

die oben eingeführten Anschauungen in voller Uebereinstimmung mit den Thatsachen der kosmischen Physik stehen.

Erklärung zu den Figuren.

Fig. 1 stellt die Versuchsanordnung (vgl. p. 547) dar.

Fig. 2 gibt die Beziehung zwischen der Stärke (i) des secundären Stromes und der electromotorischen Kraft (e). (Die Stärke des Primärstromes ist immer $= 1540 \cdot 10^{-8}$ gesetzt.) Als Abscisse ist i (in 10^{-8} Amp.), als Ordinate e (in Volts) genommen. Die Curven gelten für $K.1$ bei 0,41, 0,058 und 0,01 mm, für $K.2$ bei 0,008 mm, für $K.3$ bei 0,01 mm und für $A.1$ bei 7,4 und 0,022 mm. Die punktirten Curven galten wie in der nächsten Figur für A -Combinationen, die ausgezogenen für K -Combinationen.

Fig. 3 gibt die Abhängigkeit zwischen der Stärke (i) des secundären Stromes und dem Luftdruck (entsprechend den Tabellen der Paragraphen 6 und 7). Die Intensität des Primärstromes ist überall $= 1540 \cdot 10^{-8}$ Amp., die electromotorische Kraft des secundären Stromes überall $= 40$ Volts. Die Curven geben also ein annähernd richtiges Bild des Leitungsvermögens von phosphorescirender Luft bei verschiedenen Drucken. Als Ordinate ist i (in 10^{-8} Amp.) genommen, als Abscissen die Logarithmen des Druckes in Millimetern, denn es zeigte sich, dass man in keiner anderen einfachen Weise die interessantesten Theile der Curven genügend deutlich (ohne mehrere Meter Papier zu verwenden) erhalten konnte. Neben der Abscissenaxe sind der Deutlichkeit wegen die Werthe der angewandten Drucke verzeichnet.

Uppsala, im September 1887.

III. Ueber den Widerstand dünner Metallplatten; von Rudolf Krüger.

(Aus den Nachr. d. k. Göttinger Ges. d. Wiss. vom 29. Juni 1887 für die Annalen bearbeitet vom Hrn. Verf.)

(Hierzu Taf. IV Fig. 4–6.)

Die Widerstände, welche sich der Ausbreitung des galvanischen Stromes in leitenden Platten entgegensetzen, sind verhältnissmässig selten Gegenstand experimenteller Untersuchungen gewesen. In der That ist auch die einfacher ausführbare Bestimmung der isoelectrischen Curven im wesentlichen hinreichend, um die für die Ausbreitung des

Stromes in leitenden Flächen aufgestellten Gesetze als richtig zu bestätigen. Dagegen bieten Widerstandsbestimmungen dünner leitender Schichten ein besonderes Interesse deshalb, weil sie einen Schluss auf die grössere oder geringere Homogenität derselben gestatten. In dieser Absicht habe ich auf Veranlassung von Hrn. Prof. Riecke die Widerstände von Aluminium-, Silber- und Goldblatt untersucht und erlaube mir im Folgenden die Resultate dieser Untersuchung mitzutheilen.

Die Gestalt der Platten war eine quadratische von etwa 86 mm Seitenlänge. Um einen möglichst scharf begrenzten Rand zu erhalten, wurden für Aluminium und Silber aus einer etwas grösseren quadratischen Platte von 100 mm Seitenlänge die Formen von den gesuchten Dimensionen herausgeschnitten und auf diese Weise die ausgefranzten Ränder entfernt. Das Gold gelangte ohne Umwandlung zur Untersuchung, weil Quadrate mit mehr als 85 mm Seitenlänge nicht geliefert werden konnten; es muss jedoch hierbei bemerkt werden, dass die Ränder an und für sich weniger Unregelmässigkeiten zeigten und weiter nur die besten Flächen ausgewählt wurden. Die Zuleitung des Stromes fand an einer Ecke des Quadrates statt, und die Ableitung an der diagonal gegenüberliegenden Ecke; ist dann das Potential in irgend einem Punkte P_1 der Fläche gleich V_1 , und an einem zweiten Punkte P_2 entsprechend gleich V_2 , so ist der Widerstand, welchen die von den beiden durch P_1 und P_2 gehenden Niveaucurven und von der Begrenzung gebildete Fläche dem Strom darbietet, gegeben durch den Ausdruck:

$$w = \frac{V_1 - V_2}{i},$$

worin i die Intensität des Stromes bezeichnet, welcher durch die Electrode in die Fläche eintritt. Weil in den Potentialausdrücken im Zähler die Grösse i als Factor auftritt, ist der Widerstand w in der That durch einen von i unabhängigen Ausdruck gegeben, welcher von den Dimensionen der Platte, der Lage der Punkte P_1 und P_2 und der specifischen Leitungsfähigkeit abhängt. Ist w durch Beobachtung be-

stimmt, so kann demnach die specifische Leitungsfähigkeit berechnet werden.

