

4. *Über die Abhängigkeit des Temperaturkoeffizienten permanenter Magnete von deren Gestalt;* *von E. Gumlich.*

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Unter dem mittleren Temperaturkoeffizienten eines permanenten Magneten versteht man bekanntlich die zwischen zwei Temperaturen t_1 und t_2 gemessene reversible prozentische Änderung seines magnetischen Moments mit der Temperatur pro Grad Celsius. Neben dem theoretischen Interesse hat der Temperaturkoeffizient insofern eine gewisse praktische Bedeutung, als die Brauchbarkeit mancher mit permanenten Magneten ausgerüsteten Instrumente, wie elektrische Zähler und dergleichen, auf der Unveränderlichkeit der verwendeten Magnete beruhen. Nun sind im Verlauf der in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt ausgeführten Untersuchungen über den Einfluß der chemischen Zusammensetzung und thermischen Behandlung auf die Magnetisierbarkeit von Eisenlegierungen (Wissenschaftl. Abh. d. Physikal.-Techn. Reichsanstalt IV, H. 3, 1918; Elektrotechn. Zeitschr., 1919 p. 312) bereits die Magnete aus reinen Kohlenstoffstählen in bezug auf Leistung, Widerstand gegen Erschütterungen und Erwärmungen und in bezug auf Temperaturkoeffizienten genauer untersucht worden. Es hat sich dabei insbesondere herausgestellt, daß der Temperaturkoeffizient der Magnete aus reinen Eisen-Kohlenstoff-Legierungen mit wachsendem Gehalt an *gelöstem* C sinkt, so daß es möglich ist, durch Härtung eines Materials mit etwa 1,4 Proz. C bei etwa 1100° Magnete von allerdings nur geringer Stärke herzustellen, welche überhaupt keinen Temperaturkoeffizienten besitzen. Entsprechende Untersuchungen sollen demnächst auch mit den speziell für die Fabrikation permanenter Magnete in Betracht kommenden Legierungen von Eisen-Kohlenstoff mit Zusatz von Wolfram, Chrom und Molybdän durchgeführt werden. Inzwischen wurde versucht, die Frage der

Abhängigkeit des Temperaturkoeffizienten permanenter Magnete von deren *Gestalt* einigermaßen zu klären, auf welche bereits Cancani¹⁾ und Ashworth²⁾ die Aufmerksamkeit gelenkt haben.

Zunächst wird es sich empfehlen, die Vorgänge bei einer mäßigen Erwärmung des Magnets noch etwas näher ins Auge zu fassen:

Beobachtet man die Ablenkung eines Magnetometers durch einen frisch magnetisierten Stabmagnet bei Zimmertemperatur und bei 100°, so findet man, daß in letzterem Falle die Ablenkung geringer ist, daß also die scheinbare Remanenz, das magnetische Moment des Stabes, durch die Erwärmung abgenommen hat. Diese Abnahme ist jedoch nur zum Teil bleibend, denn durch nachfolgendes Abkühlen nimmt der Magneterausschlag wieder zu, aber im allgemeinen nicht bis zum vollen früheren Betrag, die Remanenz bleibt vielmehr etwas kleiner als vor der Erwärmung. Wir haben es also mit der Übereinanderlagerung zweier verschiedener Prozesse zu tun, eines irreversiblen, in folgedessen die Remanenz durch die Erwärmung dauernd abnimmt, und eines anscheinend reversiblen (vgl. auch weiter unten), in folgedessen die Remanenz mit der Erwärmung sinkt, mit der Abkühlung wieder ansteigt. Durch Wiederholung der Erwärmung und Abkühlung innerhalb desselben Temperaturintervalles wird die irreversible Änderung der Remanenz immer geringer und es bleibt schließlich nur noch der reversible Prozeß übrig. Auf dieser Tatsache beruht bekanntlich das sogenannte Altern der permanenten Magnete nach Strouhal und Barus.

Nach der im Eingang gegebenen Definition ist der Temperaturkoeffizient α eines permanenten Magneten vom magnetischen Moment M zwischen den Temperaturen t_1 und t_2 gegeben durch die Beziehung

$$\alpha = \frac{M_1 - M_2}{M_1(t_1 - t_2)} = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_1(t_1 - t_2)},$$

wobei γ den dem magnetischen Moment proportionalen Ausschlag des benutzten Magnetometers oder ballistischen Galvanometers bezeichnet. Bei den zumeist in Betracht kommenden

1) Cancani, Atti della R. Acc. dei Lincei (4) 3. p. 501. 1887.

2) Ashworth, Proc. Roy. Soc. London. 57. p. 210. 1898.

Materialien liegt der Temperaturkoeffizient innerhalb der Grenzen 2 bis 6×10^{-4} und ist, wie schon aus dem früheren hervorgeht, im allgemeinen negativ, d. h. der höheren Temperatur entspricht das niedrigere Moment und umgekehrt. Bei den vorliegenden Versuchen wurden als Temperaturen der Bequemlichkeit halber Zimmertemperatur und etwa 100° gewählt. Auf die Frage, ob und inwieweit der Temperaturkoeffizient innerhalb des gewählten Temperaturbereichs als konstant anzusehen ist, wird später noch zurückzukommen sein.

Die Schwierigkeit der Messungen beruht im wesentlichen auf der geringen Größe der Differenz der Ausschläge im kalten und warmen Zustand, deren genaue Bestimmung die unvermeidlichen Nullpunktschwankungen stark beeinträchtigten. Die Ausführung der Messungen in den sehr viel ruhigeren Räumen des Laboratoriums auf dem Telegraphenberg bei Potsdam verbot sich leider durch die Ungunst der Kriegsverhältnisse, eine Verwendung des gewöhnlichen Magnetometers in der Reichsanstalt selbst war wegen der äußeren Störungen ganz ausgeschlossen, aber auch die bis ± 1 Skalenteil betragenden Nullpunktschwankungen des störungsfreien Torsionsmagnetometers von Kohlrausch und Holborn machten sich recht unangenehm bemerkbar. Von empfindlicheren Methoden (vgl. Kohlrausch, Lehrbuch der prakt. Physik 76a), mußte aus verschiedenen Gründen abgesehen werden, man begnügte sich daher mit der bekannten Anordnung nach der ersten Gaußschen Hauptlage (Magnetometer — Magnet nord-südlich, Probestab ost-westlich), beobachtete die Ausschläge nach großen und kleinen Zahlen beim Umkehren des Magnets und gewann so, bei hinreichend häufiger Wiederholung der Ablesungen, trotz der Nullpunktschwankungen einen erträglichen Mittelwert. Als Lager für die Stabmagnete und Ellipsoide diente eine mit einem Anschlag versehene Rinne im Innern eines Kastens aus Kupferblech, der mit Schmieröl gefüllt war, das elektrisch geheizt und durchgerührt werden konnte. Der mit Index versehene Kasten ließ sich auf der mit Teilung versehenen Magnetometerbank verschieben und so einstellen, daß der erzielte Ausschlag wenigstens bei längeren Stäben hinreichend groß wurde; bei den kürzeren Stäben mußte man sich mit recht kleinen Ausschlägen und einer entsprechend geringeren Genauigkeit

begnügen. Die Temperaturmessungen erfolgten mit dem Quecksilberthermometer.

