12.

Tabelle der reducirten positiven ternären quadratischen Formen, nebst den Resultaten neuer Forschungen über diese Formen, in besonderer Rücksicht auf ihre tabellarische Berechnung.

(Von Herrn Dr. *G. Eisenstein*, Docent an der Universität zu Berlin.)

Erste Abtheilung.

Resultate neuer Forschungen über die reducirten positiven ternären Formen, in besonderer Rücksicht auf die Berechnung und Controlirung der Tabelle dieser Formen.

§. 1.

Entstehung und Einrichtung der Tabelle.

Nachdem mir durch wiederholte Anstrengungen die Lösung zweier Haupt-Aufgaben über ternäre positive quadratische Formen gelungen war, und ich hierdurch eine doppelte Reihe von neuen Sätzen über diese Formen gewonnen hatte, erschien es mir wünschenswerth, sowohl zur numerischen Prüfung dieser Sätze, als auch zu Gunsten neuer Forschungen, eine Tabelle der reducirten ternären Formen von gröfserem Umfange und gröfserer Mannigfaltigkeit zu besitzen, als die, welche *Seeber* am Schlusse seines diesen Gegenstand betreffenden Werkes construirt hat; denn die letztere erstreckt sich, trotz ihres scheinbar bedeutenden Umfanges, wenn man sich der von *Gaufs* eingeführten Nomenclatur bedient, wie hier stets geschehen wird, und wenn man allein auf die hauptsächlich wichtigen *eigentlich primitiven* Formen Rücksicht nimmt, nur bis zur Determinante -25. Dies genügte schon nicht für meinen nächsten Zweck, da die erwähnten Sätze eine sehr mannigfaltige Gestalt annehmen, je nachdem die Determinante durch eine oder mehrere Primzahlen theilbar ist, quadratische Theiler enthält oder nicht, ungerade oder gerade ist, und im letzteren Falle durch niedere oder hohe Potenzen von 2 aufgeht u. s. w. Der Erfüllung meines Wunsches stand indessen die grofse Länge und Complication der zu unternehmenden Rechnung entgegen, und ich hätte, hierdurch abgeschreckt und ohnedies mit andern rein theoretischen Forschungen beschäftigt, meine Absicht, die *Seeber*'sche Tabelle wenigstens bis zur Determinante -100 fortzusetzen, aufgeben müssen, wäre es mir nicht durch die theilnehmende und wohlwollende Unterstützung der Akademie der Wiss. zu Berlin möglich gemacht worden, mir die nöthigen Rechenkräfte zu verschaffen, mit deren Hülfe ich im Stande war, diese Arbeit, ohne gänzliche Vernachlässigung meiner übrigen mathematischen Untersuchungen, zu Ende zu führen.

Die in der zweiten Abtheilung folgende Tabelle, welche ich, zum Unterschiede einiger hier im Texte selbst vorkommenden Tafeln, die gröfsere Tabelle nennen will, enthält die von *Seeber* definirten reducirten Formen nach ihren Determinanten $-D$, von -1 bis -100, und nach der Gröfse ihrer Coëfficienten geordnet; und zwar constituiren dieselben für jede Determinante, nach dem von *Seeber* aufgestellten Satze, dessen Beweis neuerdings von *Dirichlet* *) ungemein vereinfacht worden ist, ein vollständiges System nichtäquivalenter, und die zur Determinante gehörenden Classen repräsentirender Formen. Die äufsere Einrichtung der Tabelle ist so einfach, dafs sie kaum einer besonderen Auseinandersetzung bedarf; in der ersten Vertical-Columne befinden sich die Werthe von D, dahinter die Anzahl der zugehörigen Formen; sodann folgen die Formen selbst, und es bedeutet $\begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ b, & b', & b'' \end{pmatrix}$ jedesmal die Form $ax^2 + a'y^2 + a''z^2 + 2byz + 2b'xz + 2b''xy$. In die Tabelle sind nur die ***primitiven*** Formen aufgenommen, für welche a, a', a'', b, b', b'' keinen gemeinschaftlichen Theiler haben, da die nicht primitiven, nach Wegnahme des gröfsten gemeinschaftlichen Theilers, sich schon bei früheren Determinanten vorfinden und unnöthiger Weise den Umfang der Tabelle vergröfsern würden, ohne wirklichen Nutzen zu gewähren. Ferner habe ich die Tabelle in zwei Theile getheilt; der erste enthält die ***eigentlich primitiven*** Formen, für welche auch $a, a', a'', 2b, 2b', 2b''$ keinen gemeinschaftlichen Theiler darbieten, der zweite die ***uneigentlich primitiven,*** für welche a, a', a'' alle drei ***gerade*** Zahlen sind. Unter jeder einzelnen Form befindet sich der Werth von δ, welcher die der Form zugehörige Transformations-Anzahl angiebt, von welcher bald die Rede sein wird.

Diese gröfsere Tabelle ist auf doppelte Weise, nach zwei ganz verschiedenen Methoden, theils unter meiner Leitung, theils von mir selbst berechnet und sodann einer dreifachen Controle unterworfen worden, so dafs ich glaube mich für ihre Richtigkeit verbürgen zu können. Übrigens wird man aus

*) Gegenw. Journal Band 40 Seite 209 ff.

Nachstehendem ersehen, wie jeder etwa vorkommende Fehler aus dem blofsen Anblick der Formen beim Gebrauche sogleich erkannt werden kann. Die Methoden haben sich im Laufe der Rechnung selbst dergestalt vereinfacht, dafs ich glaube, es werde nicht meine Kräfte übersteigen, die Tabelle später in Mufsestunden mit einiger Unterstützung weiter fortzuführen.

§. 2.

Erste Methode der Berechnung.

Die erste Methode ist die sich zunächst darbietende, von *Seeber* vorgeschriebene, in vielen Stücken bedeutend vereinfacht, nach welcher für jede einzelne Determinante von -1 bis -100 diejenigen Formen ermittelt wurden, welche den characteristischen Ungleichheitsbedingungen der reducirten Formen Genüge leisten. Es würde überflüssig sein, in näheres Detail einzugehen, zumal da diese Methode, als zu complicirt, sich für die tabellarische Fortführung unbrauchbar erweist und nur für die Untersuchung einzelner Determinanten Werth behalten wird. Ich hebe daher, mit Übergehung des schon von *Seeber* Bemerkten, nur einige wesentliche Verbesserungen hervor. Es ergab sich namentlich eine unerwartete Vereinfachung des Begriffs der reducirten Formen selbst, indem diejenigen Ungleichheitsbedingungen, welche bei *Seeber* auf den zweiten Grad steigen, auf lineare zurückgeführt werden können; man hat hierdurch den grofsen Vortheil, der mühsamen Bildung der bei *Seeber* in vielen Fällen nothwendigen *zugeordneten* Formen überhoben zu sein, und kann aus dem blofsen Anblick der Coëfficienten einer Form unmittelbar beurtheilen, ob sie reducirt ist, oder nicht. Mit dieser Vereinfachung stellt sich die Definition der reducirten Formen in folgender Weise, wobei sich von selbst versteht, dafs a, a', a'' immer positive Werthe haben müssen:

Es giebt zwei Arten von reducirten Formen:

I. Formen wie $\begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ +b, & +b', & +b'' \end{pmatrix}$, in denen b, b', b'' alle drei *positiv* sind.

Hauptbedingungen:

$$a \leqq a' \leqq a'';$$
$$2b \leqq a', \quad 2b' \leqq a, \quad 2b'' \leqq a.$$

Nebenbedingungen:

Wenn $a = a'$, so mufs $b \leqq b'$, wenn $a' = a''$, so mufs $b' \leqq b''$ sein,
wenn $2b = a'$, so mufs $b'' \leqq 2b'$ sein,
- $2b' = a$, - - $b'' \leqq 2b$ -
- $2b'' = a$, - - $b' \leqq 2b$ -

II. Formen wie $\begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ -b, & -b', & -b'' \end{pmatrix}$, in denen b, b', b'' Null oder positiv sind.

Hauptbedingungen:

$$a \leqq a' \leqq a'';$$

$$2b \leqq a', \quad 2b' \leqq a, \quad 2b'' \leqq a; \quad 2(b+b'+b'') \leqq a+a'.$$

Nebenbedingungen:

Wenn $a = a'$, so mufs $b \leqq b'$, wenn $a' = a''$, mufs $b' \leqq b''$ sein;

wenn $2b = a'$, so mufs $b'' = 0$ sein, Typus $\begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ -\frac{1}{2}a', & -b', & 0 \end{pmatrix}$,

- $2b' = a$, - - $b'' = 0$ - , Typus $\begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ -b, & -\frac{1}{2}a, & 0 \end{pmatrix}$,

- $2b'' = a$, - - $b' = 0$ - , Typus $\begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ -b, & 0, & -\frac{1}{2}a \end{pmatrix}$;

wenn endlich $2(b+b'+b'') = a+a'$ ist, so mufs $a \leqq 2b'+b''$, d. h. $b'' \geqq (a-2b')$ sein. Diese Bedingungen, deren Umfang mit dem der *Seeber*schen, wie streng nachgewiesen werden kann, vollkommen übereinstimmt *), sind offenbar von solcher Art, dafs die Frage nach ihrem Stattfinden bei jeder vorliegenden Form nach blofser aufmerksamer Ansicht derselben ohne weitere Rechnung unmittelbar mit Ja oder Nein beantwortet werden kann.

