

beobachteten Reihen mit den theoretischen Mustern weist auf störende äußere Einflüsse hin. Die allgemeine Methode, den Störungen auf die Spur zu kommen, gibt die Theorie der Korrelation.

Nachweislich können sich große Gruppen von statistischen Reihen, insbesondere die aus der Bevölkerungsstatistik hervorgegangenen, diesen Mustern nicht anpassen. Aber auch die Ansichten Charliers über die Korrelation finden keineswegs allgemeine Zustimmung (Guldberg). Korrelation bedeutet nach Charlier Abhängigkeit zweier verschiedener statistischer Erscheinungen oder Ursachen. Der Korrelationskoeffizient ist das Maß der Stärke des Zusammenhanges. Ist der Korrelationskoeffizient Null, so bedeutet dies, daß die betrachteten Erscheinungen (bzw. Ursachen) unabhängig voneinander sind und nichts miteinander zu tun haben; ist derselbe „Eins“, so ist ein Element in der einen statistischen Reihe völlig bestimmt, wenn man das entsprechende (gleichzeitig beobachtete) Element der zweiten Reihe kennt. In den Fachzeitschriften wird gerade dermalen ein lebhafter Streit darüber geführt, ob nicht der funktionale Zusammenhang des Wertes einer Ursache mit dem arithmetischen Mittel der zugehörigen Werte der zweiten Ursache, also kurz der „statistische“ Zusammenhang, stets neben der „etwaigen“ Abhängigkeit dieser Ursachen von einer dritten Ursache (Korrelation), u. zw. einer Abhängigkeit beliebigen Grades bestehe.

Sofern die Charlierschen Behauptungen nicht überhaupt nur aus der eigentümlichen, von der Wahrscheinlichkeitsrechnung entlehnten Ausdrucksweise herrühren, in der jede Indifferenz im Verhalten zweier gegen dritte Ursachen als Unabhängigkeit, das Gegenteil als Abhängigkeit bezeichnet wird, so kann wohl kaum bezweifelt werden, daß in einer etwaigen künftigen Auflage des Buches Klärung ohne jegliche Änderung des Aufbaues des wertvollen Buches erfolgen wird.

Die Hinweglassung aller Beweise für die zahlreichen Lehrsätze fördert die Übersicht, schränkt aber auch den Leserkreis ein. Vielleicht könnte in einem Mittelweg (etwa Angliederung der Beweise in einem Anhang zum Buche oder in Anmerkungen) völlig befriedigende Abhilfe gefunden werden; dies stände wohl auch mit der Bezeichnung des Werkes als „Vorlesungen“ im Einklänge.

Das der ersten Auflage hinzugefügte XV. Kapitel behandelt die Berechnung statistischer Maßzahlen für den Fall, daß nur summarische Angaben über die beobachteten Werte zur Verfügung stehen. Solche Aufgaben sind von großer praktischer Bedeutung. Sie werden nach rein wahrscheinlichkeitstheoretischer Methode gelöst. Die Folge ist, daß die Korrelationskoeffizienten im Grenzfalle (0, 1) die selbstverständlichen Bedingungen erfüllen, im übrigen jedoch kaum befriedigen dürften.

E. Blaschke.

Die statistischen Forschungsmethoden. Von Em. Czuber. Wien 1921. Seidel & Sohn. 238 Seiten mit 35 Textfiguren.

Als „mathematische“ Statistik bezeichnet Czuber die planmäßige Sammlung und Ordnung von Tatsachen aus irgend einem Erscheinungsgebiete (etwa der Anthropologie, Medizin, Zoologie, Botanik, Physiologie, experimentellen Psychologie, Erbllichkeitsforschung, Physik, Chemie, Land- und Forstwirtschaft, Volkswirtschaft, Versicherungswesen) zu dem Zweck, um aus ihrem zahlenmäßigen Auftreten Schlüsse zu ziehen, die zur Beleuchtung des Erscheinungs-