Meist wurden mehrere Stäbe nacheinander im kalten Zustand gemessen, dann das Bad angeheizt und die Messung wiederholt; am nächsten Tage nach Abkühlung des Bades erfolgte schließlich die endgültige Messung im kalten Zustand. Der Grad der Übereinstimmung der beiden Beobachtungen im kalten Zustand vor und nach der Erwärmung ließ erkennen, inwieweit durch die vorangegangene thermische Behandlung die Beseitigung der dauernden Änderungen gelungen war; eventuell wurde nur die Messung nach der Erwärmung in Rechnung gezogen. Bei länger dauernden Meßreihen mußte natürlich auch eine eventuelle Änderung der Empfindlichkeit des Magnetometers, die mittels einer stromdurchflossenen Ablenkungsspule kontrolliert werden konnte, berücksichtigt werden. In einigen Fällen, namentlich wenn es sich um rasche Durchführung von Kontrollversuchen und dergleichen handelte, wurde je eine Rinne mit Anschlag beiderseits des Magnetometers angebracht und der Abstand so reguliert, daß der zu beobachtende Magnet aus beiden Lagen denselben Ausschlag hervorbrachte. Indem man dann den einen Kasten auf hoher, den anderen auf tiefer Temperatur hielt, konnten die notwendigen Versuche an denselben Stäben rascher erledigt und häufiger wiederholt werden.

Zu den Versuchen wurde zunächst ein Stab von $l = 22$ cm Länge und $d = 0,6$ cm Durchmesser benutzt, der 0,72 Proz. C und 3,26 Proz. Cr enthielt und bei 850° gehärtet worden war. Seine Koerzitivkraft betrug 52 Gauß, die Remanenz etwa 11 000; das Material war also von mittlerer Güte. Zunächst wurde der Stab 20 Stunden lang auf 100° erwärmt, magnetisiert, einer Reihe von zyklischen Erwärmungen und Abkühlungen unterworfen und der Temperaturkoeffizient durch magnetometrische Messungen im kalten und warmen Zustand bestimmt; sodann wurde der Stab durch eine Kupferschmirelscheibe in zwei Teile von 14,6 und 7,4 cm Länge zerlegt, beide Teile wurden zusammen wieder hoch magnetisiert, zyklisch erwärmt und von beiden der Temperaturkoeffizient bestimmt. Schließlich zerlegte man nochmals das kürzere Ende in zwei Teile von 4,8 bzw. 2,4 cm Länge und verfuhr ebenso. Zum Zweck guter

Magnetisierung in freier Spule wurden die kurzen Stäbe durch Ansatzstücke aus weichem Eisen verlängert, um die entmagnetisierende Wirkung der freien Stabenden zu verringern.

Das Ergebnis der Messungen ist nachstehend in Tab. 1 zusammengestellt und in Fig. 1 graphisch wiedergegeben. Wie ersichtlich, steigt der Temperaturkoeffizient α mit dem von 37 bis 4 abnehmenden Dimensionsverhältnis l/d von 2,4 bis auf 4,2, also um etwa 75 Proz., und zwar liegen die Punkte auf einer ziemlich glatten Kurve. Zur Erklärung dieser Erscheinung liegt folgende Annahme nahe.

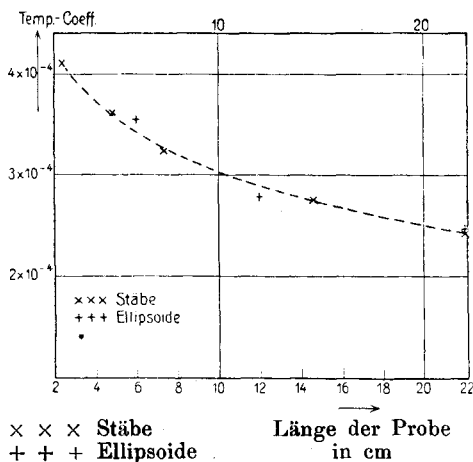


Fig. 1.

Die Verteilung der Induktionslinien im Innern zylindrischer Stäbe ist ungleichmäßig, sie und damit auch der sogenannte Polabstand ändert sich mit der Höhe der Induktion bzw. der Permeabilität (vgl. später). Die Permeabilität ist aber wiederum abhängig von der Temperatur; somit wird sich auch der Kraftlinienverlauf und der Polabstand mit der Temperatur ändern, und zwar, infolge der entmagnetisierenden Wirkung der Stabenden, bei längeren Stäben in anderer Weise als bei kürzeren. Bei den Ellipsoiden dagegen ist die Magnetisierung gleichmäßig, und zwar, homogenes Material vorausgesetzt, unabhängig von der Höhe der Induktion. Infolgedessen wird man erwarten dürfen, daß bei den Ellipsoiden der Polabstand bei der Erwärmung ungeändert bleibt, und zwar unabhängig vom Dimen-

Tabelle 1.