Eine fernere Vereinfachung besteht darin, dafs man für die kleinsten Werthe des ersten Coëfficienten a die sämmtlichen zu einer gegebenen Determinante $-D$ gehörigen reducirten Formen mit einem solchen ersten Coëfficienten *a priori* angeben kann. In der That sind alle reducirten Formen, für welche $a = 1$ ist, in dem Schema $\begin{pmatrix} 1, & \mathfrak{A}, & \mathfrak{C} \\ -\mathfrak{B}, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ enthalten, wo für $(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C})$ nach und nach alle reducirten *binären* positiven Formen **) mit der Determinante $-D$ und nicht negativem mittleren Coëfficienten $\mathfrak{B}$ gesetzt werden müssen; z. B. für $D = 7$ sind diese Formen $(1, 0, 7)$ und $(2, 1, 4)$, aus denen sich die ternären Formen $\begin{pmatrix} 1, & 1, & 7 \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1, & 2, & 4 \\ -1, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ ableiten lassen. — Für $a = 2$ hat man die vier Arten von ternären Formen

$$\begin{pmatrix} 2, & \frac{1}{2}(\mathfrak{A}+1), & \frac{1}{2}\mathfrak{C} \\ -\frac{1}{2}\mathfrak{B}, & 0, & -1 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 2, & \frac{1}{2}\mathfrak{A}, & \frac{1}{2}(\mathfrak{C}+1) \\ -\frac{1}{2}\mathfrak{B}, & -1, & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2, & \frac{1}{2}(\mathfrak{A}+1), & \frac{1}{2}(\mathfrak{C}+1) \\ \frac{1}{2}(\mathfrak{B}+1), & 1, & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2, & \frac{1}{2}\mathfrak{A}, & \frac{1}{2}\mathfrak{C} \\ -\frac{1}{2}\mathfrak{B}, & 0, & 0 \end{pmatrix},$$

in welchen $(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C})$ alle binären reducirten positiven Formen mit der Determinante $-2D$ bedeuten, deren erster Coëfficient $\mathfrak{A} > 2$ ist (so dafs $\mathfrak{A} = 1, 2$

---

*) so dafs die *Seeber*schen eine Folge der hier gegebenen sind; und umgekehrt.
**) d. h. diejenigen, in denen $2\mathfrak{B} \leqq \mathfrak{A}$, $\mathfrak{C} \leqq \mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{C}$ positiv sind.

auszuschliefsen und erst mit $\mathfrak{A} = 3$ anzufangen ist), und deren mittlerer Coëfficient $\mathfrak{B}$ nicht negativ ist; und zwar ist derjenige Typus ternärer Formen zu wählen, dessen Coëfficienten ganze Werthe erhalten, indem jeder binären Form $(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C})$ eine ternäre entspricht, und diese ist die erste der vier obigen, wenn $\mathfrak{A}$ ungerade, $\mathfrak{B}$ gerade, $\mathfrak{C}$ gerade, die zweite, wenn $\mathfrak{A}$ gerade, $\mathfrak{B}$ gerade, $\mathfrak{C}$ ungerade, die dritte, wenn $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ alle drei ungerade, die vierte, wenn $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ alle drei gerade sind; im letzteren Falle, welcher nur Statt findet, wenn D gerade ist, stellt $(\frac{1}{2}\mathfrak{A}, \frac{1}{2}\mathfrak{B}, \frac{1}{2}\mathfrak{C})$ alle reducirten Formen mit der Determinante $-\frac{1}{2}D$ vor, und es mufs in diesem Falle noch für $\mathfrak{A} = 4$ der Werth $\mathfrak{B} = 2$ ausgeschlossen und nur der Werth $\mathfrak{B} = 0$ beibehalten werden, denn die binäre Form $(4, 2, \mathfrak{C})$, in welcher $\mathfrak{C}$ gerade ist, würde die ternäre $\begin{pmatrix} 2, & 2, & \frac{1}{2}\mathfrak{C} \\ -1, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ ergeben, welche *nicht* reducirt ist, weil $a = a' = 2$, aber nicht $b \leqq b'$; übrigens ist dies neben der Beschränkung $\mathfrak{A} > 2$ der einzige für $a = 2$ Statt findende Ausnahmefall. Um also alle ternären Formen mit $a = 2$ für die Determinante $-D$ zu erhalten, schreibe man in erster Zeile sämmtliche reducirten binären Formen $(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C})$ mit der Determinante $-2D$ und nicht negativem $\mathfrak{B}$; mit Übergehung derjenigen, in welchen $\mathfrak{A} = 1$, oder $\mathfrak{A} = 2$, und, wenn es Statt finden sollte, auch derjenigen, in welcher gleichzeitig $\mathfrak{A} = 4$, $\mathfrak{B} = 2$ und $\mathfrak{C}$ gerade ist, schreibe man unter die übrigen in zweiter Zeile neue binäre Formen (a', b, a''), welche aus jenen hervorgehen, wenn man von jedem Coëfficienten die Hälfte, oder, sollte er ungerade sein, die Hälfte der folgenden um 1 gröfseren Zahl nimmt; die noch fehlenden Coëfficienten b' und b'' so wie das Vorzeichen von b werden aus dem Rest von $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{C}$ (mod. 2) entsprechend den vier obigen Typen erkannt.

Beispiel $D = 42$:

Red. bin. F. det. -84:	$(1, 0, 84)$,	$(2, 0, 42)$,	$(3, 0, 28)$,	$(4, 0, 21)$,	$(4, 2, 22)$
$(a', b, a'') =$:	*	*	$(2, 0, 14)$,	$(2, 0, 11)$,	*
$b'\ b'' =$:			$0, -1$	$-1, 0$	
Red. bin. F. det. -84:	$(5, 1, 17)$,	$(6, 0, 14)$,	$(7, 0, 12)$,	$(8, 2, 11)$,	$(10, 4, 10)$
$(a', b, a'') =$:	$(3, 1, 9)$,	$(3, 0, 7)$,	$(4, 0, 6)$,	$(4, -1, 6)$,	$(5, -2, 5)$
$b', b'' =$:	$1, 1$	$0, 0$	$0, -1$	$-1, 0$	$0, 0$

Hieraus entspringen die folgenden ternären Formen determinantis -42:

$$\begin{pmatrix} 2, & 2, & 14 \\ 0, & 0, & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2, & 2, & 11 \\ 0, & -1, & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2, & 3, & 9 \\ 1, & 1, & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2, & 3, & 7 \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2, & 4, & 6 \\ 0, & 0, & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2, & 4, & 6 \\ -1, & -1, & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2, & 5, & 5 \\ -2, & 0, & 0 \end{pmatrix},$$

und diese sind die einzigen, deren erster Coëfficient $a = 2$ ist. — Für $a = 3$

sind die fünf folgenden Arten von Formen erschöpfend:

$$\begin{pmatrix} 3, & \frac{1}{3}(\mathfrak{A}+1), & \frac{1}{3}\mathfrak{C} \\ -\frac{1}{3}\mathfrak{B}, & 0, & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3, & \frac{1}{3}\mathfrak{A}, & \frac{1}{3}(\mathfrak{C}+1) \\ -\frac{1}{3}\mathfrak{B}, & -1, & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3, & \frac{1}{3}(\mathfrak{A}+1), & \frac{1}{3}(\mathfrak{C}+1) \\ \frac{1}{3}(\mathfrak{B}+1), & 1, & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 3, & \frac{1}{3}(\mathfrak{A}+1), & \frac{1}{3}(\mathfrak{C}+1) \\ -\frac{1}{3}(\mathfrak{B}-1), & -1, & -1 \end{pmatrix},$$

und die nur für $D \equiv 0 \pmod{3}$ Statt findenden $\begin{pmatrix} 3, & \frac{1}{3}\mathfrak{A}, & \frac{1}{3}\mathfrak{C} \\ -\frac{1}{3}\mathfrak{B}, & 0, & 0 \end{pmatrix}$. Hier bedeutet $(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C})$ alle reducirten positiven binären Formen mit der Determinante $-3D$, in denen $\mathfrak{B}$ nicht negativ und $\mathfrak{A} > 7$, d. h. mindestens $= 8$ ist; jeder derselben entspricht eine ternäre, deren Art sich aus dem Verhalten von $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ (mod. 3) bestimmt. Ausnahmefälle: für die erste Art ist die Combination $\mathfrak{A} = 8$, $\mathfrak{B} = 3$, für die fünfte Art die Combination $\mathfrak{A} = 9$, $\mathfrak{B} = 3$ zu verwerfen; diejenigen Formen $(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C})$, in denen $\mathfrak{A}$, oder $\mathfrak{C}$, oder beide $\equiv 1$ (mod. 3), sind, wie man sieht, ganz zu verwerfen. Diese Regeln sind vollkommen streng und mit Berücksichtigung aller Haupt- und Nebenfälle aus den Grundbedingungen der reducirten Formen abgeleitet worden. Da die Tabelle, soweit sie von *Seeber* berechnet worden ist, nämlich bis zur Determinante -25, keine einzige Form enthält, deren erster Coëfficient $a > 3$ ist, so kann dieser Theil derselben schon nach den eben gegebenen Vorschriften allein mit grofser Leichtigkeit construirt werden. Für gröfsere Werthe von a möchte das gewöhnliche Verfahren vorzuziehen sein; der Werth $a = 4$ kommt unter den eigentlich primitiven Formen zum ersten Male bei der Determinante -44, unter den uneigentlich primitiven bei der Determinante -36 vor.

Endlich ist zur Bestimmung oberer Grenzen für die Coëfficienten a, a' a'' der von *Seeber* durch Induction aus seiner Tabelle gefundene, durch *Gaufs* zuerst bewiesene Satz benutzt worden, dafs immer $aa'a'' \leqq 2D$ ist. Hieraus folgt $a \leqq \sqrt[3]{(2D)}$, $a' \leqq \sqrt{\left(\frac{2D}{a}\right)}$ und $a'' \leqq \frac{2D}{aa'}$. Bis zur Determinante -13 reicht man demnach mit $a = 1$ und $a = 2$ aus; von $D = 14$ bis $D = 31$ mufs aufserdem $a = 3$ versucht werden; von $D = 32$ bis 62 kommt noch $a = 4$, von 63 bis 107 noch $a = 5$ hinzu. Gröfsere Werthe, als $a = 5$ können also nicht in der Tabelle angetroffen werden.

§. 3.

Zweite Methode der Berechnung.

Bei der zweiten Methode zur Berechnung der gröfseren Tabelle wurden, *ohne Rücksicht auf specielle Werthe der Determinante,* überhaupt alle Combinationen der sechs Coëfficienten aufgestellt, welche den obigen characteristischen Ungleichheiten Genüge leisten; für jede dieser Combinationen wurde der Werth von

$$D = aa'a'' + 2bb'b'' - ab^2 - a'b'^2 - a''b''^2$$

berechnet; diejenigen Combinationen, für welche sich $D > 100$ ergab, wurden verworfen, die übrigen am passenden Orte in der Tabelle eingetragen. Bei der wirklichen Aufstellung gewährte der Umstand wesentliche Erleichterung, dafs die Werthe der Determinante eine ***arithmetische Progression*** bilden, wenn einer der drei obern Coëfficienten a, a' oder a'' bei unveränderten Werthen der übrigen fünf Coëfficienten die natürliche Zahlenreihe durchläuft; in der That kann man der Gröfse D die folgenden drei linearen Formen geben:

$$\begin{aligned} D &= 2bb'b'' - a'b'^2 - a''b''^2 + a(a'a'' - b^2) = K + aL, \\ D &= 2bb'b'' - ab^2 - a''b''^2 + a'(aa'' - b'^2) = K' + a'L', \\ D &= 2bb'b'' - ab^2 - a'b'^2 + a''(aa' - b''^2) = K'' + a''L'', \end{aligned}$$

in denen K und L nicht von a; K', L' nicht von a', endlich K'', L'' nicht von a'' abhangen; namentlich ist $aa' - b''^2$ die Differenz der arithmetischen Reihe, welche die Determinanten für ein wachsendes a'' bilden. Als am meisten practisch erwies sich folgende Einrichtung. Den Werthen $a = 1, 2, 3, 4, 5$ wurden nach und nach alle den Bedingungen $a \leqq a' \leqq \sqrt{\left(\frac{200}{a}\right)}$ genügenden Werthe von a' zugesellt, so dafs die folgenden 35 Combinationen für a, a' innerhalb der Grenzen der Tabelle zu betrachten waren:

1, 1; 1, 2; 1, 3; 1, 4; 1, 5; 1, 6; 1, 7; 1, 8; 1, 9; 1, 10; 1, 11; 1, 12;
1, 13; 1, 14; 2, 2; 2, 3; 2, 4; 2, 5; 2, 6; 2, 7; 2, 8; 2, 9; 2, 10;
3, 3; 3, 4; 3, 5; 3, 6; 3, 7; 3, 8; 4, 4; 4, 5; 4, 6; 4, 7; 5, 5; 5, 6.