gebietes und in letzter Linie zum Mitforschen an den es beherrschenden Ursachen dienen können. Dies darzulegen, ist auch im Wesen Inhalt des Werkes. Nach einer allgemeinen Erörterung über feste Merkmale (unstetige Ursachen) und ihren Verbindungen, folgt als zweiter und Hauptabschnitt die Theorie der Erscheinungen von veränderlichen Merkmalen (stetigen Ursachen); das Buch schließt mit einer Erörterung über die Bezugnahme der Statistik auf die Wahrscheinlichkeitsrechnung ab. In der Theorie der veränderlichen Merkmale werden die verschiedenen Frequenzkurven nur grundsätzlich, aber um so ausführlicher die statistischen Maßzahlen (das arithmetische, geometrische, harmonische Mittel, der Zentralwert, dichteste Wert, die mittlere und durchschnittliche Abweichung, das Quartil und Perzentil, der Korrelationskoeffizient, das Korrelationsverhältnis, die Schiefe) besprochen. In den ziemlich eingehenden Ausführungen über die Korrelation (507 Seiten) wird lediglich die lineare Korrelation zwischen zwei oder mehreren Variablen behandelt. Czuber hat bekanntlich auch eine mathematische Statistik im Anhang an seine Wahrscheinlichkeitsrechnung verfaßt, die in dritter unveränderter Auflage vor wenig Wochen erschien und sich hauptsächlich mit den Problemen der Bevölkerungs- und Versicherungsstatistik befaßt. Das Verdienst des gegenwärtigen Werkes besteht außer in dem erweiterten Anwendungsgebiete darin, daß es an Hand des Buches von Yule „An introduction to the theory of statistics“, das zwischen den Jahren 1911—1919 fünf Auflagen erlebte, uns die englische Literatur und die englische Darstellungsweise statistischer Probleme erschließt, einen überaus zweckmäßigen Weg zur Bewältigung der oft umfänglichen Rechnungen auf diesem Gebiete — das Summenverfahren — weist, schließlich aber auch die moderne Auffassung dieser Probleme durch die ganze Anlage des Buches zur Geltung bringt.

Zwei Fragen stehen dormalen nämlich im Vordergrund des Interesses: Die Beziehungen der statistischen Forschungsmethode zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und die Theorie der Korrelation. Auf die erstere Frage gewinnt man befriedigenden Aufschluß. Im dritten Abschnitte werden zwar die Versuche besprochen, die statistischen Erscheinungen in Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu interpretieren; weit eindringlicher jedoch, als die dort gegebenen allgemeinen Erörterungen über die Analogie von mathematischen und statistischen Wahrscheinlichkeiten, von Fehlerkurve und statistischem Gesetze, von „normaler“ und beobachteter Korrelation wirkt der Umstand, daß Czuber die Maßzahlen ganz unabhängig von ihrer Provenienz aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihren Vorzug an ihrer praktischen Brauchbarkeit abwägt (Art. 35, 42, 47, 51 usw.), sodann aber unmittelbar ihre Anwendbarkeit an einer sehr großen Zahl von Beispielen (70 im ganzen) aus allen oben erwähnten Erscheinungsgebieten (die er Yule selbst und verschiedenen anderen Quellen, der österr. Statistik, der Zeitschrift „Biometrika“ usw. entnimmt) darstellt, obgleich er in verschiedenen Publikationen, wie auch hier die Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitslehre auf einzelnen dieser Gebiete völlig ablehnt. Der Leser wird damit auf den einleuchtenden Standpunkt gestellt, daß die der Wahrscheinlichkeitsrechnung entnommenen, jedoch für vielfache anderweitige Zwecke als tauglich befundenen Maßzahlen auch zur Beschreibung statistischer Massen herangezogen werden können, ohne daß eine Aussage oder Voraussetzung über die innere Struktur der letzteren erforderlich ist; daß ferner nicht etwa die zufällige Übereinstimmung einer statistischen mit einer mathematischen Wahr-

scheinlichkeit oder einem solchen Mittelwert, sondern Art und Grad der Abweichung interessieren.

