

VII. *Ueber die Correctionen bei einer Winkel-
messung mit Spiegel und Scala;
von F. Kohlrausch.*

Nicht als etwas Neues, sondern nur zur Bequemlichkeit eines oder des anderen Beobachters will ich hier in möglichst handlicher Gestalt die Operationen und Formeln zusammenstellen, welche für eine genaue Bestimmung des Abstandes einer Scala von einem gedrehten Spiegel nothwendig sind.

Der Kürze halber sei die Drehungsaxe des Spiegels vertical angenommen. Es ist also für den allgemeineren Fall statt „vertical“ und „horizontal“ zu lesen „parallel“ oder „senkrecht zur Drehungsaxe“.

A bedeute den zur Scala senkrechten Abstand der anvisirten Spiegelmitte von der Scala, projecirt auf eine horizontale Ebene.¹⁾ A_0 sei der corrigirte Abstand, d. h. diejenige Länge, welche einen kleinen horizontalen Drehungswinkel α des Spiegels aus dem zugehörigen Scalenausschlage x als:

$$\alpha = \frac{x}{2A_0}$$

berechnen lässt. Die Abweichungen grösserer Scalenausschläge von der Proportionalität mit den Drehungen bleiben hier also ausser Betracht. Die Correctionen Nr. 1–5 gelten für geradlinige, wie für gebogene Scalen.

Zunächst werde die Normale auf dem nicht abgelenkten Spiegel und die Visirlinie in derselben auf der Scala senkrechten Verticalebene angenommen.

1. Correction wegen Spiegelneigung.

Eine Neigung des Spiegels gegen die Drehungsaxe kann die Scalenausschläge vergrössern oder verkleinern. Die Lage sei folgendermassen defnirt:

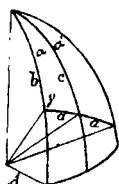
Die Visirlinie des Fernrohres — oder bei objectiver Beobachtung die Verbindungslinie der Lichtquelle mit der Spiegelmitte — bilde mit der Verticalen den Winkel b , die

1) Ein bequemes Verfahren der Messung von A s. F. u. W. Kohlrausch, Wied. Ann. 17. p. 8. 1882.

Spiegelnormale mit der Verticalen den Winkel c . Der horizontale Drehungswinkel der Spiegelnormale ist $= \alpha$, der beobachtete Scalenausschlag $= x$.

Als Hilfsgrösse werde noch der Winkel, welchen die gedrehte Spiegelnormale mit der constanten Visirlinie bildet, $= a$ gesetzt. Dann ist $2a$ der Winkel, welchen der von dem beobachteten Scalentheile kommende Lichtstrahl mit der Visirlinie macht.¹⁾

Wir denken uns um den Spiegelmittelpunkt eine Kugel beschrieben, welche eine durch die Scala gelegte verticale Ebene berührt, welche also den Halbmesser A hat. Auf der Kugeloberfläche stellen sich die Winkel a , b und c als Seiten eines Dreiecks dar, in welchem der Seite a der gesuchte Winkel α gegenüber liegt, der Seite c ein Winkel, welcher γ heisse.



In einem zweiten Dreieck liegen die Seiten $2a$ und b , die den Winkel γ einschliessen, und in welchem der Seite $2a$ ein Winkel $\alpha + \alpha'$ gegenüber liegt. Aus beiden Dreiecken folgt:

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cdot \cos \alpha, \\ \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cdot \cos \gamma, \\ \sin \gamma &= \operatorname{tg}(\alpha + \alpha') (\operatorname{ctg} 2a \sin b - \cos b \cos \gamma).\end{aligned}$$

Die Elimination von a und γ ergibt:

$$\sin \alpha = \operatorname{tg}(\alpha + \alpha') \left[\cos \alpha - \frac{1}{2 \sin c} \frac{\sin b}{\cos \alpha \sin b \sin c + \cos b \cos c} \right].$$

