mischen Funktionen; in der Geometrie legt man großen Wert auf das geometrische Zeichnen (Darstellung in schräger Parallelperspektive) und auf die Behandlung der Trigonometrie, sowohl der ebenen Trigonometrie als auch einiger Sätze aus der sphärischen Trigonometrie. Besonders werden die Anwendungen betont (darunter auch die einfachsten Aufgaben aus der Versicherungsrechnung). Die konstruktive und analytische Behandlung der Kegelschnitte ist dagegen dem wahlfreien zweistündigen Unterricht in der obersten Klasse zugewiesen.

Nichteuklidische Geometrie. Von Dr. Heinrich Liebmann, a.-o. Professor an der Technischen Hochschule in München. Mit 39 Figuren. Zweite, neubearbeitete Auflage. Sammlung Schubert XLIX. Berlin und Leipzig, G. J. Göschen, 1912. VI u. 222 Seiten. Preis geb. M. 6.50.

Gegenüber der im Jahre 1905 erschienenen ersten Auflage weist die vorliegende zweite zahlreiche Änderungen auf. In das erste Kapitel, das vom Parallelenpostulat und seinen Scheinbeweisen handelt, ist nunmehr das Axiomensystem von Hilbert aufgenommen und ferner der wichtige Satz von der Mittellinie kongruenter Punktreihen, den Hjelmslev als vom Parallelenpostulat unabhängig nachgewiesen hat. Bei der Aufzählung der Axiome sind einige Versehen unterlaufen, u. zw. sind die Axiome I, 2 und II, 1 (p. 4), sowie I, 5 (p. 18) nicht richtig formuliert. Auch die Behauptung auf p. 5, Z. 1—2 v. o., daß aus den beiden ersten Axiomen der Anordnung II, 1 und II, 2 (p. 4) folgt, daß es zwischen zwei Punkten A und B einer Geraden unbegrenzt viele Punkte gibt, ist nicht richtig; dazu müßte erst bewiesen werden, daß die Annahmen, C liegt zwischen A und B, D liegt zwischen A und C, zur Folge haben, daß D auch zwischen A und B liegt, was aber nur mit Hilfe des Axioms II, 4 von Pasch (p. 5) erreicht wird. Der Beweis auf p. 12 ist durch Druckfehler derart entstellt, daß er fast unverständlich wird.

Das zweite Kapitel behandelt die Elementargeometrie in der hyperbolischen Ebene (p. 21—56) und die Grundlagen des hyperbolischen Raumgeometrie (p. 56—64). Das wichtigste Hilfsmittel, das beim Aufbau verwendet wird, besteht in der Zuordnung eines rechtwinkeligen Dreieckes und eines dazu „komplementären" dreirechtwinkeligen Viereckes, aus welcher dann die Neper-Engelsche Regel (p. 40—41) folgt. Der Zusammenhang komplementärer Figuren wird diesmal innerhalb der Ebene selbst und nicht, wie in der ersten Auflage, mittels eines sphärischen Dreieckes aufgestellt. Außerdem werden die Zyklen und ihre Abbildung durch komplementäre Ordinaten, sowie die Inhaltsbestimmung des Dreieckes besprochen. § 13 enthält den von den Begründern der nichteuklidischen Geometrie in den Vordergrund gestellten Satz, daß auf der Grenzkugel die euklidische Geometrie gilt. Während die Beweise auf p. 24—27 recht unklar sind, dürfte § 10 (p. 37—42) zu den besten des Buches gehören. Unrichtig ist die Behauptung auf p. 55, Z. 3—1 v. u., daß aus $f(\delta) + f(\pi - \delta) = \pi$, $f(o) = o$, $f(\pi) = \pi$ (hier ist überdies ein Druckfehler) folgen soll, daß $f(\delta) \equiv \pi - \delta$ ist (was übrigens $\equiv \delta$ heißen soll); wie man leicht sieht, kann die Funktion $f(\delta)$ zwischen 0 und $\frac{\pi}{2}$ ganz willkürlich angenommen werden, wenn sie nur die Bedingungen $f(o) = o$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$ erfüllt.