Die Platten stammen aus der Bronzefarbenfabrik des Hrn. W. Ehrmann in Fürth und erwiesen sich bei der chemischen Analyse als ziemlich rein. Das Silber hatte durchaus keine Beimengungen, während im Aluminium eine Spur Eisen und im Golde eine Spur Kupfer nachgewiesen wurde. Die Quantität der Verunreinigungen war aber in beiden Fällen zu klein, als dass sie gemessen werden konnte; schätzungsweise wurde auf allerhöchstens $\frac{1}{10}$ Procent geschlossen.

Die Widerstandsmessungen wurden nach einer von Hrn. Prof. Riecke angegebenen Modification der von Matthiessen und Hockin benutzten Brückenmethode ausgeführt; bei derselben wird die Einführung eines besonderen Vergleichswiderstandes dadurch umgangen, dass die Stromstärken in den beiden durch den Brückendraht verbundenen Zweigen der Wheatstone'schen Combination gleich gross gemacht werden. Die in Fig. 4 schematisch dargestellte Drahtcombination enthielt als Messdraht $A\alpha\beta B$ eine vertical ausgespannte Neusilbersaite, welche in dem von Hrn. Dr. H. Meyer¹⁾ zu Widerstandsmessungen umgeformten und früher beschriebenen Weber'schen Monochord befestigt war. Das Instrument gelangt, abgesehen von je einer Klemmschraube, welche an den Messingbacken A und B hinzugefügt wurden, ohne Veränderungen zur Benutzung. In dem Stromzweige $A\alpha'\beta'B$ war neben dem von A ausgehenden dicken kupfernen Leitungsdraht und der Metallplatte eine Unterbrechungsstelle angebracht, welche zur Ein-, resp. Ausschaltung einer beliebigen Drahtlänge diente, um die Gleichheit der Widerstände in den beiden Zweigen $A\alpha\beta B$ und $A\alpha'\beta'B$ herzustellen. Die Methode, nach welcher die Gleichheit der Widerstände bestimmt wurde, war wiederum die Wheatstone'sche Drahtcombination, und zwar wurde dabei in folgender Weise verfahren. Der vom Commutator kommende Leitungsdraht wurde aus der Backe B gelöst und zum Ver-

1) H. Meyer, Wied. Ann. 22. p. 460. 1884.

zweigungspunkt zweier Siemens'scher Normaleinheiten geführt. Von den Quecksilbernäpfen, in welche die freien Enden der Einheiten einmündeten, gingen einerseits die Galvanometerdrähte ab, andererseits je ein dicker Kupferbügel zu der Backe B und zu dem Ende des aus B gelösten Leitungsdrahtes des Zweiges $A\alpha'\beta'B$. In der Backe A vereinigten sich die beiden Zweige und kehrten durch den Leitungsdraht zum Commutator zurück. Nachdem die Abgleichung erzielt war, wurde die frühere Verbindung wieder hergestellt und diejenigen Punkte α, β, \dots auf dem Messdrahte bestimmt, in denen dieselbe electriche Spannung herrschte, als in den auf der Metallplatte fixirten Punkten α', β', \dots . Zur Abgleichung der Widerstände sowohl, als zur Bestimmung der Punkte gleichen Potentials wurde eine empfindliche Wiedemann'sche Spiegelbussole mit grossem Widerstande benutzt. Wie man sieht, liegen die Punkte α, β, \dots auf dem Messdrahte um so weiter voneinander entfernt, je kleiner die Differenz ist zwischen dem Widerstande im Neusilberdraht und dem Widerstande, welchen die Metallplatte im Stromzweige $A\alpha'\beta'B$ darbietet. Bei der Verschiedenheit der untersuchten Materialien konnte dieses günstige Verhältniss nur bis zu einem gewissen Grade hergestellt werden; bei den Goldblättchen, welche einen bedeutend grösseren Widerstand aufweisen, als die gleich grossen Aluminium- und Silberplatten, war es nothwendig, den Draht mit einem dünneren zu vertauschen. Umgekehrt erforderten die Stanniolplatten einen stärkeren Draht. Was die Untersuchungen über das calibrische Verhalten der Neusilberdrähte anbetrifft, welche in derselben Weise angestellt wurden, wie sie in der oben genannten Abhandlung des Hrn. Dr. H. Meyer¹⁾ beschrieben sind, so kann auch hier nur die grosse Homogenität solcher Neusilberdrähte constatirt werden; selbst bei ganz dünnem Draht, wie er bei den Goldblättchen zur Verwendung gelangte, war es bei einiger Sorgfalt beim Ausziehen möglich, calibrische Saiten zu erhalten.