Jeder dieser 35 Combinationen entspricht ein besonderer Theil der Arbeit, der seinerseits aus der Bildung mehrerer Zeilen besteht, die den für die geltende Combination a, a' möglichen Werthen von b, b', b'' entsprechen; letztere sind 1) alle positiven Combinationen, die den Ungleichheiten $b \leqq \frac{1}{2}a'$, $b' \leqq \frac{1}{2}a$, $b'' \leqq \frac{1}{2}a$ genügen, 2) alle nicht positiven Combinationen $-b$, $-b'$, $-b''$, die diesen und aufserdem der Ungleichheit $b + b' + b'' \leqq \frac{1}{2}(a + a')$ genügen, wenn man in beiden Fällen diejenigen Combinationen verwirft, welche mit den oben angegebenen Nebenbedingungen unverträglich sind. Links am Rande der zur Aufnahme der arithmetischen Reihen bestimmten Zeilen wurden die zusammengehörigen Werthe von b, b', b'' geschrieben; oben über den Zeilen und gemeinschaftlich für alle die laufenden Werthe von $a'' = a'$, $a'+1$, $a'+2$, $a'+3$, ...; sodann war es nöthig, die Determinante für den kleinsten Werth von a'', nämlich $a'' = a'$, also $2bb'b'' - ab^2 - a'b'^2 + a'(aa' - b''^2)$, welches die erste Zahl in jeder Zeile ergiebt, und die Differenz der Reihen $aa' - b''^2$ zu bestimmen. Nachdem diese beiden Stücke für jede Zeile berechnet waren, wurden die verschiedenen arithmetischen Reihen in den respectiven Zeilen durch fortgesetzte Addition der gefundenen Differenz so weit gebildet, als es für die Grenzen der Tabelle nöthig war, und dies letztere wurde einfach dadurch erreicht, dafs man vor der ersten, über 100 liegenden Zahl abbrach. Von den in jeder Zeile die erste Stelle einnehmenden Determinanten war noch zu bemerken (da für dieselben $a'' = a'$ ist), dafs diejenigen unter ihnen verworfen werden mufsten, für welche der absolute Werth von b' den von b'' übertrifft; alle übrigen Determinanten entsprachen wirklich reducirten Formen, die aus dem Ort, den die Determinante einnimmt, sogleich zu erkennen sind; mit Übergehung der nicht primitiven Formen wurden die eigentlichen in der ersten Tabelle, die uneigentlichen in der zweiten Tabelle unter ihren Determinanten verzeichnet. Diese Methode ist in gewissem Sinne die umgekehrte der ersten, indem nicht zu den Determinanten die Formen, sondern zu den Formen die Determinanten bestimmt wurden. Zu gröfserer Deutlichkeit lasse ich denjenigen Theil der Rechnung, welcher aus der Combination $a = 4$, $a' = 4$ entspringt, mit abdrucken; hier erhalten die untern Coëfficienten den Werth 1 oder 2, wenn alle drei positiv sind, und die Werthe 0, -1 oder -2, wenn alle drei nicht positiv sind, im letzteren Falle noch mit der Beschränkung, dafs die Summe ihrer absoluten Werthe $\leqq 4$ sein mufs, dafs also der absolute Werth von $\Sigma b = b + b' + b''$ nur die Werthe 0, 1, 2, 3 oder 4 haben darf; da $a = a' = 4$, so müssen noch diejenigen Combinationen verworfen werden, in welchen der absolute Werth von b den von b' übertrifft; wenn endlich einer der drei untern Coëfficienten den Werth ± 2, also genau die Hälfte von a oder a' hat, oder wenn genau $-\Sigma b = \frac{1}{2}(a + a') = 4$ war, so mufsten noch die oben angegebenen, leicht zu erkennenden Nebenbedingungen erfüllt sein; aus letzterem Grunde fielen noch die Combinationen 0, -1, -2; 0, -2, -1; 0, -2, -2; -1, -1, -2; -1, -2, -1 fort, und es blieben die folgenden, zu denen die Differenz der arithmetischen Reihen $16 - b''^2$, also 16, 15 oder 12, je nachdem $b'' = 0$, ± 1 oder ± 2, und ihre Anfangsglieder $64 + 2bb'b'' - 4(b^2 + b'^2 + b''^2)$, berechnet wurden:

$a = 4, \quad a' = 4$

4	4	(4)		$a'' =$					
b	b'	b''	Diff.	4	5	6	7	8	9
1	1	1	15	54	69	84	99		
1	1	2	12	44	56	68	80	92	
1	2	1	15	44*	59	74	89		
1	2	2	12	36	48	60	72	84	96
2	2	1	15	36*	51	66	81	96	
2	2	2	12	32′	44	56′	68	80′	92
0	0	0	16	64′	80	96′			
0	0	−1	15	60	75	90			
0	0	−2	12	48′	60	72′	84	96′	
0	−1	0	16	60*	76	92			
0	−1	−1	15	56	71	86			
0	−2	0	16	48*	64	80′	96		
−1	−1	0	16	56*	72	88			
−1	−1	−1	15	50	65	80	95		
−1	−2	0	16	44*	60	76	92		
−2	−2	0	16	32*	48	64′	80	96′	

Für die mit einem Stern versehenen Determinanten übertrifft der absolute Werth von b' den von b'', während $a' = a''$, für die mit einem Accent versehenen ist die Form nicht primitiv; für alle übrigen sind die entsprechenden Formen einzutragen; so giebt die erste Zeile die Formen $\begin{pmatrix}4, & 4, & 4\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4, & 4, & 5\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4, & 4, & 6\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4, & 4, & 7\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$ mit den Determinanten resp. -54, -69, -84, -99; die zweite Zeile giebt die Formen $\begin{pmatrix}4, & 4, & 4\\ 1, & 1, & 2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4, & 4, & 5\\ 1, & 1, & 2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4, & 4, & 6\\ 1, & 1, & 2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4, & 4, & 7\\ 1, & 1, & 2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4, & 4, & 8\\ 1, & 1, & 2\end{pmatrix}$, mit den Determinanten resp. -44, -56, -68, -80, -92, u. s. w. f. Dieser und eben so jeder der 35 andern Theile der bisherigen Arbeit behält seine Brauchbarkeit, wenn die Grenzen der Tabelle später einmal erweitert werden sollen, man hat dann nur die bereits angefangenen arithmetischen Reihen weiter fortzusetzen; allerdings treten immer neue Combinationen a, a', also immer neue Theile der Arbeit hinzu, aber für die bereits vorhandenen Combinationen ist deshalb keine andere Rechnung als die Fortsetzung der arithmetischen Reihen erforderlich, weil die Werthe von b, b', b'' nicht von der Gröfse der Determinante, und namentlich nicht von der Gröfse des Coëfficienten a'', sondern nur von a und a' abhangen.

Durch verschiedene mechanische Hülfsmittel könnte man die ganze Arbeit noch bedeutend erleichtern: der ermüdenden Operation des wiederholten Schreibens derselben Zahlen könnte man durch den Druck zu Hülfe kommen, indem man sich für jede Combination a, a', b, b', b'' bedruckte Blättchen Papier, wie z. B.

$$\boxed{\begin{pmatrix}4, & 4, & \\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$$

mit einem offenen Felde zum späteren Hineinschreiben des Werthes von a'' in hinreichender Anzahl verschaffte; ferner könnte man einen Kasten in eine Reihe von etwa quadratisch angeordneten Fächern eintheilen, welche die Nummern 1, 2, 3, ... bis zu der Grenze der anzufertigenden Tabelle tragen, und dann jedes Blättchen nach Ausfüllung der leeren Stelle mit dem Werthe von a'' in dasjenige Fach legen, dessen Nummer mit der in der arithmetischen Progression auftretenden Determinante übereinstimmt; um jede spätere Verwechslung zu vermeiden, könnte man noch beim Hineinlegen jedes Blättchen auf der Rückseite mit seiner Determinante bezeichnen. Nach vollendeter Arbeit findet man in jedem Fache die zu dieser Determinante gehörigen reducirten Formen auf einzelnen Blättchen, welche man dann in passender Ordnung hintereinander aufkleben kann. Die Kosten eines solchen Apparates in gröfserem Maafsstabe, so wie eines ähnlichen für die binären Formen, würden wie ich glaube nicht bedeutend sein. Jedenfalls ist selbst ohne Hülfe von dergleichen mechanischen Vorrichtungen, die zweite Methode der ersten bei weitem vorzuziehen.

§. 4.

Controle durch Vergleichung beider Methoden und durch Prüfung des Maafses.

Als *erste Controle* ergab sich naturgemäfs die Vergleichung der aus der zweiten mit den aus der ersten Methode hervorgegangenen Formen; sie wurde beim Rangiren der aus der zweiten erhaltenen Formen nach ihren Determinanten angestellt; nur ein paar Mal ergab sich eine Differenz, dann wurde sorgfältig nachgerechnet, um den Fehler zu entdecken und zu verbessern. Durch dieses Mittel war es jedoch nicht möglich zu entscheiden, ob nicht vielleicht trotz aller Sorgfalt dieselbe Form beiden Methoden zugleich entgangen wäre. Diesem Mangel wurde durch die *zweite* und *dritte Controle* abgeholfen, welche sich auf die von mir gefundenen, theoretisch bewiesenen Sätze gründen.

