

Il metodo sperimentale del prof. E. G. Coker

per determinare gli sforzi interni nei materiali da costruzione mediante la luce polarizzata.

*Sunto di conferenza del Prof. Dott. Ing. L. LUIGGI,
M. Inst. C. E., Ispettore Superiore del Genio Civile.*

Non sarebbe davvero questo il momento di fare conferenze, quando tutta la Nazione è in armi e combatte per il bene supremo: l'unità d'Italia.

Ma l'argomento in esame è di natura tale che, indirettamente, interessa anche la nostra guerra o almeno la preparazione degli armamenti più delicati per assicurarci la vittoria.

Si tratta di far conoscere un metodo — che si può dire affatto nuovo e di recentissima applicazione — relativo alla determinazione diretta, visibile ai nostri occhi, degli sforzi che si manifestano internamente alle membrature di una struttura qualsiasi, sollecitata da forze esterne. Questa determinazione è quasi rigorosa ed ha immediata applicazione per tutte le ordinarie opere di Ingegneria: ma interessa poi in sommo grado quelle metalliche, a struttura specialmente complicata, e dove tutto deve essere in strettissima relazione con gli sforzi cui devono resistere i vari organi — come sarebbero automobili, aeroplani, affusti di cannoni, torpediniere, sommergibili ed altri ordigni — dove occorre impiegare il minimo di quantità di materiali pur sollecitandoli al massimo possibile, compatibilmente con la loro resistenza intrinseca, e dove perciò la conoscenza degli sforzi interni cui tali materiali saranno soggetti, assume a importanza vitale.

Finora lo studio degli sforzi interni nelle opere di Ingegneria, specialmente metalliche, vien fatto mediante il metodo analitico, applicando le teorie della elasticità, portate a così

alto grado di perfezione dal nostro Senatore Prof. Vito Volterra ¹⁾ che in tale campo ha segnato orme tanto profonde.

Però malgrado questi importantissimi progressi i metodi analitici, anche i più completi, allorchè vengono applicati all'Ingegneria ed ai soliti materiali usati nelle costruzioni, devono essere modificati introducendovi supposizioni ingegnose sì, ma non del tutto assolutamente sicure o rispondenti a verità. Ne consegue che sui risultati rimane sempre un certo senso di dubbio o di incertezza ²⁾ che obbliga gli Ingegneri a mettersi al sicuro da equivoci, applicando quei tali « *coefficienti di sicurezza* » — che taluno denominò anche « *coefficienti di ignoranza* » — i quali possono variare da 2 a 10 e talora anche oltre, e che naturalmente importano un impiego di materiale di gran lunga maggiore, dal doppio al decuplo, di quello che sarebbe strettamente necessario, risultandone quindi una struttura lontana dall'essere rigorosamente perfetta.

Questo inutile impiego di materiale, conseguenza appunto della incertezza che ancora rimane nei metodi di calcolo delle varie parti di un'opera di Ingegneria, oltre cagionare inutile maggiore spesa, può in molti casi dar luogo ad inconvenienti d'altro genere, talora assai gravi, specialmente per l'eccesso di peso che ne deriva. Tale inconveniente, che è notevole nelle incavallature di tettoie, nelle travate di ponti e simili, può divenire notevolissimo nelle strutture meccaniche in genere e navali in ispecie, soprattutto quando si tratta, come si disse, di automobili, di aeroplani, di affusti di cannone, oppure di torpediniere o di sommergibili, oppure di altri meccanismi, dove il peso morto della struttura deve essere ridotto al

¹⁾ Vedansi fra gli altri lavori del Prof. Senatore Volterra quello « Sur l'équilibre des corps élastiques multiplement connexes ». Paris, Gauthier Villars, 1907.

²⁾ Sull'incertezza che ancora rimane in tanti rami delle costruzioni murarie e metalliche e sulla necessità che i Matematici coadiuvino gli Ingegneri per risolverne i più difficili problemi, vedasi la memoria dell'ingegnere Prof. Luigi Luiggi, « Rapports entre les mathématiques et l'art de l'Ingénieur ». Atti del IV congresso Internazionale di Matematica. — Roma, Tipografia dei Lincei 1908-9.

minimo possibile, compatibilità con la solidità del meccanismo.

Per tutte queste strutture, molto complicate, i metodi analitici di calcolo finora in uso fra gli Ingegneri sono assai laboriosi e difficili, e possono talora andare soggetti anche ad errori materiali, che non è sempre facile scoprire in tempo, conseguendone danni, spese e disillusioni non indifferenti.