Art, Material u. Bezeichnung der Probe	1	Chemische Analyse	2	Härtungs- temperatur	3	Durchmesser d in cm	4	Länge l in cm	5	Dimensions- verhältnis l/d	6	Entmagnetisierungs- faktor N	7	Tempe- raturkoeff. fizient α (beob.)	8	Scheinbare Remanenz R'_k (kalt) R'_k (warm)	9	10	11	12	13
Zylindrischer Stab, (Chromkohlenstoffleg. Cr 33 C 7 E (Nr. 11))		Cr = 3,26 % C = 0,72 " Si = 0,40 " Mn = 0,14 "		850°	0,6	22,0	37,0					—			$2,4 \times 10^{-4}$	—	—	—	—	—	—
"		"		850°	0,6	14,6	24,0					—			$2,7_5 \times 10^{-4}$	—	—	—	—	—	—
"		"		850°	0,6	7,4	12,3					—			$3,2_4 \times 10^{-4}$	—	—	—	—	—	—
"		"		850°	0,6	4,8	8,0					—			$3,6 \times 10^{-4}$	—	—	—	—	—	—
"		"		850°	0,6	2,4	4,0					—			$4,2 \times 10^{-4}$	—	—	—	—	—	—
Ring		"		900°	—	—	∞					0,000			—	10 680	10 360	320	$3,9 \times 10^{-4}$	—	—
Ellipsoid		"		900°	0,6	22,0	37,0					0,032			$2,4_6 \times 10^{-4}$	9 010	8 735	275	$3,9_3 \times 10^{-4}$	$3,4_9 \times 10^{-4}$	—
"		"		900°	0,6	12,0	20,0					0,090			$2,7_3 \times 10^{-4}$	5 895	5 675	220	$4,8_4 \times 10^{-4}$	$4,3_6 \times 10^{-4}$	—
"		"		900°	0,6	6,0	10,0					0,255			$3,5_4 \times 10^{-4}$	2 380	2 290	90	$4,9_1 \times 10^{-4}$	$4,7_4 \times 10^{-4}$	—
"		"		900°	0,6	2,4	4,0					0,8			$3,2_3 \times 10^{-3}$	790	755	35	$5,7_5 \times 10^{-4}$	—	—
Zylindrischer Stab, Kohlenstoffleg. (C 51 D)		C = 0,48 " Mn = 0,52 " Si = 0,12 "		900°	0,6	16,3	27,0					—			$4,2 \times 10^{-4}$	—	—	—	—	—	—

sionsverhältnis. Wäre also die Abhängigkeit des Temperaturkoeffizienten vom Dimensionsverhältnis auf eine Änderung des Polabstandes im warmen und kalten Zustand zurückzuführen, so dürfte sie bei Material in Ellipsoidform nicht auftreten.

Um die Richtigkeit dieses Schlusses nachzuprüfen, wurden aus dem gleichen Material vier Ellipsoide von der Länge 22, 12, 6 und 2,4 cm und der Dicke 0,6 cm hergestellt, gehärtet und in derselben Weise untersucht wie die Stäbe. Wie die Zusammenstellung in Tab. 1 und die graphische Darstellung in Fig. 1 zeigen, fallen die gefundenen Werte für die Temperaturkoeffizienten, mit Ausnahme desjenigen für das kleinste Ellipsoid, innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler vollkommen in den Gang der für zylindrische Stäbe gefundenen Temperaturkoeffizienten hinein. Ob die erhebliche Abweichung beim kleinsten Ellipsoid auf Beobachtungsfelder zurückzuführen ist, die selbstverständlich bei diesen außerordentlich kleinen Dimensionen sehr stark ins Gewicht fallen, oder vielleicht auf eine durch das Härten hervorgerufene Materialverschiedenheit, ließ sich ohne zeitraubende Kontrollversuche nicht feststellen, auf die man verzichten zu können glaubte, da schon aus den drei übrigen Werten hervorgeht, daß auch bei den Ellipsoiden der Temperaturkoeffizient keineswegs unabhängig ist vom Dimensionsverhältnis.

Weiter handelte es sich um die Feststellung einer eventuellen Änderung des Polabstandes von Ellipsoiden und Stäben durch die Erwärmung. Der Ausschlag x , den ein Ellipsoid oder ein zylindrischer Stab vom magnetischen Moment M beim Magnetometer von Kohlrausch und Holborn hervorbringt, ist gegeben durch die Beziehung:

$$\frac{M}{a^3} \left[1 + \frac{\frac{1}{2} L^2 - \frac{3}{4} l^2}{a^2} + \frac{3}{16} \frac{L^3}{a^3} + \psi \left(\frac{a}{h} \right) \right] = \frac{Cx}{2A}$$

Hierin bezeichnet a den Abstand der Mitte der Probe vom Magnetometer, L den gesuchten Polabstand, l den Polabstand des Magnetometermagnets, der hier hinreichend genau gleich $5/6$ der Länge gesetzt werden kann, A den Abstand der Skala vom Spiegel, C die Magnetometerkonstante und $\psi(a/h)$ ein Korrektionsglied, welches der Wirkung der Proben auf den

oberen Magnet des Magnetometers Rechnung trägt, der im vertikalen Abstand h vom unteren Magnet an demselben Gehänge angebracht ist. Beobachtet man nun aus zwei verschiedenen Entfernungen a_1 und a_2 , welche den Ausschlägen x_1 und x_2 entsprechen, dividiert die entsprechenden Gleichungen und löst sie nach L auf, so erhält man für den gesuchten Polabstand den Wert

$$L = \sqrt{-\frac{a}{2} \pm \sqrt{\beta + \frac{a^2}{4}}},$$

hierin ist

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{x_2 a_2^3}{a_1^2} - \frac{x_1 a_1^3}{a_2^2} \right)$$

$$\beta = \frac{3}{16} \left(\frac{x_2 a_2^3}{a_1^4} - \frac{x_1 a_1^3}{a_2^4} \right)$$

und

$$\beta = x_1 a_1^3 \left[1 - \frac{3}{4} \frac{l^2}{a_1^2} + \psi \left(\frac{a_2}{h} \right) \right] - x_2 a_2^3 \left[1 - \frac{3}{4} \frac{l^2}{a_2^2} + \psi \left(\frac{a_1}{h} \right) \right]$$

$$- \frac{3}{16} \left(\frac{x_2 a_2^3}{a_1^4} - \frac{x_1 a_1^3}{a_2^4} \right)$$

Man wird allerdings bei dieser Bestimmung des Polabstandes keine hohe Genauigkeit erwarten dürfen, denn in der obigen Hauptformel kommt L nur in Korrektionsgliedern vor, die etwa 10 Proz. des in der Klammer stehenden Wertes kaum übersteigen werden, da die Annahme von Polen überhaupt nur dann zulässig ist, wenn der Probekörper sich in nicht zu geringem Abstand vom Magnetometer befindet, die Größe L/a also klein ist. Eine weitere Quelle der Unsicherheit besteht darin, daß sich infolge der Erwärmung und der dadurch bedingten Ausdehnung des Probekörpers und seiner Unterlagen der Abstand a zwischen Probekörper und Magnetometer etwas ändert. Diese an sich nur kleine Verschiebung, die sich aber bei der Rechnung doch schon deutlich bemerkbar macht, kann natürlich nur angenähert berücksichtigt werden. Schließlich ließ sich auch der Abstand a im kalten Zustand nicht mit der sonst bei magnetometrischen Messungen üblichen Genauigkeit ermitteln, da der Erwärmungskasten, in welchem sich der Probekörper befand, die Messungen außerordentlich erschwerte.