Diese Sätze beziehen sich theils auf die Anzahl, theils auf das Maafs der zu einer Determinante gehörigen reducirten Formen (Classen). Zur Benutzung der Sätze erster Art war nur die Abzählung der Formen erforderlich; für die Anwendung der auf das Maafs bezüglichen Sätze müssen einige Definitionen und aufserdem die Berechnung der Werthe von δ (s. §. 6.) vorausgesetzt werden. Für jede positive ternäre Form existirt eine gewisse endliche Anzahl linearer Substitutionen mit der Systemsdeterminante $+1$, durch welche dieselbe in sich selbst transformirt werden kann; diese Anzahl, welche irgend ein Divisor der Zahl 24, aufser 3, sein kann, zeigt zugleich an, wie oft, d. h. durch wie viele Substitutionen jede andere Form derselben Classe in sich selbst oder in jede äquivalente Form transformirt werden kann, sie ist also eine der ganzen Classe zugehörige Zahl, welche eben so wie die Determinante für alle äquivalenten Formen denselben Werth behält. Den reciproken Werth $\frac{1}{\delta}$ dieser Anzahl nenne ich das Maafs oder die Dichtigkeit der Form oder Classe, ein Begriff, dessen Entstehung ich in diesem Journal (Band 35 Seite 120) näher motivirt habe. Die Summe aller dieser Brüche $\Sigma\frac{1}{\delta}$, über die zu einer Determinante gehörigen verschiedenen Formen (Classen) ausgedehnt, bildet das Maafs für die Gesammtheit dieser Formen, oder kurz das Maafs für diese Determinante, und unterliegt einfachen von mir gefundenen Gesetzen. Die einfachsten der hierher gehörigen Sätze sind in folgender Tafel enthalten; $\mathfrak{M}$ bedeutet das Maafs für die eigentlich primitiven, $\mathfrak{M}'$ das für die uneigentlich primitiven Formen; die Determinante wird immer durch $-\boldsymbol{D}$ bezeichnet, und $\boldsymbol{P}$ bedeutet irgend eine positive ungerade Zahl ohne quadratischen Theiler, also ein Product verschiedener ungerader Primzahlen, welches auch $= 1$ sein kann, q eine nicht in $\boldsymbol{P}$ aufgehende, von 1 verschiedene ungerade Primzahl. Obwohl diese Tafel von Lehrsätzen nicht auf Vollständigkeit Anspruch machen kann, so ist sie doch für die Controlirung der Tabelle der ternären Formen innerhalb der ihr hier gesteckten Grenzen vollkommen ausreichend *).

*) Allgemeinere Sätze findet man a. a. O. im 35. Bande dieses Journals.

$D =$	$\mathfrak{M} =$	$\mathfrak{M}' =$
P	$\frac{1}{24}(2P-1)$	0
$2P$	$\frac{1}{8}P$	$\frac{1}{24}(P-1)$
$4P$	$\frac{1}{12}(5P-2)$	$\frac{1}{24}(2P-1)$
$8P$	$\frac{3}{4}P$	$\frac{1}{6}(P-1)$
$16P$	$\frac{1}{6}(11P-4)$	$\frac{1}{6}(2P-1)$
$32P$	$\frac{7}{2}P$	$\frac{2}{3}(P-1)$
$64P$	$\frac{1}{3}(23P-8)$	$\frac{2}{3}(2P-1)$
$2^{2\mu}$	$\frac{1}{24}(2^{2\mu+1}-2^{\mu})$	$\frac{1}{24}2^{2\mu-2}$
$2^{2\mu+1}$	$\frac{1}{8}(2^{2\mu+1}-2^{\mu})$	0
q^2	$\frac{1}{24}((q+1)^2-2)$	0
q^2P	$\frac{1}{24}\left\{\begin{matrix}2(q^2+q)P\\-q^2-1\end{matrix}\right\}$	0
$2q^2$	$\frac{1}{8}q(q+1)$	$\frac{1}{24}(q-1)$
$2q^2P$	$\frac{1}{8}q(q+1)P$ $=\frac{1}{8}(q^2+q)P$	$\frac{1}{24}\left\{\begin{matrix}(q^2+q)P\\-(q^2+1)\end{matrix}\right\}$
$4q^2P$	$\frac{1}{12}\left\{\begin{matrix}5(q^2+q)P\\-2(q^2+1)\end{matrix}\right\}$	$\frac{1}{24}\left\{\begin{matrix}2(q^2+q)P\\-(q^2+1)\end{matrix}\right\}$
$8q^2P$	$\frac{3}{4}(q^2+q)P$	$\frac{1}{6}\left\{\begin{matrix}(q^2+q)P\\-(q^2+1)\end{matrix}\right\}$
q^3	$\frac{1}{24}(2q^3+q^2-2)$	0
$2q^3$	$\frac{1}{8}(q^3+q^2-1)$	$\frac{1}{24}(q^3-1)$
q^4	$\frac{1}{24}(q^4+2q^3+q^2-2q)$	0

Hier folgen die Werthe von $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{M}'$, wie sie sich aus der gröfseren Tabelle ergeben, zur Vermeidung von Nennern sämmtlich mit 24 multiplicirt; die Zehner der Determinante stehen links am Rande, die Einer oben in der ersten Zeile:

Tafel der Werthe von $24\mathfrak{M}$ für die eigentlich primitiven Formen.

D	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	1	3	5	6	9	9	13	18	14
1	15	21	26	25	21	29	28	33	36	37
2	46	41	33	45	54	34	39	61	66	57
3	45	61	84	65	51	69	80	73	57	77
4	90	81	63	85	106	110	69	93	116	62
5	90	101	126	105	105	109	126	113	87	117
6	146	121	93	158	120	129	99	133	166	137
7	105	141	216	145	111	154	186	153	117	157
8	204	138	123	165	206	169	129	173	198	177
9	180	181	226	185	141	189	252	193	168	254
10	196									

Diese Zahlen sind gefunden worden, indem mit jedem Werthe von δ in 24 dividirt und die Summe der Quotienten für die einzelnen Determinanten berechnet wurde; z. B. unter der Determinante —13 findet man in dem ersten Theil der gröfseren Tabelle folgende Formen mit ihren zugehörigen Transformations-Anzahlen:

$$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 13\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}},\quad \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 7\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}},\quad \underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 5\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}},\quad \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 3\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}};$$

dividirt man hier mit den Werthen von δ, nämlich mit 8, 4, 6, 2, der Reihe nach in 24, so findet man die Quotienten resp. 3, 6, 4, 12, deren Summe 25 beträgt, und diese Zahl 25 steht oben unter der Determinante 13, nämlich an derjenigen Stelle, wo die Verticalreihe 3 die Horizontalreihe 1 durchschneidet. Auf dieselbe Weise sind die folgenden Zahlen aus dem zweiten Theile der grofsen Tabelle gewonnen worden.

Tafel der Werthe von $24\mathfrak{M}'$ für die uneigentlich primitiven Formen.

D	0	2	4	6	8
0	—	—	1	2	—
1	4	5	6	4	2
2	9	10	8	12	13
3	14	—	16	14	18
4	16	20	21	22	20
5	4	25	26	24	28
6	29	30	16	32	33
7	34	8	36	37	38
8	36	40	41	42	40
9	50	45	46	32	6
10	34				

Über die Bestimmung der einzelnen Transformations-Anzahlen δ selbst, welche als Elemente dieser Berechnung zu Grunde gelegt werden, siehe §. 6.

Ziehen wir zunächst aus der ersten Tafel diejenigen Werthe von D mit den zugehörigen von $24\mathfrak{M}$, welche ungerade sind und keinen quadratischen Theiler enthalten,

$D=$	1	3	5	7	11	13	15	17	19	21	23	29	31	33	35	37	39	41	43	47
$24\mathfrak{M}=$	1	5	9	13	21	25	29	33	37	41	45	57	61	65	69	73	77	81	85	93

$D=$	51	53	55	57	59	61	65	67	69	71	73	77	79	83
$24\mathfrak{M}=$	101	105	109	113	117	121	129	133	137	141	145	153	157	165

$D=$	85	87	89	91	93	95	97
$24\mathfrak{M}=$	169	173	177	181	185	189	193

so bemerkt man, dafs jede Zahl der zweiten Reihe aus der darüber stehenden der ersten Reihe entspringt, wenn man das Doppelte der letzteren um 1 vermindert; dies bestätigt die Formel $\mathfrak{M} = \frac{1}{24}(2P-1)$ für $D = P$. Wenn man ferner für alle Determinanten von der Form $2P$ aus der ersten Tafel die Werthe von $\mathfrak{M}$, aus der zweiten die von $\mathfrak{M}'$ zusammenstellt, indem man den ersteren den Nenner 8, den letzteren den Nenner 24 giebt, so erhält man folgende Zähler:

$D =$	2	6	10	14	22	26	30	34	38	42
$8\mathfrak{M} =$	1	3	5	7	11	13	15	17	19	21
$24\mathfrak{M}' =$	0	2	4	6	10	12	14	16	18	20
$D =$	46	58	62	66	70	74	78	82	86	94
$8\mathfrak{M} =$	23	29	31	33	35	37	39	41	43	47
$24\mathfrak{M}' =$	22	28	30	32	34	36	38	40	42	46;

und hier ist in der That, wie es nach den Formeln $\mathfrak{M} = \frac{1}{8}P$, $\mathfrak{M}' = \frac{1}{24}(P-1)$ für $D = 2P$ der Fall sein mufs, jede Zahl der zweiten Zeile die Hälfte der entsprechenden der ersten, und jede der dritten Zeile um Eins kleiner als die darüber stehende. Für die Determinanten von der Form $D = 4P$ wird die entsprechende Zusammenstellung

$D =$	4	12	20	28	44	52	60	68	76	84	92
$12\mathfrak{M} =$	3	13	23	33	53	63	73	83	93	103	113
$24\mathfrak{M}' =$	1	5	9	13	21	25	29	33	37	41	45;

diese Werthe genügen wirklich den Formeln $\mathfrak{M} = \frac{1}{12}(5P-2)$, $\mathfrak{M}' = \frac{1}{24}(2P-1)$. Für die ungeraden Quadratzahlen $D = 9, 25, 49$ erhält man die Werthe resp. $24\mathfrak{M} = 14, 34, 62$, und für die doppelten Zahlen $D = 18, 50, 98$ die Werthe resp. $8\mathfrak{M} = 12, 30, 56$, $24\mathfrak{M}' = 2, 4, 6$, welche ebenfalls mit den entsprechenden Formeln in Übereinstimmung stehen. — Die Prüfung der wenigen noch übrigen Determinanten nach den obigen Formeln bleibe dem Leser überlassen; man wird innerhalb der Grenzen der Tabelle keine Determinante finden, welche nicht unter einem der Fälle enthalten wäre, für welche oben der allgemeine Ausdruck des Maafses aufgestellt worden ist.

