2\alpha} \cdot \sqrt{(w_\alpha + w_\varepsilon)^2 + n^2 p_\alpha^2}}{w_\varepsilon \left(1 + \frac{w_1 w_4}{w_4' w_3} \right)}$$

und wir erhalten, wenn der zu untersuchende Ring M Windungen pro Centimeter hat:

$$H = \frac{4 \pi M r \cdot \sqrt{2\alpha} \cdot \sqrt{(w_\alpha + w_\varepsilon)^2 + n^2 p_\alpha^2}}{w_\varepsilon \left(1 + \frac{w_1 w_4}{w_4' w_3} \right)}$$

als die gesuchte magnetisierende Kraft. Hierin sind M , r , w_α , w_ε , p_α , w_1 von vornherein bestimmt, α wird beobachtet und w_4' , w_4/w_3 erhält man aus den Brückeneinstellungen mit Wechselstrom und constantem Strom.

Die Ringe.

Das Ferromagneticum durfte nur in Form *kleiner Ringe* (Torroide) untersucht werden. Denn wegen der verhältnissmässig geringen Stromstärke des Wechselstromes musste, um hohe Felder zu erzielen, die Anzahl der Windungen pro 1 cm (M) gross sein. Nun ist die Magnetisirung durch einen Sinusstrom nicht sinusförmig, sondern enthält *Componenten höherer Perioden* (B_3 , B_5 etc.), die eine *Rückwirkung* auf den magnetisierenden Strom ausüben und seine Form verändern und ferner den Energieverlust bei der Magnetisirung um ΔE_0 vermehren. Beides — besonders die Veränderung der Stromform — musste möglichst vermindert werden. Die entstehenden Stromamplituden höherer Periode waren:

$$\frac{3n MV B_3}{w_{3n}}, \quad \frac{5n MV B_5}{w_{5n}}$$

und der Energieverlust

$$\Delta E_0 = \frac{M^2 V^2 n^2}{2} \left(9 \frac{B_3^2}{w_{3n}^2} + 25 \frac{B_5^2}{w_{5n}^2} + \dots \right)$$

Da nun M gross ist und man bei der Vergrösserung von w_{3n} , w_{5n} etc. an gewisse Grenzen gebunden ist, so können sowohl die Stromamplituden als auch der Energieverlust nur durch *Verkleinerung des Volumens V* herabgedrückt werden.

Wegen der *entmagnetisirenden Wirkung der Enden*, die bei der Magnetisirung durch Wechselstrom noch zu besonderen Fehlern Veranlassung geben dürfte, muss dies kleine Volumen entweder in sehr langer und dünner Form oder als Ring untersucht werden. Ersteres ist misslich, weil bei sehr kleinem Querschnitt der Antheil der magnetischen Kraftlinien im Eisen an der Gesamtzahl der Kraftlinien zu klein, mithin die Messung zu ungenau werden würde. Demnach bleibt nur übrig, dem *Ferromagneticum die Form kleiner Ringe zu geben*.

Der *kleinste* der angefertigten Ringe (W. E. III) hatte ein Volumen von 0,00264 cc, sein Umfang $2R\pi$ betrug 1,64 cm und es waren in zwei Lagen 142 Windungen Kupferdraht auf ihn gewickelt, sodass $M = 86,6$ und H für ein Ampère = 108,9 war. Für schwächere magnetisirende Kräfte, wo M also kleiner war, konnten auch grössere Ringe benutzt werden. Die Dimensionen der Ringe, mit denen die mitgetheilten Versuche angestellt wurden, sind in der Tabelle 1 zusammengestellt:

Tabelle 1. Constanten der Ringe (in C.G.S.).

Bezeichnung		2ϱ	λ	V	$2R\pi$	M
W. E.	Ia	0,100	$9,4 \cdot 10^{-5}$	2,40	19,6	1,73
„	Ib	0,100	$9,4 \cdot 10^{-5}$	2,40	19,6	1,84
„	II	1)	$9,4 \cdot 10^{-5}$	22,0	22,0	0,726
„	III	0,0265	$9,3 \cdot 10^{-5}$	0,00264	1,64	86,6
„	IV	0,0055	$6,7 \cdot 10^{-5}$	0,00477	1,61	74,5
„	V	0,0161	$9,6 \cdot 10^{-5}$	0,0128	2,95	21,0
„	VI	0,0303	$9,4 \cdot 10^{-5}$	0,0128	3,12	21,1
„	VII	0,0303	$9,4 \cdot 10^{-5}$	4,05	35,8	2,79
H. E.	I	0,0306	$7,9 \cdot 10^{-5}$	0,00860	1,88	69,1
„	II	0,0055	$7,9 \cdot 10^{-5}$	0,00963	1,70	74,1

2ϱ ist der Durchmesser des Eisendrahtes, λ die galvanische Leitungsfähigkeit des Eisens, V das Volumen, $2R\pi$ der Umfang des Torroids, M die Anzahl der Windungen pro Centimeter.

Wegen der Foucault'schen Ströme durfte das Eisen nur in Form sehr dünner Drähte verwandt werden. Der Durchmesser betrug für gewöhnlich nur 0,0055 — 0,03 cm, nur für besondere Vorversuche wurde auch Draht von 1 mm verwandt. Der Draht wurde grösstentheils aus einer bestimmten, von Gebr. Hüttlinger in Schwabach bei Nürnberg als rein gelieferten Drahtsorte selbst gezogen. Aus dem hohen Werth der galvanischen Leitungsfähigkeit und der Permeabilität ist zu entnehmen, dass das Eisen thatsächlich rein war. Nur der dünnste

1) Vgl. p. 903.

Draht (0,055 mm) wurde nicht selbst gezogen, da die dazu nöthigen Zieheisen mir fehlten, sondern ebenfalls von Gebr. Hüttlinger mir freundlichst zur Verfügung gestellt. Die Eisensorte wurde als „Flusseisen“ bezeichnet, enthielt also Kohlenstoff. Dementsprechend erwies sich auch die Leitungsfähigkeit und die Permeabilität als niedrig, während der Hysterisverlust sehr hoch war.

Die *Herstellung* der Ringe aus dem Eisendraht geschah in folgender Weise: Eine gemessene Länge des Drahtes wurde gewogen, das Torroid daraus gewickelt und die Anzahl der Windungen dabei gezählt. Aus der Länge und der Anzahl der Windungen wurde der mittlere Umfang des Torroids ($2R\pi$) berechnet. Aus dem Gewicht und dem specifischen Gewicht sein Volumen V . Die Torroide aus weichem Eisen wurden, um das Eisen nach dem Verbiegen wieder homogen zu machen, nun nochmals in Holzkohlenpulver ausgeglüht und darin langsam erkalten gelassen. Gleichzeitig mit dem Ring wurde ein anderes Stück desselben Drahtes ausgeglüht und die für die Berechnung der Foucaultströme wichtige *Leitungsfähigkeit* (λ) vor und nach dem Ausglühen gemessen. Es ergab sich dabei auch bei den dünnsten Drähten nur eine sehr geringe Abnahme der Leitungsfähigkeit (bis zu 3 Proc.), sodass die Oxydation der Drähte beim Ausglühen im Holzkohlenpulver nur sehr gering sein kann.

Die magnetisirende Spule wurde in 1—2 Lagen auf das Torroid mit einer Nähnadel gewickelt, wobei die Windungszahl gezählt wurde. Schliesslich wurde noch eine secundäre Wickelung hinzugefügt, um die Hysteresisschleifen bei constantem Strom zu bestimmen. Der verwandte Draht war 0,15 und 0,20 mm dicker, doppelt mit Seide umspinnener, reiner Kupferdraht, wie ihn die Allgemeine Electricitäts-Gesellschaft in Berlin neuerdings liefert. Zur besseren Isolirung und um nachträgliches Verbiegen des Ferromagneticums zu verhüten, wurden die Ringe sowohl vor der Umwicklung als auch nach Fertigstellung jeder Lage in heisses Paraffin getaucht.¹⁾ Um

1) Eine gute Isolation sowohl der einzelnen Windungen untereinander, als auch zwischen Wickelung und Eisen ist bei diesen Versuchen dringend geboten. Schwierigkeiten, die ich anfangs mehrfach in dieser

eventuelle Isolationsfehler entdecken zu können und auch sonst die Sicherheit der Messung zu erhöhen, wurden meist zwei möglichst gleiche Ringe hergestellt. Zur Vermeidung von Erwärmung durch stärkere Ströme wurden die kleineren Ringe im Oelbade untersucht.

Bei der Berechnung sind, wie oben erwähnt, die *in Luft verlaufenden Kraftlinien* gegen die im Eisen vernachlässigt. Der dadurch bedingte Fehler ist bei den kleinsten Ringen am grössten. Der Ring W. E. III hatte eine magnetisirende Wickelung von 142 Windungen. Die Länge des dazu verwandten Kupferdrahtes betrug ca. 70 cm. Der mittlere Umfang einer Windung war also 0,49 cm und ihre Fläche $S^1 = 0,019$, der Querschnitt des Eisens $S = 0,0016$. Mithin beträgt die Zahl, welche von dem Werth der Permeabilität sowohl bei constanter Magnetisirung, als auch bei Wechselstrom abzuziehen wäre $(S' - S)/S = 11$. Diese Zahl ist neben den hier in Betracht kommenden Werthen der Permeabilität von 1000 und darüber klein. Da es sich nun hier eigentlich gar nicht um *absolute* Werthe, sondern um Feststellung von *Differenzen* handelt, so wurde diese bei *allen* zu vergleichenden Werthen anzubringende Correction vernachlässigt.

Der zu untersuchende Ring bildete für sich allein den Zweig 1 des Wheatstone'schen Brückensystems. Die *anderen Zweige* waren im einzelnen folgendermaassen eingerichtet:

Im Zweig 2 befand sich die Vergleichsrolle von bekannter Selbstinduction (p_2) und ein continuirlich variabler Widerstand. Es wurden bei den Versuchen zwei Rollen benutzt. Die eine hatte mit Zuleitungen ein Selbstpotential von $2,077 \cdot 10^5$ cm, die andere von $4,249 \cdot 10^4$ cm. Diese Werthe waren durch Vergleich des ganzen Zweiges 2, wie er bei den Versuchen eingerichtet war, mit absolut gemessenen Einheitsrollen der Selbstinduction gefunden. Der variable Widerstand bestand aus den kleinsten Widerständen eines Rheostaten (1,0 – 0,1 Siemens); ausserdem konnte mittels eines Quecksilberschleifcontactes ein Platindraht (bis zu 0,2 Siemens) ein-

Richtung hatte, wurden durch Anwendung des erwähnten Drahtes der Allgemeinen Electricitäts-Gesellschaft, der sich als vorzüglich erwies, gehoben.

geschaltet werden, sodass der Widerstand des Zweiges 2 in ziemlich weiten Grenzen continuirlich variirt werden konnte.

Die *Zweige 3 und 4* bestanden aus einem einfachen Brückendraht mit dem hohen Widerstand von 29,9 Ohm. Im Brückenzweig befand sich ein optisches Telephon. Es wurden drei Instrumente benutzt, die auf die Schwingungszahlen 128, 256 und 520 eingestimmt waren. Mittels einer Wippe konnte an Stelle des Wechselstromes ein schwacher constanter Strom in das Brückensystem geschickt und an Stelle des optischen Telephons ein Galvanometer in den Brückenzweig eingeschaltet werden, um die Brückeneinstellung für constanten Strom zu finden.

Gang eines Versuches.

Nachdem in der p. 875 beschriebenen Art durch Aenderung der Selbstinduction die electrische Resonanz im Hauptzweig hergestellt und durch Aenderung der Intensität des den Motor treibenden Stromes die richtige Schwingungszahl des Wechselstromes erreicht war, wurde durch abwechselndes Verschieben des Quecksilberschleifcontactes im Zweige 2 und des Brückenschleifcontactes der Ausschlag des Telephons zum Verschwinden gebracht. Unmittelbar darnach wurde der Ausschlag des Dynamometers abgelesen. Dann wurde mittels der Wippe ein constanter Strom durch die Brücke geschickt und ein Galvanometer in den Brückenzweig geschaltet und mit dem Schleifcontact auf dem Brückendraht der Nullpunkt für constanten Strom gesucht. Für jede Stromstärke waren mithin drei Ablesungen zu machen. 1. Brückeneinstellung für Wechselstrom (b_w), 2. Dynamometerausschlag (α), 3. Brückeneinstellung für constanten Strom (b_c). Ausserdem wurde der Nebenschlusswiderstand des Dynamometers notirt (w_e).

Der Widerstand des Hauptzweiges, des Brückenzweiges und des Brückendrahtes war absichtlich gross gemacht gegen w_1' und np_1' . Die Brücke ist infolge dessen nicht sehr empfindlich und es konnten nur bis zu etwa $1/10$ der maximalen Stromstärke genügend genaue Einstellungen gemacht werden. Innerhalb dieses Intervalls wichen jedoch die einzelnen Einstellungen bei derselben Stromstärke weder für

Wechselstrom noch bei constantem Strom um mehr als 1 mm Brückendraht voneinander ab. Der Einstellungsfehler war mithin für die Selbstinduction p_1' nicht grösser als $\frac{1}{2}$ Proc.; für die Widerstandsdifferenz $w_1' - w_1$ je nach ihrer Grösse verschieden. Bei irgend grösserem Energieverlust überstieg er nicht den Werth von ca. 3 Proc..

Als Beispiele seien zunächst zwei Versuchsreihen bei zwei Schwingungszahlen für den Ring W. E. IV. mitgetheilt. N ist die Schwingungszahl des Wechselstromes in der Secunde, also $= n / 2 \pi$.

Tabelle 2. W. E. IV. Versuchsreihen (Beispiel).

$N = 128$				$N = 256$			
w_ε	α	b_w	b_c	w_ε	α	b_w	b_c
4 Ω	28,0	35,8	34,4	4 Ω	21,5	35,2	32,6
4	48,0	51,5	46,6	4	34,0	51,4	42,0
4	70,4	60,3	52,9	4	53,0	60,2	46,7
2	32,3	64,35	56,9	4	69,1	62,7	48,4
2	44,8	64,7	58,1	4	101,9	64,4	51,0
2	64,6	63,95	58,2	2	44,5	64,0	52,8
1	22,3	62,8	57,75	2	68,0	61,8	52,8
				1	26,1	59,7	52,35
				1	40,9	56,2	50,7
				1	55,0	53,75	48,95

Aus diesen Beobachtungen erfolgt die Berechnung von $\mu_1 \cos \psi_1$ und ΔEg auf Grund der Constanten $V = 0,00477$, $M = 74,5$, $p_2 = 2,077 \cdot 10^5$ cm, $w_1 = 0,607$ Ohm) und der Formeln (p. 869):

$$\begin{aligned} \mu_1 \cos \psi_1 &= \frac{p_1'}{4 \pi M^2 V} = \frac{p_2}{4 \pi M^2 V (100 - b_c)} \\ &= \frac{2,077 \cdot 10^5}{4 \pi 74,5^2 \cdot 0,00477 (100 - b_w)} = 624,3 \cdot \frac{b_w}{100 - b_w} \end{aligned}$$

$$\Delta w_1 = w_1' - w_1 = w_1 \left(\frac{b_w}{100 - b_w} \cdot \frac{100 - b_c}{b_c} - 1 \right),$$

$$H = 4 \pi M r \cdot \sqrt{2 \alpha} \cdot \frac{\sqrt{(w_\alpha + w_\varepsilon)^2 + n^2 p_\alpha^2}}{w_\varepsilon \left(1 + \frac{w_1 w_4}{w_4' w_3} \right)}.$$

Der Reductionsfactor des Dynamometers war $= 2,729 \cdot 10^{-5}$.

Der Widerstand $w_a = 73,5$, $p_a = 3,60 \cdot 10^7$, der Widerstand von einem Centimeter des Brückendrahtes, war $= 0,299$ Ohm. Mithin

$$H_1 = \frac{4\pi \cdot 74,5 \cdot 2,729 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{(73,5 + w_e)^2 \cdot 10^{18} + (3,60 \cdot n)^2 \cdot 10^{14}}}{w_e \left(1 + \frac{0,607(100 - b_c)}{0,299 b_c (100 - b_w)} \right)}$$

$$= 0,03604 \cdot \frac{\sqrt{(73,5 + w_e)^2 \cdot 10^{18} + (3,60 \cdot n)^2 \cdot 10^{14}}}{w_e \left(1 + \frac{2,02}{b_c} \cdot \frac{100 - b_c}{100 - b_w} \right)}$$

und

$$\Delta E_g = \frac{H_1^2 \cdot \Delta w_1}{16 \pi M^2 n V}.$$

Darnach ergibt sich aus den obigen Beobachtungen die Tab. 3.

Tabelle 3.

W. E. IV. Ausrechnung der Versuchsreihen.

$N = 128$				$N = 256$			
H_1	$\mu_1 \cos \psi_1$	Δw_1	ΔE_g	H_1	$\mu_1 \cos \psi_1$	Δw_1	ΔE_g
3,72	348	0,039	508	3,79	340	0,075	513
4,93	663	0,132	3 033	4,81	660	0,280	3 060
5,97	948	0,214	7 237	6,01	944	0,440	7 497
7,94	1125	0,223	13 310	6,85	1050	0,480	10 640
9,36	1144	0,195	16 190	8,35	1129	0,448	14 770
11,25	1107	0,166	19 960	10,90	1110	0,358	20 120
13,07	1054	0,143	23 100	13,51	1010	0,271	23 390
				16,61	925	0,211	27 550
				20,81	801	0,150	30 750
				24,12	763	0,129	35 500

Man erkennt, dass $\mu_1 \cos \psi_1$ mit wachsendem H_1 ein Maximum erreicht und dann wieder fällt. ΔE_g wächst stark mit H_1 und ist bei 256 für gleiches H grösser als bei 128.

Zur Berechnung von μ_1 , B_1 und ΔE_H bedarf es noch der Kenntniss von ΔE_0 (p. 869).

Constante Magnetisierung.

Die Hysteresisschleifen für die verschiedenen Ringe wurden in der bekannten Weise durch Beobachtungen mit dem ballistischen Galvanometer erhalten. Tab. 4 giebt die Resultate für den Ring W. E. III.

Tabelle 4. W. E. III. Hysteresisschleifen.

H	B	B	B	H	B	B	B	B
—	—	—	—	9,65	—	—	—	11600
—	—	—	—	6,95	—	—	9657	—
—	—	—	—	5,35	—	8166	9447	10888
2,804	—	—	4150	3,675	5812	—	—	—
2,060	—	2548	3978	3,181	5752	7709	8850	10153
1,537	1448	2395	3764	2,050	5424	7286	8346	9524
0,928	1313	2221	3532	1,083	5019	6752	7744	8807
0,662	1197	2104	3478	0,762	4825	6523	7517	8520
-0,662	772	927	2104	-0,762	3127	4572	5605	6415
-0,928	— 347	405	1525	-1,083	2182	3614	4766	5528
-1,537	-1448	-1413	- 618	-2,050	-2104	-1129	382	871
-2,060	—	-2548	-2633	-3,181	-5038	-4914	-4432	-3787
-2,804	—	—	-4151	-3,675	-5812	—	—	—
—	—	—	—	-5,35	—	-8166	-8234	-8142
—	—	—	—	-6,95	—	—	-9657	—
—	—	—	—	-9,65	—	—	—	-11600

H	B	H	B	H	B	H	B
12,70	12779	— 0,75	6684	16,10	13818	— 0,762	6986
8,47	12358	— 1,05	5870	9,70	13200	— 1,083	6087
4,95	11417	— 2,01	1586	5,35	12060	— 2,050	1600
2,96	10604	— 2,96	— 2857	3,181	11120	— 3,181	— 2980
2,01	9947	— 4,95	— 7138	2,050	10400	— 5,35	— 7725
1,05	9200	— 8,47	— 10702	1,083	9600	— 9,70	— 11540
0,75	8859	— 12,70	— 12779	0,762	9200	— 16,10	— 13818

In Fig. 4 ist der Gang der Induction für eine sinusförmige magnetisierende Kraft dargestellt, wie er sich aus den Hysteresisschleifen für $H = \pm 6,95$ ergibt.¹⁾ Die Induction ist offenbar, wie der Vergleich mit der stark ausgezogenen reinen Sinuscurve zeigt, durchaus nicht sinusförmig, sondern es müssen, um die Curven darzustellen, eine Reihe von höheren Componenten hinzugefügt werden. Wegen der Symmetrie der Hysteresisschleifen treten nur ungerade Componenten ($B_3, B_5, B_7 \dots$) auf. Die Maxima und Minima der Curven fallen mit den

1) Es gelten für den Ring W. E. III die ausgezogenen Curven. Die punktirte Curve bezieht sich auf den Ring W. E. VI.

beiden Endwerthen von H zusammen, während der Durchgang durch Null stark verschoben ist. Charakteristisch ist der steile Anstieg der Curve zwischen 0 und $+25^\circ$.

Um die Componenten (B_1, B_3 etc.) zu erhalten, wurden eine grössere Anzahl von Ordinaten gemessen, gewöhnlich für $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ etc., also 24 für die ganze Periode. Bei höherem H , wo sehr steile Theile in der Curve vorkommen, für $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ$, also 36 für die ganze Periode; und aus diesen Ordinaten die einzelnen Componenten näherungsweise berechnet. Diese an sich recht umständliche Rechnung vereinfachte sich wesentlich durch Herstellung von besonderen Tabellen für die

einzelnen Winkel nach dem Vorgang von L. Hermann.¹⁾

Die Resultate für den Ring W. E. III sind in der Tab. 5 gegeben; die Bedeutung der in der letzten Columne unter ΔE_0 gegebenen Zahlen wird weiter unten erläutert werden.

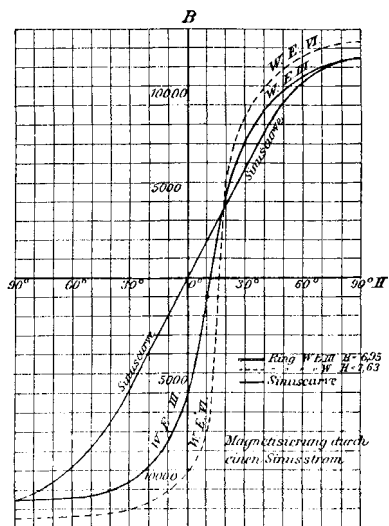


Fig. 4.

Tabelle 5. W. E. III. Zerlegung der Hysteresisschleifen.

H_1	μ_1	ψ_1	ΔE_H	B_1	B_3	B_5	B_7	B_9	B_{11}	ΔE_0
1,537	1014	25° 20'	259	1576	183	25	—	—	—	8,5
2,060	1368	27 40	675	2822	437	104	35	—	—	55,0
2,804	1707	26 0	1470	4787	827	239	120	—	—	224
3,675	1828	24 40	2578	6717	1297	416	200	114	—	621
5,35	1761	20 0	4311	9422	2090	640	292	168	—	1502
6,95	1635	17 50	6039	11358	2337	860	415	190	73	2191
9,65	1420	14 10	8105	13691	2910	1167	627	340	230	3954
12,70	1198	11 30	9597	15219	3380	1461	846	585	494	6805
16,10	1030	9 50	11446	16582	3900	1794	943	800	642	9958

1) L. Hermann, Pflüger's Archiv 46. p. 44. 1890.

Tabelle 5a. Frühere Versuchsreihe.

H	μ_1	H	μ_1
0,69	476	4,91	1799
1,26	901	5,56	1750
1,89	1364	7,25	1636
2,53	1653	8,78	1502
3,04	1792	13,10	1176
3,70	1856	19,30	900

Diese Werthe von H , B_1 , μ_1 , ΔE_H sind nun diejenigen, welche mit den bei der Wechselstrommessung gefundenen verglichen werden sollen. Trotz der grossen Verschiedenheit der Messmethoden ist ein solcher Vergleich hier möglich, weil die *Constanten*, auf denen die Messung beruhte, bei *beiden Methoden dieselben* waren.