Es ergab sich für das Ellipsoid von 22 cm Länge für den Polabstand:

im kalten Zustand $0,75_7$ der genannten Länge,
 „ warmen „ $0,75_4$ „ „ „

Die beiden Werte stimmen also innerhalb der Grenzen der Meßgenauigkeit recht befriedigend überein und bestätigen das oben bereits erwähnte Ergebnis theoretischer Überlegung. Weniger befriedigend ist die Übereinstimmung des gefundenen Polabstandes mit dem theoretisch geforderten Betrag $0,77_5$. Die etwa 2 Proz. betragende Abweichung, die allerdings für die vorliegende Frage keine Rolle spielt, ist wohl in der Hauptsache auf die Unsicherheit in der Messung des Abstandes „ zurückzuführen, zum Teil vielleicht auch auf die unvermeidlichen Abweichungen des verwendeten Probekörpers von der idealen Ellipsoidgestalt.

Bei den Stäben wurden als Probekörper verwendet: ein ca. 16 cm langer und 0,6 cm dicker Stab C 51 aus nahezu reinem C-Stahl mit 0,5 Proz. C und einem verhältnismäßig hohen Temperaturkoeffizienten $4,2 \times 10^{-4}$, sowie der längere Abschnitt des schon oben erwähnten in mehrere Teile zerlegten Chrom-Kohlenstoff-Stabes Nr. 11 von 14,6 cm Länge. Es ergaben sich folgende Werte:

	kalt	warm
C 51 D	$0,84_6$	$0,86_0$
Nr. 11	$0,77_2$	$0,81_9$

Im Gegensatz zum Ellipsoid tritt hier tatsächlich eine Änderung des Polabstandes von 2 Proz. bzw. 6 Proz. durch die Erwärmung ein, die wohl sicher oberhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegt; sie kann aber zur Erklärung des Temperaturkoeffizienten und seiner Abhängigkeit vom Dimensionsverhältnis schon aus dem Grund nicht herangezogen werden, weil sie im umgekehrten Sinne verläuft. Da nämlich das magnetische Moment mit wachsender Temperatur abnimmt, so müßte, falls dies auf eine Änderung des Polabstandes zurückgeführt werden sollte, der Polabstand mit der Erwärmung abnehmen, er nimmt aber tatsächlich zu. Somit ist dieser Weg zur Erklärung der beobachteten Erscheinung ungangbar. Immer-

hin aber hat es ein gewisses Interesse, in Verbindung mit diesen Versuchen auch auf die Ergebnisse früherer noch nicht veröffentlichter Beobachtungen über die Abhängigkeit des Polabstandes von der Höhe der Magnetisierung bei zylindrischen

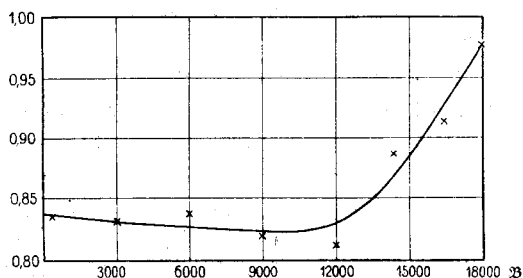


Fig. 2.

Stäben hinzuweisen. Die nach demselben Verfahren ausgeführten Versuche, zu welchen ein 33 cm langer und 0,6 cm. dicker Stab V 111 aus gutem Flußstahl diente, ergaben folgende Werte, die in Fig. 2 auch graphisch wiedergegeben sind.

Tabelle 2.

\mathfrak{B}	L	\mathfrak{B}	L
300	0,83 ₅	12 000	0,81 ₂
3000	0,83 ₂	14 400	0,88 ₇
6000	0,83 ₈	16 500	0,91 ₄
9000	0,82 ₀	18 000	0,97 ₅

Sieht man von dem wohl etwas zu niedrigen Wert von $\mathfrak{B} = 12000$ ab, so erkennt man, daß der Polabstand mit steigender Induktion zunächst etwas abnimmt, bis ungefähr die Maximalpermeabilität erreicht ist, sodann aber ständig und sehr erheblich anwächst, so daß schon bei $\mathfrak{B} = 18000$ in der Nähe der Sättigung die Pole fast mit den Enden des Stabes zusammenfallen. Es zeigt sich also die Erscheinung, daß die Pole um so weiter gegen das Ende hinrücken, die Magnetisierung also um so gleichmäßiger wird, je geringer die Permeabilität ist¹⁾, denn tatsächlich nimmt ja die Permeabilität mit

1) Zu dem gleichen Ergebnis gelangte u. a. L. Holborn in seiner Untersuchung über die Verteilung des induzierten Magnetismus in Zylindern. (Sitzungsber. d. Königl. Preuß. Akad. d. Wissensch.

wachsender Induktion sehr erheblich ab und beträgt in diesem Falle bei $\mathfrak{B} = 18\,000$ nur noch etwa 100, also etwa den hundertsten Teil der Maximalpermeabilität. In ihrer äußersten Konsequenz wird diese Erscheinung bestätigt durch einen Körper von der Permeabilität 1, denn tatsächlich würde ein zylindrischer Stab aus Luft die gleichmäßige Verteilung der Induktionslinien zeigen, welche in der Magnetisierungsspule überhaupt herrscht, die Pole würden also vollkommen an den Enden liegen. Aber auch mit der oben gefundenen Erscheinung der Vergrößerung des Polabstandes durch die Erwärmung stehen diese Beobachtungen im Einklang. Wenn man auch bei der Remanenz, als einem Punkt der Hystereseschleife, von einer Permeabilität des Materials im definitionsmäßigen Sinne nicht sprechen kann, so werden wir doch auf Grund einer noch folgenden Beobachtung am geschlossenen Ringe annehmen müssen, daß der magnetische Widerstand des Materials mit steigender Temperatur wächst, daß also die Permeabilität abnimmt. Es entspricht somit auch bei den beobachteten Stabmagneten der geringeren Permeabilität im warmen Zustand der größere Polabstand und umgekehrt.