Im dritten Kapitel wird die hyperbolische Trigonometrie aufgebaut. Es ergeben sich zuerst Formeln für das rechtwinkelige Dreieck, in denen nicht die Winkel des Dreieckes selbst, sondern die Lote vorkommen, deren Parallelwinkel sie sind. Erst nach Festsetzung des Winkelmaßes werden die Winkel selbst in die Formeln eingeführt. Den Schluß dieses Kapitels bildet der Nachweis, daß im kleinen die euklidische Geometrie gilt, sowie eine darauf beruhende, von Gauß angedeutete Ableitung der nichteuklidischen Geometrien und endlich die Deutung der hyperbolischen Planimetrie als sphärische Geometrie auf einer Kugel vom Radius $i = \sqrt{-1}$. Von den mannigfaltigen Druckfehlern dieses Kapitels sei bloß hervorgehoben, daß der Sinussatz (p. 74, letzte Zeile) unrichtig angeschrieben ist. Auf p. 84, Z. 3 v. o., wird ferner auf „Formeln (1) bis (5)" verwiesen, die wohl in der ersten Auflage (auf p. 130) vorkommen, in der zweiten aber teilweise weggeblieben und überhaupt nicht numeriert sind.

Das vierte Kapitel, das Längen- und Inhaltsmessungen behandelt, hat nur geringe Änderungen erfahren (auch in bezug auf die Druckfehler); dagegen sind im fünften Kapitel, wo die analytische Geometrie der hyperbolischen Ebene mit Benützung der Weierstraßschen homogenen Koordinaten entwickelt wird, neu aufgenommen die Cayley-Kleinsche Metrik, sowie die konforme Abbildung der hyperbolischen Ebene, bei welcher den Geraden derselben die Kreise eines Bündels mit reellem Orthogonalkreis entsprechen. (In der ersten Auflage war dieser Abbildung ein eigenes Kapitel gewidmet.) Sehr gekürzt wurde auch die Geometrie der Kegelschnitte in der hyperbolischen Ebene.

Die wesentlichste Änderung, die das sechste Kapitel erfahren hat, ist die Aufnahme der Studyschen Abbildung der Speere des elliptischen Raumes (p. 186—194). Die Schilderung einer Konstruktion auf p. 157 ist wohl etwas allzu knapp ausgefallen und enthält überdies in Z. 6 v. o. einen irreführenden Druckfehler.

Im letzten Kapitel, das einiges aus der nichteuklidischen Mechanik enthält, ist als neu hinzugekommen zu erwähnen die Darstellung der Beziehungen des Relativitätsprinzips zur hyperbolischen Geometrie.

Im ganzen scheint der Verfasser offenbar bestrebt gewesen zu sein, den Umfang des Werkes nach Möglichkeit zu verringern; jedenfalls ist es ihm gelungen, die Seitenzahl um 26 herabzudrücken, freilich nicht selten auf Kosten der Deutlichkeit, die außerdem noch durch eine recht große Zahl von Druckfehlern gestört wird.

Der kundige Leser wird gewiß in dem Buche vieles finden, was ihn interessiert; wir glauben aber nicht, daß der mit dem Gegenstand nicht vertraute Anfänger, der aus dem Buche lernen will — und nach dem Plane der Sammlung Schubert sollte man diese Absicht immerhin für berechtigt halten — jenes Maß von Geduld aufbringen wird, das notwendig ist, sich durch das stellenweise recht dichte Gestrüpp von Versehen, Unklarheiten und sinnstörenden Druckfehlern hindurchzufinden. *H. Rothe.*

Leçons de Mathématiques générales. Par L. Zoretti, professeur à la Faculté des Sciences de Caen. Avec une préface de P. Appell, Paris, Gauthier-Villars, 1914. XVI et 753 pages.