Wenn der Ausschlag α klein ist, so setzen wir:

$$\alpha = \sin \alpha, \quad \cos \alpha = 1, \quad \operatorname{tg}(\alpha + \alpha') = x/A,$$

und erhalten:

$$\alpha = \frac{x}{2A} \frac{\sin(2c - b)}{\sin c \cos(b - c)}.$$

Man sieht, dass der Correctionsfactor von $x/(2A)$ immer gleich Eins wird, sobald $c = 90^\circ$, d. h. sobald der Spiegel der Drehaxe parallel ist. Ebenso verschwindet die Correction,

1) Man setzt hier voraus, die Theilstriche der Scala seien so lang, dass man stets im Fadenkreuz des Fernrohres beobachte. Der Fall, dass die Theilstriche kurz sind, und dass man immer im Verticalfaden des Fernrohres beobachtet, führt für kleine Ablenkungen auf dasselbe.

wenn $b = c$, d. h. wenn die Spiegelnormale in der Ruhelage mit der Visirlinie zusammenfällt, also auch die Scala durch die Visirlinie geht. (Es ist also gut, Fernrohr und Scala möglichst dicht zusammenzubringen.) In allen anderen Fällen ist eine Correction nothwendig.

An Stelle der Neigungen b und c gegen die Verticale wollen wir nun die Neigung φ der Visirlinie und die Neigung ν der Spiegelnormale gegen den Horizont einsetzen. Dann ist $b = 90 - \varphi$, $c = 90 - \nu$, und man erhält:

$$\alpha = \frac{x}{2A} \frac{\cos(2\nu - \varphi)}{\cos \nu \cos(\nu - \varphi)}.$$

Man würde also den corrigirten Scalenabstand A_0 setzen:

$$A_0 = A \frac{\cos \nu \cos(\nu - \varphi)}{\cos(2\nu - \varphi)}.$$

Sind die Neigungen wie gewöhnlich nur klein, sodass man $\cos \nu = 1 - \frac{1}{2}\nu^2$ etc. setzen kann, so wird:

$$A_0 = A(1 + \nu(\nu - \varphi)).$$

Praktisch wird man die Neigungen so messen, dass man die Höhen N und F der Punkte, in welchen Spiegelnormale und Visirlinie die verticale Scalenebene treffen, über dem Spiegel bestimmt. Dann ist $\nu = N/A$ und $\varphi = F/A$, und man hat:

$$A_0 = A + \frac{N(N-F)}{A}.$$

Statt N kann man auch die Höhe S der Scala über dem Spiegel einführen und erhält, weil $N = \frac{1}{2}(S + F)$ ist:

$$A_0 = A + \frac{(S + F)(S - F)}{4A}.$$

Die Höhen sind von der anvisirten Spieghelmitte aus, nach oben positiv, nach unten negativ zu zählen.

2. Spiegelkrümmung.

Liegt ein Spiegel in der Drehungsaxe, so ist die Krümmung ohne Einfluss; bei excentrischer Lage kann die Correction beträchtlich werden, besonders da dünne Planspiegel oft schon durch ihre Fassung gekrümmt werden.

Der Spiegel habe den Krümmungshalbmesser r , für einen Hohlspiegel positiv gerechnet und umgekehrt. Der Abstand

von der Drehaxe sei $= a$. Man sieht leicht, dass, wenn eine Drehung α ausgeführt wird, die Spiegelnormale in dem anvisirten Punkte ihre Richtung um $\alpha + a\alpha/r = \alpha(1 + a/r)$ ändert. Man beobachtet die Ausschläge also im Verhältniss $1 + a/r$ zu gross. Mit anderen Worten, der in die Rechnung einzuführende Scalenabstand ist:

$$A_0 = A + A \frac{a}{r}.$$

Bestimmung des Krümmungshalbmessers r . — Das Fernrohr wird auf das Bild der Scala im Spiegel ohne Parallaxe eingestellt. Der Abstand der Scala vom Spiegel sei hierbei $= s$, derjenige des Fernrohrobjectives vom Spiegel $= l$. Nun richtet man das ungeänderte Fernrohr auf einen horizontalen Maassstab in ungefähr doppeltem Abstände und regulirt den letzteren, bis die Parallaxe verschwindet. Er sei, vom Objectiv an gerechnet, $= L$. Dann ist offenbar $2/r = 1/s - 1/(L - l)$, woraus:

$$r = 2s \frac{L - l}{L - l - s},$$

3. Deckglaskrümmung.

Sind die Flächen eines Deckglases nicht ganz plan, so kann auch hieraus eine Correction entspringen, welche um so grösser ist, je weiter das Deckglas vom Spiegel absteht.