Von den beiden Quecksilbernäpfchen, in welche die von

1) H. Meyer, Wied. Ann. 22. p. 460. 1884.

A und *B* (Fig. 5) kommenden Leitungsdrähte einmündeten, gingen zwei U-förmig gebogene Kupferelectroden *E* und *E'* aus; dieselben liefen unten in eine Spitze aus und wurden mittelst Federung gegen die Metallplatte gedrückt. Die Hülsen *H* und *H'*, welche die Federn enthielten, waren parallel mit der Fläche der Metallplatte verschiebbar, sodass die Electroden leicht über die Platte hin fortgeführt werden konnten. Die Electroden wurden stets in zwei diagonal gegenüberliegenden Eckpunkten der Metallblättchen aufgesetzt; letztere lagen auf einer matt geschliffenen Glasscheibe, und waren gegen äussere Einflüsse durch eine quadratische Spiegelglasplatte von 85 mm Seitenlänge geschützt. Um den Zuleitungsdrähten *E* und *E'* Raum zu geben, waren zwei diagonal gegenüberliegende Ecken dieser Spiegelglasplatte abgeschliffen; ausserdem waren zwei dünne Glimmerstreifen auf der unteren Seite dieser Scheibe in unmittelbarer Nähe der abgestumpften Ecken festgeklebt, um die directe Berührung der Metallplatte und der glatten Glasdecke und ein damit verbundenes Unbrauchbarwerden für weitere Untersuchungen zu verhindern. Auf der zwischen den abgestumpften Ecken gezogenen Diagonale war die Glasdecke an sechs zu den Ecken symmetrisch gelegenen Punkten durchbohrt; der Abstand der Punkte voneinander betrug 12 mm. Ueber den Durchbohrungen waren Metallhülsen *q* angebracht, welche sechs U-förmig gebogenen Electroden Führung gaben. Diese Electroden *r* gingen durch die Glasscheibe hindurch und berührten die Metallplatte mit einer Spitze; durch Belastung mit einem Bleigewicht *p* wurde ein sicherer Contact hergestellt; auf der anderen Seite endigten die Electroden in sechs Quecksilbernäpfchen *s*, von denen aus dann die weitere Verbindung mit dem Galvanometer hergestellt wurde. Die Orientirung der Glasplatte und der von derselben getragenen Electroden geschah in der Weise, dass die Flächen des Metallblättchens und der Glasplatte zu vollkommener Deckung gebracht wurden.

Aus den quadratischen Aluminium- und Silberblättchen wurden je zwei rechteckige Platten ausgeschnitten, deren Länge gleich 86,3 mm, deren Breite gleich 29,2 mm war;

der dritte schmalere Streifen wurde nicht zur Untersuchung herangezogen. Die Zuleitungselectroden berührten auch hier die Metallplatte in zwei diagonal gegenüberliegenden Eckpunkten. Die schützende Glasdecke hatte Seitenlängen von 86,3 und 29,2 mm; sie war, abgesehen von der Form und der Anzahl der Punkte, an denen die Spannung beobachtet wurde, in derselben Weise hergerichtet, wie es bei der quadratischen Gestalt soeben ausführlich beschrieben ist; statt der sechs Punkte dort waren hier nur vier Durchbohrungen ebenfalls symmetrisch zu den Ecken und im gegenseitigen Abstand von 12 mm auf der die Zuleitungselectroden verbindenden Diagonale angebracht. Bei dem Goldblatt wurde von einer Zerlegung in Rechtecke Abstand genommen.