Questo avviene perchè, manca per le strutture più o meno deformabili, — più o meno elastiche — un metodo diretto di calcolo e di controllo, simile, per esempio, a quello in uso per le strutture rigide, alle quali possono applicarsi i procedimenti della statica grafica, così semplici e così evidenti all'occhio.

A colmare queste lacune vennero a proposito le recenti ed ingegnose ricerche del Prof. Corbino ¹⁾ dell'Università di Roma, fatte in collaborazione col Prof. Trabacchi ²⁾, allo scopo di controllare *fisicamente*, per mezzo della luce polarizzata, i risultati ottenuti *analiticamente* applicando le teorie della elasticità del Prof. Volterra.

Sperimentando su dischi di gelatina, esposti a raggi di luce polarizzata e poi assoggettati a sforzi crescenti, i Professori Corbino e Trabacchi ottennero figure con colorazioni varie nel fascio di luce emergente dalla gelatina, le quali, proiettate sullo schermo, danno la disposizione delle linee di forza, ossia un indizio, diremo *qualitativo*, della direzione ed intensità degli sforzi interni.

Queste esperienze diedero al Prof. Coker della Università di Londra — che fu per oltre 20 anni Ingegnere consulente di Locomotive e materiale Ferroviario e perciò conosce intima-

¹⁾ Prof. M. Corbino, « Le tensioni create in un corpo elastico dalle distorsioni di Volterra e la conseguente doppia rifrazione accidentale ». *Rendiconti Accademia dei Lincei*, 1° semestre 1909, p. 437.

²⁾ Prof. G. A. Trabacchi, « I fenomeni di doppia rifrazione accidentale prodotti dalle tensioni create in un corpo elastico dalle distorsioni di Volterra ». *Idem Idem*, pag. 444.

mente i bisogni della Ingegneria Civile e Meccanica — l'idea di elaborare un metodo di calcolo che fornisse rapidamente ciò che più importa agli Ingegneri, cioè il valore degli sforzi interni corrispondenti alle diverse colorazioni, ossia di assegnare un valore *quantitativo* ai diagrammi, in modo da indicare a vista d'occhio, dove e quale intensità hanno gli sforzi interni massimi e minimi e come variano.

Come è noto, se si prende una striscia di materia trasparente e la si dispone in modo che sia traversata da un fascio di luce che passi traverso a due prismi polarizzatori di Nicol e si aggiustano le cose di maniera che quando la striscia non è affatto sollecitata la luce non sia trasmessa, l'effetto di una tensione o di una compressione moderata, applicata alla striscia, la fa divenire trasparente e di un color grigiastro. Aumentando lo sforzo, il colore passa con insensibile gradazione al bianco, al giallo paglia, poi al giallo arancio, al rosso mattone, e al rosso-porpora, e quindi al turchino ben marcato; dopo di che, aumentando ancora la tensione, la scala dei colori è approssimativamente ripetuta, ma con maggiore intensità. E in tutte queste variazioni di colore, il Prof. Coker ha riscontrato si mantiene sempre una certa relazione, fra il colore della luce polarizzata che ha traversato la striscia di materiale soggetta a tensione e la forza di tensione stessa, che si esercita su di essa. Il rapporto relativo — determinato sperimentalmente dal Coker — sarebbe il seguente:

Colore della luce		Sforzo interno di tensione o compressione
Ordine I.	nero	0.0
	grigio	3.5
	bianco	5.5
	giallo paglia	8.0
	giallo arancio	10.0
	rosso mattone	10.5
	rosso porpora	11.0

Colore della luce		Sforzo interno di tensione o compressione
Ordine II.	azzurro turchino	13.0
	giallo	18.0
	rosso	21.0
	porpora	22.0

Dalle figure proiettate sullo schermo si ha la disposizione delle linee di forza, e dal colore si giudica della intensità o valore numerico degli sforzi interni. Conoscendo lo sforzo interno in un punto e il colore relativo, si ha il valore dello sforzo in qualunque altro punto, desumendolo dal colore e dalla tavola di proporzione sopra accennata.