Diese Art der Controle, so wie die des folgenden Paragraphen, war sowohl für mich sehr interessant, da sie die Richtigkeit meiner Sätze fortwährend bestätigte, als auch deshalb von besonderer practischer Wichtigkeit, weil sie zunächst das einzige Mittel an die Hand gab, die Aufmerksamkeit auf etwa in der Tabelle fehlende Formen zu lenken. Denn für die einmal aufgestellten Formen konnte man sich leicht überzeugen: 1) durch blofsen Anblick ihrer Coëfficienten, dafs sie wirklich ***reducirt*** sind; 2) durch wirkliche abermalige Berechnung ihrer Determinante, dafs sie an richtiger Stelle in der Tabelle eingetragen sind; an ihrer ***Vollzähligkeit*** blieb jedoch erst dann kein Zweifel mehr, wenn das Maafs für die Gesammtheit derselben mit dem durch die Theorie gegebenen Werthe übereinstimmte; zu grofs konnte dasselbe nach dem eben Bemerkten nicht sein, es handelte sich darum, ob es auch nicht zu klein war, in welchem Falle auf die Abwesenheit einer oder mehrerer reducirten Formen hingedeutet worden wäre. Zum Überflufs wurde die Vollzähligkeit der aufgestellten Formen erwiesen, wenn aufserdem ihre Anzahl mit den theoretischen Sätzen über dieselbe in Übereinstimmung befunden wurde.

§. 5.

Controle durch die Anzahl der Formen.

Die Sätze über die Anzahl der zu derselben Determinante gehörigen Classen nichtäquivalenter Formen, welche mit der Anzahl der reducirten Formen übereinstimmt, waren sehr verborgen und äufserst schwierig aufzufinden. Indem ich die Entwicklung der Principien, welche mich auf diese und analoge Sätze für mehr als 3 Variabeln geführt haben, so wie die weitere Durchführung des Gegenstandes einer späteren Gelegenheit vorbehalte, beschränke ich mich hier auf die Angabe der allgemeinen Form des Resultates und dessen specieller Gestaltung in den einfachsten Fällen. In allen Fällen, die Determinante mag zusammengesetzt sein, wie sie wolle, wird die Anzahl der Classen ***ternärer*** positiver Formen für die Determinante $-D$ auf die Anzahl der Classen ***binärer*** Formen für solche negative Determinanten zurückgeführt, deren absolute Werthe mit D, $2D$ oder ***Theilern*** dieser beiden Zahlen zusammenfallen. Bezeichnet man Kürze halber durch $H(D)$ die Anzahl der nichtäquivalenten (reducirten) ***eigentlich*** primitiven positiven ***ternären*** Formen für die Determinante $-D$, durch $H'(D)$ die entsprechende Anzahl für die ***uneigentlich*** primitiven Formen, ferner durch $h(D)$, $h'(D)$ die Anzahl der resp. ***eigentlich, uneigentlich*** primitiven nichtäquivalenten positiven ***binären*** Formen für die Determinante $-D$, so erhält man für die einfachsten Fälle, wenn die Determinante ohne quadratischen Theiler angenommen wird:

$$H(P) = \tfrac{1}{4}(\Sigma h(d) + \Sigma h'(d) + \Sigma h(2d)) + \tfrac{1}{12}(P+\lambda),$$
$$H(2P) = \tfrac{1}{2}\Sigma h(d) + \tfrac{1}{4}\Sigma h(2d) + \tfrac{1}{8}(P+\nu),$$
$$H'(2P) = \tfrac{1}{4}(\Sigma h(d) + \Sigma h'(d)) + \tfrac{1}{24}(P+\varrho),$$

wo P ein Product verschiedener ungerader Primzahlen, d den Inbegriff der sämmtlichen von 1 verschiedenen Divisoren von P mit Einschlufs von P selbst bedeutet, und die Summationen rechts sich auf die so definirten Werthe von d beziehen; die Buchstaben λ, ν, ϱ bedeuten ganze Zahlen, welche nur vom Reste von P (mod. 12) abhangen, nämlich es ist $\lambda = 9$, $\lambda = 11$ oder $\lambda = 7$, je nachdem $P \equiv 0$ (mod. 3), $P \equiv 1$ (mod. 3) oder $P \equiv 2$ (mod. 3); $\nu = 7$ oder $= 5$, je nachdem $P \equiv 1$ oder $\equiv 3$ (mod. 4);

$$\varrho = -1,\ 9,\ 7,\ 5,\ 3,\ 13 \text{ für resp.,}$$
$$P \equiv \quad 1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11 \text{ (mod. 12);}$$

welche Fälle sich mit Hülfe des *Legendre*schen Zeichens in

$$\lambda = 9 + 2\left(\frac{P}{3}\right),\quad \nu = 6 + \left(\frac{-1}{P}\right) = 6 + (-1)^{\frac{1}{2}(P-1)},\quad \varrho = 6 - 3(-1)^{\frac{1}{2}(P-1)} - 4\left(\frac{P}{3}\right)$$

zusammenziehen lassen, wo $\left(\frac{P}{3}\right) = 0$ zu setzen, wenn P durch 3 theilbar ist.

Obwohl diese Formeln für eine Determinante mit quadratischen Theilern mannigfach modificirt werden müssen, hat doch das Resultat, wie schon bemerkt, immer eine ähnliche Form, indem zur Bestimmung von $H(D)$ nur die Kenntnifs der Werthe binärer Classenzahlen h, h' für sämmtliche Theiler von $2D$ verlangt wird, und es können diese complicirteren Fälle mittelst der von mir angewandten Principien ebenfalls vollständig ergründet werden; doch mufs ich gestehen, dafs ich diese Fälle noch nicht so weit entwickelt habe, um alle Resultate in fertiger Form hier vorzulegen.

Wenn beiläufig die Determinante eine ungerade Primzahl $-D = -p$ ist, so läfst sich der Satz $H(p) = \frac{1}{4}(h(p) + h'(p) + h(2p)) + \frac{1}{12}(p + \lambda)$, wo $\lambda = 9$, wenn $p = 3$, $\lambda = 11$ oder 7, je nachdem $p \equiv 1$ oder $\equiv 2$ (mod. 3), in einer andern für die Controlirung der Tabelle sehr geeigneten Form aussprechen: „Bezeichnet man durch α die Anzahl der reducirten Formen mit der Deter- „minante $-p$, für welche $a = 1$ oder $a = 2$ ist, durch β die Anzahl der „übrigen reducirten Formen derselben Determinante, für welche $a > 2$, so ist „$\alpha + 2\beta = \frac{1}{6}(p + \lambda)$." So findet man z. B. unter $D = 67$ in der Tabelle 9 Formen, deren erster Coëfficient 1 oder 2 ist, und 2 Formen mit gröfsern ersten Coëfficienten ($a = 3, 4$); hier ist $\lambda = 11$ und wirklich $\frac{1}{6}(67 + 11) = 13 = 9 + 2.2$. Dieser Satz ist um so merkwürdiger, da er sich ganz von der Theorie der ternären und binären Formen trennen und blofs als eine Eigenschaft der Combinationen von 6 ganzen Zahlen a, a', a'', b, b', b'' darstellen läfst, für welche die Ungleichheiten des (§. 2.) erfüllt sind, und der Werth des Ausdruckes

$$aa'a''+2bb'b''-ab^2-a'b'^2-a''b''^2$$

eine gegebene ungerade Primzahl wird. Im Vorbeigehen will ich darauf aufmerksam machen, wie man bei dieser Gelegenheit durch Induction getäuscht werden kann; für eine Menge von Primzahlen findet sich $h(p)+h'(p)+h(2p) = \frac{1}{3}(p+\lambda)$, es wäre dies ein sehr merkwürdiger Satz, aber er ist nur dann richtig, wenn $\beta=0$, was freilich am Anfange sehr häufig der Fall ist.

Mit Zuziehung der von *Dirichlet* im 19ten und 21ten Bande dieses Journals entwickelten Sätze über die binären Formen kann man aus den obigen Formeln die Classenzahlen h, h' gänzlich eliminiren und auf diese Weise durch Verbindung zweier Theorieen neue Sätze über H und H' erhalten, von welchen ich Kürze halber nur die beiden Fälle beispielsweise anführe, dafs für eine Primzahl p von der Form $8n+7$

$$H(p) = \tfrac{1}{2}(A-B+A'-B')+\tfrac{1}{12}(p+\lambda),$$

und für eine Primzahl $p=8n+3>3$

$$H(p) = \tfrac{1}{3}(A-B)+\tfrac{1}{2}(A'-B')+\tfrac{1}{12}(p+\lambda)$$

erhalten wird, wo A, B die Anzahl der quadratischen Reste resp. Nichtreste unter $\frac{1}{2}p$, A', B' die Anzahl derselben Gröfsen bedeutet, welche zwischen $\frac{1}{8}p$ und $\frac{3}{8}p$ liegen.

Der Einfachheit halber stelle ich hier nicht für alle Determinanten, sondern nur für $D=P$ und $D=2P$ die aus der gröfseren Tabelle hervorgehenden Werthe von $H(P)$, $H(2P)$ und $H'(2P)$ für alle Werthe von $P<50$ zusammen, welche man an den obigen Sätzen vollständig prüfen kann; um diese Vergleichung, die ich dem Leser überlassen will, zu erleichtern, sind zugleich die Werthe von $h(P)$, $h'(P)$ und $h(2P)$ beigefügt, so wie diejenigen der Zahlen λ, ν, ϱ; z. B. irgend eine Zahl der zweiten Verticalcolumne $H(P)$ mufs sich ergeben, wenn man für den entsprechenden Werth von P und für dessen sämmtliche Factoren aufser 1 die in der 5ten, 6ten und 7ten Verticalcolumne befindlichen Zahlen addirt und zum vierten Theile der Summe $\frac{1}{12}(P+\lambda)$ hinzufügt:

	Ternäre Classenzahlen			Binäre Classenzahlen					
P	$H(P)$	$H(2P)$	$H'(2P)$	$h(P)$	$h'(P)$	$h(2P)$	λ	ν	ϱ
1	1	1	0	1	0	1	11	7	—1
3	2	2	1	1	1	2	9	5	9
5	2	3	1	2	0	2	7	7	7
7	3	3	1	1	1	4	11	5	5
11	3	4	2	3	1	2	7	5	13
13	4	5	1	2	0	6	11	7	—1
15	6	7	3	2	2	4	9	5	9
17	4	6	2	4	0	4	7	7	7
19	5	6	2	3	1	6	11	5	5
21	7	9	3	4	0	4	9	7	3
23	5	6	3	3	3	4	7	5	13
29	5	8	3	6	0	2	7	7	7
31	7	8	3	3	3	8	11	5	5
33	9	12	4	4	0	8	9	7	3
35	9	12	5	6	2	4	7	5	13
37	7	9	2	2	0	10	11	7	—1
39	10	12	5	4	4	4	9	5	9
41	7	11	4	8	0	4	7	7	7
43	8	10	3	3	1	10	11	5	5
47	9	11	5	5	5	8	7	5	13