Der Versuch, das specifische Gewicht der untersuchten Metallblättchen zu bestimmen, führte zu keinem Resultate; die Dicke s der Platten konnte infolge dessen nur annäherungsweise aus dem absoluten Gewicht unter Zugrundelegung folgender Werthe für die specifischen Gewichte berechnet werden; woraus sich die folgenden Dicken d ergaben.

	Aluminium	Silber	Gold
s	2,6	10,4	19,3
$10^5 d$	47	18	9 mm.

Um einen Maassstab für die Brauchbarkeit der zur Widerstandsmessung angewandten Methode zu erhalten, wurde der Widerstand von drei kreisförmigen Stanniolscheiben nach dieser und nach der von G. Kirchhoff¹⁾ gegebenen Methode untersucht. Die Zuleitungselectroden waren in zwei diametral gegenüberliegenden Punkten des Randes so angelöthet, dass der Mittelpunkt des kreisförmigen Electrodenquerschnitts in den Rand fiel. Die Punkte, in denen die Spannung beobachtet wurde, lagen auf dem die Electroden verbindenden Durchmesser. Bei diesen Versuchen war keine Glasdecke mit Durchbohrungen vorhanden, sondern die U-förmig gebogenen Kupferelectroden wurden durch Federn direct gegen die Stanniolscheiben gedrückt. Die Werthe λ der Leitungsfähigkeiten sind hier wie im Folgenden auf Queck-

1) G. Kirchhoff, Berl. Ber. 1880. p. 601.
Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXXII.

silber bei 0 Grad gleich 1 bezogen; die den Leitungsfähigkeiten hinzugefügten Klammergrößen bezeichnen die Temperaturen, bei denen die Versuche angestellt sind.

		Leitungsfähigkeit λ			
		Durchmesser	Dicke	Kirchhoff	neue Methode
Scheibe	I	199,22 mm	0,041 mm	8,1466 ($t = 15,3^\circ$)	8,1304 ($t = 15,8^\circ$)
"	II	206,44 "	0,013 "	8,2826 ($t = 14,6$)	8,2660 ($t = 15,0$)
"	III	196,20 "	0,039 "	7,0808 ($t = 14,0^\circ$)	6,8388 ($t = 13,2^\circ$)

		mittlerer Fehler des Resultates		Zahl der Beobachtungen	
		Kirchhoff	neue Methode	Kirchhoff	neue Methode
Scheibe	I	0,01277	0,00895	22	10
"	II	0,03480	0,02266	12	12
"	III	0,01150	0,03298	5	5

Eine Vergleichung der mittleren Fehler ergibt, dass die hier zur Anwendung gebrachte Methode vollkommen brauchbare Resultate liefert. Die gefundenen Werthe der Leitungsfähigkeit stimmen auch mit den Resultaten anderer Beobachter vollkommen überein; nach älteren Bestimmungen an käuflichen Metallen findet:

Lenz ¹⁾	E. Becquerel ¹⁾	Matthiessen ¹⁾
$\lambda = 6,65$	8,06	7,02

Die neueren Untersuchungen ergeben für die Leitungsfähigkeit des reinen Zinns:

nach Matthiessen²⁾ $\lambda = 7,56$, nach Benoist³⁾ $\lambda = 8,23$.

Für den Fall der Stromverbreitung in einem Rechteck, in welchem beliebig viele Einströmungspunkte liegen, ist das Potential V durch den reellen Bestandtheil einer doppelt periodischen Function $U = V + Wi$ gegeben; der imaginäre Bestandtheil dieser Function gleich einer Constanten gesetzt, gibt die Gleichungen der Strömungskurven. Weil es sich im Folgenden nur um Potentialdifferenzen handelt, werden die additiv in dem Potentialausdrucke auftretenden Constanten nicht berücksichtigt werden; ausserdem wird die Anzahl der Einströmungspunkte auf zwei beschränkt und vorausgesetzt, dass die Intensität des Stromes im Schliessungskreise gleich +1 ist.

1) Wiedemann, Electricität. 1. p. 503. 1882.

2) Wiedemann, l. c. p. 508.

3) Wiedemann, l. c. p. 525.