Ich führe die Correction auf die Brennweite f des Deckglases zurück, die wie gewöhnlich für eine Sammellinse positiv sei, und umgekehrt. e sei der Abstand des Deckglases vom Spiegel. Spiegelnormale und Axe des Deckglases sollen in der Ruhelage des Spiegels zusammenfallen, resp. in derselben Verticalebene liegen.

Ein Mittelstrahl durch das Deckglas geht, von dem nicht abgelenkten Spiegel zurückgeworfen, in sich zurück. Ist der Spiegel um den Winkel α gedreht, so wird der Strahl um 2α gedreht zurückgeworfen. Er trifft also das Deckglas im Abstände $2\alpha e$ von dessen Mittelpunkt. Nun wird ein Strahl, der eine Linse in dem (kleinen) Abstände h von der Mitte trifft, um h/f abgelenkt, unser Strahl also um den Winkel $2\alpha e/f$. Ohne Deckglas würde der Scalenausschlag $2\alpha A$ sein,

durch das Deckglas wird der Ausschlag um $(A - e)2ae/f$ verkleinert. Der gemessene Ausschlag wäre also im Verhältniss $1 + (A - e)e/(Af)$ zu vergrössern oder der Scalenabstand A in diesem Verhältniss zu verkleinern. Man hat also zu setzen:

$$A_0 = A - e \frac{A - e}{f}.$$

Bestimmung der Brennweite f . — Ein Fernrohr wird auf einen Maasstab mit verticalen Theilstrichen ohne Parallaxe eingestellt. Der Abstand des Maasstabes vom Objectiv sei hierbei $= L$. Nun wird das Deckglas in derjenigen Lage, welche dasselbe am Instrument hat, dicht vor das Objectiv gebracht. Der Abstand, welchen jetzt der Maasstab vom Fernrohr haben muss, damit die Parallaxe verschwindet, sei $= L'$. Dann ist offenbar $1/f = 1/L' - 1/L$, also:

$$f = \frac{LL'}{L - L'}.$$

Zu dem Einflusse des Deckglases ist noch folgendes zu bemerken. Um den Localeinfluss eines Instrumentes auf die eigene Magnetometernadel zu ermitteln, verfährt man wohl so, dass man das Instrument um einen Winkel φ dreht und den Winkel bestimmt, um welchen die Nadel hierdurch mitgenommen wird. Wenn θ das Torsionsverhältniss des Fadens ist, so zieht man zunächst $\theta\varphi$ von der Ablenkung ab. Der Rest sei $= \delta$. Dann beträgt der Instrumentaleinfluss δ/φ , d. h. das magnetische Feld der Nadel wird in dem Instrument im Verhältniss $1 + \delta/\varphi$ grösser gesetzt, als das Feld ohne das Instrument an dem Orte sein würde.¹⁾ Es ist unschwer zu übersehen, dass ein solches Verfahren, falls der Spiegel nahe bei der Drehungsaxe sitzt, zugleich den Einfluss der Deckglaskrümmung mit eliminirt, der also dann nicht noch besonders in Rechnung zu setzen ist.

4. Deckglasdicke.

Wegen der Lichtbrechung in einer Planplatte von der Dicke d ist der gemessene Scalenabstand bekanntlich zu ver-

1) Man setzt dabei natürlich u. a. voraus, dass die störende Einwirkung symmetrisch um die Nadel vertheilt sei.

kleinern um $d(n-1)/n$, wenn n das Lichtbrechungsverhältniss der Platte ist.