Durch die bisherigen Versuche hat sich ergeben, daß die naheliegende Annahme, als könnte die Abhängigkeit des Temperaturkoeffizienten vom Dimensionsverhältnis auf die ungleichmäßige Verteilung des Magnetismus im Stab zurückzuführen sein, nicht zutreffend ist. Um nun über die bei der Erwärmung auftretenden Änderungen eine einwandfreie Übersicht zu erhalten, wurde ein Ring von etwa 7,8 cm äußerem und 6,5 cm innerem Durchmesser, 1,33 qcm Querschnitt aus demselben Chrom-Kohlenstoff-Stahl wie die früher verwendeten Stäbe und Ellipsoide bei ca. 900° gehärtet, längere Zeit auf 100° erwärmt, mit primärer und sekundärer Wicklung versehen und ballistisch untersucht, und zwar zunächst in kaltem Zustand, dann bei etwa 100° im Ölbad und schließlich wieder

1898, p. 159.) Doch handelt es sich dort nicht um die als Fernwirkungszentren, sondern um die als Schwerpunkt des freien Magnetismus definierten Pole, die einen ganz anderen Abstand haben und sich durch ein ballistisches Verfahren verhältnismäßig einfach und genau feststellen lassen (vgl. auch C. Benedicks, Untersuchungen über den Polabstand magnetischer Zylinder, K. Svenska Vet Akad. Handlingar 27. Nr. 5. 1902).

im kalten Zustand. Die in Betracht kommenden Teile der gefundenen Hystereseschleifen sind in Fig. 3 wiedergegeben; es zeigt sich, was zu erwarten war, daß die Schleife im warmen Zustand merklich unter der im kalten Zustand liegt. Die beiden Kurven im kalten Zustand vor und nach der Erwärmung zeigen nur geringe Unterschiede, die letztere liegt nur wenig tiefer als die erstere. Wir können nun aus den Kurven im kalten und warmen Zustand direkt die Remanenz berechnen,

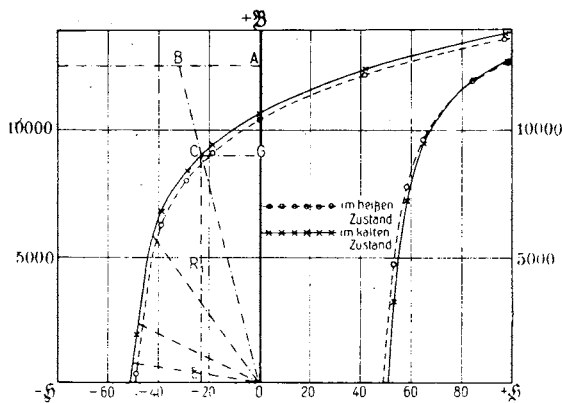


Fig. 3.

welche die aus demselben Material hergestellten Ellipsoide von bestimmtem Dimensionsverhältnis im kalten und warmen Zustand haben würden, und daraus den Wert für den Temperaturkoeffizienten ableiten.

Bekanntlich ist die Beziehung zwischen der wahren Feldstärke \mathfrak{H} und der scheinbaren Feldstärke \mathfrak{H}' in einem Ellipsoid gegeben durch $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}' - NJ$; hierin bezeichnet

$$J = \frac{\mathfrak{B} - \mathfrak{H}}{4\pi}$$

die Intensität der Magnetisierung, N den Entmagnetisierungsfaktor, der für ein Ellipsoid unabhängig von der Höhe der Magnetisierung ist und sich aus dem Dimensionsverhältnis berechnen läßt. Handelt es sich, wie hier, um den remanenten Magnetismus, so ist $\mathfrak{H}' = 0$ und die obige Beziehung reduziert sich auf

$$\mathfrak{H} = -NJ = -\frac{N\mathfrak{B}}{4\pi - N}$$

Tragen wir diese Größe für irgendeinen Wert \mathfrak{B} , beispielsweise für $\mathfrak{B} = 12\,560$ von A (Fig. 3) aus in der Hystereseschleife von links auf, also nach der Seite der negativen Feldstärke, und verbinden den erhaltenen Punkt B mit dem Koordinatenanfangspunkt O , so gibt die Schnittstelle C mit dem absteigenden Kurvenast die scheinbare Remanenz für das in Betracht kommende Ellipsoid mit dem Entmagnetisierungsfaktor N , denn im Innern des Ellipsoids herrscht wegen der entmagnetisierenden Wirkung der Enden nicht die Feldstärke 0, sondern die Feldstärke $-NJ = CG$; dieser Feldstärke entspricht aber die scheinbare Remanenz $R_1 = CE$.

Diese Konstruktion ist nun für die vier in Betracht kommenden Ellipsoide in Fig. 3 durchgeführt worden und hat die in Tab. 1, Spalte 9 und 10 eingetragenen Werte für den kalten bzw. warmen Zustand ergeben. Die Differenzen der beiden Spalten (Spalte 11) zeigen, daß die Unterschiede der Remanenz im kalten und warmen Zustand mit abnehmendem Dimensionsverhältnis ebenfalls abnehmen. Umgekehrt jedoch steht es mit der prozentischen Änderung; diese und somit auch der hiermit proportionale Temperaturkoeffizient α'_R (Spalte 12) nimmt mit abnehmendem Dimensionsverhältnis zu, wie es auch die Versuche an Ellipsoiden und Stäben tatsächlich ergeben haben (Spalte 8). Qualitativ stimmen also die aus den Ringbeobachtungen gezogenen Schlüsse mit den Beobachtungen an Stäben und Ellipsoiden überein; quantitativ jedoch noch nicht befriedigend, denn die mit dem Ring rechnerisch gewonnenen Werte sind um ungefähr 50 Proz. größer als die beobachteten. Dies kann zweierlei Gründe haben: Einmal ist wohl die Härtung des viel dickeren Ringes weniger gut gelungen als diejenige der dünnen Ellipsoide, so daß im ersteren noch ein gewisser Prozentsatz von Perlit vermutet werden kann, der einen höheren Temperaturkoeffizienten besitzt als reiner Martensit. Sodann aber muß berücksichtigt werden, daß die beiden Versuche mit dem Ring und den Ellipsoiden sich doch nicht vollkommen decken. Bei den Ellipsoiden beseitigte man durch fortgesetzte zyklische Erwärmungen nach Möglichkeit die irreversiblen Vorgänge; der Wert des Temperaturkoeffizienten ist also im wesentlichen nur aus den reversiblen Vorgängen abgeleitet worden. Dies war bei dem Ring nicht möglich, sonst