Die Messung der Stromstärken geschah bei der ballistischen Methode mit demselben Torsionsgalvanometer, womit das Dynamometer geeicht war. Die Bestimmung des ballistischen Reductionsfactors des Galvanometers geschah mit denselben Einheitsrollen der Selbstinduction¹⁾, mit denen die Inductionsrollen p_2 bei der Wechselstrommessung verglichen waren. Bei beiden Methoden wurden dieselben Rheostaten benutzt. Es kommen daher nur die zufälligen Beobachtungsfehler bei dem Vergleich in Betracht, die 1 Proc. kaum übersteigen dürften.

Hingegen traten besonders bei den Ringen aus weichem Eisen principielle Bedenken bezüglich der statischen Magnetisirung auf, die auf Eigenschaften des Eisens und Eigenthümlichkeiten der ballistischen Methode beruhen.

Die Ringe wurden sämmtlich vor Beginn der Versuche in der Weise magnetisch vorbereitet, dass zunächst ein wesentlich stärkerer Strom hindurch geschickt wurde, als bei den Versuchen überhaupt vorkommen konnte.

Darauf wurden sie unter fortwährendem Stromwenden bei langsam abnehmender Stromstärke entmagnetisirt und nun bei ansteigender Stromstärke die Hysteresisschleifen bestimmt. Dabei zeigte sich, dass sowohl die Gesamtinduction bei Stromumkehr, als auch die ganze Form der Hysteresisschleifen bei mehrfacher Wiederholung allmählich gewisse Aenderungen

1) M. Wien, Wied. Ann. 62. p. 702. 1897.

erfahren, eine Erscheinung, die von G. Wiedemann¹⁾ entdeckt und von Tomlinson²⁾ näher untersucht und „molecular Accommodation“ genannt wurde. Bei der Magnetisirung durch Wechselstrom fällt sie fort, da der Strom schon viele Tausendmal gewechselt hat, ehe die Untersuchung beginnt. Da es darauf ankam, die ballistischen Werthe unter möglichst gleichen Verhältnissen zu erhalten, so wurde jedesmal der constante Strom einige Hundertmal umgekehrt, ehe die betreffende Hysteresisschleife beobachtet wurde. Die Ausschläge waren dann durchaus constant.

Schlimmer ist der Einfluss der „magnetischen Nachwirkung“. In schwachen Feldern erreicht die Induction schnell einen bestimmten Werth B_s , um dann langsam weiter zu kriechen und schliesslich einen Maximalwerth $B_s + B_k$ zu erreichen, wie er bei der magnetometrischen Methode sich ergibt. (Ewing, Klemenčič, Martens.) Der erste Ausschlag des ballistischen Galvanometers kann natürlich nur diejenige Aenderung der Induction anzeigen, die während der Zeit des ersten Ausschlages erfolgt. Bei Stromumkehr muss also der ballistische Ausschlag die schnell erreichte Induction und einen Bruchtheil der beim Kriechen hinzutretenden anzeigen, also $B_s + \varepsilon B_k$, wo ε zwischen 0 und 1 liegt und unter anderem von der Schwingungsdauer des Galvanometers abhängt. Anders wie bei der einfachen Stromumkehr, liegt die Sache bei der Bestimmung der Hysteresisschleifen, wo der ganze magnetische Kreisprocess sich aus kleinen Sprüngen von H zusammensetzt. Die magnetische Nachwirkung ist um so stärker, je kleiner die Aenderungen von H sind. Infolge dessen ist die Summe der Ausschläge des ballistischen Galvanometers nicht gleich dem einmaligen grossen Ausschlage bei der Stromumkehr, sondern kleiner³⁾, und die Differenz ist um so grösser, je kleiner die einzelnen Sprünge von H sind und je grösser ihre Anzahl ist. Folgendes Beispiel mag die Erscheinung erläutern:

1) G. Wiedemann, *Electricität* 3. § 500. 1883.

2) Tomlinson, *Proc. Roy. Soc. London.* Dec. 1889.

3) Vgl. H. Lehmann, *Wied. Ann.* 48. p. 406. 1893.

Tabelle 6. Ring W. E. VII. $2\varrho = 0,0303$.
H Scalentheile des ballistischen Galvanometers

0,685	—	—	—	—	—
0,516	5,6	5,7	5,7	5,7	—
0,298	9,7	9,7	9,8	—	—
0,191	4,6	4,6	—	—	—
0,101	4,0	—	—	—	—
— 0,101	11,1	—	—	—	—
— 0,191	4,4	22,6	—	—	—
— 0,298	5,4	5,5	36,5	—	—
— 0,516	14,6	14,6	14,4	64,7	—
— 0,685	11,7	11,6	11,7	11,7	86,2
	71,1	74,3	78,1	82,1	86,2

Wie schon Ewing¹⁾ erwähnt, ist die ballistische Methode demnach überall da, wo magnetische Nachwirkung auftritt, nicht anwendbar. Nach den Versuchen von Klemenčič²⁾ ist jedoch, wenigstens bei dickeren Eisendrähten, die magnetische Nachwirkung noch in viel höheren Feldern merklich, als früher angenommen wurde; demnach dürfte darin eine principielle Schwierigkeit bei der ballistischen Bestimmung der Hysteresis-schleifen bei massiven Eisenkernen oder solchen aus dickerem Drahte liegen.

Der Vergleich des grossen Ausschlages bei Stromumkehr mit der Summe der Ausschläge bei sprungweiser Aenderung von *H* ist andererseits ein sicheres Mittel, um das Vorhandensein magnetischer Nachwirkung festzustellen. Bei den meisten der nachstehenden Versuche kommen nur höhere magnetisirende Kräfte in Betracht und die Eisendrähte waren sehr dünn; mithin war die magnetische Nachwirkung nur gering. Bei den Ringen aus hartem Eisen, H. E. I und II, und bei dem Ringe W. E. IV ($2\varrho = 0,0055$ cm) war überhaupt keine Differenz festzustellen. Hingegen war bei den Ringen aus weichem Eisen und dickerem Drahte eine geringe Wirkung der magnetischen Nachwirkung merklich und zwar allmählich abnehmend von den schwächsten Feldern bis etwas über das Maximum der Permeabilität hinaus, wo die Differenzen verschwindend wurden. Die grösste beobachtete Differenz zeigte Ring W. E. VI,

1) Ewing, „Magnetische Induction in Eisen und verwandten Metallen“, deutsch von Holborn u. Lindeck p. 120. Berlin-München. 1892.

2) Klemenčič l. c.

bis zu ca. 3,5 Proc. Da naturgemäss der Ausschlag bei Stromumkehr die Grundlage der Messung bilden musste, so wurden alle bei sprungweiser Aenderung von H erhaltenen Werthe procentisch erhöht, sodass die Summe gleich dem Ausschlage bei Stromumkehr wurde.

Infolge der magnetischen Nachwirkung haftet unzweifelhaft für niedriges H und bei weichem Eisen den aus den Hysteresisschleifen berechneten Werthen von B_1 , ΔE_y etc. eine gewisse Unsicherheit an. Wie oben auseinandergesetzt, ist der aus dem ballistischen Ausschlag bei Stromumkehr gefundene Werth der Induction $= B_s + \varepsilon B_k$. Da nun nach den Versuchen von Martens bei Wechselstrom mit Schwingungszahlen über 2,5 nur der schnell erreichte Werth B_s in Betracht kommt, so dürften hier die aus den Hysteresisschleifen bei kleinem H berechneten Werthe etwas zu *gross* ausfallen, jedoch höchstens um etwa 1—2 Proc.

Diese ganze Unsicherheit bezieht sich, um es nochmals zu betonen, nur auf dickeren weichen Eisendraht und schwache Felder.

Anders liegt die Sache bei dem Ring W. E. VII, der speciell zur Untersuchung ganz schwacher Felder dienen sollte. Hier wurden die ballistischen Hysteresisschleifen nur bestimmt, um einen Anhalt für den Werth der höheren Componenten der Induction (B_3 , B_5 etc.) zu erhalten. Ein Vergleich mit den bei Wechselstrom gefundenen Werthen ist wegen der starken magnetischen Nachwirkung nicht zulässig.

Eine andere Fehlerquelle bei den Versuchen ist die *allmähliche Aenderung der magnetischen Eigenschaften* des Eisens mit der Zeit. Es machte sich vor allem bei frisch ausgeglühten Ringen aus dünnem Eisendraht ein allmähliches Sinken der Permeabilität — besonders in der Gegend vor dem Maximum — und ein gleichzeitiges Anwachsen der Hysterese geltend. Die Ringe wurden allmählich magnetisch „härter“. Eine Erscheinung, die neuerdings mehrfach¹⁾ beobachtet wurde und deren Gründe wohl noch nicht ganz klar liegen.

Infolge dieser Aenderung musste eine ganze Gruppe von Versuchsreihen verworfen werden, weil zwischen der Unter-

1) Vgl. W. M. Mordey, Proc. Roy. Soc. 57. p. 224. 1895.

suchung mit Wechselstrom und der Aufstellung der Hysteresisschleifen einige Wochen vergangen waren.

Bei den im Folgenden mitgetheilten Versuchen schloss sich stets die Messung mit dem ballistischen Galvanometer unmittelbar an die mit Wechselstrom an, sodass jeder Ring in 2—3 Tagen fertig gestellt war. Zum Schluss wurden die Beobachtungen mit Wechselstrom von der Schwingungszahl, mit der begonnen war, nochmals wiederholt: es war in keinem Fall eine Aenderung merklich. Nur die Versuche über die Wirkung der Oberströme nahmen etwas längere Zeit — ca. 14 Tage — in Anspruch. Der dazu benutzte Ring W. E. III war schon mehrere Jahre alt. Die in Fig. 5 (p. 916) mit \otimes bezeichneten Punkte (Tab. 5 a p. 886) sind aus Hysteresisschleifen berechnet, die über ein Jahr vor den definitiven Versuchen beobachtet wurden. Die Unterschiede gegen die \ast Werthe, welche am Schluss erhalten wurden, sind gering; mithin dürften die innerhalb von 14 Tagen entstandenen Aenderungen verschwindend sein.

II. Einfluss der Foucaultströme und der Oberströme.

Foucaultströme.

Die Theorie der Foucaultströme in runden Eisendrahten mit constanter Permeabilität ist von A. Oberbeck¹⁾ gegeben. Darnach bewirken die Foucaultströme zunächst eine *Verschiebung der Phase* der Induction gegenüber der magnetisirenden Kraft und in zweiter Linie eine Schwächung der Induction. Beides hängt von der Grösse $\tau = n\mu\lambda\rho^2\pi$ ab, worin n die Schwingungszahl des magnetisirenden Sinusstroms in 2π Sekunden, μ die Permeabilität, λ die Leitungsfähigkeit des Eisens, und ρ der Radius des Eisendrahts ist; und zwar ist die Phasendifferenz gegeben durch

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\tau}{2} \cdot \frac{1 + \tau^2/24}{1 + \tau^2/6}$$

und der Schwächungscoefficient, womit die Amplitude der Induction multiplicirt werden muss

$$F = \sqrt{\frac{1 + \tau^2/12}{1 + \tau^2/2}}$$

1) A. Oberbeck, l. c.

wobei in beiden Ausdrücken nur die ersten Glieder berücksichtigt sind.

Nehmen wir zunächst τ als klein an, so ist F annähernd gleich 1, die Schwächung also unmerklich. Die Phasenverschiebung bewirkt (nach den Gleichungen p. 868) eine Vermehrung des wirksamen Widerstandes der magnetisirenden Spule

$$\Delta w = w' - w = 4 \pi n \mu M^2 V \sin \psi_1$$

oder, da für kleine τ $\operatorname{tg} \psi_1 = \sin \psi_1 = \tau/2$ ist:

$$\Delta w = 2 \pi n \mu M^2 V \tau$$

Der Energieverlust ist in einer Secunde gleich

$$\frac{\alpha_1^2 \Delta w}{2} = \pi n \mu M^2 V \tau \alpha_1^2$$

oder für eine Schwingung und das Volumen 1 =

$$2 \pi^2 \mu M^2 \tau \alpha_1^2 = \frac{H^2 \mu \tau}{8} = \frac{q^2 \pi \cdot B_1^2 \lambda \cdot n}{8}$$

in Uebereinstimmung mit Klemenčič.¹⁾

Im allgemeinen ist jedoch die Permeabilität *nicht constant* und es entstehen deshalb neben der Induction von der Periode der magnetisirenden Kraft noch Inductionen höherer Perioden. B_3 , B_5 etc. Jede dieser Inductionen erregt beim Entstehen und Verschwinden Foucaultströme ihrer Periode. Der Energieverlust durch alle zusammen ist gegeben durch:

$$\frac{q^2 \pi \lambda n}{8} \{B_1^2 + 9 B_3^2 + 25 B_5^2 + \dots\}.$$

Für *etwas grössere Werthe von τ* wird F merklich kleiner als 1. Die nach der Formel

$$F = \sqrt{\frac{1 + \tau^2/12}{1 + \tau^2/2}}$$

1) Klemenčič, Wied. Ann. 58. p. 249. 1896. Denselben Ausdruck ergibt auch die allgemeine Formel für die gegenseitige Induction beliebig vieler Stromkreise, wenn man das erste Glied über einen langen Cylinder mit der Permeabilität μ integrirt. (Vgl. M. Wien, Wied. Ann. 49. p. 320. 1893.)

berechnete Schwächung der Induction ist aber wegen der variablen Permeabilität und der Hysterese nicht ganz richtig. Zunächst muss die wirklich eintretende Schwächung bei ansteigender Permeabilität grösser sein wie die berechnete, bei sinkender kleiner und nur um das Maximum herum annähernd gleich. Ferner bewirkt die Hysterese, dass die Inductionscurve nicht mehr sinusförmig bleibt, sondern wesentlich verändert ist. Der Vorgang wird dadurch sehr verwickelt und lässt sich rechnerisch nicht mehr genau verfolgen. Soviel lässt sich jedoch übersehen, dass die eintretende Schwächung, wie auch der Verlauf der Induction sein mag, in erster Annäherung *mit dem Quadrat der Schwingungszahl wachsen muss*.

Die Foucaultströme bewirken zunächst ein Zurückbleiben der Induction hinter der magnetisirenden Kraft beim Ansteigen und Fallen der Induction. Solange dasselbe Maximum der Induction erreicht wird, verursacht, wie die Rechnung zeigt, auch ein starkes Zurückbleiben beim Anstieg und Abfall nur eine Phasendifferenz und damit eine Vermehrung des Energieverlustes, ohne dass eine wesentliche Schwächung von B_1 eintrete. Diese erfolgt erst, wenn *infolge der Foucaultströme die erreichte Maximalinduction kleiner ist*. Da im Maximum von B naturgemäss die electromotorische Kraft der Foucaultströme mit $\partial B / \partial t = 0$ wird, so kann nur dadurch eine Schwächung der Maximalinduction zu Stande kommen, dass die Foucaultströme infolge ihrer Selbstinduction hinter ihrer electromotorischen Kraft zurückbleiben, eine *Phasendifferenz* mit ihr haben. Bei der doppelten Schwingungszahl muss nun, welches auch die Form der Inductionscurve sein mag, das Zurückbleiben — die Phasendifferenz der Grundperiode, sowohl wie sämtlicher höherer Componenten — doppelt so gross sein. Gleichzeitig ist jedoch auch bei der doppelten Schwingungszahl die Intensität der Foucaultströme aller Componenten die doppelte, da $\partial B / \partial t$ doppelt so gross ist. Infolge dessen muss die Schwächung der Maximalinduction in erster Annäherung die 4fache sein, also proportional dem Quadrat der Schwingungszahl zunehmen. In derselben Weise lässt sich zeigen, dass sie auch proportional dem Quadrat von $\rho^2 \pi, \lambda, \mu$ wachsen muss, im ganzen also proportional τ^2 , ein Resultat, welches mit der Oberbeck'schen Theorie für den Specialfall constanter Permeabilität übereinstimmt.

Der Gang der Induction von einem Maximum zum andern ist infolge der Hysterese nicht gleichmässig sinusförmig, sondern zunächst langsamer, dann steiler als die Sinuscurve. Da dies schnellere Ansteigen dem Erreichen der Maximalinduction unmittelbar vorausgeht, so muss die Schwächung durch die Foucaultströme etwas grösser sein, wie die Oberbeck'sche Theorie sie ergibt. Jedoch muss, da in dem anderen Theil der Periode die Foucaultströme schwächer sind, da die Ungleichförmigkeit des Ganges der Induction durch die Foucaultströme selbst zum Theil wieder ausgeglichen wird, und ihre Stärke schliesslich doch wesentlich nur von den Grenzwerten der Induction abhängt, *die Grössenordnung der Schwächung dieselbe bleiben*. Es wird diese Frage weiter unten in speciellen Fällen noch näher untersucht werden.

Bei Beginn der Untersuchung war beabsichtigt gewesen, die Drahtdicke so klein zu nehmen, dass die Schwächung stets innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler, d. h. innerhalb von 1 Proc. bliebe. Im Verlaufe erwies es sich jedoch als wünschenswerth, auch etwas dickere Drähte zu untersuchen. Als grössten Werth erreicht die Schwächung bei Ring W. E. VI ($2\rho = 0,0303$) für das Maximum der Permeabilität und die höchste Schwingungszahl ($520 \cdot 2,7$ Proc.), sie ist also auch noch nicht sehr erheblich. Diese aus der Oberbeck'schen Formel auf Grund der gemessenen Permeabilität berechnete Schwächung ist überall; wo ihr Werth $\frac{1}{2}$ Proc. überstieg, bei der Ausrechnung der Versuche eingeführt.

Für die Ringe aus dünnerem weichen Eisendraht und für die aus hartem Eisen ist F nicht merklich von 1 verschieden und die Schwächung verschwindend.

Berechnung von ΔE_F und ΔE_0 .

B_1 wird bei den Versuchen mit Wechselstrom direct gemessen, B_3 , B_5 etc. können nur aus den Hysteresisschleifen berechnet werden. Es ist daher vortheilhaft, den Energieverlust durch die Foucaultströme nach der Grundperiode

$$\Delta E_F = B_1^2 \frac{n \lambda \rho^2 \pi}{8}$$

von dem durch die Foucaultströme höherer Perioden

$$\Delta E_f = \frac{n \lambda q^2 \pi}{8} \{9 B_3^2 + 25 B_5^2 + \dots\}$$

zu trennen. ΔE_f wird andererseits mit dem weiteren Energieverlust, den die Magnetisirungen höherer Perioden durch Induktionsströme in der magnetisirenden Spule bewirken (p. 877)

$$\Delta E_J = \pi M^2 V n \left\{ 9 \frac{B_3^2}{w_{3n}} + \frac{25 B_5^2}{w_{5n}} + \dots \right\}$$

zu ΔE_0 vereinigt. ΔE_J muss noch in Rücksicht auf die obige Versuchsanordnung genauer bestimmt werden. Die durch die Inductionen höherer Perioden in der magnetisirenden Spule des Ringes im Zweig 1 der Wheatstone'schen Brücke (vgl. Fig. 1 p. 870) hervorgerufenen Ströme können vom Zweig 1 aus entweder durch den Zweig 2 und den Hauptzweig, oder durch den Brückenzweig und den Zweig 3, oder schliesslich durch Zweig 2, 4 und 3 fließen. Der Weg durch den Hauptzweig kommt für die Ströme höherer Perioden wegen der hohen Selbstinduction dieses Zweiges ($> 10^8$ cm) nicht in Betracht. Ebenfalls nicht der durch den Brückenzweig wegen des hohen scheinbaren Widerstandes des optischen Telephons für schnelle Wechselströme. Es bleibt somit nur der Weg durch die Zweige 2, 4 und 3. Die Zweige 3 und 4 bestehen aus dem Brückendraht mit dem Widerstand 29,9 Ohm. Die Zweige 1 und 2 besaßen sehr geringen Widerstand und Selbstinduction; demnach wurde für die angenäherte Berechnung von ΔE_J $w_{3n} = w_{5n} = 30$ Ohm gesetzt. So erhalten wir

$$\Delta E_J = \frac{\pi M^2 V n}{30 \cdot 10^9} \{9 B_3^2 + 25 B_5^2 + \dots\}$$

und

$$\Delta E_0 = \Delta E_f + \Delta E_J = n \left\{ \frac{q^2 \pi \lambda}{8} + \frac{\pi M^2 V}{30 \cdot 10^9} \right\} \{9 B_3^2 + 25 B_5^2 + \dots\}.$$

Um die Grössenordnung der verschiedenen Energieverluste bei der Magnetisirung durch Wechselstrom (ΔE_H , ΔE_F , ΔE_J , ΔE_I) kennen zu lernen, seien sie für den Ring W. E. III aus den Werthen von B_1 , B_3 , B_5 etc. berechnet, und zwar sämmtlich für die grösste angewandte Schwingungszahl $N=520$.

Tabelle 5b.

H_1	B_1	ΔE_H	ΔE_F	$\Delta E_f + \Delta E_J = \Delta E_0$		
1,537	1576	259	52	6,5	2,0	8,5
2,060	2822	675	169	41,5	13,5	55,0
2,804	4787	1470	478	169	55	224
3,675	6717	2578	940	469	152	621
5,35	9422	4311	1850	1133	369	1502
6,95	11358	6039	2685	1654	527	2191
9,65	13691	8105	3911	2983	971	3954
12,70	15219	9597	4831	5137	1668	6805
16,10	16582	11446	5741	7513	2445	9958

Man sieht, dass trotz der angewandten Vorsichtsmaassregeln (V klein, w_{3n} , w_{5n} etc. gross) ΔE_J besonders bei den höheren Inductionen in der Nähe der Sättigung sehr erhebliche Werthe hat. Der grösste Theil von ΔE_0 rührt allerdings bei den dickeren Drähten von den Foucaultströmen höherer Periode her (ΔE_f), die natürlich principiell nicht zu vermeiden sind.¹⁾

Wie wir oben (p. 869) gesehen haben, brauchen wir ΔE_0 zur Berechnung der gesuchten Grössen μ_1 und ΔE_H aus den bei der Wechselstrommessung sich ergebenden Grössen $\mu_1 \cos \psi_1$ und ΔE_g , da ein Correctionsglied ΔE_0 enthält. Ausschliesslich zu diesem Zweck wurde für jeden Ring die Inductionen höherer Perioden ($B_3, B_5 \dots B_{11}$) aus den Hysteresisschleifen berechnet. Wenn man die für $N = 520$ berechneten Werthe von ΔE_0 als Ordinaten, die von B_1 als Abscissen aufträgt, so erhält man eine Curve, mit Hülfe deren man für jeden Werth von B_1 die dazu gehörigen von ΔE_0 finden kann. Diese Curve gilt zunächst für die Schwingungszahl 520. Um ΔE_0 für die anderen Schwingungszahlen zu erhalten, muss man die betreffenden Werthe mit $256/520$ und $128/520$ multipliciren. Jedoch macht sich hier noch folgendes Bedenken geltend. Die Berechnung von ΔE_0 aus den Hysteresisschleifen gilt eigentlich nur für langsamen Stromwechsel.

1) Ich möchte bei dieser Gelegenheit darauf aufmerksam machen, dass, falls man in einem unverzweigten Stromkreis, wie es gewöhnlich geschieht, an den Enden der Wicklung des Electromagneten die effective Potentialdifferenz bestimmt, ΔE_J naturgemäss mitgemessen wird, und von ΔE_0 nur der durch die Foucaultströme bedingte Theil ΔE_f übrig bleibt.