Man hat also:

$$A_0 = A - \frac{n-1}{n} d.$$

$(n-1)/n$ ist für Glas nahe $= 1/3$.

Die Correction kann direct gemessen werden dadurch, dass man ein Mikroskop auf einen Gegenstand deutlich einstellt, dann das Deckglas vor das Objectiv bringt und Mikroskop oder Gegenstand verschiebt, bis man wieder deutlich sieht. Die Verschiebung beträgt offenbar $d(n-1)/n$.

5. Spiegeldicke.

A sei bis zur Vorderfläche eines Spiegels gemessen; dann kommt, wie bekannt, nicht die ganze Dicke d des Spiegels hinzu, sondern d/n :

$$A_0 = A + \frac{d}{n}.$$

Optische Messung einer Spiegeldicke. — Ist die Platte, etwa bei einem schon gefassten Spiegel, dem Maassstabe nicht zugänglich, so kann man die Dicke aus dem scheinbaren Abstände d' eines auf die Vorderfläche aufgetragenen weissen Punktes von seinem Bilde in der spiegelnden Fläche bestimmen. Man führt die Messung einfach mit einem Mikroskop aus, welches man zuerst auf den Punkt, dann auf dessen Spiegelbild deutlich einstellt. Die Verschiebung zwischen beiden Einstellungen ist $= d'$, und man bekommt $d = d' \cdot n/2$ also die obige Correction $d/n = \frac{1}{2} d'$.

6. Schräge Stellung der Scala.

Fällt der Ablesepunkt bei der Ruhelage des Spiegels nicht mit dem Fusspunkte der Senkrechten von dem Spiegel auf die Scala zusammen, sondern liegen beide Punkte um die Länge x_0 auseinander, so entspricht einer Verschiebung des gesehenen Scalenpunktes um die kleine Grösse x ein Drehungswinkel des Spiegels gleich:

$$\alpha = \frac{x}{2A \left(1 + \frac{x_0^2}{A^2} \right)}.$$

Man hat hiernach zu setzen:

$$A_0 = A + \frac{x_0^2}{A}.$$

A stellt auch hier den zur Scala senkrechten Horizontalabstand der letzteren vom Spiegel vor.

Sind die einzelnen im vorigen angegebenen Correctionen $A_0 - A$ klein, so sind dieselben in ihrem Zusammenwirken zu summiren.

VIII. Ueber die Erregung einer electromotorischen Kraft durch das Licht und eine Nachwirkung desselben im Selen; von S. Kalischer.

Im Jahre 1876 fanden Adams und Day bei einer Untersuchung der merkwürdigen Eigenschaft der krystallinischen Modification des Selens, seinen Widerstand unter dem Einflusse des Lichtes zu ändern, dass dieses auch im Stande ist, eine electromotorische Kraft im Selen hervorzurufen. Das Selen war zwischen Platindrähten eingeschmolzen und durch längeres Erhitzen in den krystallinischen Zustand gebracht worden. Unter drei Stücken, welche von derselben Selenstange stammten und möglichst gleich präparirt waren, zeigten zwei diese Eigenschaft, das dritte nicht. Als einige Jahre später Bell seine photophonischen Versuche veröffentlichte, wurde meine Aufmerksamkeit auf die eben erwähnte Beobachtung von Adams und Day gelenkt, und es gelang mir, unter mehreren Selenpräparaten eins zu finden, in welchem das Licht einen electrischen Strom erzeugte, der durch das Galvanometer sowohl, als auch bei Anwendung intermittirenden Lichtes durch das Telephon nachweisbar war.¹⁾ Die Zelle bestand aus Messingdrähten, die einander parallel um ein Glasröhrchen gewunden waren und in deren Zwischenraum Selen eingeschmolzen war. Nach einigen Monaten begann die electromotorische Lichtwirkung geringer zu werden; zugleich nahm der Widerstand und die Lichtempfindlichkeit, d. h. die Erhöhung der Leitungsfähigkeit unter dem Einflusse

1) Kalischer, Carl's Rep. d. Phys. 17. p. 563—570. 1881.