In altri termini, come l'applicazione dei raggi di Roentgen permette al Chirurgo di vedere coi propri occhi e studiare l'effettivo funzionamento degli organi interni di un essere vivente, così le ingegnose esperienze dei Proff. Corbino e Trabacchi, tanto genialmente applicate dal Prof. Coker, offrono modo all'Ingegnere di vedere direttamente con gli occhi — e occorrendo ricavarne anche delle fotografie con lastre auto-cromatiche Lumière, che permettono così di eliminare gli errori personali — i fenomeni che si manifestano nell'interno delle varie membrature di un'opera di Ingegneria sotto l'azione di forze esterne; e cioè: la posizione dell'asse neutro, la disposizione delle varie linee di forza, e il valore numerico della intensità degli sforzi interni in qualunque punto delle linee di forza stesse e come variano col variare delle sollecitazioni esterne.

Ne risulta così un metodo rapido e sicuro di controllo dei calcoli analitici, il quale metodo, in molti casi, — analogamente a quanto si fa anche per la statica grafica — può essere sostituito senz'altro al metodo analitico, con grande risparmio di tempo e di possibili errori.

A vero dire prima del Prof. Coker un altro ingegnere, che pure ha molto lavorato nel campo tecnico e scientifico ed

ora è Professore all'*Ecole nationale des ponts et chaussées* di Parigi — il Prof. Mesnager ¹⁾, Ingegnere Capo di Ponti e Strade — aveva già applicato la luce polarizzata allo studio degli sforzi interni nelle strutture metalliche, pubblicando fin dal 1913 una Memoria sulle esperienze da lui fatte sopra il modello di un ponte ad arco in ferro, con 95 m. di corda progettato per la traversata del Rodano a Balme in Savoia.

Però i modelli sui quali sperimentava il Mesnager erano di vetro, e perciò difficili e costosi a costruire e fragili a sperimentare e non andavano esenti da errori intrinseci, dipendenti dalla tempera che il vetro acquista facilmente e che può dar luogo a fenomeni secondari non dipendenti dalle forze esterne e così ad errori.

I Proff. Corbino e Trabacchi nelle loro esperienze fecero uso della gelatina, che è materia di più facile lavorazione e che va esente da tensioni intrinseche indipendenti da forze esterne. Però essa non si presta a preparare modelli di strutture importanti, come travate di ponti, incavallature di tettoie, organi di macchine, ruote dentate e simili. Il Prof. Coker vi sostituì la *xilonite*, — che è una varietà della nitrocellulosa — e la quale ha tutti i meriti della gelatina e del vetro senza averne i difetti rispettivi, inquantochè si può avere in commercio in grandi lastre di moderato spessore, usualmente da 6 a 8 mm., ed interamente esenti da tempera o contrazioni interne anormali, eccetto ai bordi, che possano alterare i risultati delle esperienze. È trasparente quasi quanto il vetro e può essere tagliata e lavorata facilmente alla sega, pialla, lima, come se fosse avorio o corno. Con un po' di cura i lembi lavorati non conservano tracce di contrazioni residue dovute alla lavorazione. La xilonite inoltre alla luce polarizzata manifesta caratteri fisici di deformazione analoghi a quelli dei metalli e quindi i fenomeni di sforzi interni studiati su di essa possono ritenersi molto simili a quelli che si avrebbero sperimentando direttamente su metalli.

¹⁾ Mesnager « Utilisation de la double réfraction accidentelle du verre à l'étude des efforts intérieurs des solides ». *Annales des Ponts et Chaussées*, Paris, 1913.

In questo modo il Prof. Coker potè preparare molti modelli e studiare otticamente la distribuzione degli sforzi interni in travi semplici e composte soggette a flessione; in barre soggette a sforzi di taglio o di trazione o di compressione, assiali ed eccentrici; in lamiere bollonate: in tubulature sollecitate da pressione fluida interna, come nelle condotte d'acqua o esterna come nelle caldaie a vapore; nella corona delle ruote dentate; nelle biette di calettamento delle ruote sugli assi, negli effetti di torsione con sollecitazioni multiple e infine su solidi premuti fra due superficie che permettano o no al materiale di scorrere, cioè con interposizione di lastre di piombo, o di gutta-perca o d'altro materiale.

E poi, da queste esperienze — diremo così preparatorie — assurde a prove di strutture anche complicate; come incavallature di travate e arcate di varia natura, costruzioni navali ed organi di macchine, nelle quali le ricerche analitiche sono estremamente complicate e laboriose — e perciò soggette a possibili equivoci — mentre col metodo del Coker si hanno *risultati assolutamente sicuri* per quanto riguarda la direzione delle linee di forza nell'interno dei vari organi, e *abbastanza vicini al vero*, per quanto riguarda la intensità degli sforzi stessi, *ma in ogni caso assai approssimativo*.