Bei höheren Schwingungszahlen ist es möglich, dass die Inductionen höherer Perioden — infolge von Foucaultströmen und aus weiter unten zu besprechenden Gründen — kleiner ausfallen, als die berechneten. Dieser Unsicherheit ist bei der Darstellung der Versuche in folgender Weise Rechnung getragen: Es war (p. 869)

$$\mu_1 \cos \psi_1 = \frac{p_1'}{4 \pi M^2 V},$$

und

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \frac{\Delta w_1 - \frac{n V \cdot \Delta E_0}{\pi \alpha_1^2}}{n p_1'}.$$

Vernachlässigt man nun zunächst ΔE_0 ganz, so erhält man

$$\operatorname{tg} \psi_1' = \frac{\Delta w_1}{n p_1'}$$

und

$$\mu_1' = \frac{p_1'}{4 \pi M^2 V \cos \psi_1'},$$

beide Werthe sind etwas zu hoch. Hieraus ergibt sich mit Berücksichtigung von ΔE_0 ψ_1 und μ_1 aus

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \operatorname{tg} \psi_1' \frac{\Delta E_g - \Delta E_0}{\Delta E_g}$$

und

$$\mu_1 = \mu_1' \frac{\cos \psi_1'}{\cos \psi_1}.$$

Sowohl die Werthe von μ_1' wie die von μ_1 sind in den Tabellen gegeben. Es sind offenbar die beiden Grenzwerte, der richtige Werth liegt zwischen beiden. Jedoch in den meisten Fällen nahe an μ , da, wie wir sehen werden, nur bei den dickeren Drähten aus weichem Eisen ΔE_0 wesentlich von dem berechneten Werth abweichen dürfte. Die Differenzen von μ_1 und μ_1' sind an sich sehr gering; grösser ist der Einfluss von ΔE_0 natürlich auf die Bestimmung von ΔE_H . Die qualitativen Resultate werden jedoch, wie bei der Besprechung der Resultate im einzelnen hervortreten wird auch hier nicht durch eventuelle Fehler bei der Bestimmung von ΔE_0 geändert. Tabellen 7 und 8 geben die weitere Berechnung der beiden oben (p. 883) angeführten Versuchsreihen für Ring W. E. IV und die Schwingungszahlen 128 und 256. μ_1' , ψ_1' , ΔE_g sind die direct aus

der Messung sich ergebenden Werthe unter Vernachlässigung von ΔE_0 . $\Delta E_F + \Delta E_H = \Delta E_g - \Delta E_0$ ist mit Hülfe der aus den Hysteresisschleifen berechneten Werthe von ΔE_0 gefunden. Hieraus folgen dann μ_1 und $B_1 = \mu_1 H_1$ und schliesslich $\Delta E_H = \Delta E_g - \Delta E_0 - \Delta E_F$, wobei ΔE_F nach der Formel

$$\frac{\varrho^2 \pi \lambda B_1^2 n}{8}$$

berechnet wurde.

Tabelle 7. W. E. IV. $N = 128$.

H	μ_1'	ψ_1'	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_F + \Delta E_H$	μ_1	B_1	ΔE_H
3,72	377	22° 40'	508	—	508	377	1400	508
4,93	827	36 40	3033	6	3027	826	4070	3020
5,97	1241	40 10	7237	100	7127	1234	7364	7117
7,94	1399	36 30	13310	295	13015	1386	10990	12995
9,36	1357	32 30	16190	755	15435	1340	12540	15408
11,25	1271	29 20	19960	980	18980	1255	14100	18950
13,07	1182	26 50	23100	1190	21910	1169	15260	21877

Tabelle 8. $N = 256$.

H	μ_1'	ψ_1'	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_F + \Delta E_H$	μ_1	B_1	ΔE_H
3,79	367	22° 30'	513	2	511	366	1392	511
4,81	843	38 30	3060	48	3012	838	4018	3008
6,01	1251	41 10	7497	217	7280	1236	7427	7266
6,85	1380	40 30	10640	445	10195	1358	9296	10178
8,35	1406	36 40	14770	920	13850	1374	11470	13818
10,90	1297	31 10	20120	1740	18380	1268	13810	18332
13,51	1130	26 40	23390	2290	21100	1110	14990	21045
16,61	1005	23 10	27550	2930	24620	990	16440	24553
20,81	849	19 20	30750	3500	27250	838	17430	27173
24,12	765	18 20	35500	4040	31460	758	18270	31380

In den meisten der *früheren Arbeiten* scheint der Energieverlust durch Foucaultströme von vornherein wesentlich *unterschätzt* zu sein; denn, obgleich Oberbeck schon im Jahre 1884 die Theorie gegeben hatte, hat nur Klemenčič den Versuch gemacht, den Energieverlust zu berechnen. Wie sogleich gezeigt werden soll, ist der Einfluss der Foucaultströme auf die Resultate der Arbeiten von Tanakadaté, Weihe und

Klemenčič ein recht bedeutender und auch die Arbeiten von J. und B. Hopkinson und die von J. Hopkinson, Wilson und Lydall sind nicht frei davon. Tanakadaté verwandte weichen Eisendraht von 0,115 cm Dicke und Schwingungszahlen bis zu 400 in der Secunde. Die folgende Tabelle giebt die nach obigen Formeln berechneten Werthe des Energieverlustes durch Foucaultströme ΔE_F und ΔE_f für 400 Schwingungen in der Secunde. $\Delta E'$ ist die von Tanakadaté gemessene Erwärmung.

H	B	ΔE_H	$\Delta E_F + \Delta E_f$	$\Delta E_H + \Delta E_F + \Delta E_f$	$\Delta E'$
3,8	2010	1050	1300	2350	1050
8,6	6900	6690	20000	26690	5500
21,0	10450	13610	43000	56610	10800

Die Differenzen zwischen den gemessenen Werthen $\Delta E'$ und den berechneten $\Delta E_H + \Delta E_F + \Delta E_f$ sind zu gross, als dass sie durch eine Schwächung der Induction durch Foucaultströme oder ein Nichtfolgen der Induction bei höheren Schwingungszahlen erklärt werden könnten. Es kann nur eine grobe Fehlerquelle vorgelegen haben, wofür gleichfalls der von anderen Beobachtern wesentlich abweichende Gang von B und ΔE_H spricht. Jedenfalls liefert diese Arbeit, welche allgemein als Beweis für den geringen Einfluss der Schwingungszahl auf die Hysteresiswärme angeführt zu werden pflegt, zur Lösung der Frage keinen Beitrag.

Weihe arbeitete mit der niedrigen Schwingungszahl 55,8. Bei seinen Versuchen war der Einfluss der Foucaultströme am grössten bei dem Bündel aus weichem Eisendraht von 0,073 cm Dicke. Die maximale Induction betrug 3240. Zwischen diesen Grenzen ist der Energieverlust durch Hysterese bei weichem Eisen nach Ewing ca. 900. Aehnliche Werthe ergeben unten die Ringe W. E. III, W. E. V und VI. Die gemessene Erwärmung war gleich 80 Proc. der berechneten, der Energieverlust also gleich 720. Der Energieverlust durch Foucaultströme ergibt sich aus Schwingungszahl, Drahtdicke und Induction etwa zu 300. Wenn man dies von dem gemessenen Werth abzieht, so bleiben für den Hysteresisverlust nur etwa 420, also weniger als 50 Proc. des berechneten. Für das Stahldrahtbündel ($2\varrho = 0,109$ cm) sinkt die entsprechende Zahl auf ca. 65 Proc.,

für den Blumendraht ($0,0186 = 2\varrho$) ist die Wirkung der Foucaultströme nur gering, sodass die von Weihe gefundene Zahl von 80 Proc. nicht wesentlich verändert wird. Es ergeben mithin die Versuche von Weihe eine Abnahme des Energieverlustes durch Hysterese bei niedrigen Werthen der Induction, *die mit der Drahtdicke zu wachsen scheint*. Klemenčič¹⁾ maass die Dämpfung von Condensatorschwingungen von der Frequenz 1000 bis 2000 durch die Magnetisirung dünner Eisen- und Stahldrähte und berechnete daraus den Energieverlust. Derselbe fand sich bei Eisen wesentlich grösser als die Summe des Energieverlustes, der sich aus den statischen Hysteresisschleifen und aus den Foucaultströmen *nach der Grundperiode* berechnete. Da die Induction sich der Sättigung näherte, waren die relativen Werthe von B_3 , B_5 etc. recht hoch (p. 885), sodass der Werth von $\Delta E_0 = \Delta E_J + \Delta E_f$ vollkommen ausreichen dürfte, um die gefundenen Differenzen zu erklären.

Bei den Versuchen von Hopkinson, Wilson und Lydall betrug der Verlust durch Foucaultströme bei der grössten Schwingungszahl (125), der Drahtdicke von 0,0254 cm und unter der Annahme einer Leitungsfähigkeit des Stahls von $5 \cdot 10^{-5}$ etwa 4—5 Proc. des Hysteresisverlustes. Gefunden wurde eine Vergrösserung von ca. 10—15 Proc. gegen die statischen Werthe, sodass die Foucaultströme zur Erklärung der Differenzen nicht genügen. Bei den älteren Versuchen von J. und B. Hopkinson an Eisendrähten derselben Dicke war der Verlust durch Foucaultströme wesentlich grösser und betrug mindestens 10 Proc. Es ist auffallend, dass derselbe bei den Versuchen bei mässigen Werthen der Induction nicht zu Tage trat, sondern die statischen und Wechselstromcurven genau übereinstimmten.

Durch die Einführung des Energieverlustes durch Foucaultströme wird die Uebereinstimmung der Resultate der früheren Arbeiten in Bezug auf die Abhängigkeit der Hysterese von der Schwingungszahl nicht viel besser. Aus den Versuchen von Oberbeck und besonders von Martens, bei dem die Foucault'schen Ströme principiell ausgeschlossen waren, folgt, dass bei niedrigen Feldern *kein merklicher Einfluss der Schwingungs-*

1) Klemenčič l. c.

zahl auf Induction und Hysterese sich geltend macht. Die Resultate von Weihe ergaben nach Berücksichtigung der Foucaultströme eine starke *Verminderung* des Hysteresisverlustes bei mässigen Werthen der Induction, in Uebereinstimmung mit den älteren Versuchen von Warburg und Hönig. Nach Klemenčič behält bei Magnetisirung durch Hertz'sche Schwingungen die Permeabilität auch bei hohen Werthen der magnetisirenden Kraft ihren niedrigen Anfangswerth bei, woraus man auf einen *sehr geringen Energieverlust* durch *Hysterese* schliessen kann. Andererseits ergaben die Versuche von J. Hopkinson, Wilson und Lydall, dass bei Stahldraht im Wechselfeld von 125 Schwingungen in der Secunde in der Nähe der Sättigung eine *Vergrösserung* der Hysteresisschleifen gegenüber den nach der ballistischen Methode gefundenen eintritt.

Versuche über die Wirkung der Foucaultströme.

Um die Resultate der Theorie genauer zu prüfen und um einem sogleich zu besprechenden Einwand zu begegnen, wurden noch eine Reihe von Versuchen über die Wirkung der Foucault'schen Ströme angestellt.

Wie oben bei der Beschreibung der Ringe erwähnt, wurden die Ringe aus *weichem* Eisen nach ihrer Herstellung nochmals ausgeglüht. Eine besondere Isolation der einzelnen Eisendrähte voneinander war in den meisten Fällen nicht mehr möglich, sondern die Ringe wurden, so wie sie waren, in flüssiges Paraffin getaucht und dann erkalten gelassen. Nur bei Ring W.E. VI, der aus wenigen Windungen Eisendraht bestand, konnten die Drähte durch vorsichtiges Auseinanderbiegen einzeln isolirt werden. Ist nun die Isolation der einzelnen Windungen voneinander ungenügend, so können dadurch in der Theorie nicht vorgesehene — parasitäre — Foucaultströme entstehen, die die Resultate der Versuche in hervorragendem Maasse beeinflussen könnten. Im Folgenden soll nun *experimentell bewiesen werden, dass eine besondere Isolation der Eisendrähte überhaupt nicht nothwendig ist.*

Da Hysterese und Foucaultströme ähnliche Wirkungen ausüben, so wurde die Hysterese dadurch möglichst vermindert, dass die magnetisirende Kraft durch Verminderung der Win-

dungszahl pro Centimeter und durch Schwächung des Wechselstromes verkleinert wurde, sodass die Permeabilität sich noch nicht merklich änderte und mithin die gleichzeitig mit der Aenderung der Permeabilität auftretende Hysteresis ebenfalls noch nicht merklich war.

Es wurden Bündel aus sehr dünnem ($2\varrho = 0,005-0,010$ cm) harten und weichen Eisendraht hergestellt, bei denen die einzelnen Drähte theils blank, theils isolirt waren und fest zusammengeschnürt wurden. Diese Bündel wurden in einer Rolle von wenigen Windungen in der Wheatstone'schen Brücke mit einer Rolle ohne Eisen verglichen. Durch die Brücke wurde ein stark abgeschwächter Strom eines Nernst'schen Inductoriums geschickt und in den Brückenweig ein Hörtelefon gebracht. Sowohl bei den blanken wie bei den isolirten Bündeln war das Minimum gleich scharf. Bei Anwesenheit parasitärer Foucaultströme hätten die blanken Drähte ein weniger gutes Minimum geben müssen.

Ferner wurden zwei Ringe, W. E. Ia und W. E. Ib, aus weichem Eisendraht von 0,1 cm Dicke hergestellt. Bei Ring W. E. Ib wurde der Draht sorgfältig isolirt, bei W. E. Ia blank geschmiregelt. Die Dimensionen der Ringe waren $2\varrho = 0,100$, $V = 2,40$, $2R\pi = 19,6$, M war bei W. E. Ia $= 1,73$, bei W. E. Ib $= 1,84$. λ wurde durch Messen des Widerstandes einer bestimmten Länge des Drahtes zu $9,4 \cdot 10^{-5}$ bei 18° C., bestimmt. Es ist hierbei zu bemerken, dass hier wie bei allen anderen Bestimmungen von λ die *axiale* Leitungsfähigkeit gemessen wurde, während bei den Foucaultströmen die *circulare* in Betracht kommt. Besonders bei weichem Eisendraht dürften jedoch die Differenzen sehr gering sein.

Die Resultate der Messung in der Wheatstone'schen Brücke, mit dem optischen Telefon als Messinstrument und einem von der Wechselstromsirene gelieferten Sinusstrom von 256 Schwingungen, sind in Tabelle 9 gegeben. In der letzten Columnne sind zum Vergleich die theoretischen Werthe von ψ_1 angeführt, wie sie sich nach der Oberbeck'schen Formel für kleine τ

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\tau}{2} = \frac{n \cdot \mu \cdot \varrho^2 \pi \cdot \lambda}{2}$$

berechnen.

Tabelle 9. W. E. Ia (blank). Wirkung der Foucaultströme. $N = 256$.

H	Δw	p'_1	μ_1	ψ_1 beob.	ψ_1 ber.
0,040	$2,02 \cdot 10^6$	$1,34 \cdot 10^4$	148	$5^\circ 40'$	$5^\circ 10'$
0,088	$2,46 \cdot 10^6$	$1,40 \cdot 10^4$	155	6 10	5 30
0,127	$2,73 \cdot 10^6$	$1,46 \cdot 10^4$	161	6 40	5 40
0,203	$3,42 \cdot 10^6$	$1,57 \cdot 10^4$	172	7 50	6 0

W. E. Ib (isolirt). $N = 256$.

H	Δw	p'_1	μ_1	ψ_1 beob.	ψ_1 ber.
0,042	$2,22 \cdot 10^6$	$1,54 \cdot 10^4$	156	$5^\circ 30'$	$5^\circ 20'$
0,091	$2,65 \cdot 10^6$	$1,61 \cdot 10^4$	163	6 10	5 40
0,133	$3,10 \cdot 10^6$	$1,67 \cdot 10^4$	169	7 0	5 50
0,215	$3,71 \cdot 10^6$	$1,76 \cdot 10^4$	178	8 10	6 10

Die beiden Ringe zeigen keine merklichen Differenzen in den beobachteten Werthen von ψ_1 . Parasitäre Foucaultströme hätten die Phasendifferenz bei W. E. Ia vergrössern müssen. Die berechneten und beobachteten ψ_1 zeigen eine mit der magnetisirenden Kraft zunehmende Differenz. Die Werthe von μ_1 nehmen gleichzeitig zu, sodass die Vergrösserung von ψ_1 der Wirkung der Hysterese zuzuschreiben ist. Martens¹⁾ beobachtete bei im Erdfeld rotirenden Scheiben aus weichem Eisen eine Hysteresisablenkung von $1-2^\circ$, was der Grössenordnung nach mit den bei den beiden Ringen auftretenden Differenzen von ψ_1 beob. und ψ_1 ber. übereinstimmt.

Der Gang des beobachteten ψ_1 ist bei beiden Ringen derartig, dass in ganz schwachen Feldern die beobachteten und berechneten ψ_1 innerhalb der Fehlergrenzen übereinstimmen; wir erhalten also eine Bestätigung der Oberbeck'schen Theorie und einen strengen Beweis dafür, dass auch bei blank geschmirligten Eisendrähten parasitäre Foucaultströme in merklichem Maasse nicht auftreten.

Bei höheren magnetisirenden Kräften kann der Versuch nicht mehr direct mit den berechneten Werthen verglichen werden, weil die Phasenverschiebung durch Hysterese bei weitem überwiegt; jedoch war bei keinem Versuch irgend ein Einfluss parasitärer Foucaultströme merklich: zwei unter sonst

1) Martens, l. c.

gleichen Verhältnissen gemachte Versuchsreihen mit blankem und isolirtem Eisendraht ergaben stets den gleichen Gang und die gleiche Grösse des Energieverlustes.

Den deutlichsten Beweis liefern die weiter unten zu besprechenden Versuche mit Ring W. E. VII aus nicht isolirtem weichen Eisendraht: die Versuchsreihen ergaben für gleiche magnetisirende Kräfte für die Schwingungszahlen 128, 256 und 520 die gleiche Induction und nach Abzug des theoretischen Werthes des Energieverlustes durch Foucaultströme genau den gleichen Hysteresisverlust. Es ist mithin keine Spur einer Wirkung der Foucaultströme über die Oberbeck'sche Theorie hinaus merklich.

Es könnte nun noch die Frage aufgeworfen werden, wie es kommt, dass keine besondere Isolation der einzelnen Eisendrähte nothwendig ist. Zunächst berühren sich die runden Drähte beim Wickeln der Torroide wegen kleiner Unregelmässigkeiten ihrer Krümmung nur an einzelnen Stellen und an diesen Stellen wegen ihres kreisförmigen Querschnittes nur mit *sehr kleinen Flächen*. Ferner jedoch scheint die Oberfläche von Eisen, auch wenn sie blank geschmirligt ist, ebenso wie die Oberfläche anderer Metalle¹⁾ mit einer gegenüber kleinen Potentialdifferenzen *schlecht leitenden Schicht* bedeckt zu sein, die auch bei *grösseren Berührungsflächen parasitäre Foucaultströme* nicht aufkommen lässt. Folgende Versuche mögen zum Beweise dienen. Es wurden fünf ebene runde Scheiben aus 0,2 cm dickem Eisenblech gedreht mit 6,5 cm innerem und 7,5 cm äusserem Durchmesser, sodass sie 1 cm breit waren. Die oberen und unteren Flächen dieser Scheiben wurden abgeschmirligt und polirt, und kurz vor dem Versuch noch mit Alkohol und Wiener Kalk abgerieben. Die 5 Scheiben wurden dann aufeinandergelegt und mit einer magnetisirenden Wicklung von 18 Windungen versehen. (Ring W. E. II.) Nachdem dieser Ring mit Sinusströmen von 128 und 256 Schwingungen untersucht war, wurde er auseinander genommen und *Papierblätter* zwischen die einzelnen Scheiben gelegt und

1) Auf diesen Schichten scheint die Wirkung des Cohärens zu beruhen, und auch bei dem Durchgang eines Wechselstromes durch eine Flüssigkeitszelle dürften sie eine Rolle zu spielen. Vgl. M. Wien, Wied. Ann. 58. p. 16. 1896.

der Versuch wiederholt. Die Resultate sind in Tab. 10 gegeben.

Tabelle 10. W. E. II. Wirkung der Foucaultströme.

 $N = 128$

Mit Papier.				Ohne Papier.		
H	Δw	p	ψ	Δw	p	ψ
0,023	$1,013 \cdot 10^7$	$2,55 \cdot 10^4$	$26^\circ 30'$	$1,024 \cdot 10^7$	$2,56 \cdot 10^4$	$26^\circ 40'$
0,049	$1,068 \cdot 10^7$	$2,58 \cdot 10^4$	27 20	$1,055 \cdot 10^7$	$2,58 \cdot 10^4$	27 0

 $N = 256$

0,036	$2,13 \cdot 10^7$	$1,66 \cdot 10^4$	$38^\circ 40'$	$2,13 \cdot 10^7$	$1,66 \cdot 10^4$	$38^\circ 40'$
0,078	$2,19 \cdot 10^7$	$1,68 \cdot 10^4$	39 10	$2,19 \cdot 10^7$	$1,69 \cdot 10^4$	39 0

Die mit und ohne Papier erhaltenen Resultate stimmen innerhalb der Fehlergrenzen überein. Die Einstellungen bei dem Ring ohne Papierblätter änderten sich auch nicht, als die Scheiben durch Klemmen fest zusammengedrückt wurden. Nach den Oberbeck'schen Formeln berechnet sich aus dem Werth für $H = 0,023$ ($N = 128$) τ zu 1,20 und $\mu = 241$. Demnach verhielten sich die 0,2 cm dicken Platten wie Drähte von 0,30 cm Durchmesser. Rechnet man aus den bei $N = 128$ erhaltenen Werthen nach den Formeln die Werthe von $\operatorname{tg} \psi$, p und Δw für $N = 256$ aus, so ergibt sich in guter Uebereinstimmung mit dem Resultate der Messung:

$$\operatorname{tg} \psi = 37^\circ 20', \quad p = 1,73 \cdot 10^4, \quad \Delta w = 2,12 \cdot 10^7,$$

sodass wir auch hier, trotz des anderen Querschnittes des Ferromagneticums, eine Bestätigung der Oberbeck'schen Theorie erhalten.

Einfluss der Oberströme.

Die zweite Fehlerquelle, die die Resultate der Versuche im hohen Grade beeinflussen kann, ist die Einwirkung der in dem magnetisirenden Strom vorhandenen Oberströme. Wir haben oben gesehen, wie mit Hülfe electrischer Resonanz die relative Intensität der höheren Componenten in dem von der Wechselstromsirene erzeugten Strom abgeschwächt wurde, sodass schliesslich die Stromamplituden folgende Werthe hatten:

	α_1	α_2	α_3
Ankerreihe I	100	4,8	< 0,5
Ankerreihe II	100	3,1	1,8

Die höheren Oberströme α_4, α_5 etc. kamen nicht mehr in Betracht.

Ausserdem werden durch die Rückwirkung der Magnetisirung, die auch bei sinusförmiger magnetisirender Kraft höhere Componenten $B_3, B_5 \dots$ enthält, Oberströme hervorgerufen. Die Stromamplituden sind gegeben durch

$$\frac{3 n M V B_3}{w_{3n}}, \quad \frac{5 n M V B_5}{w_{5n}},$$

worin bei der getroffenen Brückenordnung (p. 894)

$$w_{3n} = w_{5n} = \dots = 30 \text{ Ohm}$$

zu setzen ist. Die dadurch bewirkten Oberströme wachsen mit $B_3, B_5 \dots$, diese wiederum, auch relativ, je mehr man sich der Sättigung nähert. Für den höchsten Werth von $H = 16,1$ bei Ring W. E. III ist $B_3 = 3900$. Hieraus berechnet sich für die höchste Schwingungszahl $N = 520$

$$\alpha_3 = \frac{3 \cdot 2 \pi 520 \cdot 3900 \cdot 0,00364 \cdot 86,6}{30 \cdot 10^9} = 2,85 \cdot 10^{-3} \text{ Amp.}$$

$H = 16,1$ entspricht einer Amplitude des Grundstromes $\alpha_1 = 0,148$ Amp., mithin $\alpha_3/\alpha_1 = 1,9$ Proc.

Da, wie wir unten sehen werden, die bei grösseren Schwingungszahlen wirklich eintretenden Inductionen höherer Perioden kleiner sind als die aus den statischen Hysteresisschleifen berechneten, und da die verschiedenen Inductionen (B_1, B_3, B_5) so gerichtet sind, dass sie sich abwechselnd entgegenwirken, so entspricht die thatsächliche Intensität und Wirkung dieser inducirten Oberströme nicht ganz der berechneten.

Wir haben mithin zusammen im schlimmsten Falle Oberströme folgender Intensität zu erwarten: bei Ankerreihe I 4,8 Proc. $2N$ und 1—2 Proc. $3N$, bei Ankerreihe II 3,1 Proc. $2N$ und 2—3 Proc. $3N$. Die Einwirkung von Oberströmen dieser Grössenordnung auf die Induction nach der Grundperiode

(B_1) und auf den Energieverlust soll nun durch Rechnung und Versuch untersucht werden.