Daß das Geschlechtsverhältnis der Geborenen lange Zeit den Charakter einer mathematischen Wahrscheinlichkeit bewährt hat, ist weit weniger von Bedeutung, als der Nachweis des nunmehr stetig sinkenden Knabenüberschusses. Daß die Sterbenswahrscheinlichkeiten der Bevölkerungsstatistik während der Jahre 1816—1886 fast allenthalben konstant blieben und die Forschung lange Zeit eine Analogie mit Mittelwerten zu erkennen glaubte, hat nur mehr historisches Interesse: weit bemerkenswerter ist der seither erfolgte Abbau der Sterblichkeit der Bevölkerung bis zum Jahre 1915 und der Aufstieg im und nach dem Kriege. Analoges gilt von den statistischen Gesetzen, mit deren Abweichungen von der Normalform sich Pearsons Schule eifrig beschäftigt.

Die im § 4 des 2. Abschnittes behandelte Theorie der Korrelation ist dormalen ein vielfach angewandtes, aber auch vielfach umstrittenes Gebiet. Der mustergültige Aufbau des ganzen Werkes kann nicht besser als durch die Einführung in dasselbe gekennzeichnet werden: „Es gilt gewissermaßen als Axiom, daß zwischen Merkmalen (Ursachen) von Naturgegenständen einer bestimmten Art Menschen, Tieren, Pflanzen, ja selbst Kunstprodukten eine Abhängigkeit besteht, daß sich mit anderen Worten eine Ebenmäßigkeit ausbildet oder auszubilden strebt, für die wir auf Grund vielfacher Erfahrung eine mehr oder weniger ausgeprägte Empfindung erlangen. Eine stärkere Abweichung von ihr fällt uns sogleich auf und bei größerer Übung im Beobachten und Schauen entgehen uns auch schwächere Grade nicht.“ Als korrelativen Zusammenhang betrachtet Czuber nach Pearson den Zusammenhang zwischen den Werten einer Ursache und dem arithmetischen Mittel einer zweiten Ursache. Als Maß der Abweichung gilt der Korrelationskoeffizient. Derselbe wird zunächst für den Fall abgeleitet, daß die korrelativ abhängigen Werte auf einer Geraden liegen, wenn die Werte der ersteren Ursache auch eine Gerade verfolgen (lineare Korrelation). Man hat jedoch häufig genug die Beobachtung gemacht, daß das Maß seine Bedeutung behält, falls letztere Annahme nicht statt hat, ferner daß ganz analoge Maße für den Fall mehrerer korrelativer Ursachen entwickelt werden können. Czuber sieht darin den natürlichen Aufstieg statistischer Forschung. „Erst richtet sich die Aufmerksamkeit des Forschers auf eine Ursache; damit ist der Grund für die weitere Untersuchung gelegt. Dann werden zwei Größen, von denen er weiß oder vermutet hat, daß sie von mehreren abhängen, auf ihre Korrelation geprüft. Schließlich wird ein ganzer Komplex einander beeinflussender Größen der Untersuchung unterzogen. Bei diesem Fortschreiten gibt immer der vorherige Schritt die Direktive für den folgenden ab.“ Entsprechend dem breiten Kreise, an den sich das Buch wendet, sind die theoretischen Erörterungen so ausführlich gehalten, daß ihnen leicht gefolgt werden kann.