Für das Potential ergeben sich folgende Endwerthe, und zwar für den Punkt mit den Coordinaten uv im Falle einer rechteckigen Platte:

$$V = -\frac{1}{\pi\lambda\delta} \log \frac{\sigma^2 u \sigma_2^2 v i - \sigma_2^2 u \sigma^2 v i}{\sigma_2^2 u \sigma_2^2 v i - (e_2 - e_3)(e_2 - e_1) \sigma^2 u \sigma^2 v i}.$$

Für den speciellen Fall des Quadrates vereinfacht sich diese Formel auf:

$$V' = -\frac{1}{\pi\lambda\delta} \log \frac{2\sigma^2 u \sigma_2^2 u}{\sigma_2^4 u - e_1^2 \sigma^4 u}.$$

Der Leitungswiderstand, welcher dem Strom durch diejenige Fläche entgegengesetzt wird, welche durch die den Punkten u_1 und u_2 zugehörigen Niveaucurven und durch den Rand des Quadrates begrenzt wird, ist:

$$w = \frac{1}{\pi\lambda\delta} \log \frac{\vartheta_1^2(u_2) \vartheta_3^2(u_2)}{\vartheta_3^4(u_2) - \vartheta_1^4(u_2)} \frac{\vartheta_3^4(u_1) - \vartheta_1^4(u_1)}{\vartheta_1^2(u_1) \vartheta_3^2(u_1)}.$$

Um die Beobachtungsart zu erläutern, möge ein Protocoll für ein Quadrat folgen. Die mit α bezeichnete Grösse ist der Widerstand des Messdrahtes für eine Länge von 1000 mm; die Lage der Punkte gleichen Potentials auf dem Messdrahte und auf der Metallplatte ergeben die mit l und p bezeichneten Columnen; die Zahlen δ der ersten Column geben die Stellung des beweglichen Schlittens gegen das feste, mit einer Millimetertheilung versehene Gestell des Monochords, während die mit Hülfe eines Kathetometers gewonnenen Zahlen der zweiten Column den gegenseitigen Abstand der Punkte $P_1 P_2 \dots$ voneinander und auch von den Zuleitungselectroden angeben; letztere sind in der Tabelle mit 0 und 10 bezeichnet.

Aluminium. Quadrat A. $\alpha = 1,3511$ Siemens.

Temp. $20,1^\circ$ C.

	l										
Punkt	1.	2.	3.	4.	5.	6.	5.	4.	3.	2.	
	789,8	809,8	826,4	841,9	860,6	888,0	860,4	841,9	826,2	809,9	
Punkt	1.	2.	3.	4.	5.	6.	5.	4.	3.	2.	1.
	789,9	809,9	826,4	842,0	860,7	888,0	860,5	841,9	826,3	809,8	789,8

Temp. $20,2^\circ$ C.

	p							
Punkt	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	10.
	661,90	692,75	704,55	716,56	728,60	740,55	752,54	783,48
	661,90	692,75	704,54	716,56	728,60	740,55	752,55.	

Die Seitenlänge des Quadrates betrug $a = 86,373$ mm.

In den folgenden Tabellen sind die Resultate der Beobachtungen für die Aluminiumblättchen zusammengestellt. Die mit Quadrat I bezeichnete Platte war als bestes Exemplar einem Buche entnommen, welches ausschliesslich Platten von der erforderlichen Grösse enthielt; die späteren Quadrate II, IV und A wurden, wie schon erwähnt, aus grösseren Flächen von 100 mm Seitenlänge herausgeschnitten. Durch Zusammenfassen je zweier der 6 Punkte des Quadrates und der 4 Punkte des Rechteckes ergeben sich 15, resp. 6 Werthe für das Product $\lambda\delta$; die den einzelnen Grössen vorgesetzten Klammern ergeben die Combination, aus welcher der betreffende Werth hervorgegangen ist.

Aluminium.