hätte man bei jeder einzelnen Induktion zyklische Erwärmungen in demselben Magnetisierungsvorgang einschieben müssen, der dadurch vollkommen zerrissen worden wäre. Dem aus den Ringversuchen gefundenen Wert des Temperaturkoeffizienten würden also bei den Ellipsoidmessungen diejenigen Werte entsprechen, welche man, wie beim Ring, aus der Differenz der Messung im kalten Zustand und bei der *ersten* Erwärmung erhält. Diese müssen aber, da noch irreversible Vorgänge mit im Spiele sind, erheblich höher ausfallen. Sie wurden an den Ellipsoiden von 22, 12 und 6 cm Länge experimentell ermittelt und ergaben die in Spalte 13 von Tab. 1 aufgeführten Werte, die nun tatsächlich mit den berechneten Werten (Spalte 12) auch der Größe nach befriedigend übereinstimmen, denn es ist immerhin zu berücksichtigen, daß nicht nur die experimentell festgestellten Werte mit nicht unbeträchtlichen Beobachtungsfehlern behaftet sind (vgl. oben), sondern ganz besonders die berechneten in Spalte 12, die ja aus der Differenz zweier nur wenig voneinander abweichender und nicht besonders genau aufgenommenen Hystereseschleifen auf graphischem Wege abgeleitet wurden; eine vollkommene quantitative Übereinstimmung unter erheblichem Zeitaufwand zu erstreben, lag aber keine Veranlassung vor.

Dagegen erschien es interessant festzustellen, ob die bei der Temperaturerhöhung eintretende und als Temperaturkoeffizient bezeichnete Abnahme des remanenten Magnetismus im gewählten Temperaturintervall (20° : 100°) eine lineare Funktion der Temperatur ist, und ferner, ob dieselbe tatsächlich nur auf reversiblen Vorgängen beruht oder ob nicht doch auch irreversible dabei in Frage kommen. Im ersteren Falle müßten, wenn man die Remanenz oder den ihr proportionalen Magnetometerausschlag als Funktion der Temperatur graphisch aufträgt, die erhaltenen Punkte auf einer geraden Linie liegen; der zweite Fall würde dadurch charakterisiert sein, daß man mit steigender und fallender Temperatur entweder denselben Kurvenzug erhält oder beim Vorhandensein irreversibler Vorgänge, zwei verschiedene Kurvenzüge.

Zu den Versuchen wurde wieder der gehärtete und gealterte Stab C 51 mit 0,5 Proz. C gewählt, da derselbe einen verhältnismäßig hohen und daher leichter zu bestimmenden

Temperaturkoeffizienten besaß, während allerdings die Neigung zu dauernden Änderungen durch Erschütterungen und Erwärmungen etwas größer war, als bei Material mit Wolfram- oder Chrom-Zusatz. Die Beobachtungen mit dem Kohlrausch-Holbornschen Magnetometer erfolgten bei Temperaturen von etwa 20° , 50° , 75° 100° und zwar mit steigender und fallender Temperatur. Es ergab sich hierbei, in Millimetrausschlägen ausgedrückt, die Kurve *A B C D E* in Fig. 4. Wäre die Alte-

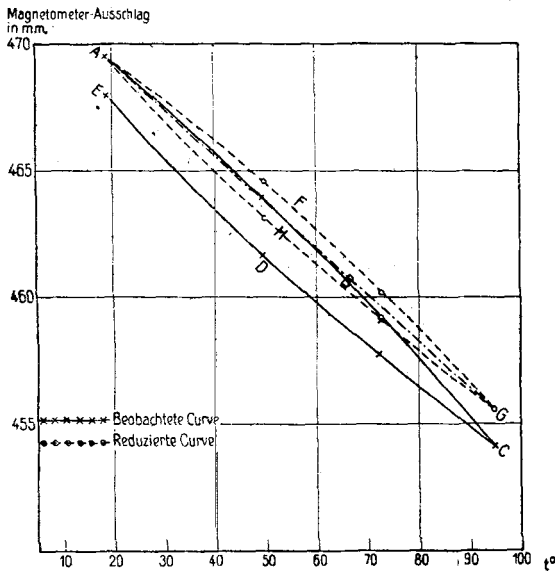


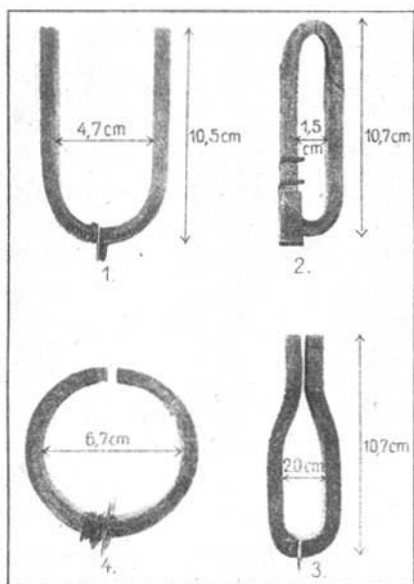
Fig. 4.

rung vollkommen gelungen gewesen, so hätte der Punkt *E* wieder genau auf den Punkt *A* fallen müssen; dies ist nicht der Fall; es hat also durch einen Erwärmungszyklus noch eine, wenn auch nur geringe dauernde Änderung von etwa 3 Proz. (1,5 mm auf 470 mm) stattgefunden, die unzweifelhaft im Verlauf der *Erwärmung* eingetreten ist, wo hingegen während der Abkühlung eine Abnahme der Remanenz sicher nicht stattgefunden hat, und zwar wird man näherungsweise annehmen dürfen, daß diese Änderung proportional der Temperaturerhöhung ist. Man wird also zu einer angenähert richtigen Kurve für die Änderung des remanenten Magnetismus mit der