Über Einzelheiten wäre noch folgendes auszuführen. Czuber hat die Theorie der Korrelation von der Wahrscheinlichkeitsrechnung völlig losgelöst. Nur schiene zu wünschen, daß er auch die Konsequenzen für die Terminologie gezogen hätte. An einer Stelle des Werkes erscheint für „korrelativ unabhängig“ der treffende Ausdruck „indifferent“ gewählt. Czuber unterscheidet zwischen unmittelbarer und mittelbarer Korrelation, je nachdem der Zusammenhang zweier Merkmale durch die Beeinflussung eines dritten oder durch Zurück-

führung auf andere (primäre) Merkmale erklärt werden kann. Er kommt im Verlaufe auf diese Differenzierung nicht mehr zurück, obgleich in ihr eine große Entwicklungsfähigkeit der Theorie liegen dürfte. Die Pearsonschen Frequenzkurven finden im zweiten Abschnitte des Werkes keine Berücksichtigung, weil ihre Anwendung einen großen Aufwand an Rechnungen erfordere, dem gegenüber häufig die Frage berechtigt sei, ob damit die erzielten Resultate im Einklange stehen. Dieses Urteil hätte die Aufnahme im dritten Abschnitte wegen des großen erkenntnistheoretischen Wertes der Kurven nicht behindern sollen. Übrigens findet sich eine ausführliche Darstellung derselben in der mathematischen Statistik des genannten Autors.

E. Blaschke.

Die Kultur der Gegenwart, ihre Entwicklung und ihre Ziele. Herausgegeben von Paul Hinneberg. III. Teil. III. Abteilung. III. Band: Astronomie. Unter Redaktion von J. Hartmann, bearbeitet von L. Ambronn, F. Boll, A. v. Flotow, J. K. Ginzels, K. Graff, P. Guthnick, J. Hartmann, J. v. Hepperger, H. Kobold, S. Oppenheim, E. Pringsheim. Mit 44 Abbildungen im Text und 8 Tafeln. Gr. 8°. VIII u. 639 Seiten. Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin. 1921. 36 M.

Dem groß angelegten, von der bekannten Firma B. G. Teubner in Leipzig herausgegebenen Sammelwerke, Die Kultur der Gegenwart, entsprechend, verfolgt der vorliegende Band, Astronomie, wie der Herausgeber im Vorwort hervorhebt, das Ziel, durch eine zusammenfassende Übersicht über den Inhalt unseres gegenwärtigen astronomischen Wissens die Stellung der Astronomie in dem Gesamtbilde unserer heutigen Kultur zu charakterisieren, die Einwirkungen, die von ihr im Laufe der Jahrhunderte ausgingen und die Gestaltung unseres Lebens beeinflussten, zu schildern und ihre Beziehungen zu den anderen Wissenschaften festzulegen. Inwieweit dieses Ziel erreicht ist, möge aus dem folgenden kurzen Referat entnommen werden.

Die Darstellung, die in zwölf Abschnitte geteilt erscheint und etwa ihrer Form nach die Mitte hält zwischen dem methodischen Aufbau eines reinen Lehrbuches und der gemäßigten Anforderungen sich anpassenden populären Auffassung beginnt im ersten Abschnitt, „Die Entwicklung des astronomischen Weltbildes im Zusammenhang mit Religion und Philosophie“ von F. Boll, mit den ältesten astronomischen Vorstellungen bei den verschiedenen Völkern und schildert namentlich den Einfluß, den die in ungestörter Harmonie am Himmel einherziehenden Gestirne auf das Denken der Menschen ausübten. Astronomie und Religion als Sonnen- und Sterndienst, wie nicht minder auch die Astrologie waren damals fast identisch. Später erwies sich die Beobachtung der Gestirne auch für das praktische Leben von Nutzen. Im Anschlusse an den regelmäßigen Lauf von Sonne und Mond entwickelte sich der Zeitbegriff sowie durch das Streben nach Orientierung bei größeren Reisen über Land und Meer der Raumsinn. Hierüber geben uns die vier folgenden Abschnitte Auskunft. Der erste von ihnen „Die Zeitrechnung“ von J. K. Ginzels, erzählt, wie die heutigen Kalenderformen aller Völker sich auf uralte astronomische Beobachtungen und Einrichtungen stützen. Der zweite, „Die Zeitmessung“ von J. Hartmann, wieder spricht von der immer weiter gehenden Teilung des Tages in kleinere Abschnitte. Hierzu waren vorerst Sonnenbeobachtungen notwendig.