	Quadrat I	Quadrat II	Quadrat IV	Quadrat A
(1,2)	$\lambda\delta = 10,83179$	$\lambda\delta = 7,52806$	$\lambda\delta = 8,81919$	$\lambda\delta = 7,93046$
(1,3)	11,01967	8,13011	9,01133	7,95000
(1,4)	11,12113	8,25324	8,90089	7,92019
(1,5)	11,15652	8,26230	8,83946	7,66352
(1,6)	10,82605	8,54044	8,33160	7,13568
(2,3)	11,25675	9,01193	9,25622	7,97373
(2,4)	11,31384	8,79207	8,95355	7,91379
(2,5)	11,29825	8,61236	8,84797	7,55822
(2,6)	10,82213	8,89358	8,19621	6,93229
(3,4)	11,37772	8,56566	8,64383	7,85050
(3,5)	11,32020	8,41953	8,64744	7,35829
(3,6)	10,69211	8,85658	7,90091	6,65421
(4,5)	11,26862	8,29064	8,65077	6,94613
(4,6)	10,43407	8,98339	7,62300	6,24920
(5,6)	9,83066	9,66042	6,92277	5,77620
Mittel	$\lambda\delta = 10,97130$	$\lambda\delta = 8,58669$	$\lambda\delta = 8,50301$	$\lambda\delta = 7,32083$

	Rechteck II _a	Rechteck IV _a	Rechteck A _a
(1,2)	$\lambda\delta = 9,33372$	$\lambda\delta = 7,90383$	$\lambda\delta = 5,72662$
(1,3)	9,64212	8,33920	6,16306
(1,4)	9,58457	8,64439	6,12196
(2,3)	9,99195	8,83918	6,69548
(2,4)	9,72016	8,86941	6,34705
(3,4)	9,47277	9,32007	6,04209
Mittel	$\lambda\delta = 9,62422$	$\lambda\delta = 8,65268$	$\lambda\delta = 6,18271$
	Rechteck II _b	Rechteck IV _b	Rechteck A _b
(1,2)	$\lambda\delta = 11,29247$	$\lambda\delta = 7,58346$	$\lambda\delta = 8,05278$
(1,3)	10,83145	7,66092	8,68066
(1,4)	10,47154	7,94044	8,91640
(2,3)	10,38964	7,74377	9,44248
(2,4)	10,09517	8,13783	9,43321
(3,4)	9,82508	8,55956	9,42418
Mittel	$\lambda\delta = 10,48423$	$\lambda\delta = 7,93766$	$\lambda\delta = 8,99162$

Im Mittel ergeben sich aus den verschiedenen Beobachtungen die folgenden Werthe:

Aluminium:

		Leitungs- fähigkeit	Dicke mm	Gew.d.quad. Platte	wahrsch.Fehler d. Result.	Temp.
Quadrat	I	23,07	0,000 475 5	8,970 mg	0,15384 (0,7%)	17,0° C.
"	II	17,62	0,000 487 4	9,109 "	0,17517 (1,0 ")	19,2
"	IV	17,89	0,000 475 4	9,038 "	0,22623 (1,3 ")	21,4
"	A	16,02	0,000 456 9	8,863 "	0,26299 (1,6 ")	20,1
Rechteck	II _a	19,75	0,000 487 4		0,12724 (0,7 ")	18,9
"	II _b	21,51			0,29559 (1,4 ")	19,7
"	IV _a	18,20	0,000 475 4		0,28212 (1,6 ")	21,7
"	IV _b	16,70			0,21125 (1,2 ")	22,1
"	A _a	13,53	0,000 146 9		0,19470 (1,4 ")	20,9
"	A _b	19,68			0,33802 (1,7 ")	20,4

Die Abhängigkeit des specifischen Widerstandes für reines, weiches Aluminium von der Temperatur lässt sich durch die Formel:

$$r_t = r_0 (1 + 0,003\,876\,t - 0,000\,001\,320\,t^2)$$

darstellen¹⁾; die Leitungsfähigkeit des Metalls berechnet sich danach für die Temperatur 20,0°:

$$\lambda = 28,628.$$

Dagegen gibt die obige Zusammenstellung im Mittel eine Leitungsfähigkeit von 18. Würde man den Grund für diese Abweichung in einer fehlerhaften Berechnung der Dicke suchen und dementsprechend das specifische Gewicht, welches der Berechnung der Dicke zu Grunde liegt, ändern, so würde man auf einen Werth $s = 4,1$ an Stelle von $s = 2,6$ geführt werden. Gegen eine Erwärmung der dünnen Metallplatte durch den hindurchgehenden Strom und eine damit verbundene Verminderung der Leitungsfähigkeit sprechen verschiedene Gründe; einerseits wurde der Strom stets nur momentan geschlossen, und andererseits würde sich eine solche Erwärmung durch Verschiebung der Punkte auf dem Messdrahte bemerkbar machen, was aber, wie die oben angeführten Protocolle zeigen, durchaus nicht der Fall ist.