Es ist von vornherein klar, dass die geraden Oberströme nur eine verhältnissmässig geringe Wirkung ausüben können, da sie unsymmetrisch in Bezug auf den Grundstrom verlaufen und in der einen Hälfte das entgegengesetzte Zeichen haben, wie in der anderen, ihr Einfluss sich also zum Theil aufheben muss. Anders die ungeraden Oberströme, die in beiden Zweigen der Sinuscurve des Grundstromes in gleicher Richtung wirken. Der Kürze halber soll daher im Folgenden nur die Wirkung des Oberstromes $3N$ eingehender betrachtet werden. Ueber den Einfluss von $2N$ sei nur erwähnt, dass Rechnung und Versuch übereinstimmend ergeben, dass die Wirkung bis zu ca. 10 Proc. $2N$ kaum merklich ist, bei weiterer Vergrösserung des Zusatzes von $2N$ dann schnell anwächst, um bei hohen Werthen schliesslich ähnliche erhebliche Einflüsse auszuüben, wie $3N$.

Zusatz schwacher Oberströme. Die Berechnung von B_1 , μ_1 , ψ_1 , ΔE_H geschah in derselben Weise wie oben aus den Hysteresisschleifen des Ringes W. E. III für die magnetisirende Kraft $H_1 \sin nt + \varepsilon H_1 \sin (3nt + \varphi)$, und zwar für $\varepsilon = \frac{5}{100}$, $\frac{10}{100}$, $\frac{20}{100}$ etc. und verschiedene Phasendifferenzen $\varphi = 0^\circ$, 90° , 180° etc. Eine Anzahl von Beispielen sind im Folgenden angeführt, die ein Bild der Erscheinung geben werden. H_1 ist die Amplitude der magnetisirenden Kraft des Grundstromes allein, μ_1 , \bar{B}_1 , ΔE_H die nach Zusatz des Oberstromes sich ergebenden Werthe, μ_1 , B_1 die Werthe bei rein sinusförmiger magnetisirender Kraft, wie die nach Tab. 5 (p. 885) gezeichneten Curven sie für dasselbe H_1 ergeben. ΔE_H ist der Energieverlust durch Hysterese für gleiches B_1 ($= \bar{B}_1$) $\Delta E'_H$ für gleiches H . In Tab. 11 ist zunächst für eine magnetisirende Kraft, für die die Permeabilität ihr Maximum erreicht, bei je 4 Phasen (φ) die Berechnung für $3N = 5$ Proc. und 10 Proc. durchgeführt. Die kleinen Differenzen von H_1 bei den verschiedenen φ haben darin ihren Grund, dass immer dieselbe Hysteresisschleife ($H = 3,67$) zur Berechnung benutzt wurde, mithin $H_1 \sin nt + \varepsilon H \sin (3nt + \varphi)$ als höchsten Werth 3,67 geben musste.

Tabelle 11. $3 N = 5$ Proc.

φ	H_1	μ_1	μ	\overline{B}_1	B_1	$\overline{\Delta E_H}$	ΔE	$\Delta E'_H$
0	3,87	1783	1823	6893	7060	2448	2630	2750
90°	3,67	1805	1826	6627	6710	2515	2480	2520
180	3,50	1884	1831	6609	6400	2688	2430	2310
270	3,67	1857	1826	6816	6710	2593	2620	2520

 $3 N = 10$ Proc.

0	4,08	1717	1820	7002	7450	2123	2720	2980
90	3,55	1803	1830	6396	6490	2466	2320	2320
180	3,34	1943	1815	6497	6010	2724	2400	2050
270	3,55	1921	1830	6817	6420	2581	2650	2320

Ueberall bewirkt der Zusatz von $3 N$ bei $\varphi = 0$ eine *Verminderung* von $\overline{\mu}_1$, \overline{B}_1 , und $\overline{\Delta E_H}$ gegenüber den entsprechenden Grössen bei rein sinusförmiger magnetisirender Kraft; bei $\varphi = 180^\circ$ eine *Vergrösserung* aller dieser Werthe. Die Ursache ist die, dass das eine Mal ($\varphi = 0$) der erreichte *Maximalwerth* der Induction niedriger ist, das andere Mal höher wie bei sinusförmigem H . Die anderen Phasendifferenzen ergeben geringere Unterschiede. Tab. 12 giebt deshalb nur für die beiden gefährlichsten Phasendifferenzen (0 und 180°) die Einwirkung von 10 Proc. $3 N$, jedoch *für mehrere* H_1 an:

Tabelle 12. $3 N = 10$ Proc. $\varphi = 0$.

H_1	μ_1	μ_i	\overline{B}_1	B_1	$\overline{\Delta E_H}$	ΔE_H	$\Delta E'_H$
2,28	1190	1465	2712	3280	587	620	810
4,08	1717	1820	7002	7450	2123	2720	2980
5,95	1651	1710	9822	10110	3460	4710	4980
10,73	1322	1338	14180	14300	6696	8530	8650

 $3 N = 10$ Proc. $\varphi = 180^\circ$.

1,87	1455	1240	2721	2280	708	622	430
3,34	1943	1815	6497	6010	2724	2400	2050
4,86	1872	1788	9100	8700	4989	4120	3810
8,77	1520	1487	13327	13050	9787	7730	7480

Aus den Tabellen folgt, dass die Wirkung in schwächeren Feldern grösser ist als in stärkeren und dass die Differenzen schneller wachsen als proportional der relativen Amplitude des Oberstromes, bei $3 N = 5$ Proc. ist die Aenderung von μ_1 im Maximum nicht ganz 3 Proc., die von ΔE_H etwa 10 Proc., während bei $3 N = 10$ Proc. die betreffenden Zahlen schon 8 Proc. und ca. 25 Proc. betragen.

Die *Messung* der Einwirkung der Oberströme geschah mittels des zweiten Electromagneten der Wechselstromsirene (p. 872), durch den dem von dem Electromagneten I gelieferten Grundstrom die Oberströme $2 N$ und $3 N$ in beliebiger Stärke und Phase hinzugefügt werden konnten. Der absolute Werth der Phasendifferenz ist jedoch nicht bekannt. Ich habe daher die verschiedenen Phasendifferenzen nur mit Nummern I—IV versehen.

Die Versuche wurden an dem Ring W. E. III mit einer Schwingungszahl des Grundstromes von 128 gemacht. Tab. 13 giebt die Resultate der Messungen bei Zusatz von 10 Proc. $3 N$ an. Einmal für $H = 3.74$ und vier Phasen, deren Differenz ca. gleich 90° war, das andere Mal bei vier verschiedenen H für je zwei Phasen, die sich um 180° unterschieden. Unter „Sinusstrom“ ist hier und im Folgenden stets der oben definirte Strom der Wechselstromsirene verstanden, wie ihn der Electromagnet, bei Resonanzschaltung liefert.

Tabelle 13. $3 N = 10$ Proc. $H_1 = 3,74$.

Phase I		Phase II		Phase III		Phase IV		Sinusstrom.	
$\bar{\mu}_1$	$\Delta \bar{E}_H$	μ'_1	$\Delta \bar{E}_H$	$\bar{\mu}_1$	$\Delta \bar{E}_H$	$\bar{\mu}_1$	$\Delta \bar{E}_H$	μ_1	ΔE_H
1725	2860	1752	3250	1636	2510	1696	3240	1674	2920

$3 N = 10$ Proc. Vier verschiedene H_1 .

	Phase I		Phase II		Sinusstrom	
H_1	μ'_1	$\Delta \bar{E}_H$	$\bar{\mu}_1$	$\Delta \bar{E}_H$	μ_1	ΔE_H
2,62	1469	1460	1442	1090	1450	1300
3,77	1709	3307	1668	2612	1681	2970
5,07	1704	5234	1681	4146	1695	4680
6,75	1593	7725	1573	6074	1580	6820

Diese und andere Versuchsreihen ergaben, dass die Einwirkung der Oberströme bei der Messung etwa von derselben Grössenordnung ist, wie oben bei der Berechnung. Jedoch ist dieselbe sowohl auf μ_1 wie auf ΔE_H sicher *kleiner*. Die Ursache davon wird weiter unten besprochen werden.

In Bezug auf die für die vorliegenden Versuche wichtige Frage nach dem Einflusse sehr schwacher Oberströme auf Amplitude und Phase der Induction nach der Grundperiode ergibt Berechnung und Messung folgendes Resultat: Die Abnahme der Einwirkung ist schneller als proportional der relativen Intensität des Oberstromes, die Messung ergibt eine kleinere Einwirkung als die Berechnung.

Für einen Zusatz von 5 Proc. 3 N ergab die Rechnung bei μ_1 eine Maximaldifferenz von nicht ganz 3 Proc., bei ΔE_H von etwa 10 Proc. Hieraus folgt, dass wir im schlimmsten Falle von dem bei den Versuchen ca. 2—3 Proc. betragenden Oberstrom 3 N eine Aenderung der Permeabilität von etwa $1\frac{1}{2}$ Proc. und des Energieverlustes durch Hysteresis von ca. 4 Proc. zu erwarten haben. Diese Aenderung kann sowohl positiv ($\varphi = 180^\circ$) wie negativ ($\varphi = 0$) sein. Bei anderen Phasendifferenzen sind die Einflüsse noch geringer. Die Einwirkung des Oberstromes 2 N fällt durchaus in die Grenzen der Beobachtungsfehler.

Schliesslich mögen noch folgende Versuche als directerer Beweis des geringen Einflusses der vorhandenen Oberströme hier angeführt werden. Wie oben ausgeführt, wurde die relative Intensität der Oberströme der Wechselstromsirene durch „electriche Resonanz“ bewirkt. Lässt man den compensirenden Condensator fort, so steigt bei Ankerreihe II (vgl. p. 874) der Oberstrom 2 N von 3,1 auf 6,8 Proc. der von 3 N von 1,8 auf 5,9 Proc. Ersetzt man nun die Selbstinduction im Hauptzweig durch bifilaren Widerstand, so tritt eine weitere Verstärkung der Oberströme ein bis auf 2 $N = 12,2$ Proc. und 3 $N = 11,5$ Proc. Tab. 14 giebt die mit diesen veränderten Stromformen erhaltenen Werthe, verglichen mit den „Sinusstromwerthen“.

Tabelle 14. Selbstinduction vorherrschend. (Ohne Condensator.) $N=256$.

H_1	μ_1	μ_1	ΔE_H	ΔE_H
2,29	1175	1193	875	830
3,48	1529	1535	2550	2500
5,20	1608	1628	5120	4900
7,09	1504	1526	7320	7220
Widerstand vorherrschend.				
2,34	1130	1210	715	850
3,87	1467	1505	1930	2250
5,06	1610	1632	3980	4600
7,07	1514	1528	5715	7180

Das Fortlassen des Condensators bringt nur geringe Aenderungen bei μ_1 von höchstens $1\frac{1}{2}$ Proc., bei ΔE_H 5 Proc. mit sich, woraus zu schliessen ist, dass die wesentlich schwächeren Oberströme bei der Resonanzschaltung noch geringere Wirkungen ausüben. Bei der zweiten Versuchsreihe mit vorherrschendem Widerstand ist der Einfluss der Oberströme schon recht merklich.

Zusatz stärkerer Oberströme. Wir haben oben gesehen, dass ein Zusatz von 10 Proc. $3N$ schon ziemlich erhebliche Aenderungen von Permeabilität und Energieverlust bewirkt. Um zu zeigen, wie die Erscheinung bei stärkeren Oberströmen sich gestaltet, ist in Tabelle 15 die Berechnung für $3N=20$ Proc. bei $\varphi=0$ und $\varphi=180^\circ$ durchgeführt.

Tabelle 15. $3N=20$ Proc. $\varphi=0$.

H_1	μ_1	μ_1	\bar{B}_1	B_1	ΔE_H	ΔE_H	$\Delta E''_H$
2,38	1247	1520	2967	3580	472	705	920
4,24	1690	1815	7160	7750	1758	2860	3180
6,18	1622	1692	10010	10450	2875	4880	5250
11,14	1297	1310	14440	14570	5640	8780	8900

 $3N=20$ Proc. $\varphi=180^\circ$.

1,717	1534	1130	2634	1900	708	580	315
3,06	2124	1765	6500	5280	2811	2400	1640
4,46	2007	1808	8952	8100	5323	3980	3420
8,04	1600	1545	12870	12450	10312	7340	6960

Aehnliche Resultate ergab die *Messung*, nur waren die Differenzen, ebenso wie oben, etwas kleiner wie die berechneten.

Die Aenderungen der Permeabilität sind recht erheblich, noch grösser die des Energieverlustes; so ist z. B. bei $\varphi=180^\circ$

für $H = 8,04$, $B_1 = 12870$ und $\Delta E_H = 10312$, während bei $\varphi = 0$ für $H = 8,04$, $B_1 = \text{ca. } 11700$ und $\Delta E_H = \text{ca. } 3900$ sein würde. Dasselbe $B_1 = 12870$ würde bei $\varphi = 0$ etwa für $H = 9,5$ erreicht werden bei einem Hysteresisverlust von ca. 4700, also ca. 45 Proc. desjenigen bei $\varphi = 180^\circ$. Dieser grosse Einfluss verhältnissmässig geringer Aenderungen der Stromform, die durch Zusatz eines Oberstromes entstehen, dessen Stromenergie nur 4 Proc. derjenigen des Grundstromes beträgt, auf den Energieverlust durch Hysterese dürfte für die Wechselstromtechnik von Bedeutung sein.

Ein besonderer Fall eines mit starken Oberströmen behafteten Wechselstromes ist der *secundäre Strom eines Inductoriums*.

Die Versuche ergaben im allgemeinen eine Vergrösserung der Permeabilität und eine gleichzeitige geringe Verminderung des Hysteresisverlustes im Vergleich zum Sinusstrom. Die Differenzen waren grösser, wenn man mit einem Inductorium mit Eisendrahtkern, als wenn man mit einem solchen mit massivem Eisenkern arbeitete, ebenfalls grösser, wenn die Unterbrechung durch Platincontacte, als wenn sie durch Quecksilber geschah, und wenn in dem Stromkreis der Widerstand vorherrschend war, als wenn die Selbstinduction überwog; sie wuchsen ferner mit Abnahme der Schwingungszahl. Alles steht in Uebereinstimmung mit dem Umstand, dass die relative Intensität der Oberströme unter denselben Verhältnissen ansteigt.

Die Oberströme könnten noch in ganz anderer Weise die Magnetisirung beeinflussen, *falls von ihnen eine „Erschütterung“ der Molecüle des Eisens hervorgerufen wird*. Eine mechanische Erschütterung bewirkt bei statischer Magnetisirung ein steileres Ansteigen der Permeabilität und eine Verminderung der Hysterese. Gerosa und Finzi¹⁾ haben gezeigt, dass eine gleichzeitige Magnetisirung durch Wechselstrom eine ähnliche Wirkung hat. Es wäre nun denkbar, dass schnellere Wechselströme (Oberströme), die zu einem langsameren Sinusstrom hinzutreten, die Magnetisirung durch den letzteren in ähnlicher Weise beeinflussen, wie bei den Versuchen von Gerosa und Finzi der Wechselstrom die Magnetisirung durch constanten

1) Gerosa u. Finzi, Rend. del. R. Inst. Lomb. 24. April 1891.

Strom. Von einer derartigen Wirkung der Oberströme ist bei den soeben mitgetheilten Versuchen nichts zu spüren; die Wirkung derselben ist der Berechnung im grossen und ganzen entsprechend, nur eher noch etwas geringer.

Durch eine Reihe von Versuchen wurde ferner festgestellt, dass auch der Zusatz eines Sinusstromes zu einem constanten magnetisirenden Strom *eine eigentliche „Erschütterungswirkung“ nicht hervorruft*, da die Magnetisirung unabhängig von der Schwingungszahl des Wechselstromes war und etwa von derselben Grösse, wie sie zu erwarten war, wenn man die Aenderung des Feldes, die durch das Hinzutreten des Sinusstromes hervorgerufen wurde, *beliebig langsam* vor sich gehen liess.¹⁾

III. Versuche mit Sinusströmen.

Die vorstehende theoretische und experimentelle Untersuchung ergibt, dass beim Vergleich der Resultate, welche einerseits aus den ballistischen Hysteresisschleifen, andererseits aus den Messungen mit den Wechselströmen verschiedener Schwingungszahlen gewonnen werden, folgende Differenzen auf Grund der verschiedenen Fehlerquellen entstehen können.

1. Bei der Magnetisirung durch *constanten* Strom kann infolge der *magnetischen Nachwirkung* für schwache Felder bei dickeren Drähten aus weichem, Eisen die Permeabilität bis zu etwa 2 Proc. zu gross sich ergeben; bei höherem H verschwindet diese Wirkung überall.

2. Die *Oberströme* bewirken je nach ihrer Phase eine Verminderung oder Vermehrung der Permeabilität und des Energieverlustes durch Hysterese. Im Maximum ist die Aenderung bei μ_1 etwa 1 Proc., bei ΔE_H etwa 3 bis 4 Proc. Jedoch sind die thatsächlich entstehenden Differenzen vermuthlich kleiner.

3. Die Wirkung der *Foucaultströme* besteht in einer Vermehrung des Energieverlustes und in zweiter Linie in einer Schwächung der Induction. Beides kann nach der Oberbeck'schen Theorie berechnet werden. Die Schwächung war bei allen Versuchen klein, bei den meisten überhaupt verschwindend.

1) Bei Gerosa u. Finzi lag die Sache insofern etwas anders, als die *constante* Magnetisirung longitudinal, die alternirende circular war.

4. Die bei der Magnetisirung durch einen Sinusstrom auftretenden höheren Componenten der Induction B_3, B_5 etc. erzeugen Foucaultströme in Eisen und Inductionsströme in der magnetisirenden Spirale. Der durch diese Ströme höherer Periode verursachte Energieverlust ΔE_0 kann nur aus den statischen Hysteresisschleifen berechnet werden, da die höheren Componenten der Magnetisirung B_3, B_5 etc. bei den Wechselstromversuchen nicht mit gemessen werden können. Die höheren Componenten der Induction dürften nun zum Theil, besonders bei den höheren Schwingungszahlen und dickeren Drähten, wesentlich kleiner ausfallen, als die Berechnung aus den statischen Hysteresisschleifen sie ergiebt, in Folge dessen ist der *thatsächliche Energieverlust ΔE_0 kleiner als der berechnete*. Obgleich die experimentelle Anordnung so getroffen war, dass ΔE_0 möglichst vermindert wurde, dürfte diese Fehlerquelle doch bei weitem die grösste sein. In Folge der durch sie bedingten Unsicherheit geschah, wie gesagt, die Berechnung von Permeabilität und Energieverlust aus den Ringconstanten und den bei der Brückeneinstellung sich ergebenden Werthen von p_1' und Δw in folgender Art:

Es wird zunächst ΔE_0 ganz vernachlässigt ($\Delta E_0 = 0$), dann ist

$$\operatorname{tg} \psi_1' = \frac{\Delta w_1}{n p_1'}, \quad \mu_1' = \frac{p_1}{4 \pi M^2 V \cos \psi_1'}, \quad \Delta E_g = \frac{H_1^2 \Delta w_1}{16 \pi M^2 n V}.$$

Dann wird ΔE_0 voll berücksichtigt und man erhält den anderen Grenzwerth der Permeabilität (μ_1) aus

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \operatorname{tg} \psi_1' \cdot \frac{\Delta E_g - \Delta E_0}{\Delta E_g} \quad \text{und} \quad \mu_1 = \mu_1' \cdot \frac{\cos \psi_1'}{\cos \psi_1}.$$

Hieraus

$$B_1 = \mu_1 H_1 \quad \text{und} \quad \Delta E_H = \Delta E_g - \Delta E_F - \Delta E_0,$$

worin

$$\Delta E_F = \frac{n \cdot \varrho^2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot B_1^2}{8}.$$

Im Folgenden sind nun für jeden Ring zunächst die Ringconstanten nochmals angegeben. Dann in einer Tabelle die nach der ballistischen Methode gewonnenen Werthe der Induction, welche zur Bestimmung der Hysteresisschleifen dienen. Darauf in einer zweiten Tabelle die aus den Hysteresisschleifen berechneten Werthe der einzelnen Componenten der Induction (B_1, B_3 bis B_{11}), ferner $\psi_1, \mu_1, \Delta E_H$ und ΔE_0 für $N = 520$.

Schliesslich sind in drei Tabellen die Resultate der Wechselstrommessung für die drei Schwingungszahlen 128, 256, 520 gegeben. Zunächst die aus der Messung direct sich ergebenden Werthe H_1 , μ_1' , ψ_1' und der Gesamtenergieverlust ΔE_g , dann ΔE_0 und $\Delta E_F + \Delta E_H = \Delta E_g - \Delta E_0$ und die mit Hülfe von ΔE_0 berechneten Grössen μ_1 , B_1 , ΔE_H .

Für jeden Ring sind 2 Figuren gezeichnet. 1. Die Permeabilität μ_1 als Ordinate, die magnetisirende Kraft H_1 als Abscisse (μ H -Curven). 2. Der Energieverlust durch Hysterese ΔE_H als Ordinate, B_1 als Abscisse (ΔE_H B_1 -Curven) und bei einigen Ringen 3. die Induction B_1 als Ordinate, H_1 als Abscisse (B_1 H_1 -Curven). Die aus den Hysteresis schleifen berechneten „statischen“ Werthe sind als Sterne *, die für $N=128$ als Kreuze \times , für $N=256$ als schwarze Kreise \bullet , für $N=520$ als unausgefüllte Kreise \circ angegeben. Um die Figuren nicht zu überladen, sind meist nur die „statischen“ Curven gestrichelt und die für $N=520$ ausgezogen gezeichnet.

Es sollen zunächst die Messresultate bei Ring W. E. III eingehender besprochen werden.

Ring W. E. III. (Figg. 5, 6 u. 7.)

$$2 \rho = 0,0265, \quad V = 0,00264, \quad 2 R \pi = 1,64, \quad M = 86,6.$$

Magnetisirung bei constantem Strom (vgl. Tab. 4 und 5, p. 884 u. 885).

Wechselstromcurven.

Tabelle 16. $N=128$.

H_1	ψ_1'	μ_1'	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_F + \Delta E_H$	μ_1	B_1	ΔE_H
1,06	17° 40'	584	50,3	0,4	49,9	583	620	48
1,89	31 0	1125	517	10	507	1118	2 111	485
2,56	32 30	1413	1 242	32	1 210	1404	3 596	1 145
3,22	33 0	1611	2 272	69	2 203	1597	5 147	2 070
3,72	32 20	1685	3 130	120	3 010	1669	6 213	2 825
4,56	30 40	1720	4 458	209	4 249	1704	7 772	3 950
5,89	27 20	1650	6 548	373	6 173	1631	9 602	5 700
7,57	23 40	1531	8 804	575	8 229	1516	11 470	7 570
8,89	21 50	1427	10 450	760	9 690	1413	12 560	8 890
12,29	16 50	1205	13 120	1360	11 780	1194	14 680	10 690
15,73	15 30	1034	17 050	2220	14 830	1024	16 130	13 500

Tabelle 17. $N = 256$.

H_1	ψ_1'	μ_1'	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_F + \Delta E_H$	μ_1	B_1	ΔE_H
1,23	23° 40'	621	94	1	93	620	760	87
2,02	33 10	1034	583	10	573	1030	2 084	526
3,69	37 20	1604	3 310	190	3 120	1576	5 780	2 760
4,71	35 0	1679	5 351	421	4 930	1643	7 670	4 296
6,88	30 0	1578	9 362	996	8 368	1542	10 520	7 180
9,88	24 0	1357	13 440	1610	11 830	1330	13 100	10 020
13,36	19 40	1134	17 080	2900	14 180	1113	14 800	11 880
15,30	18 50	1045	19 730	3770	15 960	1030	15 720	13 440
20,95	16 0	849	25 580	6900	18 680	835	17 440	16 140

Tabelle 17a. $N = 256$.