Per dare un'idea della concordanza fra i risultati analitici e quelli dell'esperienza si può citare questa prova, che interessa, per esempio, la costruzione dei cannoni.

In un pezzo di tubo cilindrico a grosse pareti aventi raggio interno r_1 ed esterno r_2 essendo p lo sforzo tangenziale o circonferenziale e q lo sforzo radiale, il valore di $p - q$ in un punto qualunque dello spessore del cilindro di raggio r (compreso fra r_1 e r_2) è dato da

$$p - q = \frac{2p_1 r_1^3 r_2^3}{r_2^3 - r_1^3} \times \frac{1}{r^3} = \frac{\text{costante}}{r^3}$$

dove p_1 è la pressione fluida applicata nell'interno del tubo.

Nell'esperienza eseguita il raggio interno era $r_1 = 0.7075$ di pollice, ¹⁾ e il raggio esterno $r_2 = 1.4275$ di pollice, e la pressione p_1 era di 900 libbre per pollice quadrato. I valori di $p - q$ in qualunque punto dello spessore del tubo, calcolati con la formola o dedotti direttamente con l'osservazione dei colori alla luce polarizzata risultano, per un raggio r intermedio fra r_1 e r_2 i seguenti:

Raggio r espresso in pollici	$p - q$ espresso in libbre per pollice quadrato	
	determinato sperimentalmente	calcolato con la formola
$r_1 = 0.7075$	2100	2400
0.85	1560	1660
1.00	1185	1205
1.15	870	910
1.30	670	715
$r_2 = 1.4275$	—	588

Da questa tabella e da altre numerose esperienze e ricerche comparative, appositamente istituite dal Coker, apparisce che i risultati del suo metodo e quelli dei metodi analitici usuali concordano, con differenze minime, appena dal 10 al 20 % ossia sono trascurabili completamente per i soliti bisogni della pratica.

Il merito principale di questo metodo però sta in ciò, che non richiede molta fatica o spesa per essere applicato, evita errori materiali e permette di osservare direttamente come variano i fenomeni che avvengono nell'intima struttura dei materiali da costruzione, man mano che variano le sollecitazioni esterne, ma soprattutto permette di determinare — mediante fotografie autocromatiche e perciò esenti da errori per-

¹⁾ Si son lasciate le misure inglesi per opportuna referenza con le esperienze di Coker. Per memoria si aggiunge, che 1 pollice = 25.405; 1 libbra per pollice quadrato = 0.0703 kg. per cm.²

sonali — il valore e la direzione degli sforzi interni principali, anche in strutture complesse che non sarebbe possibile calcolare esattamente con gli ordinari metodi analitici, specialmente in strutture navali o di aeronautica.

Il Prof. Coker espose le sue esperienze al Congresso della « British Association » tenutosi in Australia nell'agosto 1914, al quale ebbi l'onore di essere invitato in qualità di « Guest » (ospite) con l'incarico di far conoscere agli Ingegneri Australiani le più importanti opere di irrigazione eseguite in Italia ¹⁾ e che, per l'Australia, che soffre molto la siccità, hanno importanza vitale.

Vista l'importanza dell'argomento pregai il Prof. Coker a fare una Conferenza alla nostra Società e che, causa la guerra non potendo farla personalmente, è qui riprodotta.

Università di Roma, novembre 1915.

Prof. Dr. Ing. LUIGI LUIGGI

Presidente della Società degli Ingegneri e Architetti Italiani.

NOTA — Le ulteriori esperienze del Prof. Coker son effettuate su modelli fatti con « xilonite » e riproducenti organi di macchine in normale movimento, cosicchè si possono seguire coll'occhio gli sforzi successivi in una biella, in un gruppo di ruote dentate, in una trave caricata da un peso in movimento imitante un treno di ferrovia, nella coperta o nei fianchi di una nave soggetta a rollio o beccheggio e simili. In tal modo il campo di ricerche possibile del metodo del Prof. Coker si estende grandemente.

Luglio 1916.

PROF. ING. L. L.

¹⁾ Prof. Ing. L. Luiggi. « Irrigation Works in Italy ». Conferenze fatte alle Università di Melbourne e Sydney e pubblicate nel Giornale Ufficiale del *Department of Agriculture for the State of Victoria, Melbourne*, ottobre 1914. Sullo stesso argomento vedasi pure la memoria del Prof. Luiggi. « Italian Irrigation » *Atti del Congresso Internazionale di Ingegneria, San Francisco*, 1915.