Die entsprechenden Resultate für die Silberblättchen finden sich in den folgenden Tabellen zusammengestellt.

1) Wiedemann, Electricität. 1. p. 524. 1882.

Silber.

	Quadrat II	Quadrat III	Quadrat IV
(1,2)	$\lambda\delta = 8,14284$	$\lambda\delta = 8,52325$	$\lambda\delta = 7,84799$
(1,3)	8,45333	8,76587	7,86445
(1,4)	8,54125	8,85606	7,98455
(1,5)	8,36248	8,96550	8,08805
(1,6)	8,16327	9,00720	8,05607
(2,3)	8,86074	9,07407	7,88438
(2,4)	8,81081	9,07634	8,07279
(2,5)	8,45617	9,16000	8,19247
(2,6)	8,16921	9,15758	8,11986
(3,4)	8,75769	9,07879	8,28847
(3,5)	8,26135	9,20550	8,36523
(3,6)	7,97176	9,18463	8,19969
(4,5)	7,85141	9,32576	8,43894
(4,6)	7,68874	9,22948	8,16290
(5,6)	7,55000	9,15178	7,94652
Mittel	$\lambda\delta = 8,26907$	$\lambda\lambda = 9,05079$	$\lambda\delta = 8,10082$
	Rechteck 2 _a	Rechteck III _a	Rechteck IV _a
(1,2)	$\lambda\delta = 9,30796$	$\lambda\delta = 8,87226$	$\lambda\delta = 8,31380$
(1,3)	9,60295	8,95233	8,10728
(1,4)	9,71943	8,90694	7,87053
(2,3)	9,93159	9,03936	7,90611
(2,4)	9,94833	8,92497	7,66273
(3,4)	9,95556	8,81770	7,43807
Mittel	$\lambda\delta = 9,74355$	$\lambda\delta = 8,91901$	$\lambda\delta = 7,86309$
	Rechteck II _b	Rechteck III _b	Rechteck IV _b
(1,2)	$\lambda\delta = 8,27478$	$\lambda\delta = 9,03925$	$\lambda\delta = 9,48128$
(1,3)	8,92999	9,16813	9,22894
(1,4)	8,31404	9,08011	8,96045
(2,3)	8,10517	9,30468	8,98169
(2,4)	8,33457	9,10107	8,71596
(3,4)	8,56785	8,90995	8,47157
Mittel	$\lambda\delta = 8,42107$	$\lambda\delta = 9,10053$	$\lambda\delta = 8,97331$

Aus diesen Beobachtungen ergeben sich folgende Mittelwerthe für die Leitungsfähigkeit der Silberblättchen.

Silber.

	Leitungs- fähigkeit	Dicke mm	Gew.d.quadr. Platte	wahrsch.Fehler. d. Result.	Temp.
Quadrat II	43,84	0,000 188 6	14,538 mg	0,36553 (0,8%)	23,3° C.
„ III	47,90	0,000 188 9	14,636 „	0,31180 (0,6 „)	23,2
„ IV	45,00	0,000 180 0	13,543 „	0,17322 (0,4 „)	21,8
Rechteck II _a	51,66			0,37540 (0,8 „)	21,9
„ II _b	44,65	0,000 188 6		0,42349 (1,0 „)	20,5
„ III _a	47,22			0,10958 (0,2 „)	23,3
„ III _b	48,18	0,000 188 9		0,19201 (0,4 „)	21,4
„ IV _a	43,79			0,47550 (1,1 „)	20,9
„ IV _b	49,85	0,000 180 0		0,54800 (1,1 „)	20,7

Die Leitungsfähigkeit des Silbers für die Temperatur t ist, wenn dieselbe bei 0 Grad gleich 100 gesetzt wird, durch folgende Formel¹⁾ gegeben:

$$\lambda_t = 100 - 0,38287 t + 0,000 984 8 t^2.$$

Hiernach ist bei 23,0° $\lambda = 91,71$ oder in Quecksilbereinheiten $\lambda = 55,39$.

Das specifische Gewicht würde sich hier unter Annahme einer beobachteten Leitungsfähigkeit von $\lambda = 45$ unter denselben Voraussetzungen wie bei dem Aluminium auf $s=13,1$ statt auf $s=10,4$, also auf einen etwa 25 Proc. grösseren Werth stellen.