H_1	μ_1'	φ_1'	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_F + \Delta E_H$	μ_1	B_1	ΔE_H
2,30	1204	36° 30'	938	30	908	1199	2 773	828
3,06	1471	38 10	2 129	95	2 034	1459	4 463	1 836
4,00	1670	37 40	4 084	254	3 830	1634	6 535	3 410
5,48	1670	34 0	7 015	710	6 305	1632	8 958	5 485
8,17	1450	27 40	11 480	1150	10 330	1423	11 600	9 010
11,47	1253	22 10	15 650	2010	13 640	1228	14 070	11 620
18,16	947	17 40	24 090	5820	18 270	933	17 120	15 046

Tabelle 18. $N = 520$.

H_1	ψ_1'	μ_1'	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_F + \Delta E_H$	μ_1	B_1	ΔE_H
2,78	42° 0'	1224	1 590	110	1 480	1200	3 327	1 262
3,63	42 0	1381	3 037	240	2 797	1347	4 879	2 337
5,24	40 20	1578	7 188	902	6 286	1528	8 008	5 038
6,50	37 20	1538	9 855	1455	8 400	1475	9 592	6 735
8,84	32 10	1397	14 510	2460	12 050	1353	11 960	9 350
11,58	27 0	1218	18 840	4020	14 820	1179	13 670	11 210
13,58	25 10	1101	21 540	5060	16 480	1063	14 430	12 270
18,43	22 30	912	28 680	8810	20 870	882	16 260	15 490

Betrachten wir die Permeabilitätscurven (Fig. 5), so sehen wir, dass die Wechselstromcurven sämtlich niedriger laufen, wie die gestrichelte Curve, die die statische Permeabilität angiebt, und zwar um so mehr, je höher die Schwingungszahl ist. Die Differenzen sind am grössten vor und im Maximum

der Permeabilität, und werden dann immer kleiner, je mehr man sich der Sättigung nähert. Für $H=3$ ist die Differenz zwischen dem ballistischen Werth und dem für $N=520$ ca. 510, hingegen nur 280 für $H=5$, 130 für $H=10$ und ca. 50 für $H=18$. Ueber den Beginn der Curven bei niedrigem H lässt sich bei diesem Ring mit hohem M nichts Sicheres entnehmen, da wegen der geringen Stromstärke die Brückeneinstellungen dort schon zu ungenau werden. Die Maxima der Permeabilität

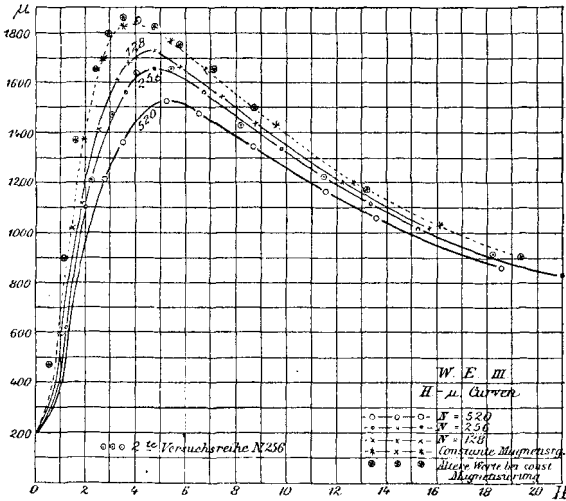


Fig. 5.

und die magnetisirenden Kräfte, bei denen sie eintreten, sind in der folgenden kleinen Tabelle zusammengestellt, worin die ballistischen Werthe unter $N=0$ gegeben sind.

$N = 0$	128	256	520
$H = 3,6$	4,4	4,8	5,2
$\mu_1 = 1830$	1712	1640	1530

Man sieht, dass je höher die Schwingungszahl ist, um so niedriger der Werth des Maximums der Permeabilität ist und um so höher das Feld, bei dem es eintritt.

Die Punkte \odot entsprechen der Tab. 17 a, welche die Werthe enthält, die bei der Controlbeobachtungsreihe am Schluss der Untersuchung des Ringes W. E. III für $N=256$ gefunden wurden. Die Abweichungen sind offenbar sehr gering.

Die $H_1 B_1$ -Curven (Fig. 6) ergeben Entsprechendes. Wegen Multiplication mit immer höheren Werthen von H sieht es aus, als ob die Differenzen nach dem Maximum der Permea-

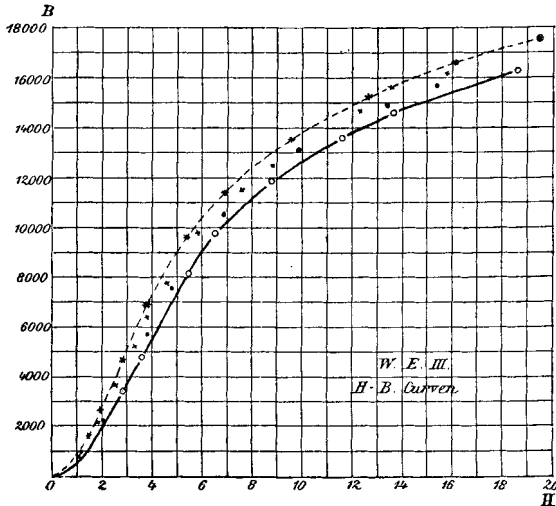


Fig. 6.

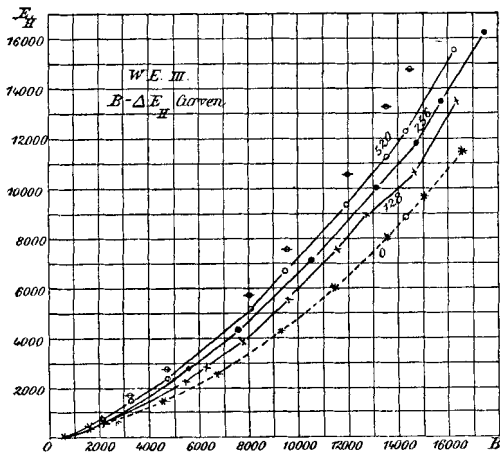


Fig. 7.

bilität nicht wieder abnehmen; jedoch werden die procentischen Differenzen natürlich immer kleiner.

Der Energieverlust durch Hysterese (Fig. 7) ist für gleiche Induction (B_1) bei allen Schwingungszahlen höher wie bei der

statischen Magnetisirung und zwar steigt die Differenz mit der Schwingungszahl. Die relative Zunahme ist am grössten um $B_1 = 6000$ herum, dort ist für $N = 0$ $\Delta E_H = 2100$ und für $N = 520$ $\Delta E_H = 3300$, mithin $= 157$ Proc. des statischen Werthes. Nach den beiden Seiten zu nimmt die procentuale Differenz etwas ab, bei $B_1 = 16000$ ist für $N = 0$ $\Delta E_H = 10500$, für $N = 520$ $\Delta E_H = 14900$, also eine Zunahme um 42 Proc. Auffallend ist das starke Ansteigen des Energieverlustes zwischen $N = 0$ und $N = 128$, während die Zunahme für die höheren Schwingungszahlen dann nicht mehr so gross zu sein scheint. Wie wir gleich sehen werden, dürfte dies zum Theil den zu grossen Werthen von ΔE_0 zuzuschreiben sein, die der Berechnung zu Grunde gelegt sind.

Einfluss der Fehlerquellen. Einstellungsfehler, magnetische Nachwirkung und Oberströme können vielleicht im einzelnen kleine Verschiebungen der Curven bedingen; bei den grossen beobachteten Differenzen der Permeabilität und des Energieverlustes sind sie für den ganzen Gang der Erscheinung nicht von Bedeutung. Die Schwächung der Induction durch die Foucaultströme ist auch für $N = 520$ nur gering, denn nach den Oberbeck'schen Formeln berechnet betrug sie im Maximum der Permeabilität $1,3$ Proc. Für $H = 2,78$, wo die procentuale Abnahme der Permeabilität (vgl. Fig. 5) am grössten ist, nur $0,8$ Proc., für $N = 256$ $0,24$ Proc. und für $N = 128$ nur $0,07$ Proc.

Wie oben erwähnt und wie im Verlauf noch näher nachgewiesen werden wird, sind die höheren Componenten der Magnetisirung B_3 , B_5 etc. bei Wechselströmen kleiner als die aus den statischen Hysteresisschleifen berechneten. Demnach ist auch ΔE_0 zu hoch und wir müssen untersuchen, wie dies die Resultate beeinflusst. Nehmen wir an, es sei der Werth von ΔE_0 für $N = 520$ nur halb so gross wie der berechnete, so würde die Permeabilität etwa in der Mitte zwischen μ_1 und μ_1' liegen und zu ΔE_H wäre $\Delta E_0/2$ zu addiren.

Die Wirkung auf die Permeabilität ist nur sehr gering, z. B. steigt das Maximum bei $N = 520$ von 1528 auf 1553 , der Werth von μ_1 für $H = 18,43$ von 882 auf 897 . Der Einfluss auf die Figur wäre im wesentlichen dadurch charakterisirt, dass die Curven für hohe Induction, wo sie an sich schon einander

schr nahe sind, noch näher zusammenrücken. Anders bei dem Energieverlust durch Hysterese. In Fig. 7 sind die $N=520$ entsprechenden Punkte als durchstrichene Kreise gezeichnet. Die Zunahme des Energieverlustes durch Hysterese wächst beträchtlich, sodass die Differenz mit den ballistischen Werthen bis zu 70 Proc. ansteigt. Die Differenz zwischen den Werthen für die verschiedenen Schwingungszahlen wird grösser. Principiell allerdings bleibt auch hier die Erscheinung genau dieselbe.

Die Versuche mit anderen Ringen sollen zeigen, in welcher Weise die Erscheinung von der Drahtdicke und von dem Material (Härte des Eisens) abhängt.

Ring W. E. IV. (Figg. 8 u. 9.)

$$2 \varrho = 0,0055, \quad V = 0,00477, \quad 2 R \pi = 1,61, \quad M = 74,5.$$

Tabelle 19. Hysteresisschleifen.

H	B	B	B	B	B	B
21,25	—	—	—	—	—	+14300
14,23	—	—	—	—	+12820	—
11,73	—	—	—	11790	—	+13780
7,96	—	—	+9330	—	—	+13630
6,03	—	+6540	—	—	—	—
4,85	+3760	+6490	+9020	—	—	+13420
3,04	+3490	+6080	+8670	—	—	+13340
2,03	+3270	+5880	—	—	—	+13190
+ 1,16	+3030	—	—	—	—	—
± 0	—	—	+8060	10250	+11130	—
— 1,16	+2240	—	—	—	—	—
— 2,03	+1630	+4360	+7200	9510	+10390	+11640
— 3,04	+ 470	+3350	+6330	8770	+ 9580	+10910
— 4,85	—3760	—3610	—3140	— 210	+ 884	+ 2653
— 6,03	—	—6540	—	—	—	—
— 7,96	—	—	—9330	— 9510	— 9480	— 8622
—11,73	—	—	—	—11790	—11810	—11840
—14,23	—	—	—	—	—12820	—
—21,25	—	—	—	—	—	—14300

Tabelle 20. Berechnung aus den Hysteresisschleifen.

H_1	μ_1	ψ_1	B_1	B_3	B_5	B_7	B_9	B_{11}	ΔE_H	ΔE_0
4,85	840	37° 10'	4073	693	202	59	—	—	2986	55
6,03	1254	38 30	7560	1690	670	302	72	—	7094	405
7,96	1402	33 50	11150	2740	1260	701	498	380	12370	1610
11,73	1228	24 20	14410	3830	1980	1280	1015	860	17380	4320
14,23	1099	21 40	15630	4110	2130	1410	1095	963	20590	5520
21,25	826,4	15 30	17570	4620	2390	1460	1215	1120	24980	6850

Wechselstromcurven.

 $N = 128$ u. 256, vgl. Tab. 7 u. 8 (p. 897)Tabelle 21. $N = 520$.

H_1	μ_1'	ψ_1'	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_F + \Delta E^H$	μ_1	B_1	ΔE_H
4,73	773	36° 0'	2593	53	2540	770	3641	2532
6,06	1263	42 40	7990	410	7580	1234	7477	7548
7,41	1384	40 20	12470	1020	11450	1335	9892	11390
8,65	1379	36 40	15680	1760	13920	1326	11470	13838
10,04	1330	34 0	19030	2550	16480	1276	12810	16375
13,21	1160	28 50	24810	4340	20470	1117	14740	20347
16,70	996	24 10	28980	5540	23440	966	16130	23275
22,39	808	19 50	34930	7010	27920	791	17710	27720
29,00	657	16 40	40500	8680	31820	648	18790	31600

Die Abweichung der Werthe der Permeabilität (Fig. 8) sind viel kleiner als bei Ring W. E. III. Die grösste Differenz zwischen μ_1 für $N = 0$ und $N = 520$ ist ca. 4,5 Proc. Für $H = 21$ ist kaum noch ein Unterschied merklich. Ueberhaupt sind bei höheren magnetisirenden Kräften die Differenzen so klein, dass die Beobachtungsfehler dieselben mehrfach über treffen.

Der Hysteresisverlust (Fig. 9) ist wie bei Ring W. E. III für Wechselstrom stets grösser, als wie ihn die statischen Hysteresisschleifen ergeben. Die grösste Differenz tritt etwa für $B = 14000$ ein und ist = 16600 für $N = 0$ und 18800 für $N = 520$, also eine Zunahme um nur ca. 13 Proc. Die Differenzen von ΔE_H für die verschiedenen Schwingungszahlen sind bei voller Berücksichtigung der statischen Werthe von ΔE_0 wieder sehr gering. Die Differenzen zwischen dem wahren

und dem berechneten Werthe von ΔE_0 sind hier kleiner als bei Ring W. E. III, da die Foucaultströme sehr schwach sind und auch die Werthe der Induction nach der Grund-

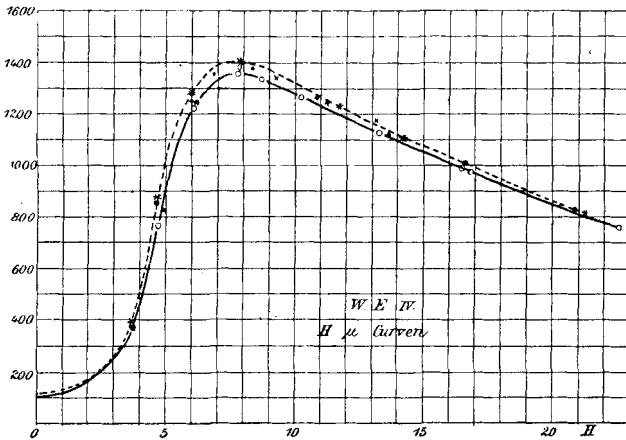


Fig. 8.

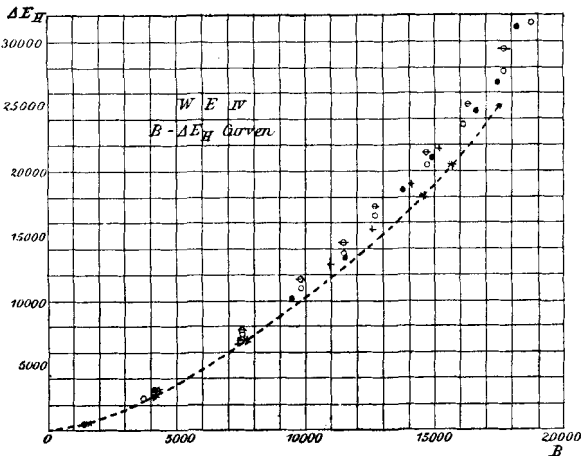


Fig. 9.

periode nur wenig voneinander abweichen. Nehmen wir an, dass ΔE_0 um $\frac{1}{4}$ zu gross ist, so wird dadurch der Werth von μ_1 auch bei der höchsten Schwingungszahl nur wenig beeinflusst (unter 1 Proc.). Jedoch steigt ΔE_H wieder merklich an, wie die durchstrichenen Kreise der Fig. 10 zeigen. Die

Werthe von ΔE_H für die verschiedenen Schwingungszahlen rücken dabei auseinander, sodass bei $N = 520$ die grössten Differenzen eintreten (bis zu 19 Proc.).

Die sonstigen Fehlerquellen sind sehr gering, besonders sind die Foucaultströme verschwindend. Ihr Einfluss auf den Energieverlust kann man bei dem Vergleich von ΔE_H und $\Delta E_H + \Delta E_F$ erkennen. Er betrug stets unter 1 Proc. Die Schwächung ist $= 1,5 \cdot 10^{-5}$, also vollkommen zu vernachlässigen.

Das Eisen dieses Ringes ist nicht so weich, wie das von W. E. III. Infolge dessen kann man nicht wissen, ob die Verringerung der Differenzen hier dem geringeren Querschnitt oder der grösseren Härte zuzuschreiben ist. Bei Ring W. E. V ist der Draht bedeutend dünner wie bei W. E. III.; die Hysteresisschleifen sind jedoch zufällig beinahe genau gleich.

Ring W. E. V (Fig. 10, 11).

$$2\varrho = 0,0161, \quad V = 0,0128, \quad 2R\pi = 2,95, \quad M = 21,0.$$

Tabelle 22. Hysteresisschleifen.

H	B	B	B	B	B	B	B
7,60	—	—	—	—	—	—	9809
5,86	—	—	—	—	—	8423	—
5,16	—	—	—	—	7640	8360	—
3,90	—	—	—	6017	7480	8006	9060
3,12	—	—	4602	—	—	—	—
2,23	—	2561	4394	—	6903	7534	8514
1,433	896	2332	4123	—	6591	7173	8243
0,76	687	2082	3853	—	6224	6905	7891
± 0	—	—	—	4443	—	—	—
— 0,76	— 187	979	2561	3662	4970	5419	6471
— 1,433	— 896	— 458	946	2093	3506	4133	5109
— 2,23	—	— 2561	— 2686	— 2668	— 1622	— 1046	+ 136
— 3,12	—	—	— 4602	—	—	—	—
— 3,90	—	—	—	— 6017	— 6121	— 6075	— 5789
— 5,16	—	—	—	—	— 7640	— 7696	—
— 5,86	—	—	—	—	—	— 8423	—
— 7,60	—	—	—	—	—	—	— 9809

Tabelle 23. Berechnung aus den Hysteresisschleifen.

H_1	μ_1	ψ_1	B_1	B_3	B_5	B_7	B_9	B_{11}	ΔE_0	ΔE_H
1,433	631,1	18° 0'	904	57	22	11	—	—	1,0	99,4
2,23	1244	31 0	2774	291	118	23	14	—	11,3	794
3,12	1691	27 50	5278	1007	392	244	75	18	165	1918
3,90	1797	25 20	7010	1315	551	305	172	113	319	2915
5,16	1738	22 0	8967	1906	817	504	382	320	850	4332
5,86	1690	21 30	9907	2146	970	588	445	362	1125	5319
7,60	1533	20 40	11650	2705	1332	912	690	580	2259	7804

Wechselstromcurven.

Tabelle 24. $N = 128$.

H_1	ψ'_1	μ'_1	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_H + \Delta E_F$	μ_1	B_1	ΔE_H
1,101	13° 50'	463	26	—	26	463	509	25
1,620	19 10	694	94	—	94	694	1125	92
2,043	26 50	984	463	1	462	984	2100	454
2,600	31 20	1327	1196	12	1184	1325	3525	1160
3,504	31 50	1697	2747	52	2695	1689	5918	2627
4,010	30 40	1742	3568	81	3487	1732	6937	3393

Tabelle 25. $N = 256$.

H_1	ψ'_1	μ'_1	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_H + \Delta E_F$	μ_1	B_1	ΔE_H
1,241	14° 10'	492	46	—	46	492	610	44
1,860	27 0	848	333	2	331	848	1577	321
2,431	34 50	1312	1110	12	1098	1305	3196	1058
3,535	35 0	1705	3056	105	2951	1687	5967	2811
4,260	31 50	1736	4150	193	3957	1712	7298	3748
4,812	30 50	1729	5127	285	4842	1703	8198	4578
5,854	28 10	1670	6757	520	6237	1643	9615	5873

Tabelle 26. $N = 520$.

H_1	ψ'_1	μ'_1	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_H + \Delta E_F$	μ_1	B_1	ΔE_H
1,740	26° 40'	763	259	2	257	761	1318	242
2,182	34 20	1069	718	8	710	1065	2308	668
2,706	39 20	1385	1607	59	1548	1367	3696	1440
3,284	40 0	1608	2790	155	2635	1571	5163	2424
4,646	35 50	1692	5345	450	4895	1645	7638	4432
5,800	32 20	1638	7367	940	6427	1582	9164	5761

Als grösste Differenz der Permeabilität (Fig. 10) erhalten wir ca. 10 Proc. von $H = 1,8$ bis $H = 3,3$. Nachher werden die

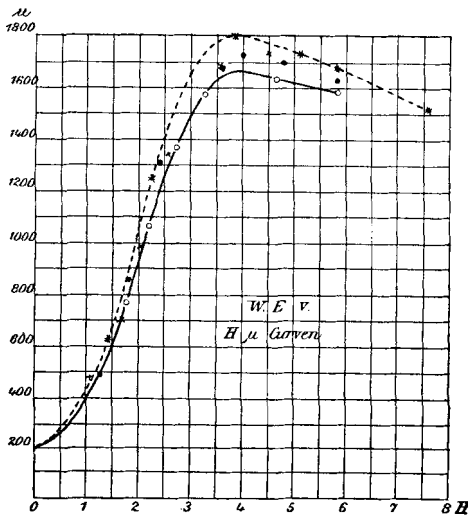


Fig. 10.

Differenzen kleiner. Bei diesem Ring, bei dem M verhältnissmässig klein ist, kann man auch deutlich erkennen, dass die Differenzen bei niedrigen Werthen von H auch relativ kleiner sind wie im Maximum der Permeabilität.

ΔE_H (Fig. 11) zeigt einen maximalen Anstieg gegenüber der statischen Curve bei $B_1 = 7500$ von ca. 35 Proc. für $N = 520$. Die verschiedenen Schwingungszahlen geben hier

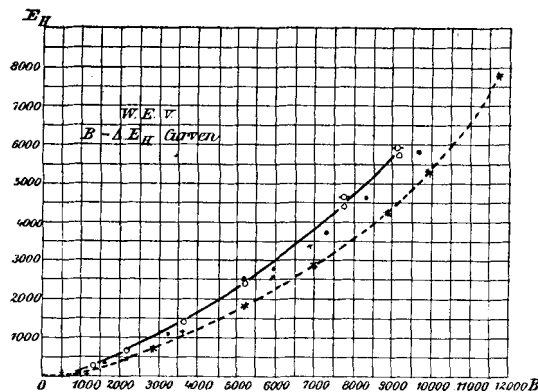


Fig. 11.

sehr deutlich mit der Höhe zunehmende Werthe von ΔE_H . Bei diesem Ring ist ΔE_0 klein und deshalb werden die Werthe von ΔE_H nur wenig beeinflusst, wie die durchstrichenen Kreise der Figur zeigen, die den Werth $\Delta E_H + \Delta E_0/4$ angeben. Auf μ_1 ist diese Veränderung von ΔE_0 natürlich wieder ohne merkliche Wirkung. Da auch die übrigen Fehlerquellen (magnetische Nachwirkung, Foucaultströme) klein sind, so dürften die Versuche an diesem Ring die beobachtete Erscheinung besonders rein zeigen. Der Vergleich mit den

verschiedenen Schwingungszahlen geben hier

auch die übrigen

Curven für Ring W. E. III ergibt, da die Hysteresisschleifen nur wenig voneinander verschieden sind, dass die Drahtdicke einen starken Einfluss auf die Erscheinung hat: die Differenzen in Permeabilität und Energieverlust sind weniger als halb so gross wie bei W. E. III.

Das *Eisen des Ringes W. E. VI* war sehr weich, die Permeabilität erreichte recht hohe Werthe, während die Drahtdicke nur wenig grösser ist, wie bei Ring W. E. III; wir können also hier den Einfluss der *Qualität* des *weichen Eisens* studiren.

Ring W. E. VI (Fig. 12—15.)

$$2\rho = 0,0303, \quad V = 0,0128, \quad 2R\pi = 3,12, \quad M = 21,1.$$

Tabelle 27. Hysteresisschleifen.