Da es wünschenswerth erschien, ein gröfseres, die Grenzen der Tabelle überschreitendes Beispiel vor Augen zu haben, so stellte ich die reducirten Formen für die Determinante $-385 = -5.7.11 = -P$ auf, welche ich am Schlusse der gröfseren Tabelle beigefügt habe. Es fanden sich 15 Formen mit der Determinante -385, deren Transformations-Anzahl $\delta = 1$ beträgt, 25 bei derselben Determinante, für welche $\delta = 2$, ferner 17 Formen mit $\delta = 4$, und je eine mit $\delta = 6$, $\delta = 8$. Was zunächst das Maafs betrifft, so ist also $\mathfrak{M}(385) = 15 + \frac{25}{2} + \frac{17}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{769}{24}$, und die Zahl 769 ist wirklich, wie es sein mufs, $= 2.385 - 1 = 2P - 1$. Zur Prüfung der Total-Anzahl $59 = H(385)$ aller reducirten Formen sind die Werthe der binären Classenzahlen $h(d)$, $h'(d)$, $h(2d)$ für die Divisoren $d = 5, 7, 11, 35, 55, 77, 385$ von 385 erforderlich, man findet:

$$\begin{array}{rcccccccc}
d & = & 5, & 7, & 11, & 35, & 55, & 77, & 385 \\
h(d) & = & 2, & 1, & 3, & 6, & 4, & 8, & 8 \\
h'(d) & = & 0, & 1, & 1, & 2, & 4, & 0, & 0 \\
h(2d) & = & 2, & 4, & 2, & 4, & 12, & 8, & 32 \\
\hline
\text{Summe} & = & \multicolumn{7}{l}{4 + 6 + 6 + 12 + 20 + 16 + 40;}
\end{array}$$

die Summe aller dieser Zahlen beträgt $\Sigma\{h(d)+h'(d)+h(2d)\}=104=4.26$, und da $385\equiv 1$ (mod. 3), also $\lambda=11$, $P+\lambda=396=12.33$, so mufs $26+33=59$ sein, wie in der That.

Sollte später einmal die Tabelle der reducirten Formen über ihre jetzigen Grenzen hinaus fortgesetzt werden, so besteht ein neuer in practischer Hinsicht nicht zu verachtender Vortheil der obigen Sätze darin, dafs man durch Kenntnifs der Formen-*Anzahl* in Stand gesetzt ist, von vorn herein für jede Determinante den gerade nöthigen Raum zur Aufnahme der ihr zugehörigen Formen in der Tabelle beurtheilen zu können.

Bei den ternären Formen wird durch die hier aufgestellten Sätze und ähnliche, so wie auch durch die Sätze des vorigen Paragraphen, die Richtigkeit derjenigen Behauptung unzweifelhaft bewiesen, welche bei den binären Formen, wo sie von *Gaufs* angeregt worden ist, so grofsen Schwierigkeiten unterliegt: dafs nämlich die Classenzahl mit der Determinante in solcher Weise individuell wächst, dafs man immer eine Grenze finden kann, über welche hinaus die Anzahl der Classen für alle folgenden Determinanten gröfser ist, als eine vorher beliebig und noch so grofs gegebene Zahl; es geht dies sowohl aus den Formeln für H selbst hervor, als auch daraus, dafs offenbar $H>\mathfrak{M}$ ist, und für $\mathfrak{M}(D)$ seinerseits eine einfache wachsende Function von D als untere Grenze angegeben werden kann. Bei wachsendem D ist von den beiden Bestandtheilen, aus welchen H zusammengesetzt ist, derjenige, welcher nur eine einfache Function der Determinante enthält, von höherer Ordnung, als der andere, welcher von den binären Classenzahlen abhängt, und H wird zuletzt mit ersterem allein proportional wachsen *); für ein unendlich grofses D kann man $H=\mathfrak{M}$ setzen; diese und ähnliche approximative oder asymptotische Gesetze gehen leicht aus den von *Dirichlet* gegebenen Principien hervor. Folgende Tafel gewährt eine Übersicht über die Häufigkeit des Vorkommens der einzelnen Classenzahlen innerhalb der Grenzen der gröfseren Tabelle. Die Reihen von Determinanten, für welche $H=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ oder 8, sind für die eigentlich primitiven Formen als abgeschlossen zu betrachten, und man wird bei der Fortsetzung der Tabelle keine Determinante finden, zu welcher weniger als neun reducirte Formen gehören. Um möglichst hohe Grenzen zu ziehen, wird man die verschiedenen Fälle der Determinante einzeln betrachten müssen.

---

*) z. B. für Det. ohne quadratischen Theiler ist immer $H(P)>\frac{1}{12}P$, $H(2P)>\frac{1}{8}P$ und im Unendl. genau $H(P)=\frac{1}{12}P$, $H(2P)=\frac{1}{8}P$.

Eigentlich primitive Formen.

Die Anzahl	kommt vor	Product	bei den Determinanten $-D$, für $D =$
1	2 mal	2	1, 2.
2	4 -	8	3, 4, 5, 6.
3	4 -	12	7, 10, 11, 14.
4	5 -	20	8, 9, 13, 17, 22.
5	4 -	20	19, 23, 26, 29.
6	7 -	42	12, 15, 18, 25, 34, 38, 46.
7	6 -	42	16, 21, 30, 31, 37, 41.
8	5 -	40	20, 43, 53, 58, 62.
9	8 -	72	27, 28, 33, 35, 42, 47, 49, 74.
10	6 -	60	24, 39, 50, 59, 61, 86.
11	6 -	66	51, 54, 67, 71, 82, 94.
12	8 -	96	32, 57, 65, 66, 70, 73, 78, 79.
13	5 -	65	44, 52, 55, 83, 89.
14	4 -	56	36, 40, 69, 77.
15	4 -	60	45, 85, 97, 98.
16	2 -	32	56, 81.
17	6 -	102	64, 68, 87, 91, 93, 95.
18	1 -	18	76.
19	2 -	38	63, 75.
20	2 -	40	48, 88.
21	2 -	42	90, 92.
22	2 -	44	60, 100.
24	1 -	24	99.
26	1 -	26	84.
28	2 -	56	72, 80.
33	1 -	33	96.
Summa	100 -	1116	

Uneigentlich primitive Formen.

Die Anzahl	kommt vor	Product	bei den Determinanten $-D$, für $D=$
1	9 mal	9	4, 6, 10, 14, 16, 18, 26, 50, 98.
2	10 -	20	12, 20, 22, 24, 34, 38, 40, 64, 72, 74.
3	11 -	33	28, 30, 42, 44, 46, 48, 56, 58, 62, 80, 86.
4	6 -	24	36, 52, 66, 68, 82, 96.
5	7 -	35	54, 70, 76, 78, 88, 92, 94.
6	3 -	18	60, 90, 100.
7	1 -	7	84.
Summa	47	146	

Im Ganzen umfafst also die Tabelle 1116 eigentliche und 146 uneigentliche Formen, zusammen 1262, so dafs für die Determinanten von —1 bis —100 die Anzahl der primitiven Classen ternärer positiver Formen 1262 beträgt.

Nach vollendetem Druck vorliegender Arbeit beabsichtige ich, die Eintheilung in *Genera,* über welche ich schon im 35. Bande dieses Journals ziemlich ausführlich gesprochen habe, auf die in der Tabelle enthaltenen Formen anzuwenden; diese neue Anordnung wird sehr erleichtert, wenn man Gelegenheit findet, die Formen einzeln auszuschneiden, wozu wegen der ebenfalls bedruckten Rückseite jedes Blattes mindestens zwei Exemplare erforderlich sind. — Die Anzahl der in jedem einzelnen Genus enthaltenen Formen läfst sich ebenfalls theoretisch angeben, z. B. wenn $D=p$ Primzahl ist, so existiren zwei Genera ($\mathfrak{G}Rp$ und $\mathfrak{G}Np$, siehe a. a. O.), und für beide wird der Ausdruck für die Anzahl der in ihnen enthaltenen Classen von der Form

$$\gamma h(p)+\gamma' h(2p)+\gamma'' p+\gamma''',$$

wo $\gamma, \gamma', \gamma'', \gamma'''$ numerische Constanten sind, die nur vom Reste von p (mod. 24) abhangen.

§. 6.

Berechnung der Transformations-Anzahlen δ.

Der Bestimmung der Transformations-Anzahlen (siehe §. 4.), durch welche die Tabelle einen ganz neuen Zuwachs gewonnen hat, liegen folgende beiden Tafeln zu Grunde, aus welchen man leicht die das Problem der Transformation für positive ternäre Formen vollständig erschöpfenden Lehrsätze ableiten könnte, die aber gerade in der hier vorliegenden Weise am besten zum practischen Gebrauche geeignet scheinen.

I. Tafel für die Formen $\begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ +b, & +b', & +b'' \end{pmatrix}$ mit positiven unteren Coëfficienten.

No.	Bedingungen.	t
A (1)	keine Bedingung	1
(2)	$a = 2b' = 2b''$	1
(3)	$a = 2b',\ b'' = 2b$	1
(4)	$a = 2b'',\ b' = 2b$	1
(5)	$a' = 2b,\ b'' = 2b'$	1
B (6)	$a = a',\ b = b'$	1
(7)	$a' = a'',\ b' = b''$	1
(8)	$a = 2b' = 2b'',\ a' = a''$	1
(9)	$a = 2b' = 2b'' = 4b,\ a' = a''$	2
(10)	$a = a' = 2b = 2b' = 2b''$	3
C (11)	$a = a' = a'',\ b = b' = b''$	3
(12)	$a = a' = a'' = 2b = 2b' = 2b''$	13

II. Tafel für die Formen $\begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ -b, & -b', & -b'' \end{pmatrix}$ mit nicht positiven unteren Coëfficienten.