Die folgende Tabelle enthält schliesslich die Resultate, welche sich bei den Untersuchungen der Goldblättchen ergaben.

Gold.

	Quadrat I	Quadrat II	Quadrat III	Quadrat IV
(1,2)	$\lambda \delta = 1,02076$	$\lambda \delta = 0,97741$	$\lambda \delta = 1,05469$	$\lambda \delta = 1,04892$
(1,3)	1,04719	1,06623	1,13244	1,05467
(1,4)	1,11606	1,14303	1,17715	1,12488
(1,5)	1,12812	1,16013	1,15871	1,16331
(1,6)	1,08161	1,12743	1,11800	1,12747
(2,3)	1,08052	1,19867	1,24236	1,06172
(2,4)	1,18443	1,27949	1,26920	1,17861
(2,5)	1,17877	1,25759	1,20785	1,21844
(2,6)	1,10046	1,17631	1,13774	1,15263
(3,4)	1,32159	1,37929	1,29969	1,33749
(3,5)	1,23749	1,29035	1,19053	1,31975
(3,6)	1,10695	1,16947	1,10813	1,18468
(4,5)	1,16790	1,21747	1,10411	1,30366
(4,6)	1,03669	1,10043	1,04455	1,13117
(5,6)	0,95084	1,02188	1,00156	1,02262
Mittel	$\lambda \delta = 1,11729$	$\lambda \delta = 1,17101$	$\lambda \delta = 1,14978$	$\lambda \delta = 1,16200$

Die Zusammenstellung der Mittelwerthe der Leitungsfähigkeit liefert die folgende Tabelle.

Gold.

	Leitungs- fähigkeit	Dicke mm	Gew. d. Platte	wahrsch. Fehler d. Result.	Temp.
Quadrat I	13,01	0,000 085 9	11,998 mg	0,18603 (1,4%)	16,0° C.
„ II	12,30	0,000 095 2	13,235 „	0,19454 (1,6 „)	15,7
„ III	12,46	0,000 091 5	12,757 „	0,15967 (1,3 „)	14,7
„ IV	13,37	0,000 086 9	12,094 „	0,19781 (1,5 „)	16,9

Die Leitungsfähigkeit des harten Goldes ist unter Zu-

1) Wiedemann, Electricität. 1. p. 508. 1882.

grundelegung von λ für Quecksilber bei 0 Grad gleich 1, für die Temperatur 0 gleich 47,07.¹⁾

Bei der Anwendung der Formel:

$$\lambda_t = 100 - 0,36745 t + 0,000 8443 t^2.$$

ergibt sich der auf Quecksilber reducirte Werth für die Temperatur 16,0°:

$$\lambda_t = 44,4044.$$

Die beobachtete mittlere Leitungsfähigkeit bleibt also etwa 3,2 mal hinter der berechneten zurück. Diese Abweichung ist also so gross, dass der Versuch, die Differenz durch ein grösseres specifisches Gewicht und eine bedeutendere Härte des Metalles zu erklären, absurd erscheint. Es bleibt hier nur die Annahme von Discontinuitäten in den leitenden Metallschichten übrig; dasselbe dürfte, wenn auch in geringerem Grade, beim Aluminium und Silber der Fall sein. Wenn man die Leitungsfähigkeit der Platten als eine constante Grösse betrachtet, so können aus den verschiedenen Beobachtungen der $\lambda\delta$ die Dicken der Platten an den verschiedenen Stellen berechnet werden (Fig. 6). Mit der einzigen Ausnahme des Aluminiumquadrates II haben alle Curven die Eigenschaft gemein, dass sie von der Mitte nach beiden Seiten hin abfallen; die ausgehämmerten dünnen Metallblätter werden also nach dem Rande zu stets dünner.

Göttingen, phys. Inst. im März 1887.

IV. Ueber die Gesetze der Reflexion und Brechung des Lichtes an der Grenze absorbirender Krystalle; von P. Drude.

Es soll im Folgenden die Aufgabe behandelt werden, die Gesetze der Reflexion und Brechung des Lichtes an der Grenze absorbirender Krystalle abzuleiten auf Grund der Theorie, welche Hr. Prof. Voigt über die Absorption des Lichtes gegeben hat. Mit Hülfe derselben ist die oben ge-

1) Wiedemann, *Electricität*. 1. p. 508. 1882.