<i>H</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>
7,63	—	—	—	—	—	—	12500
5,18	—	—	—	—	—	10375	—
3,91	—	—	—	—	8594	—	11980
3,14	—	—	—	6955	—	—	—
2,65	—	—	5249	—	—	—	—
2,26	—	3555	—	6810	—	—	11470
1,985	—	—	5105	—	—	—	—
1,443	951	3389	4919	6520	—	—	11100
0,765	723	3121	4650	6263	—	—	—
± 0,000	—	—	—	—	7428	8958	—
− 0,765	− 207	2005	3577	5317	6846	8377	—
− 1,443	− 951	411	2128	4078	5754	7175	8232
− 1,928	—	—	− 2811	—	—	—	—
− 2,26	—	− 3555	—	− 4042	− 2914	− 1712	+ 364
− 2,65	—	—	− 5249	—	—	—	—
− 3,14	—	—	—	− 6955	− 7249	—	—
− 3,91	—	—	—	—	− 8594	− 8850	− 8854
− 5,18	—	—	—	—	—	− 10375	—
− 7,63	—	—	—	—	—	—	− 12500

Tabelle 28. Berechnung aus den Hysteresisschleifen.

H	μ_1	ψ_1	B_1	B_3	B_5	B_7	B_9	B_{11}	ΔE_0	ΔE_H
1,443	636	14° 20'	957	47	8	—	—	—	0,6	86
2,26	1803	34 50	4068	704	208	84	37	11	177	1343
2,65	2303	36 20	6094	1360	590	295	180	110	983	2389
3,14	2625	35 20	8250	1970	897	510	353	220	2490	3740
3,91	2647	31 10	10350	2540	1128	585	410	230	3720	5234
5,18	2427	25 0	12570	3240	1390	790	610	440	6630	6880
7,63	2006	18 50	15310	3810	1790	1096	760	630	10540	9427

Wechselstromcurven.

Tabelle 29. $N = 128$.

H_1	ψ_1'	μ_1'	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_H + \Delta E_F$	μ_1	B_1	ΔE_k
1,204	13° 0'	484	39,5	—	39,5	484	583	37,2
1,826	29 30	790	325	—	325	791	1443	311
2,495	45 50	1847	2056	85	1971	1805	4399	1834
3,116	49 20	2379	4379	388	3991	2273	7075	3653
3,692	46 20	2455	6048	594	5454	2350	8614	4953
4,098	44 0	2454	7157	759	6398	2349	9558	5776

Tabelle 30. $N = 256$.

H_1	ψ_1'	μ_1'	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_H + \Delta E_F$	μ_1	B_1	ΔE_H
1,390	17° 0'	535	75,5	0,3	75,2	535	743	67,7
1,800	24 40	787	263	1,0	262	788	1413	235
2,161	40 30	1199	909	7,0	902	1196	2588	811
2,844	50 30	1865	2910	300	2610	1793	5101	2280
3,646	52 40	2280	6023	923	5100	2091	7622	4368
4,475	49 40	2341	8932	1602	7330	2129	9540	6188
5,355	44 40	2280	11400	2300	9100	2087	11130	7533
6,546	39 10	2100	14210	3250	10960	1941	12710	8893

Tabelle 31. $N = 520$.

H_1	ψ_1'	μ_1'	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_H + \Delta E_F$	μ_1	B_1	ΔE_H
1,817	31° 50'	777	338	3	335	778	1413	282
2,293	46 10	1166	1107	15	1092	1168	2682	915
2,901	54 20	1617	2762	290	2472	1540	4465	1984
3,540	56 20	1899	4952	910	4042	1702	6032	3167
4,894	53 50	2014	9738	2368	7370	1760	8613	5605
6,677	46 30	1917	15460	4500	10960	1685	11250	7800
8,270	40 0	1747	19210	6610	12600	1572	12960	8365

Die ganze Erscheinung ist bei diesem Ring in sehr hohem Maasse ausgebildet.¹⁾ Um $H = 2,5$ herum beträgt die Permeabilität (Fig. 12) für $N = 520$ nur etwa 60 Proc. der statischen. Letztere erreicht einen Maximalwerth von ca. 2700, während

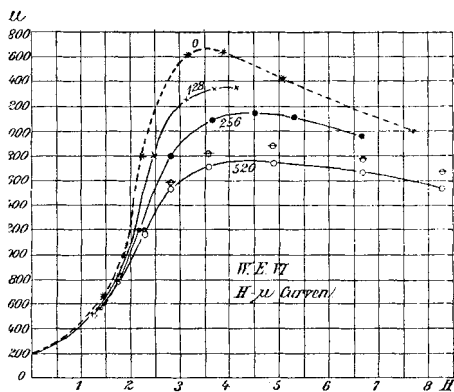


Fig. 12.

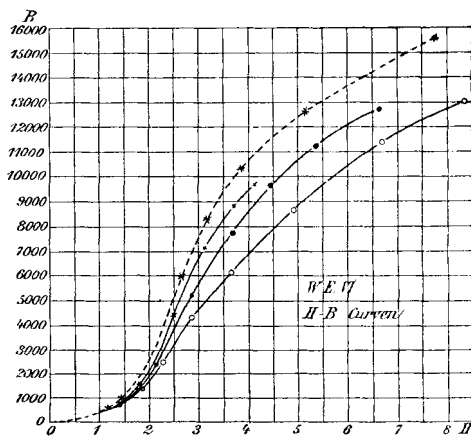


Fig. 13.

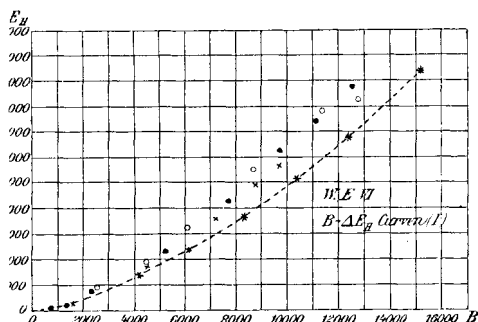


Fig. 14.

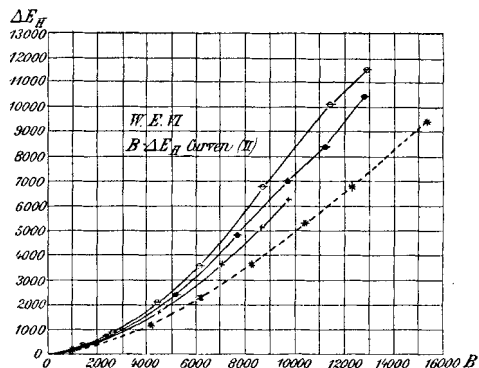


Fig. 15.

das Maximum für $N = 520$ nur 1775, also ca. 65 Proc. von 2700 ist. Bei Ring W. E. III ist die entsprechende Zahl 84 Proc.

1) Beim Vergleich der Curven Figg. 12 und 13 mit denen für andere Ringe ist darauf zu achten, dass die Ordinaten hier im halben Maassstabe eingezeichnet sind, weil die Curven sonst zu steil geworden wären.

Fig. 13 zeigt deutlich, wie die Inductionscurven mit wachsender Schwingungszahl immer flacher werden. Für noch grössere Frequenzen wird sich die Form der Inductionscurve immer mehr der einer geraden Linie nähern müssen, deren Neigungswinkel zur Abscissenaxe immer kleiner und kleiner wird, bis schliesslich für ganz hohe Schwingungen die Tangente dieses Neigungswinkels — die Permeabilität — auch für hohe magnetisirende Kräfte stets ihren niedrigen Anfangswerth beibehält, wie Klemenčič¹⁾ es für Hertz'sche Schwingungen experimentell nachgewiesen hat.

Die Schwächung durch Foucaultströme ist bei diesem Ring etwas grösser und erreicht für das Maximum der Permeabilität bei $N = 520$ den Werth von 2,7 Proc. Diese Correction ist bei der Berechnung von μ_1 eingeführt.

Im Vergleich mit den grossen Differenzen bei der Permeabilität erscheint die Vergrösserung der Werthe des Energieverlustes bei Wechselstrom gegenüber den statischen Werthen gering (Fig. 14). Ausserdem liegen die Punkte für die verschiedenen Schwingungszahlen viel mehr durcheinander, als bei den anderen Ringen und als nach der Sicherheit der Messung zu erwarten ist. Es liegt dies wieder daran, dass die zur Berechnung von ΔE_H benutzten statischen Werthe von ΔE_0 zu gross sind, und zwar bei diesem Ring ganz besonders, weil die ganz hohen Componenten der Induction (B_9, B_{11} , vgl. Tab. 28) hier sehr stark ausgebildet sind. Ich habe daher in Fig. 15 die Werthe von $\Delta E_H + \Delta E_0 / 2$ eingetragen, indem wieder die willkürliche Annahme gemacht wurde, dass ΔE_0 bei hohen Schwingungen nur halb so gross ist, wie bei statischer Magnetisirung. Jedenfalls dürfte der Gang des Energieverlustes durch Hysterese dadurch richtiger dargestellt sein wie in Fig. 14.

Auf die Permeabilität hat bei diesem Ring die Aenderung von ΔE_0 eine etwas grössere Wirkung wie bei den anderen Ringen, wenn auch die ganze Erscheinung in keiner Weise dadurch beeinflusst wird. In Fig. 12 ist diese Aenderung der Permeabilität für $N = 520$ durch durchstrichene Kreise ein-

1) Klemenčič, l. c.

gezeichnet. Für die anderen Curven ist sie proportional der Schwingungszahl kleiner.

Es wurden noch eine Reihe weiterer Versuche an *in sich geschlossenen, dickeren Ringen* ($2\rho = 0,04 - 0,07$ cm) angestellt, die aus einem grösseren Stück Eisen herausgedreht, also „massiv“ waren. Etwaige Bedenken wegen parasitärer Foucaultströme oder wegen der Ungleichmässigkeit der Form, fallen bei ihnen natürlich weg. Da jedoch die Ergebnisse im grossen Ganzen dieselben waren, wie bei Ring W. E. VI und die Foucaultströme wegen des grösseren Durchmessers immer mehr die Resultate beeinflussen dürften, sollen der Kürze halber nicht die einzelnen Zahlen, sondern nur die allgemeinen Resultate angeführt werden. Es zeigte sich, dass vor allem die *Weichheit* des Eisens von grossem Einfluss auf die Erscheinung ist. Dieselbe ist bei sehr weichem Eisen viel hervortretender wie bei etwas härterem, was ja auch schon aus dem Vergleich der Ringe W. E. III und W. E. VI zu ersehen ist. Für einen massiven Ring von $2\rho = 0,046$ erhielt ich zunächst für $N = 0$, 128, 256 als Maximalwerthe der Permeabilität 2850, 2200, 1700. Dann, nachdem das Eisen etwas härter gemacht war, 1780, 1600, 1460. Es ergab sich also bei dem ganz weichen Eisen für $N = 128$ eine Abnahme um 23 Proc., für $N = 256$ um über 40 Proc. Nachdem die statische Permeabilität um nur 37 Proc. abgenommen hatte, waren die Differenzen für die beiden Schwingungszahlen nur noch 10 Proc. und 18 Proc.

Mit zunehmender Dicke des Eisendrahtes wird die Abnahme der Permeabilität immer grösser. Bei 100 Schwingungen in der Secunde und 1 mm Draht oder 0,5 mm Blech — die grössten Werthe, die in der Transformatorentechnik üblich sind — dürfte sie schon recht erheblich sein, und unter Umständen nur etwa die Hälfte der bei statischer Magnetisirung sich ergebenden Induction erreicht werden.

Bei *hartem Eisen* sind die Differenzen kleiner und ebenfalls, wenn auch nicht in demselben Maasse, von der Drahtdicke abhängig. Des Draht des Ringes W. E. I hatte denselben Durchmesser wie der von W. E. VI. Man sieht hier deutlich, wieviel geringer die Erscheinung bei hartem Eisen ist.

Ring H. E. I. (Fig. 16, 17.)

$$2 \rho = 0,0306, \quad V = 0,00860, \quad 2 R \pi = 1,88, \quad M = 69,1.$$

Tabelle 32. Hysteresisschleifen.

H	B	B	B	B	B	B	B
25,43	—	—	—	—	—	—	12470
19,41	—	—	—	—	—	11010	—
14,82	—	—	—	—	8966	—	—
11,44	—	—	—	6257	8832	10380	11320
9,23	—	—	3846	—	—	—	—
7,79	—	2345	3694	5902	8476	—	—
5,83	995	2193	3492	5636	8166	—	—
3,85	810	1990	3270	5327	7900	—	—
0	—	—	—	—	—	8653	9453
— 3,85	— 455	+ 422	1586	3506	6036	7500	8212
— 5,83	— 995	— 624	— 540	+ 2530	4970	6613	7278
— 7,79	—	— 2345	— 2649	— 1332	+ 1374	+ 3506	4616
— 9,23	—	—	— 3846	—	—	—	—
— 11,44	—	—	—	— 6257	— 6613	— 5948	— 5281
— 14,82	—	—	—	—	— 8966	— 9187	— 9232
— 19,41	—	—	—	—	—	— 11010	— 11090
— 25,43	—	—	—	—	—	—	— 12470

Tabelle 33. Berechnung aus den Hysteresisschleifen.

H	μ_1	ψ_1	B_1	B_3	B_5	B_7	B_9	B_{11}	ΔE_0	ΔE_{II}
5,83	168,4	16° 30'	982	52	16	7	—	—	1,2	405
7,79	314,4	32 20	2448	326	93	17	—	—	44	2546
9,23	454,2	32 40	4193	737	232	93	72	56	280	5220
11,44	613,4	34 50	7019	1367	571	290	216	153	1334	11480
14,82	708,5	31 30	10500	2325	1020	545	350	240	4010	20330
19,41	671,7	25 10	13040	2998	1392	810	520	365	7568	26800
25,43	583,7	20 30	14840	3610	1767	1160	890	765	14870	32970

Wechselstromcurven.

Tabelle 34. $N = 128$.

H	μ_1'	ψ_1'	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_H + \Delta E_F$	μ_1	B_1	ΔE_H
5,90	171,8	16° 50'	441	1	440	171,8	1013	437
7,72	291,2	30 30	2228	8	2220	290,9	2236	2203
10,24	507,5	36 50	8040	135	7905	504,6	5142	7813
12,89	665,3	37 0	16700	615	16085	656,0	8412	15840

Tabelle 35. $N = 256$.

H	μ_1'	ψ_1'	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_H + \Delta E_F$	μ_1	B_1	ΔE_H
4,15	131,1	10° 20'	83	—	83	131,1	544	81
5,45	156,0	14 0	287	—	287	156,0	850	282
7,20	251,6	26 0	1451	8	1443	251,5	1810	1421
9,50	466,4	37 20	6420	165	6255	462,5	4392	6122
12,03	639,7	38 0	14360	835	13525	625,1	7520	13136
15,62	705,2	35 10	24850	2640	22610	684,6	10690	21880
18,18	689,0	32 10	30520	3185	27335	669,3	12170	26323
21,55	642,8	28 20	35710	4430	31280	626,0	13490	30028

Tabelle 36. $N = 520$.

H	μ_1'	ψ_1'	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_H + \Delta E_F$	μ_1	B_1	ΔE_H
6,15	171,8	15° 20'	439	2	437	171,6	994	423
8,32	345,2	34 30	3418	78	3340	343,5	2791	3232
10,34	530,9	41 50	9544	595	8949	515,6	5331	8553
13,04	669,8	41 30	18920	2280	16640	635,0	8280	15688
16,41	694,7	37 30	28580	5490	23090	656,7	10770	21482
24,14	594,8	28 10	41190	9300	31890	568,3	13725	29275

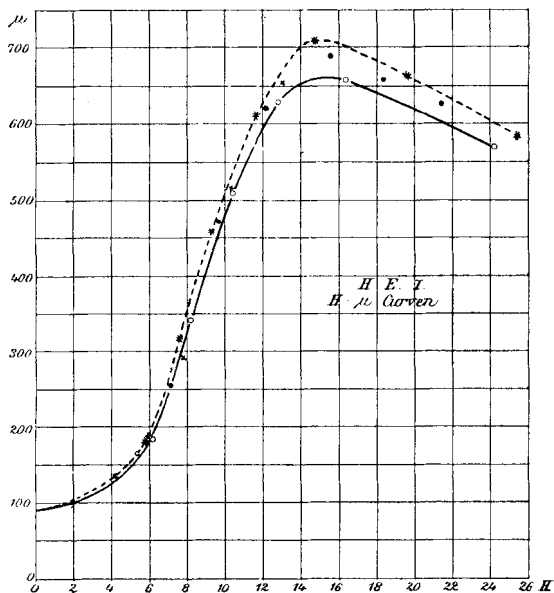


Fig. 16.

Die grösste Differenz in der Permeabilität (Fig. 16) beträgt ca. 55 und ist etwa gleich 8 Proc. Die Werthe von ΔE_H (Fig. 17) liegen sehr viel näher zusammen wie bei weichem

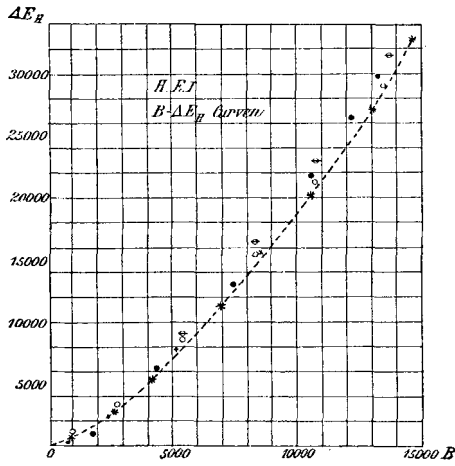


Fig. 17.

Eisen. Die Punkte für $N = 520$ sind auffallend niedrig, besonders bei höheren Inductionen. Berücksichtigen wir wieder, dass ΔE_0 zu hoch in die

Rechnung eingeführt ist und addiren $\Delta E_0/4$ überall hinzu, so finden wir, dass wie bei weichem Eisen die Differenz mit der Schwingungszahl steigt; auch jetzt noch ist die procentuale Erhöhung des

Energieverlustes gegenüber dem weichen Eisen, z. B. bei dem Ring W. E. V, sehr gering; jedoch ist die absolute Differenz ungefähr die gleiche.

Ring H. E. II. (Figg. 18, 19).

$2 \varrho = 0,0055, \quad V = 0,00963, \quad 2 R \pi = 1,70, \quad M = 74,1.$

Tabelle 37. Hysteresisschleifen.

H	B	B	B	B	B	B	B	B
27,67	—	—	—	—	—	—	—	14570
21,16	—	—	—	—	—	—	12680	—
18,27	—	—	—	—	—	9822	—	—
16,16	—	—	—	—	6254	—	—	14070
14,44	—	—	—	3636	—	—	—	—
12,44	—	—	1659	3505	6047	—	—	—
10,06	—	923	—	—	—	—	—	—
8,48	678	837	1400	3231	5787	—	—	—
6,35	548	692	1241	3057	5602	—	—	—
4,20	418	435	1082	2885	5396	—	—	—
± 0	—	—	—	—	—	8580	11240	12900

Tabelle 37 (Fortsetzung). Hysteresisschleifen.

H	B	B	B	B	B	B	B	B
- 4,20	-274	-159	231	1919	4403	7942	10580	12260
- 6,35	-462	-418	- 72	1558	3987	7526	10150	11740
- 8,48	-678	-707	- 462	1067	3414	6888	9498	11090
-10,06	—	-923	—	—	—	—	—	—
-12,44	—	—	-1659	-1572	+ 156	3628	6523	8264
-14,44	—	—	—	-3636	—	—	—	—
-16,16	—	—	—	—	-6254	-7071	- 5148	- 3843
-18,27	—	—	—	—	—	-9822	-10500	-10290
-21,16	—	—	—	—	—	—	-12680	-12760
-27,67	—	—	—	—	—	—	—	-14570

Tabelle 38. Berechnung aus Hysteresisschleifen.

H	μ_1	ψ_1	B_1	B_3	B_5	B_7	B_9	B_{11}	ΔE_0	ΔE_H
8,48	77,7	6° 50'	659	—	—	—	—	—	—	167
10,06	87,9	10 10	884,3	—	—	—	—	—	—	393
12,44	136,1	28 10	1696	140	—	—	—	—	3,3	2490
14,44	256,8	41 0	3709	826	235	—	—	—	140	8780
16,16	424,1	44 30	6853	1440	489	90	—	—	656	19420
18,27	637,2	45 50	11640	2520	1166	533	180	60	2025	38640
21,16	716,2	42 0	15160	3803	1763	953	490	270	5170	53630
27,67	638,7	32 10	17670	4830	2470	1530	890	910	11430	65100

Wechselstromcurven.

Tabelle 39. $N = 128$.

H	μ_1'	ψ_1'	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_H + \Delta E_F$	μ_1	B_1	ΔE_H
7,67	72,4	7° 20'	142	—	142	72,4	555	142
11,89	98,8	11 50	676	—	676	98,8	1174	676

Tabelle 40. $N = 256$.

H	μ_1'	ψ_1'	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_H + \Delta E_F$	μ_1	B_1	ΔE_H
9,52	81,7	9° 20'	271	—	271	81,7	778	271
12,93	136,8	26 10	2577	2	2575	136,8	1769	2575
14,14	201,6	31 0	6628	23	6605	201,6	2851	6602
15,99	425,7	46 10	19760	300	19460	421,8	6740	19440
19,87	713,3	46 0	50800	1900	48900	701,0	13920	48830
22,60	718,5	41 50	61400	3150	58250	701,7	15850	58160

Tabelle 41. $N = 520$.

H	ψ_1	μ_1'	ΔE_g	ΔE_0	$\Delta E_H + \Delta E_F$	μ_1	B_1	ΔE_H
11,92	17° 0'	108,0	1151	1	1150	108,0	1286	1149
14,83	41 20	266,2	9768	190	9578	264,3	3917	9567
17,30	48 20	521,3	29310	880	28230	513,0	8871	28180
21,78	45 20	719,8	61360	4960	56400	697,3	15220	56240
25,56	39 40	675,0	70700	7200	63500	647,8	16560	63310
29,52	34 40	614,3	76480	9700	66780	591,6	17460	66560

Die Erscheinung ist bei diesem Ring aus sehr dünnem und sehr hartem Eisendraht nur *wenig ausgebildet*. Alle Wechselstromwerthe für die Permeabilität (Fig. 18) fallen innerhalb der Fehlergrenzen mit der gestrichelten Curve für statische

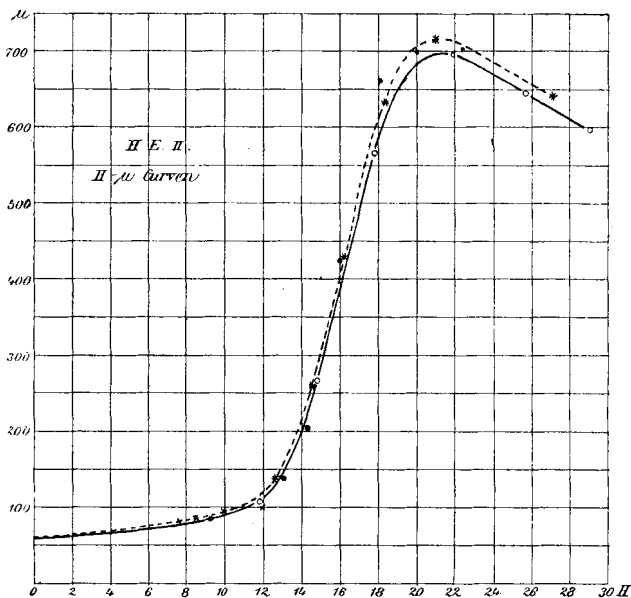


Fig. 18.