Temperatur kommen, welche den Temperaturkoeffizienten charakterisiert, wenn man den Kurvenast CDE um den vollen Betrag der Größe EA nach oben verschiebt, während die beobachteten Punkte bei 50 und 75° der Kurve ABE um rund $\frac{3}{7,5} \times AE$ und $\frac{5,5}{7,5} AE$ zu erhöhen sind. Hierdurch erhält man die gestrichelte Kurve $AFGHA$, aus der zunächst hervorgeht, daß der Temperaturkoeffizient auch innerhalb des Intervalls ($20^\circ:100^\circ$) von der Größe des Temperaturintervalls nicht ganz unabhängig ist, sondern mit zunehmendem Temperaturintervall etwas steigt. Der Kurvenzug, der durch die Gerade AG in zwei symmetrische Hälften zerlegt wird, macht ganz den Eindruck einer Hystereseschleife, die man erhält, wenn man an irgendeinem Punkt der Magnetisierungskurve einen kleinen zyklischen Magnetisierungsprozeß einschiebt, und kann tatsächlich letzten Endes als eine Art von Hystereseschleife aufgefaßt werden, da sich ja durch die Erwärmung die wahre, im Innern des Stabes herrschende Feldstärke ebenfalls ändert. Wir haben es also auch hier, selbst wenn man absieht von der dauernden Änderung des remanenten Magnetismus (Verschiebung des Punktes A nach E) bei der zyklischen Erwärmung mit teilweise irreversiblen magnetischen Vorgängen zu tun, die, wie bei zyklischen Magnetisierungsprozessen, unzweifelhaft ebenfalls mit einem gewissen, wenn auch nur sehr geringen Energieverlust verbunden sind.

Die durch die obigen Versuche nunmehr geklärte Erscheinung, daß unter sonst gleichbleibenden Verhältnissen mit abnehmendem Dimensionsverhältnis der Temperaturkoeffizient wächst, läßt sich ohne weiteres sinngemäß auch auf die Hufeisenmagnete übertragen. Ein gut geschlossener Hufeisenmagnet, bei dem der Polabstand infolge des Ankers oder eines sehr engen Luftspalts von großem Querschnitt nur gering ist, kann magnetisch als analog zu einem langen Stab mit großem Dimensionsverhältnis aufgefaßt werden, während ein Hufeisenmagnet mit großer Maulweite einem Stab von kleinem Dimensionsverhältnis entsprechen würde. Bei dem ersteren würde also ein kleinerer Temperaturkoeffizient zu erwarten sein, als bei dem letzteren. Da Magnete aus *identischem* Material in den üblichen technisch verwendeten Formen nicht zur Ver-

fügung standen, wurden vier solche aus Streifen von $23 \times 1,6 \times 0,8$ cm einer Chrom-Kohlenstoff-Legierung von 1,5 Proz. C und 3 Proz. Cr nach den in Fig. 5 dargestellten Typen gebogen, bei ca. 900° gehärtet und in der gewöhnlichen Weise gealtert; die ungefähren Dimensionen sind den Abbildungen



Maulweite von	1.	=	4,7	cm
"	"	2.	=	0,15 "
"	"	3.	=	0,25 "
"	"	4.	=	0,5 "

Fig. 5.

zu entnehmen. Die verhältnismäßig bequeme Untersuchung mit dem Magnetometer hat in diesem Falle wenig Sinn, denn die Angaben des Magnetometers werden nur bedingt durch die Streulinien, die für den praktischen Gebrauch nicht in Betracht kommen; von Interesse ist vielmehr der gesamte Kraftlinienfluß des Magnetes und derjenige innerhalb des Maules, den man erhält, wenn man eine mit dem ballistischen Galvanometer verbundene Induktionsspule vom Indifferenzpunkt des Magnets bzw. von einem bestimmten Punkt des Schenkels im kalten und warmen Zustand abzieht. Die Mes-

sung des Temperaturkoeffizienten im Maul ist in einwandfreier Weise nicht gelungen, und zwar aus folgenden Gründen:

Die Meßeinrichtung wurde so getroffen, daß der betreffende Magnet in einem mit Öl gefüllten Kasten, dessen Inhalt elektrisch geheizt und gerührt werden konnte, mit dem einen Schenkel auf einem geeigneten Träger festgeklemt wurde, während die an einem Stiel befestigte Meßspule über dem anderen freien Schenkel bis zu einem Anschlag geschoben werden konnte, der entweder im Indifferenzpunkt oder 1 bis 2 cm vom Schenkelende angebracht war. Während nun bei

den Messungen vom Indifferenzpunkt aus die hauptsächlichste Schwierigkeit darin bestand, die Spule vom Anschlag aus glatt und rasch über die Krümmung der Schenkel hinweg und durch das enge Maul hindurchzuführen, bestand die Schwierigkeit im zweiten Fall, bei der Messung des Kraftlinienflusses im Maul, hauptsächlich darin, die Meßspule immer genau wieder an dieselbe Stelle zu bringen. Dies erwies sich praktisch als unausführbar, denn bei der außerordentlich starken Änderung des Kraftlinienflusses innerhalb des Maules genügte die geringste Verschiebung der Spule längs des sorgfältig hergestellten Anschlages oder das kleinste und fast unvermeidliche Kippen der Spule zu einer beträchtlichen Änderung des Galvanometerauschlages, welche bei der nur wenige Skalenteile betragenden Differenz der Ausschläge im kalten und warmen Zustand eine unverhältnismäßig große Unsicherheit der Messung hervorbrachte. Vermehrt wurde diese Schwierigkeit noch dadurch, daß das benutzte Öl im Laufe der Versuche nahezu undurchsichtig geworden war und nicht durch neues ersetzt werden konnte, so daß man beim Einführen und Anlegen der Spule an den Anschlag nur auf das Gefühl angewiesen war. Die durch wiederholte und ziemlich zeitraubende Messungen erzielten, in Spalte 4 von Tabelle 3 angeführten Ergebnisse können daher nur der Größenordnung nach als hinreichend einwandfrei bezeichnet werden.

Tabelle 3.