No.	Bedingungen	t
A (1)	keine Bedingung	1
(2)	$a = 2b',\ b'' = 0$	1
(3)	$a = 2b'',\ b' = 0$	1
(4)	$a' = 2b,\ b'' = 0$	1
(σ) (5)	$a = 2b' + b'',\ a' = 2b + b''$	1
B (6)	$a = a',\ b = b'$	1
(7)	$a' = a'',\ b' = b''$	1
(σ) (8)	$a = a' = b + b' + b''$	1
(σ) (9)	$a = a' = 2b = 2b',\ b'' = 0$	2
(10)	$a = a' = 2b'',\ b = b' = 0$	3
(11)	$a' = a'' = 2b,\ b' = b'' = 0$	3
(σ) (12)	$a' = a'',\ a = 2b' + b'',\ a' = 2b + b''$	1
(σ) (13)	$a' = a'',\ b' = b'',\ \sigma,\ a = 3b'$	2
C (14)	$a = a' = a'',\ b = b' = b''$	3
(σ) (15)	$a = a' = a'',\ \sigma$	2
(σ) (16)	$a = a' = a'',\ \sigma,\ b = b'$	2
(σ) (17)	$a = a' = a'',\ \sigma,\ b' = b''$	3
(σ) (18)	$a = a' = a'' = 3b = 3b' = 3b''$	6

Folgendes ist der Gebrauch dieser beiden Tafeln. Neben jeder Nummer mit Ausnahme von No. (1) befindet sich ein Complex oder eine Gruppe von Bedingungen für die Coëfficienten der reducirten Formen; mit diesen vergleicht man jede zu untersuchende Form und zwar entweder in der Tafel I. oder II., je nachdem ihre drei unteren Coëfficienten, d. h. die der doppelten Producte $2yz$, $2xz$, $2xy$, positiv sind oder nicht; für alle Gruppen von Bedingungen, welche bei der vorgelegten Form wirklich erfüllt sind, addirt man die zugehörigen Werthe von t; die so gefundene Summe Σt giebt entweder selbst den Werth von δ, wenn nicht mehr als einer (also entweder keiner oder nur einer) der unteren Coëfficienten der Form den Werth Null hat, oder diese Summe ist doppelt zu nehmen oder endlich mit 4 zu multipliciren, je nachdem zwei der unteren Coëfficienten oder alle drei $=0$ sind. Die No. (1) (keine Bedingung) in beiden Tafeln dient nur dazu, um anzuzeigen, dafs selbst dann Transformationen Statt finden, wenn keine der unter den folgenden Nummern verzeichneten Bedingungen erfüllt ist, man kann also sagen, dafs *diese* Nummer *wenigstens* immer erfüllt ist, sie ist demnach bei allen Formen ohne Weiteres immer mitzuzählen. Bei diesem Verfahren sind zum richtigen Verständnifs folgende beiden Bemerkungen wohl zu beachten. 1) darf *keine* Rücksicht darauf genommen werden, ob ein Complex von Bedingungen unter einem andern umfassenderen schon logisch enthalten ist, sondern die zu untersuchende Form mufs mit jeder einzelnen Nummer der Tafeln verglichen werden, abgesehen davon, dafs vielleicht unter den Bedingungen einer späteren Nummer die einer früheren bereits vollständig oder zum Theil begriffen sind; so enthält z. B. der Complex von Bedingungen neben No. (8) in Tafel I. die sämmtlichen Bedingungen der beiden früheren Nummern (2) und (7), denn wenn $a=2b'=2b''$ und $a'=a''$ ist, so kann man dies so aussprechen, dafs erstlich $a'=a''$ und $b'=b''$ wie bei (7), dafs zweitens $a=2b'=2b''$ wie bei (2), dessen ungeachtet mufs für jede Form, welche der (8) genügt, auch unter (2) und (7) noch aufserdem nachgesehen werden, weil die Werthe von t, wie aus den zu Grunde liegenden theoretischen Betrachtungen hervorgeht, sich nur auf diejenigen Transformationen beziehen, welche der Totalität der in der Nummer befindlichen Bedingungen, ohne Rücksicht auf deren Zerlegung in einzelne Partialgruppen, ihre Entstehung verdanken; von No. (1) kann man sagen, dafs sie unter allen folgenden Nummern enthalten ist, und doch ist der ihr zugehörige Werth $t=1$ bei keiner Form zu vergessen, mag dieselbe übrigens keiner oder noch so vielen der folgenden Bedingungen Genüge leisten. 2) ist zu bemerken: um von einer Form behaupten zu können, dafs irgend eine Nummer für sie Statt findet, reicht es nicht hin, dafs dieselbe einer oder mehreren der unter dieser Nummer verzeichneten Bedingungen genügt, sondern die letzteren müssen sämmtlich und zu gleicher Zeit erfüllt sein; so kann es geschehen, dafs eine Menge der in den Tafeln vorkommenden Bedingungen bei einer reducirten Form angetroffen werden, und doch nicht in der Weise vereinigt erscheinen, dafs irgend eine der auf (1) folgenden Nummern der Form zugeschrieben werden könnte; z. B. können alle drei oberen Coëfficienten einander gleich sein, wie bei der Form $\begin{pmatrix} 7, & 7 & 7 \\ -1, & -2, & -3 \end{pmatrix}$, und doch ist nur $\delta = 1$; namentlich ist bei den Formen der ersten Art (Tafel I.) häufig einzeln $a = 2b'$ oder $a = 2b''$ oder $a' = 2b$, tritt aber aufser einer von diesen keine andere Eigenschaft der Form hinzu, so ist immer nur $\delta = 1$; bei No. (1) hätte daher statt „keine Bedingung" passender und vollständiger „kein Complex von zusammengehörigen Bedingungen" geschrieben werden können, doch genügt jene kürzere Andeutung, da es mir hier nur auf ein möglichst practisches Verfahren zur Bestimmung von δ ankommt.

Die Eintheilung jeder einzelnen Tafel in *A, B, C* bezieht sich auf das Verhalten der drei oberen Coëfficienten a, a', a'' und dient um die Übersicht zu erleichtern, indem z. B. jede Form, für welche a, a', a'' alle drei verschieden sind, nur mit den Bedingungen unter *A* zu vergleichen ist, während die unter *B* und *C* ganz unberücksichtigt bleiben; sind zwei jener oberen Coëfficienten einander gleich und von dem dritten verschieden, so braucht man nur die Nummern unter *A* und *B* nachzusehen und vernachlässigt die unter *C* befindlichen. Einen ähnlichen Zweck hat das Zeichen σ in der zweiten Tafel, welches die nicht sehr häufig vorkommende Bedingung $a + a' = 2(b + b' + b'')$ bei den Formen zweiter Art andeuten soll, und ist dieser Fall, wo er vorkommt, in den Tafeln ausdrücklich vorn in der ersten Verticalcolumne angezeigt, damit man diese Nummern sofort übergehen kann, wenn die zu untersuchende Form, nachdem man sie hierauf zuvor geprüft hat, der in Rede stehenden Bedingung (σ) *nicht* Genüge leistet. Hiernach wird man in den meisten Fällen bei einiger Übung ganze Reihen der in den Tafeln befindlichen Nummern auf einmal verwerfen und unter den wenigen übrig bleibenden Nummern mit Leichtigkeit die brauchbaren herausfinden können.

Einige Beispiele werden diese Regeln deutlicher machen. Für die Form $\begin{pmatrix} 2, & 3, & 4 \\ -1, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ ist keine der vorkommenden Bedingungen erfüllt, also hat man nur aus No. (1) in Tafel II. $t = 1$, da aber zwei der unteren Coëfficienten Null sind, so wird $\delta = 2$; für die Form $\begin{pmatrix} 3, & 4, & 6 \\ 2, & 1, & 1 \end{pmatrix}$ ist zwar $a' = 2b$, nämlich $4 = 2.2$, da aber nicht $b'' = 2b'$, so ist No. (5) in I., die einzige, welche zu vergleichen man veranlafst wird, nicht erfüllt, und man hat daher nur aus (1) $t = 1$ und $\delta = 1$. Die Form $\begin{pmatrix}4, & 5, & 6\\ 1, & 2, & 2\end{pmatrix}$ ist in der Tafel I. nur mit den unter A befindlichen Nummern, und zwar aufser (1), was sich von selbst versteht, mit (2), (3) und (4) zu vergleichen, denn (5) fällt aus, weil nicht $a' = 2b$, d. h. 5 nicht das Doppelte von 1 ist; jene drei Bedingungen oder Gruppen von Bedingungen sind wirklich erfüllt, also sind im Ganzen (1), (2), (3) und (4) erfüllt, daher $\Sigma t = 1+1+1+1 = 4$, $\delta = 4$. Für die Form $\begin{pmatrix}2, & 5, & 8\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}$, welche unter die Categorie der Tafel II. fällt, ist weder (σ) erfüllt, da $1+1 <$ als die Hälfte von $2+5$, noch findet Gleichheit der oberen Coëfficienten Statt, man wird also aufser (1) nur (2), (3) und (4) prüfen, und da nur (1) und (2) erfüllt sind, so ist $\Sigma t = 1+1$, $\delta = 2$. Für die Form $\begin{pmatrix}2, & 2, & 3\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$ sind in I. (1), (2), (6) und (10) erfüllt, folglich $\Sigma t = 1+1+1+3$, $\delta = 6$. Für die Form $\begin{pmatrix}4, & 5, & 5\\ 1, & 1, & 2\end{pmatrix}$ ist zwar $a' = a''$ und auch $a = 2b''$, ferner $b = b'$, diese drei Eigenschaften der vorliegenden Form stehen aber nicht in solcher Beziehung, dafs irgend eine der auf (1) folgenden Nummern in I. anzuwenden wäre, es ist also nur $\delta = 1$. Noch füge ich kurz folgende Formen als Beispiele hinzu nebst den auf sie anzuwendenden Nummern der beiden Tafeln:

$\begin{pmatrix}1, & 2, & 2\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$ II. (1), (4), (7), (11), $\Sigma t = 6$, $\delta = 2\Sigma t = 12$;

(σ) $\begin{pmatrix}2, & 2, & 3\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}$ II. (1), (2), (4), (5), (6), (8), (9), $\delta = \Sigma t = 1+1+1+1+1+1+2 = 8$;

$\begin{pmatrix}1, & 1, & 2\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$ II. (1), (6), $\delta = 4\Sigma t = 4.2 = 8$;

$\begin{pmatrix}1, & 1, & 1\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$ II. (1), (6), (7), (14), $\Sigma t = 1+1+1+3 = 6$, $\delta = 4\Sigma t = 24$;

$\begin{pmatrix}3, & 3, & 3\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$ I. (1), (6), (7), (11), $\Sigma t = 1+1+1+3 = 6$, $\delta = \Sigma t = 6$;

(σ) $\begin{pmatrix}3, & 3, & 4\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}$ II. (1), (5), (6), (8), $\Sigma t = 4$, $\delta = 4$;

$\begin{pmatrix}2, & 2, & 2\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$ I. (1), (2), (6), (7), (8), (10), (11), (12), $\delta = \Sigma t = 1+1+1+1+1+3+3+13 = 24$;

(σ) $\begin{pmatrix}3, & 3, & 3\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}$ II. (1), (5), (6), (7), (8), (12), (13), (14), (15), (16), (17), (18), $\delta = \Sigma t = 1+1+1+1+1+1+2+3+2+2+3+6 = 24$.