Permeabilität zusammen, nur für $N = 520$ findet in der Nähe des Maximums der Permeabilität ein deutliches Niedrigerwerden der Curve statt, jedoch ist die Differenz auch hier nur ca. 2,5 Proc. Die Erhöhung von ΔE_H (Fig. 19) übersteigt ebenfalls kaum die Beobachtungsfehler und ist im Maximum etwa gleich 5 Proc. ΔE_0 dürfte nur wenig kleiner sein, wie der berechnete Werth, da die Foucaultströme ausserordent-

lich schwach sind und die Differenzen in den Inductionen B_1 der verschiedenen Schwingungszahlen so gering sind. Dementsprechend sehen wir auch die Differenzen von ΔE_H mit der Schwingungszahl wachsen. Die absolute Zunahme des

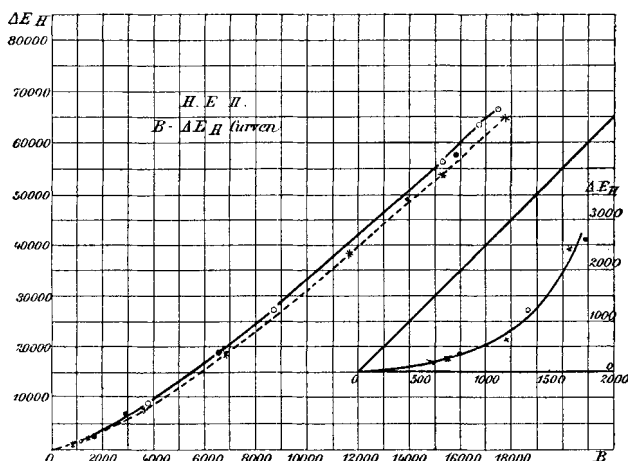


Fig. 19 u. 19a.

Energieverlustes beträgt etwa 2000, ist also etwas kleiner als die absolute Zunahme bei Ring W. E. IV, bei dem ja auch die Abnahme der Permeabilität etwa doppelt so gross ist.

Wir haben gesehen, dass die Differenzen für schwache magnetisierende Kräfte wieder abnehmen. Es fragt sich, bei welchem H die Erscheinung überhaupt merklich zu werden beginnt. Zur Untersuchung dieser Frage diene der grosse Ring W. E. VII.

Ring W. E. VII. (Figg. 20, 21, 21a.)

$$2 \varrho = 0,0303, \quad V = 4,05, \quad 2 R \pi = 35,8, \quad M = 2,79.$$

Tabelle 42. Hysteresisschleifen.

H	B	B	B	B	B
0,685	—	—	—	—	316
0,516	—	—	—	218	266
0,418	—	—	160,5	—	—
0,298	—	106,0	127,7	147	178
0,191	60,5	75,5	91,9	109	135
0,101	36,6	45,2	59,2	75,5	98,4

Tabelle 42 (Fortsetzung). Hysteresisschleifen.

H	B	B	B	B	B
-0,101	-27,7	-30,4	-28,8	-17,9	4,5
-0,191	-60,5	-61,5	-61,9	-56,1	-38,2
-0,298	—	-106,0	-108,3	-107,0	-85,2
-0,418	—	—	-160,5	—	—
-0,516	—	—	—	-218	-214
-0,685	—	—	—	—	-316

Tabelle 43. Berechnung aus Hysteresisschleifen.

H_1	μ_1	ψ_1	B_1	B_3	ΔE_0	ΔE_H
0,191	320	2° 50'	61	—	—	0,14
0,298	358	4 0	107	—	—	0,56
0,418	392	5 30	163	—	—	1,63
0,516	425	6 50	220	4,1	0,0056	3,38
0,685	472	8 50	323	7,5	0,0197	8,49

Wechselstromcurven.

Tabelle 44. $N = 128$.

H_1	μ_1	ψ_1	B_1	$\Delta E_F + \Delta E_H$	ΔE_H
0,087	215	0° 50'	18,7	0,0059	0,0030
0,128	232	1 40	29,8	0,027	0,020
0,167	255	2 30	42,5	0,077	0,062
0,226	283	3 10	64,1	0,200	0,167
0,288	312	4 0	89,9	0,453	0,401
0,365	341	4 40	124,2	0,921	0,796
0,475	381	6 30	180,5	2,42	2,16
0,548	402	7 30	220,3	3,96	3,54

Tabelle 45. $N = 256$.

H_1	μ_1	ψ_1	B_1	$\Delta E_F + \Delta E_H$	ΔE_H
0,126	229	2° 20'	28,9	0,037	0,023
0,195	263	3 40	51,4	0,160	0,120
0,260	296	4 30	77,0	0,393	0,296
0,349	337	5 50	117,8	1,045	0,819
0,423	363	6 40	153,3	1,880	1,498
0,525	396	7 50	208,1	3,725	3,021
0,642	434	9 20	278,8	7,26	6,00
0,846	497	11 20	419,6	17,30	14,46

Tabelle 46. $N = 520$.

H_1	μ_1	ψ_1	B_1	$\Delta E_H + \Delta E_F$	ΔE_H
0,189	263	3° 50'	49,7	0,163	0,076
0,281	303	5 40	85,2	0,59	0,35
0,345	332	6 30	114,6	1,09	0,65
0,445	367	7 40	163,7	2,43	1,53
0,581	409	10 0	237,7	5,99	4,12
0,741	457	12 0	334,3	12,6	8,98
0,934	518	14 50	484,3	28,8	21,2
1,078	564	16 40	608,5	47,0	34,7

Bei der Beobachtung mit dem ballistischen Galvanometer machte sich bei diesem Ring in hohem Maasse die *magnetische Nachwirkung* merklich (vgl. p. 887). Die statischen Werthe sind zwar eingetragen, dürfen jedoch nicht direct mit den Wechsel-

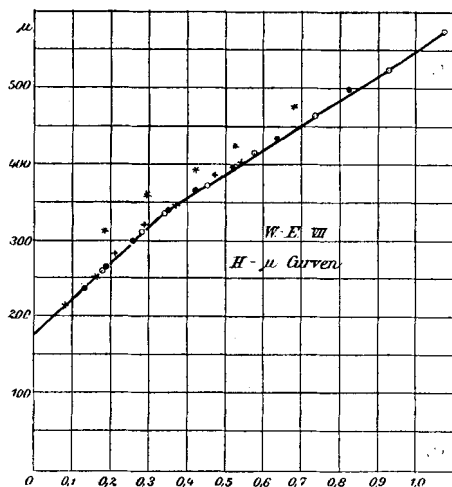


Fig. 20.

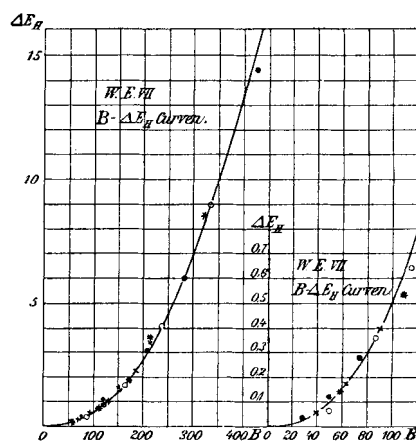


Fig. 21 u. 21a.

stromwerthen verglichen werden. Die Berechnung geschah eigentlich nur zu dem Zwecke, die Grössenordnung der höheren Componenten der Magnetisirung (B_3 , B_5 etc.) kennen zu lernen. Ihre relative Stärke ist so gering, dass ΔE_0 durchaus vernachlässigt werden kann.

Die Resultate der Wechselstrommessung stimmen bis zu ca. $H = 0,5$ für die verschiedenen Schwingungszahlen 128, 256

und 520 sowohl bei der Permeabilität (Fig. 20) wie beim Hystereseverlust (Fig. 21 u. 21a) genau überein. Bei höheren magnetisirenden Kräften scheinen die Werthe für $N = 520$ bei der Permeabilität etwas kleiner, bei ΔE_H etwas grösser zu sein, als für $N = 256$.¹⁾ Jedoch übersteigen auch hier die Differenzen kaum die Grenzen der Beobachtungsfehler. In dieser genauen Uebereinstimmung der mit verschiedenen Schwingungszahlen gefundenen Zahlen scheint mir der beste Beweis für die Exactheit der Messmethode und den geringen Einfluss der verschiedenen Fehlerquellen zu liegen, wobei jedoch zu bemerken ist, dass ΔE_0 bei diesem Ring nicht in Betracht kommt.

Die Curve der Permeabilität (Fig. 20) besteht aus zwei linearen Stücken und zeigt bei $H = 0,37$ einen Knick, wie Holborn²⁾ ihn in neuerer Zeit bei der Magnetisirung durch schwache Kräfte mehrfach beobachtet hat. Die beiden linearen Stücke können etwa durch die Gleichungen $\mu = 175 + 480 H$ und $\mu = 225 + 320 H$ dargestellt werden. Rayleigh³⁾ hat den interessanten Versuch gemacht, die Magnetisirung durch Wechselstrom, solange H klein und μ linear $= a + b H$ ist, theoretisch zu berechnen. Er findet dabei

$$B = (a + b H) H \cos nt + b H^2 \left\{ \frac{4}{3\pi} \sin nt - \frac{4}{15\pi} \sin 3nt - \frac{4}{105\pi} \sin 5nt \dots \right\}$$

Es würde sich das Ganze hiernach durch sehr einfache Formeln darstellen lassen, z. B. der Energieverlust durch Hysteresis $\Delta E_H = b H^3 / 3\pi$. Die Zahlenwerthe stimmen in unserem Falle nicht. Es liegt dies daran, dass Rayleigh bei Ableitung des Ausdruckes eine specielle Annahme über die Form der Hysteresisschleifen gemacht hat, die im allgemeinen nicht zutrifft, dass nämlich für $H = 0$ B gerade die Werthe $+b H_m^2/2$ und $-b H_m^2/2$ hat, worin H_m den Maximalwerth von H ergibt. Die gegebene Theorie hatte wohl nur den Zweck, die allgemeine Wirkung der Hysteresis auf den Wechselstrom:

1) Bei $N = 128$ war die maximale Stromstärke der Wechselstromsirene geringer; deshalb reichen hier und bei einigen anderen Ringen die Curven nicht so weit, wie bei $N = 256$ und $N = 520$.

2) L. Holborn, Wied. Ann. **61**. p. 281. 1897.

3) Rayleigh, l. c.

die Vergrößerung des wirksamen Widerstandes, die Phasenverschiebung und das Auftreten ungerader Inductionen höherer Periode darzustellen.

Aus sämtlichen Versuchsreihen ergeben sich folgende Resultate für die Magnetisirung durch Wechselstrom: Die Permeabilität ist stets niedriger wie bei constanter Magnetisirung und der Unterschied wächst mit der Schwingungszahl. Die Differenzen sind am grössten in der Nähe des Maximums der Permeabilität. Je mehr man sich der Sättigung nähert, um so kleiner werden sie und für kleinere magnetisirende Kräfte nehmen sie ebenfalls ab, sodass sie für ganz schwache H verschwindend sind.

Die Erscheinung ist um so stärker ausgebildet, je weicher das Eisen und je dicker der Draht ist. Die folgende Tabelle, in welcher die Maxima ihrem absoluten Werth nach und ihre Abnahme gegenüber dem ballistischen Maximum in Procenten des letzteren gegeben sind, wird ein übersichtliches Bild davon geben.

Tabelle 47.

N	W. E. IV		W. E. V		W. E. III		W. E. VI		H. E. I		H. E. II	
	$2\varrho=0,0055$		$2\varrho=0,0161$		$2\varrho=0,0265$		$2\varrho=0,0303$		$2\varrho=0,0306$		$2\varrho=0,0055$	
	μ_m	Proc.	μ_m	Proc.	μ_m	Proc.	μ_m	Proc.	μ_m	Proc.	μ_m	Proc.
0	1402	—	1800	—	1830	—	2700	—	707	—	716	—
128	1390	0,9	1740	3,3	1712	6,4	2360	12,6	—	—	—	—
256	1380	1,5	1715	4,9	1640	10,4	2130	21,1	682	3,5	710	0,9
520	1340	4,3	1670	7,3	1530	16,7	1775	34,3	657	7,1	698	2,5

Der Energieverlust durch Hysterese ist für gleiche Induction bei Wechselstrom stets höher, als er sich aus den ballistischen Hysteresisschleifen ergibt, und die Differenz wächst mit der Schwingungszahl. Ihr Maximum erreicht die Erhöhung des Hystereseverlustes erst nach dem Maximum der Permeabilität, wo derselbe bei meinen Versuchen für $N=520$ bis zu ca. 170 Proc. des statischen Werthes ansteigen kann. Die Differenzen von ΔE_H sind bei weichem Eisen bei den Ringen klein, bei welchen auch die Differenzen der Permeabilität klein sind. Sie sind verschwindend bei Ring W. E. VII und für Feldstärken bis ca. 15 bei Ring H. E. II., wo auch die Permeabilität für alle Schwingungszahlen merklich denselben Werth hat. Für hartes

Eisen, wo der Energieverlust an sich sehr gross ist, ist die procentuale Erhöhung viel geringer wie bei weichem Eisen. Absolut ist sie ungefähr von derselben Grössenordnung.

Es ist bisher ΔE_H stets als *Function der Induction B* betrachtet. Es fragt sich, wie der Energieverlust durch Hysterese für gleiche magnetisirende Kraft H sich ändert. Offenbar machen sich hier zwei entgegengesetzte Einflüsse geltend. Auf der einen Seite wächst der Energieverlust mit der Schwingungszahl für gleiches B ; auf der anderen Seite sinkt die Induction

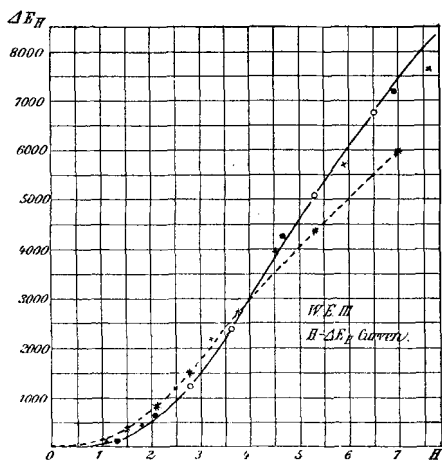


Fig. 22.

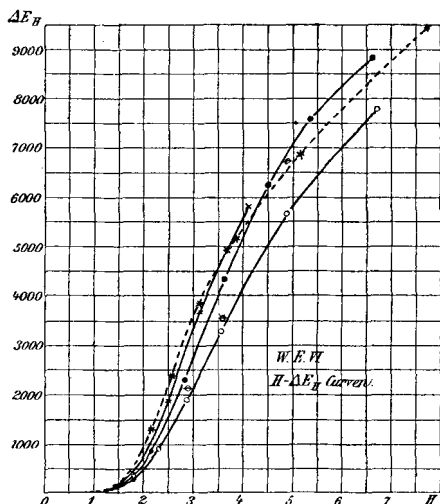


Fig. 23.

für gleiches H mit der Schwingungszahl und mit B auch ΔE_H . Je nachdem der eine oder der andere Einfluss überwiegt, ist ΔE_H für gleiches H bei Wechselstrom grösser oder kleiner, wie bei constanter Magnetisirung. In Figg. 22 und 23 sind für Ring W.E. III und W.E. VI die Werthe von ΔE_H als Function von H dargestellt. Die Curven, welche auf den ersten Blick ziemlich unregelmässig durcheinander zu laufen scheinen, entwirren sich sofort, wenn man sie unter folgendem Gesichtspunkt betrachtet: Jede der Curven für Wechselstrom verläuft zuerst unter der Curve für constante Magnetisirung, schneidet dieselbe dann, um später über derselben weiter zu gehen. Die Differenz mit den statischen Werthen — sowohl

die negative bei den ersten niedrigen Werthen von ΔE_H , als auch die positive bei den grossen Werthen in der Nähe der Sättigung — ist um so grösser und das Schneiden der Curve für statische Magnetisirung erfolgt um so später, je höher die Schwingungszahl und ferner je dicker und weicher der Eisendraht ist. Demnach müssen sich sämtliche Curven untereinander schneiden. Sehr deutlich, aber nicht vollständig ausgebildet ist der Verlauf bei dem Ringe W. E. VI (Fig. 23), es schneiden nur die Curven für $N=128$ und $N=256$ die Curve für constante Magnetisirung, während die Werthe von ΔE_H für $N=520$ noch sämtlich kleiner sind.¹⁾ Die Differenzen sind zum Theil recht gross; sie erreicht bei $H=2,5$, ΔE_H für $N=520$ nur ca. 60 Proc. des statischen Werthes.

Bei dem Ring W. E. III würden sämtliche sechs Schnittpunkte in der Fig. 22 vorhanden sein. Um die Figur nicht zu überladen, sind jedoch nur die Curven für $N=0$ und $N=520$ gezeichnet. Auch bei den anderen Ringen aus dünnerem und härterem Eisendraht lässt sich der gleiche Gang verfolgen, nur sind die Differenzen viel kleiner, sodass die Beobachtungsfehler schon stark mitsprechen.

Nachdem so die Versuchsergebnisse dargestellt sind, sollen die *Gründe*, aus denen man sie herleiten könnte, nochmals kurz zusammenfassend besprochen werden.

Zufällige Versuchsfehler können nicht der Grund gewesen sein, weil die Versuchsreihen bei ihrer Wiederholung die gleichen Werthe ergaben.

Methodische Fehler der Messung oder Rechnung sind ebenfalls ausgeschlossen, weil die verschiedenen Ringe bei genau derselben Versuchsanordnung und denselben Formeln durchaus verschiedene Abweichungen zeigten. Z. B. ergab W. E. VII bei allen Schwingungszahlen dieselben Werthe für Induction und Energieverlust, bei W. E. VI waren sie ganz verschieden. Dem-

1) In den Figuren sind überall diejenigen Werthe von ΔE_H eingezeichnet, welche die Rechnung bei voller Berücksichtigung des statischen ΔE_0 ergibt. Da für niedrige H die Werthe von ΔE_0 auch relativ sehr klein sind, so ändert eine Verkleinerung von ΔE_0 an dem ganzen Verlauf weiter nichts, als dass sich sämtliche Curven etwas früher schneiden. In Fig. 23 sind die Werthe von $\Delta E_H + \Delta E_0/2$ für $N=520$ als durchstrichene Kreise eingezeichnet.

nach kann der Grund nicht in der Messung oder Berechnung, sondern nur in der Beschaffenheit der Ringe selbst gesucht werden.

Auf eine *schlechte Isolation* der Wickelung können die Differenzen nicht zurückgeführt werden, denn es wurden mehrfach je zwei gleiche Ringe gleichzeitig hergestellt. Dieselben ergaben stets die gleichen Abweichungen für die verschiedenen Schwingungszahlen, was bei zufälligen Nebenschlüssen nicht denkbar wäre. Ausserdem hätte ein Nebenschluss stets eine Verringerung des Energieverlustes bei gleicher Stromstärke bewirken müssen; die Versuche ergaben im Gegentheil eine Erhöhung des Energieverlustes gegenüber den Werthen bei constantem Strom.

Von den *Oberströmen* ist oben durch besondere Versuche nachgewiesen, dass ihre Wirkung nur klein sein kann. Die Ursache der beobachteten Abweichungen sind sie nicht, denn die Oberströme der Wechselstromsirene müssen um so schwächer werden, je höher die Schwingungszahl des Grundstromes ist; bei den Versuchen wachsen umgekehrt die Abweichungen mit der Schwingungszahl.

Eine Fehlerquelle, welche einen merklichen Einfluss auf die Resultate ausübt, ist die *Unsicherheit, die mit der Berechnung des Energieverlustes durch Inductionen höherer Periode (ΔE_0) verknüpft ist*. Wie jedoch bei Besprechung der einzelnen Versuche auseinander gesetzt wurde, ist die Wirkung einer eventuellen Verminderung von ΔE_0 auf die Permeabilität sehr gering, und auch der Gang des Energieverlustes durch Hysterese wird nicht qualitativ, sondern nur quantitativ insofern geändert, als die Differenzen von ΔE_H besonders für die höheren Schwingungszahlen grösser werden.

Immer wieder drängt sich der Gedanke auf, dass *Foucaultströme* die beobachteten Aenderungen von Induction und Energieverlust bewirken, besonders da die Erscheinung auch mit der Drahtdicke zunimmt. Die Foucaultströme können einen anderen Einfluss haben, als bei der obigen Berechnung angenommen ist, wenn *parasitäre* Foucaultströme auftreten. Gegen diese Erklärung spricht ausser den obigen diesbezüglichen Versuchen der Umstand, dass auch bei den isolirten (W. E. VI und H. E. I) und den massiven Ringen die Erscheinung ebenfalls und zwar in sehr hohem Maasse auftritt.

Die Oberbeck'sche Theorie ist für constantes μ aufgestellt und experimentell verificirt. Wir haben oben (p. 893) besprochen, dass bei variabler Permeabilität und infolge der gleichzeitig auftretenden Hysterese die Schwächung durch die Foucaultströme grösser sein kann, als die Berechnung nach den Oberbeck'schen Formeln sie ergibt. Wegen der complicirten Form der Hysteresisschleifen ist es leider nicht möglich, eine Theorie der Foucaultströme mit Berücksichtigung der Hysterese aufzustellen. Ich hoffe jedoch im Folgenden auf andere Weise ganz allgemein den Beweis bringen zu können, dass die beobachteten Differenzen nicht durch Foucaultströme bedingt sein können.

Es soll zunächst an einem Beispiel nachgewiesen werden, dass die Zunahme der Schwächung durch die Wirkung der Hysterese nicht so gross sein kann, dass sie die beobachteten Differenzen der Permeabilität bedingen könnte. In Fig. 24 ist für den Ring W. E. III und $H=2,804$ die einer sinusförmigen magnetisirenden

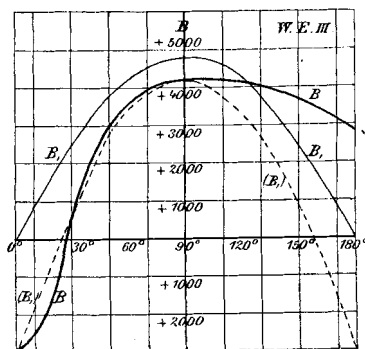


Fig. 24.

Kraft entsprechende Gesamttinduction B — stark ausgezeichnet — und die hierin enthaltene Induction nach der Grundperiode B_1 — schwach ausgezogen — dargestellt. Zwischen 0 und 90° ist die B -Curve wesentlich steiler, die Induction steigt um 6970, während B_1 sich nur um 4787 ändert. Wenn wir annehmen, dass auch in dem zweiten Theil der Periode zwischen 90° und 180° B ebenso steil verläuft, so würde der Gang von B sich ziemlich nahe durch die Sinuscurve gleicher Amplitude (6970) — Fig. 24 (B_1) gestrichelt gezeichnet — darstellen lassen, jedenfalls die Wirkung der Foucaultströme mit grosser Annäherung dadurch gegeben sein. In (B_1) wäre $\mu = 6970/2,804 = 2485$ und die Schwächung nach den Oberbeck'schen Formeln = 3,5 Proc. für $N=520$, = 0,85 Proc. für $N=256$, und = 0,21 Proc. für $N=128$. Aus $B_1=4787$ und $\mu_1=1707$ ergeben sich 1,8 Proc., 0,44 Proc. und 0,11 Proc. für die drei Schwingungszahlen, mithin würden wir so als Erhöhung der Schwächung

durch die Wirkung der Hysterese erhalten: 1,7 Proc., 0,41 Proc. und 0,10 Proc. Die Zunahme der Schwächung ist jedoch thatsächlich weniger gross, weil in dem zweiten Theil der Schwingung zwischen 90° und 180° die B -Curve wesentlich weniger steil ist als (B_1) und auch als B_1 , mithin die Foucaultströme in diesem Theil sehr viel geringer sind. Ferner ergaben die Versuche für Wechselstrom nicht so hohe Werthe der Induction, wie die bei constanter Magnetisirung, die hier zur Berechnung angenommen wurden. Keinesfalls können mithin die beobachteten, grossen Differenzen der Permeabilität von 29 Proc., 19 Proc. und 11 Proc. für die drei Schwingungszahlen in dieser Weise erklärt werden.

Ferner spricht ganz allgemein gegen die Erklärung durch Foucaultströme der Umstand, dass *die beobachtete Abnahme der Induction überall wesentlich langsamer erfolgt als proportional der Schwingungszahl*, während oben nachgewiesen wurde, dass die Schwächung durch Foucaultströme, wie auch der Verlauf der Induction sein mag, in erster Annäherung stets proportional dem *Quadrat* der Schwingungszahl sein muss. Dasselbe gilt von der Abhängigkeit von ρ und μ .