Bezeichnung des Magnets 1	Gesamte Kraftlinien- dichte 2	Temp. - Koeffizient	
		α insgesamt 3	α' im Maul 4
1	7350	$2,9_1 \times 10^{-4}$	$3,1_8 \times 10^{-4}$
	3880	$2,8_7$	$3,4_6$
2	7270	$2,4_8$	$1,1_7$
	3750	$2,1_4$	$2,0_6$
3	6700	$2,4_6$	$2,2_4$
	4070	$2,1_2$	$2,9_0$
4	6260	$2,5_7$	$2,1_6$
	3080	$2,4_8$	$2,2_6$

Die Messung des Temperaturkoeffizienten des gesamten Kraftlinienflusses durch Abziehen der Spule vom Indifferenz-

punkt aus wurde für zwei verschieden starke Magnetisierungen ausgeführt, um zu sehen, ob der Temperaturkoeffizient auch von der Größe der Kraftlinien-Dichte abhängt. Wie die in Tab. 3, Spalte 3 wiedergegebenen Ergebnisse erkennen lassen, ist dies tatsächlich bis zu einem gewissen Maße der Fall, indem durchweg der Temperaturkoeffizient bei niedriger Magnetisierung etwas geringer ist als bei hoher, doch ist der Unterschied zu gering, als daß ihm eine technische Bedeutung zukommen würde. Sowohl bei der hohen als bei der niedrigen Magnetisierung aber zeigt sich die schon oben ausgesprochene Vermutung bestätigt, daß der infolge des langen und engen Maules am besten geschlossene Magnet Nr. 3 den niedrigsten Temperaturkoeffizienten besitzt, Nr. 1 dagegen mit dem breitesten Maul und dem schlechtesten magnetischen Schluß den größten, während sich die Formen 2 und 4 in leicht erklärlicher Weise dazwischen einordnen.

Zum Schluß soll noch der Kraftlinienverlauf bei einem Magnet vom Typus 1 (Fig. 5) ohne und mit Ankerschluß kurz überblickt werden. Man gewinnt am einfachsten ein Bild davon, wenn man eine mit dem ballistischen Galvanometer verbundene Induktionsspule von verschiedenen Punkten der Schenkel, vom Indifferenzpunkt anfangen, abzieht. Der entsprechende Galvanometeraussschlag ist dann proportional dem in dem betreffenden Punkt herrschenden Kraftlinienfluß, der natürlich im Indifferenzpunkt den höchsten Wert erreicht, während die Differenz zwischen den Ausschlägen im Indifferenzpunkt und einem anderen Punkt der zwischen diesen Punkten vorhandenen Streuung entspricht, die beim vorliegenden Typus wegen des großen Luftwiderstandes gegen das Schenkelende außerordentlich stark zunimmt, so daß der Kraftlinienfluß 0,5 cm vom Schenkelende nur noch etwa 18 Proz. des gesamten Kraftlinienflusses beträgt (vgl. Tab. 4, Spalte 2 und Fig. 6, Kurve 1).

Da sich dies Meßverfahren nicht ohne weiteres auf den durch den Anker geschlossenen Magnet anwenden läßt, kann man sich dadurch helfen, daß man die Spule zunächst bei ungeschlossenem Magnet an den betreffenden Punkt des Schenkels bringt und nun den Galvanometeraussschlag beobachtet, der durch das Schließen der Schenkel mit dem Anker eintritt (Tab. 4, Spalte 3). Die Summe des so erhaltenen und des

früher bei ungeschlossenem Magnet beobachteten Ausschlages entspricht dann dem Kraftlinienfluß beim geschlossenen Magnet, der in Spalte 4 von Tabelle 4 und durch Kurve 2 von Fig. 6 wiedergegeben ist. Wie ersichtlich, ist die Verteilung des Magnetismus durch das Anlegen des Ankers sehr viel gleich-

Tabelle 4.

Abstand der Spulen- mitte vom Ende des Schenkels in cm	Ausschlag des Galvanometers in mm durch		
	ohne Anker	Anker- schluß	mit Anker
1	2	3	4
11,3	190,1	13,6	203,7
9	167,7	17,8	185,5
7	145,8	24,2	170,0
5	119,7	34,9	154,6
3	86,5	53,0	139,5
1	47,3	82,6	129,9
0,5	34,1	92,4	126,5

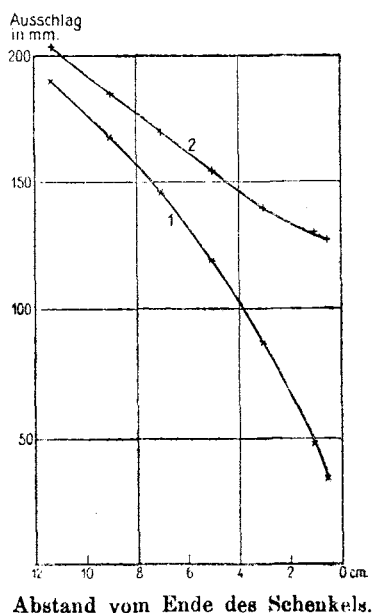


Fig. 6.

mäßiger geworden, die Streuung bis zu dem 0,5 cm vom Ende abstehenden Punkt beträgt nicht mehr 82 Proz., sondern nur noch etwa 38 Proz., aber auch der gesamte, im Indifferenzpunkt gemessene Kraftlinienfluß ist um etwa 7 Proz. gewachsen. Dies wird leicht verständlich, wenn man auch für den permanenten Magnet die Gültigkeit des sogenannten Ohmschen Gesetzes $\psi = K/R$ annimmt, worin ψ den Kraftlinienfluß, K die magnetomotorische Kraft bedeutet, welche hier der Koerzitivkraft entsprechen würde, und R den gesamten Widerstand des in Betracht kommenden Kreises, also den Widerstand der Magnetschenkel und des Luftspaltes. Da dieser gesamte Widerstand durch das Anlegen des Ankers abnimmt, so muß naturgemäß der gesamte Kraftlinienfluß wachsen.

Übersicht.

Die von Cancani und von Ashworth gefundene Abhängigkeit des Temperaturkoeffizienten stabförmiger permanenter Magnete vom Dimensionsverhältnis wird nachgeprüft und aus den an einem gehärteten Stahlring im kalten und warmen Zustand ausgeführten Beobachtungen abgeleitet, während sich die naheliegende Vermutung, daß die Ursache in einer Verschiebung der Magnetpole zu suchen sei, nicht als zutreffend erweist. Eine entsprechende Erscheinung zeigen auch die Hufeisenmagnete, bei welchen der Temperaturkoeffizient vom besseren oder schlechteren Schluß der Schenkel abhängt. — Schließlich wird noch die Kraftlinienverteilung bei einem einfach gestalteten Hufeisenmagnet in ungeschlossenem und geschlossenem Zustand experimentell festgestellt.

(Eingegangen 2. April 1919.)