Drittens ist die Wirkung der Foucaultströme immer derartig, dass die steilsten Theile der Inductionscurve durch sie abgeflacht werden: die Inductionen werden abgeschwächt und zwar die Inductionen höherer Periode mehr wie die tieferen. Mit anderen Worten: die Foucaultströme schwächen indirect sich selbst, und *der durch sie bewirkte Energieverlust ($\Delta E_F + \Delta E_0$) muss stets kleiner sein als der aus den statischen Hysteresisschleifen berechnete*. Die Beobachtungen ergeben im Gegensatz dazu, dass auch, wenn man den vollen Betrag der aus den statischen Hysteresisschleifen berechneten Energie der Foucaultströme abzieht, *der beobachtete Energieverlust — bis über 50 Proc. — grösser ist, als die statischen Hysteresisflächen*.

Schliesslich ist auch bei den Ringen aus ganz dünnem Draht, wo die Foucaultströme verschwindend sind, die Erscheinung, wenn auch in geringerem Maasse, noch deutlich zu erkennen.

Eine Erklärung der Beobachtungen durch Foucaultströme wäre nur dann möglich, wenn ihre Wirkung infolge der Hysterese durchaus anders wäre, als die Oberbeck'sche Theorie

sie ergibt; vor allem müsste die Schwächung nicht proportional τ^2 , sondern eher proportional τ ($= \rho^2 \pi \cdot \lambda \cdot n \cdot \mu$) sein. Es erscheint jedoch nicht möglich, eine derartige Wirkung mit den Inductionsgesetzen in Einklang zu bringen.

Da somit weder aus zufälligen oder methodischen Fehlern der Beobachtung und Rechnung, noch aus schlechter Isolation, weder aus Oberströmen, noch schliesslich aus Foucaultströmen ein Grund der Erscheinung hergeleitet werden kann, so scheint nur die Annahme übrig zu bleiben, dass die magnetische Induction so schnellen Aenderungen der magnetisirenden Kraft nicht ganz zu folgen vermag, der Magnetismus mithin thatsächlich eine „Trägheit“ besitzt.

Wenn dies der Fall ist, so müssen die Hysteresisschleifen für schnelle magnetische Kreisprocesse anders aussehen wie für langsame, wenn die Induction nicht folgt, so müssen die Schleifen

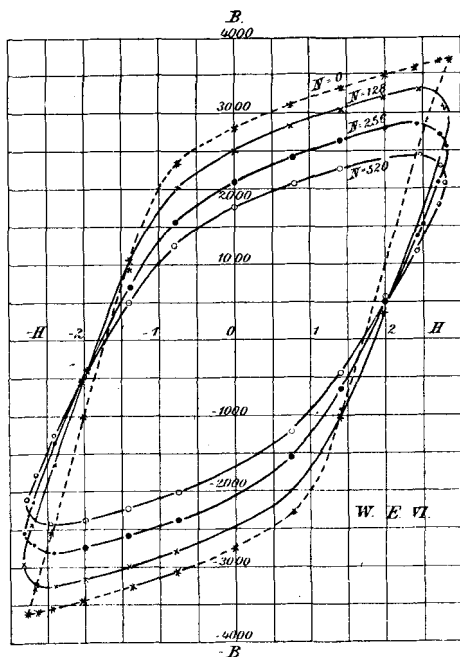


Fig. 25.

breiter und kürzer ausfallen. Was vorherrschend ist, dafür giebt der Werth von ΔE_H einen Anhalt, da dadurch der Flächeninhalt der Schleife gegeben ist. Wir haben oben gesehen, dass für schwache magnetische Felder der Hysteresisverlust bei gleichem H mit der Schwingungszahl abnimmt, d. h. dass die Verkürzung der Hysteresisschleifen die Verbreiterung überwiegt. Später ist das Umgekehrte der Fall. Es ist auch von vornherein klar, dass bei höheren Sättigungsgraden, wo für einen grösseren Theil der Periode in der Nähe des Maximums die Induction sich nur wenig und langsam

ändert, der Maximalwerth annähernd erreicht werden muss. Um so schneller muss der steile Theil der Hysteresisschleife zurückgelegt werden und das Zurückbleiben der Induction in diesem Theil bewirkt eine Verbreiterung der Hysteresisschleife, also eine Vergrößerung des Energieverlustes ohne dass gleichzeitig eine erhebliche Verringerung der Induction einträte.

Wir erhalten hiernach für das Aussehen der Hysteresisschleifen bei schnellen Wechselströmen als Anhaltspunkte

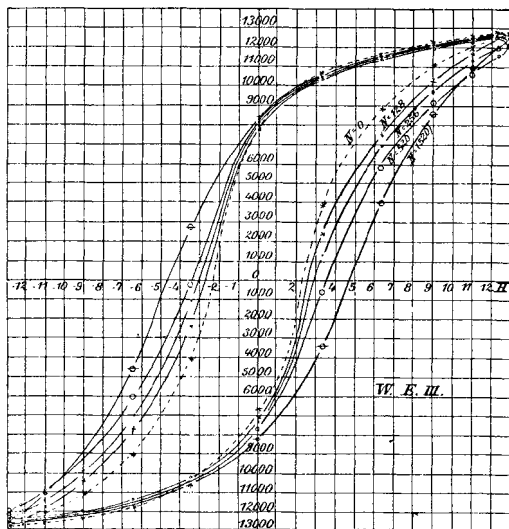


Fig. 26.

erstens ihren Flächeninhalt, und zweitens den Werth der Induction B_1 und schliesslich können sie sich nur allmählich aus den Hysteresisschleifen für constante Magnetisirung entwickeln. Es ist dabei zu bedenken, dass die Induction an den steilsten Theilen der Schleifen am meisten zurückbleiben muss, und ferner, dass die Induction, wenn sie beim Maximum von H zurückgeblieben ist, beim Beginn des Fallens der magnetisirenden Kraft zunächst noch *etwas weiter ansteigen* muss. In Figg. 25 und 26 habe ich versucht, bei Ring W. E. VI für $H=2,256$ und bei Ring W. E. III für $H=12,7$ die Curven zu construiren, also ein Beispiel für eine Verkürzung, das andere für eine Verbreiterung der Hysteresisschleifen. Es ist ΔE_H mit voller Berücksichtigung des statischen ΔE_0 berechnet. In dem ersten Beispiel $H=2,256$ ist ΔE_0 sehr klein. Bei dem zweiten Beispiel grösser, es ist deshalb hier für $N=520$ die Curve auch für $\Delta E_H + \Delta E_0/2$ berechnet und die Resultate unter (520) in der letzten Reihe angegeben. In Fig. 26 ist

erstens ihren Flächeninhalt, und zweitens den Werth der Induction B_1 und schliesslich können sie sich nur allmählich aus den Hysteresisschleifen für constante Magnetisirung entwickeln. Es ist dabei zu bedenken, dass die Induction an den steilsten Theilen der Schleifen am meisten zurückbleiben muss, und ferner, dass die Induction, wenn sie beim Maximum von H zurückgeblieben ist, beim Beginn des Fallens der magnetisirenden Kraft zunächst noch *etwas weiter ansteigen* muss. In Figg. 25 und 26 habe ich versucht, bei Ring W. E. VI für $H=2,256$ und bei Ring W. E. III für $H=12,7$ die Curven zu construiren, also ein Beispiel für eine Verkürzung, das andere für eine Verbreiterung der Hysteresisschleifen. Es ist ΔE_H mit voller Berücksichtigung des statischen ΔE_0 berechnet. In dem ersten Beispiel $H=2,256$ ist ΔE_0 sehr klein. Bei dem zweiten Beispiel grösser, es ist deshalb hier für $N=520$ die Curve auch für $\Delta E_H + \Delta E_0/2$ berechnet und die Resultate unter (520) in der letzten Reihe angegeben. In Fig. 26 ist

die entsprechende Hysteresisschleife durch durchstrichene Kreise markirt. Die Berechnung ergibt:

Tabelle 48. W. E. VI. $H = 2,256$.

N	μ_1	B_1	B_3	B_5	ΔE_{II}
0	1803	4068	704	208	1343
128	1540	3474	430	118	1250
256	1320	2992	296	42	1050
520	1130	2550	236	46	850

W. E. III. $H = 12,7$.

N	μ_1	B_1	B_3	B_5	B_7	B_9	B_{11}	ΔE_{II}
0	1198	15 319	3380	1461	846	585	494	9 597
128	1174	14 910	3090	1232	761	417	370	11 690
256	1158	14 710	2850	1120	595	313	265	12 800
520	1133	14 400	2490	930	352	207	164	14 010
520)	1148	14 540	2505	875	205	155	118	16 650

Wenn auch im einzelnen Willkürlichkeiten bei einer derartigen Anpassung der Curven möglich sind, so wird im grossen Ganzen der Verlauf der Induction doch in den Figuren richtig dargestellt sein. In der Tabelle zeigt sich eine starke Abnahme der höheren Componenten der Induction, die viel schneller ist als die von B_1 . Daraus folgt, dass auch der Energieverlust ΔE_0 kleiner ist, als der aus den statischen Hysteresisschleifen berechnete. So ergibt sich bei W. E. III für $N = 520$ $\Delta E_0 = 2490$, während der aus dem statischen Werth für dasselbe B_1 berechnete Werth 5100 also mehr als das Doppelte beträgt. Es ist dies der Grund, weshalb ich bei der Besprechung der Resultate der einzelnen Ringe stets darauf hingewiesen habe, dass die aus den statischen Hysteresisschleifen berechneten Werthe von ΔE_0 zu gross sind. Auf dieselbe Art erklärt sich auch das obige Resultat, dass die Wirkung hinzugefügter Oberströme bei den Versuchen sich nicht ganz so gross erwies, wie die Rechnung sie ergeben hatte (p. 909).

Betrachtet man die Erscheinung unter dem Gesichtspunkte, dass die Wirkung der „Trägheit“ des Magnetismus um so grösser sein muss, je schneller die Aenderungen der Induction, also je steiler die Curven sind, und je kleiner die magnetisirenden Kräfte sind, unter denen diese schnellen Aenderungen der Induction zu erfolgen haben, so erklärt sich ohne weiteres

daraus die Abhängigkeit der Erscheinung von der *Schwingungszahl* und die *Abnahme der Differenzen mit zunehmender Härte des Eisens*. Nimmt man den Umstand hinzu, dass die Hysteresisschleifen bei hartem Eisen sehr viel grössere Flächen haben, so erklärt sich ebenfalls die *geringere procentuale Zunahme des Hysteresisverlustes bei hartem Eisen*.

Für die *Abhängigkeit von der Drahtdicke* kann man denselben Grund anführen, den Ewing¹⁾ dafür bei der magnetischen Nachwirkung angiebt, nämlich das „Beharrungsvermögen der Molecüle, wenn sie zu grösseren Gruppen vereinigt sind“. Die Auflösung dieser Gruppen nimmt Zeit in Anspruch; sie beginnt bei den weniger gebundenen und darum beweglicheren Molecülen an der Oberfläche des Drahtes und setzt sich von dort nach dem Inneren fort. Bei den dünneren Drähten sind relativ mehr solcher beweglicherer Oberflächencmolecüle vorhanden, infolge dessen geht bei ihnen die Auflösung der ganzen Anordnung der Molecüle schneller vor sich (Ewing). Nur die Oberflächenschichten würden hiernach unmittelbar der magnetisirenden Kraft folgen, bei den inneren würde die Phase der Induction zurückbleiben und ihre Amplitude kleiner sein, und zwar um so mehr, je weiter die Schicht von der Oberfläche entfernt ist. Man könnte andererseits daran denken, die Abhängigkeit der Erscheinung von der Drahtdicke daraus zu erklären, dass durch das Ziehen die Oberfläche des Drahtes eine besondere Structur erhält, die auch durch sorgfältiges Ausglühen nicht ganz verschwindet. Besondere Versuche zeigten jedoch, dass auch bei dünn *geätzten* Drähten der Einfluss der Drahtdicke derselbe ist.

Die Beziehungen der Erscheinung zur magnetischen Nachwirkung bedürfen noch weiterer Aufklärung. Während die „Trägheit“ bei Aenderungen der Induction merklich wird die innerhalb eines Tausendstel einer Secunde vor sich gehen, beginnt die magnetische Nachwirkung erst nach mehreren zehntel Secunden (Klemenčič-Martens). Letztere ist am grössten für schwache Felder, wo die Differenzen der Permeabilität und des Hysteresisverlustes für die verschiedenen

1) Ewing, l. c. § 18 p. 209; vgl. auch V. Bjerkness, l. c., und J. Klemenčič, l. c.

Schwingungszahlen überhaupt noch Raum merklich sind. Diese Differenzen erreichen ihren grössten Werth erst für das Maximum der Permeabilität, wo die magnetische Nachwirkung schon verschwindend ist. Andererseits sind auch manche Analogien zwischen beiden Erscheinungen vorhanden, vor allem die Abhängigkeit von dem Durchmesser des Drahtes und die Abnahme mit der Härte des Eisens.

Es muss noch die Frage untersucht werden, wie die obigen Resultate mit denen der früheren Arbeiten übereinstimmen.

Martens findet für sehr schwache Felder ($H < 0,1$) keinen merklichen Einfluss der Schwingungszahl bis zu $N = 200$ auf Induction und Hysterese in Uebereinstimmung mit den obigen Versuchen an Ring W. E. VII. Nach den Versuchen von Weihe nimmt der Energieverlust durch Hysterese bei einer Schwingungszahl von 55,8 gegenüber der statischen Magnetisirung je nach der Drahtdicke bis zu ca. 50 Proc. ab (vgl. p. 40). Die maximale Induction, welche er erreichte, war etwa = 3200 bei weichem Eisen, demnach arbeitete er mit Inductionen, wo die obigen Versuche ebenfalls eine Verminderung von ΔE_H für gleiches H ergeben. In Anbetracht der niedrigen Schwingungszahl erscheinen die von Weihe beobachteten Differenzen etwas hoch: dagegen war der Durchmesser des Drahtes grösser und es kommt hinzu, dass die statischen Hysteresisschleifen magnetometrisch gemessen wurden, wobei die magnetische Nachwirkung voll zur Geltung kommt, und die Hysteresisfläche vergrössert.

Je schneller die Schwingungen sind, um so flacher werden nach obigen Versuchen die Curven der Induction und für sehr hohe Schwingungszahlen müssen sie sich immer mehr einer geraden Linie nähern. Dementsprechend bleibt nach Klemenčič¹⁾ die Permeabilität bei Hertz'schen Schwingungen auch für hohe magnetisirende Kräfte auf ihrem niedrigen Anfangswerth.

Hopkinson, Wilson und Lydall fanden bei Stahldraht für Schwingungszahlen bis zu 125 eine Vergrösserung der Hysteresisfläche von 5—10 Proc. in starken Feldern, in Uebereinstimmung mit dem obigen Resultat, dass in der Nähe der

1) Klemenčič, l. c.

Sättigung bei Wechselstrom der Hysteresisverlust bei gleichem H grösser ist, wie bei constanter Magnetisirung. Von Interesse ist, dass ihre Hysteresisschleifen gerade am Ende der steilsten Stellen die grössten Abweichungen zeigen und wenn durch Aenderung der Form des magnetisirenden Stromes die schnellen Aenderungen von B an eine andere Stelle der Periode rückten, auch die grössten Abweichungen der Hysteresisschleifen an dieser neuen Stelle auftraten.

Rayleigh stellte die Vermuthung auf, dass bei schnelleren Wechselströmen die Unterschiede zwischen weichem und hartem Eisen sich verringern würde, und das ist gerade das kurz ausgedrückte Resultat der vorstehenden Untersuchungen. Denn eine geringere Induction für dieselbe magnetisirende Kraft und ein grösserer Energieverlust für dieselbe Induction sind ja die Kennzeichen „härteren“ Eisens.¹⁾

Es bleiben dann nur noch die Versuche von Helmholtz und von Holborn, welche fanden, dass die Induction Sprüngen der magnetisirenden Kraft in sehr kurzer Zeit (Holborn $\frac{1}{200}$ Sec) sehr nahe folgt. Dies Resultat scheint nicht im Einklang mit dem unserigen zu stehen. Jedoch ist dabei zu bemerken, dass bei den Versuchen hier und dort wesentlich andere Verhältnisse vorlagen.

Zunächst handelt es sich bei den Wechselströmen um sehr viel kleinere Zeiträume als bei Helmholtz und bei Holborn. Betrachten wir z. B. die punktirte Curve der Fig. 4 (p. 885), so finden wir, dass zwischen 10° und 28° die Induction von ca. -8000 auf $+8000$ steigt, d. h. also innerhalb $\frac{1}{20}$ Periode um 16000 bei einer maximalen Induction von 12500 . Die

1) Während des Druckes der vorliegenden Abhandlung erschien im Augustheft des Journ. de physique eine Arbeit von Ch. Maurain, worin eine Phasenverzögerung des Maximums der Induction hinter der magnetisirenden Kraft auch bei Kernen aus ganz dünnem Draht festgestellt wird, die nicht von Foucaultströmen herrühren kann, und im Septemberheft Wied. Ann. 66. eine Arbeit von F. Niethammer, der auf Grund von Messungen an Eisenkernen aus $0,5$ cm dickem Blech mit Wechselströmen von 37 und 59 Schwingungen pro Secunde zu dem Resultat kommt, dass „die Wahrscheinlichkeit sehr gross ist, dass die magnetische Durchlässigkeit μ bei Wechselstrom kleiner ist als bei magnetostatischen Versuchen“. Die beobachteten Differenzen stimmen der Grössenordnung nach mit meinen Versuchen überein.

entsprechende Zeit wäre also bei $N = 128 \frac{1}{2560}$ Sec., bei $N = 520 \frac{1}{10400}$ Sec. Es handelt sich demnach hier um Bruchtheile von $\frac{1}{1000}$ Sec. während bei Holborn nur Bruchtheile von $\frac{1}{100}$ Sec. in Betracht kamen. Ferner ist der Stromverlauf bei Stromschluss oder Oeffnung naturgemäss so, dass die Stromänderungen zunächst sehr schnell, dann viel langsamer erfolgen; ein eventuelles Zurückbleiben der Induction im ersten Theil könnte dann später wieder eingeholt werden. Die Beobachtungen von Holborn beziehen sich sämmtlich auf einen Theil der Stromcurve, wo der Strom sich nur noch verhältnissmässig wenig und langsam änderte. Anders bei Wechselstrom, wo jeder Theil des Kreisprocesses zum Resultate beiträgt, wo die grössten Aenderungen der Induction gerade bei sehr schwachen magnetisirenden Kräften zurückgelegt werden müssen und wo schliesslich die magnetisirende Kraft nur eine unendlich kurze Zeit ihren grössten Werth beibehält.

Schluss. Kurze Darstellung der Methode und der Resultate.

Aus dünnem Eisendraht wurden *kleine Torroide* hergestellt und mit einer magnetisirenden Wicklung versehen.

Die *Selbstinduction* und der *wirksame Widerstand* dieser Ringe wurden in der Wheatstone'schen Brücke nach der Maxwell'schen Methode mit dem Selbstpotential und dem Widerstand einer Inductionsrolle ohne Eisenkern verglichen. Als Messinstrument diente dabei das *optische Telephon*.

Der *magnetisirende Strom* entstammte einer „*Wechselstromsirene*“ und hatte die *Schwingungszahlen* 128, 256 und 520 in der Secunde. Durch *electrische Resonanz* — Einschaltung von passender Selbstinduction und Capacität — wurde der Strom der Grundperiode gegenüber den Oberströmen verstärkt, so dass der magnetisirende Strom *annähernd sinusförmig* war. Die Stromstärke und damit die *magnetisirende Kraft* wurde durch ein *Electrodynamometer im Nebenschluss* gemessen.

Aus den *Brückeneinstellungen* und den *Ringconstanten* wurde dann die *Permeabilität*, die *Induction* und der bei der Magnetisirung eintretende *Energieverlust* berechnet.

Durch Rechnung und Vorversuche wurde zunächst der Einfluss der *Foucault'schen Ströme* und der *Stromform* des Wechselstromes untersucht.

Dann wurden mit *Sinusströmen* von den Frequenzen 128, 256 und 520 Versuche an Torroiden aus Eisendraht *verschiedener Dicke und Härte* angestellt und die dabei gewonnenen Zahlen für die Permeabilität und den Hysteresisverlust mit den entsprechenden Grössen verglichen, wie sie die Rechnung aus den nach der ballistischen Methode bestimmten *statischen Hysteresisschleifen* ergab.

Die Vorbetrachtungen und Vorversuche ergaben folgendes:

1. Eine sinusförmige magnetisirende Kraft erzeugt nicht nur eine Induction ihrer Periode, sondern es treten noch *Inductionen höherer Perioden* hinzu, die relativ um so *stärker* sind, je mehr man sich der *Sättigung* nähert; sie induciren im Eisen sowohl, als auch in der magnetisirenden Spule Ströme höherer Perioden. Der *Energieverlust* bei der Magnetisirung durch einen Sinusstrom besteht demnach nicht nur aus dem Hysteresisverlust und der Stromenergie der Foucaultströme von der Periode des Sinusstromes, sondern es tritt noch der *Energieverlust* durch *Foucaultströme höherer Perioden* und die *Stromwärme* der in der magnetisirenden Spule *inducirten Ströme höherer Perioden* hinzu.

2. Eine *besondere Isolirung* der einzelnen Drähte oder Bleche der Eisenkerne ist *überflüssig*: die Wirkung der Foucaultströme ist bei isolirten und blanken Drähten gleich und entspricht der Oberbeck'schen Theorie.

3. *Schwache Oberströme*, wie sie in dem Strom der Wechselstromsirene vorkommen, üben nur eine *sehr geringe Wirkung* auf die *Magnetisirung nach der Grundperiode* aus. Hingegen können *stärkere Oberströme* sowohl die *Induction* nach der Grundperiode, als auch besonders den *Energieverlust durch Hysteresis* je nach ihrer Phasendifferenz sowohl *beträchtlich erhöhen* wie *erniedrigen*.

Die Versuche mit den *Sinusströmen* verschiedener Periode ergaben:

1. *Permeabilität und Induction* sind im *Sinusfeld* stets *kleiner als im constanten Feld*. Die Differenzen sind am grössten in der Nähe des Maximums der Permeabilität. Je mehr man sich der *Sättigung* nähert, um so kleiner werden sie; andererseits waren für *ganz schwache* Felder die Werthe für *alle Schwingungszahlen* merklich *gleich*.

Alle Differenzen sind um so grösser, je höher die Schwingungszahl und je weicher und je dicker der Eisendraht ist. Die grösste Abnahme der Induction (40 Proc.) ergab sich für eine Frequenz von 520 bei einem sehr weichen Eisendraht von 0,0303 cm Durchmesser, die kleinste (2,5 Proc. im Maximum) für die gleiche Schwingungszahl bei einem harten Eisendraht von 0,0055 cm Stärke.

2. *Der Energieverlust durch Hysterese ist — abgesehen von ganz schwachen Feldern — für gleiche Induction bei Wechselstrom stets grösser als die statische Hysteresisfläche ihn ergibt. Diese Erhöhung wächst mit der Schwingungszahl und ist in der Nähe der Sättigung am grössten. Bei weichem Eisen wurden Differenzen bis zu 70 Proc. gefunden; bei hartem Eisen sind die procentualen Differenzen viel kleiner, die absoluten jedoch von derselben Grössenordnung.*

3. *Hingegen ist der Energieverlust durch Hysterese für gleiche magnetisierende Kraft in schwachen Feldern bei Wechselstrom kleiner als bei constanter Magnetisirung, weil die Induction wesentlich geringer ist. Diese Erniedrigung ist gleichfalls um so grösser, je höher die Schwingungszahl und je weicher und dicker der Draht ist. Es wurde im Maximum eine Abnahme von ca. 40 Proc. beobachtet.*

4. *Die Beobachtungen scheinen keine andere Erklärung zuzulassen, als dass die Induction sehr schnellen Aenderungen der magnetisierenden Kraft nicht zu folgen vermag. Die Hysteresisschleifen haben für schnelle magnetische Kreisprocesse eine andere Gestalt wie bei langsamen, sie werden breiter und kürzer; mit anderen Worten: Schnellen Wechselfeldern gegenüber verhält sich das Eisen als ob es härter wäre wie im constanten Felde.*

(Eingegangen 12. August 1898.)