Wäre es in der That nothwendig *jede* der 1262 in der gröfseren Tabelle enthaltenen reducirten Formen in dieser Weise mit den Bedingungen der obigen Tafeln zu vergleichen, so würde dies ein zu langwieriges, überdies einer sicheren Controle entbehrendes Geschäft sein. Glücklicherweise sind jene Bedingungen der Art, dafs jede einmal untersuchte Form als Muster oder Vorbild für unendlich viele andere dienen kann, denen man sogleich ansieht, dafs sie denselben Bedingungen wie jene genügen, also auch in Bezug auf ihre Transformations-Anzahl δ mit jener übereinstimmen müssen. Nachdem man z. B. für die Form $\begin{pmatrix}2, & 2, & 3\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$ die Zahl $\delta = 6$ gefunden hat, so geht ohne weitere Benutzung der Tafeln hervor, dafs auch für die Formen $\begin{pmatrix}2, & 2, & 4\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2, & 2, & 5\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$ und allgemein für alle Formen $\begin{pmatrix}2, & 2, & a''\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, in denen $a'' > 2$ (aber nicht $= 2$) ist, $\delta = 6$ sein wird; oder nachdem man gefunden hat, dafs für $\begin{pmatrix}2, & 2, & 3\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$ $\delta = 12$ ist, so folgt, dafs für jede Form wie $\begin{pmatrix}2, & 2, & a''\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, in welcher $a'' > 2$ ist, ebenfalls $\delta = 12$ sein mufs. Da die Determinanten solcher Formen eine arithmetische Progression bilden, so sind die Formen selbst in der gröfseren Tabelle leicht aufzufinden und mit den ihnen zugehörigen Transformations-Anzahlen zu versehen. Es wurde also der Gebrauch obiger Tafeln nur so weit ausgedehnt, als es durchaus erforderlich war, und bis man zu Formen gelangte, welche sich in der angegebenen Weise auf frühere zurückbeziehen liefsen; spätere Werthe von δ wurden theils rückwärts gehend aus früheren bestimmt, theils wurde die ganze Tabelle der Formen vom Anfange ausgehend dem Ende zu mit ganzen Reihen von solchen aus einander hervorgehenden gleichen Werthen von δ gleichsam durchzogen. Bei diesem Verfahren erreichte man aufser der bedeutenden Vereinfachung der Arbeit noch einen doppelten Vortheil: einmal fand man neue Gelegenheit, die in §. 3. vorkommenden arithmetischen Reihen wiederum zu durchlaufen und sich von dem Vorhandensein jeder Form in der gröfseren Tabelle zu überzeugen; sodann ergab sich eine nicht besser zu wünschende Controlirung der einzelnen δ, indem jeder bei der Bestimmung derselben etwa begangene Fehler an mehreren Stellen sich wiederholen mufste, also eine Übereinstimmung von $\mathfrak{M} = \Sigma\frac{1}{\delta}$ (§. 4.) mit der Theorie an allen diesen Stellen zugleich durch blofse Compensation mindestens sehr unwahrscheinlich, wenn nicht unmöglich war.

Ferner bemerke man noch die Transformations-Anzahl für einige häufig vorkommenden speciellen Arten von Formen, wie sie sich aus den obigen

Tafeln ergiebt. Für die Formen $\begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ wird, wie schon *Gaufs* angegeben hat, $\delta = 4$, $\delta = 8$ oder $\delta = 24$, je nachdem resp. alle drei oberen Coëfficienten ungleich, oder zwei derselben einander gleich und vom dritten verschieden, oder endlich alle drei gleich sind; in der That ist für diese Formen immer $\delta = 4\Sigma t$ zu setzen und im ersten Falle ist in Tafel I. nur No. (1) erfüllt, im zweiten sind entweder die Nummern (1) und (6) oder die Nummern (1) und (7) erfüllt, im dritten gleichzeitig die Nummern (1), (6), (7) und (14). Die Formen $\begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ -b, & 0, & 0 \end{pmatrix}$, in denen b von 0 verschieden ist, geben $\delta = 4$, so oft in der binären Form (a', b, a'') entweder $a' = a''$ oder b genau die Hälfte von a' ist; sie geben $\delta = 12$, wenn die letzteren beiden Bedingungen vereinigt erscheinen, wie z. B. bei der Form $\begin{pmatrix} 1, & 2, & 2 \\ -1, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ mit der Determinante -3, in allen übrigen Fällen $\delta = 2$; $a = a'$ ist bei diesen Formen unzulässig und widerspricht den Bedingungen der Reducirtheit. Ähnliches gilt von den Formen $\begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ 0, & -b', & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ 0, & 0, & -b'' \end{pmatrix}$, wenn man die binären Formen (a, b', a'') resp. (a, b'', a') betrachtet; sollte für die Formen $\begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ 0, & 0, & -b'' \end{pmatrix}$ vielleicht $a' = a''$ sein, so hat dieser Umstand durchaus keinen Einflufs auf die Transformations-Anzahl. Durch diese Regeln allein werden die so zahlreichen Formen erledigt, in denen $a = 1$ ist, da nur die beiden Arten $\begin{pmatrix} 1, & a', & a'' \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1, & a', & a'' \\ -b, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ vorkommen; noch bequemer übersieht man für diese das Resultat, wenn man bemerkt, dafs für $\begin{pmatrix} 1, & 1, & a'' \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$, wenn $a'' > 1$ ist, $\delta = 8$ wird, dafs $\begin{pmatrix} 1, & a', & a'' \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$, wo a' und a'' beide > 1 sind, $\delta = 8$ oder $\delta = 4$ ergiebt, je nachdem $a' = a''$ oder von a'' verschieden ist, und dafs endlich für die Formen $\begin{pmatrix} 1, & a' & a'' \\ -b, & 0, & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1, & a', & a' \\ -b, & 0, & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1, & a', & a'' \\ -\frac{1}{2}a', & 0, & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1, & a', & a' \\ -\frac{1}{2}a', & 0 & 0 \end{pmatrix}$ resp. $\delta = 2$, $\delta = 4$, $\delta = 4$, $\delta = 12$ wird, wenn man in jeder dieser vier Formen die nicht ausdrücklich durch die Bezeichnung selbst angedeuteten Bedingungen als nicht erfüllt voraussetzt. Die ebenfalls in der Tabelle sehr häufig vorkommenden Formen mit dem ersten Coëfficienten $a = 2$ können sämmtlich nach den folgenden Vorbildern beurtheilt werden:

$$\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 3 \\ 1, & 1, & 1 \end{pmatrix}}, \quad \underset{\delta=8}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 3 \\ -1, & -1. & 0 \end{pmatrix}}, \quad \underset{\delta=12}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 3 \\ 0, & 0, & -1 \end{pmatrix}}, \quad \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 3 \\ 0, & -1, & 0 \end{pmatrix}}, \quad \underset{\delta=8}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 3 \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}};$$

$$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix} 2, & 3, & 3 \\ 1, & 1, & 1 \end{pmatrix}}, \quad \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix} 2, & 3, & 3 \\ -1, & 0, & -1 \end{pmatrix}}, \quad \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix} 2, & 3, & 3 \\ 0, & 0, & -1 \end{pmatrix}}, \quad \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix} 2, & 3, & 3 \\ -1, & 0, & 0 \end{pmatrix}};$$

$$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2,&3,&4\\1,&1,&1\end{pmatrix}},\ \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2,&3,&4\\-1,&0,&-1\end{pmatrix}},\ \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2,&3,&4\\-1,&-1,&0\end{pmatrix}},\ \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2,&3,&4\\0,&0,&-1\end{pmatrix}},\ \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2,&3,&4\\0,&-1,&0\end{pmatrix}},\ \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2,&3,&4\\-1,&0,&0\end{pmatrix}},\ \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2,&3,&4\\0,&0,&0\end{pmatrix}};$$

$$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2,&4,&5\\2,&1,&1\end{pmatrix}},\ \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2,&4,&5\\-2,&-1,&0\end{pmatrix}},\ \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2,&4,&5\\-2,&0,&0\end{pmatrix}};$$

$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2,&4,&4\\2,&1,&1\end{pmatrix}}$, mit Ausnahme der ganz einzeln stehenden, am Anfange vorkommenden $\underset{\delta=24}{\begin{pmatrix}2,&2,&2\\1,&1,&1\end{pmatrix}}$ und $\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}2,&2,&2\\0,&0,&-1\end{pmatrix}}$. — Eine weitere Vermehrung dieser Fälle bietet zwar keine theoretischen Schwierigkeiten dar, verliert aber ihren practischen Werth durch die damit verbundene Überladung des Gedächtnisses; aus dem letzteren Grunde scheint auch eine Behandlung der Formen nach Vorbildern, welche sich auf unmittelbare Anschauung stützt, einer solchen nach beschreibenden Regeln in practischer Hinsicht bei Weitem vorzuziehen.

In theoretischer Beziehung namentlich in Hinsicht auf die Bestimmung der Formen-Anzahl war mir die Eintheilung der reducirten Formen in solche, für welche $\delta = 1$, und in die übrigen, für welche $\delta > 1$, also $\delta = 2, 4, 6, 8, 12$ oder 24 ist, von Wichtigkeit; die letzteren, welche man Ausnahmeformen nennen kann, haben die sehr bemerkenswerthe Eigenthümlichkeit, die den ersteren mit $\delta = 1$ nicht zukommt, dafs sie sich stets in eine, zwar nicht nothwendig reducirte, aber doch äquivalente Form von einer der beiden folgenden Arten

$$ax^2 + \varphi \quad \text{oder} \quad a(x^2 + xy) + \varphi$$

transformiren lassen, wo φ eine *binäre* Form bedeutet, die allein die Variabeln y und z und nicht mehr x enthält. Diese Formen entsprechen denen, welche *Gaufs* ancipites genannt hat, und a ist, wie leicht zu sehen, bei ihnen immer ein Divisor der doppelten Determinante.

Möge mir erlaubt sein, zum Beschlufs hier eine Bemerkung hinzuzufügen, welche sich auf *unbestimmte* ternäre Formen bezieht. Für diese Formen scheint die Anzahl der zu einer Determinante gehörigen Classen einem noch einfacheren Gesetze, als bei den bestimmten (positiven, negativen Formen) zu unterliegen, wenigstens, wenn die Determinante als eine ungerade Zahl ohne quadratischen Theiler angenommen wird. Ist letztere eine ungerade Primzahl, so scheinen immer genau zwei Classen vorhanden zu sein, und besteht die Determinante aus einem Product von μ verschiedenen ungeraden Primzahlen, so scheint die Anzahl der Classen 2^μ zu betragen.

Zweite Abtheilung.

Tabelle der reducirten positiven ternären Formen nebst ihren Transformations-Anzahlen für alle Determinanten von —1 bis —100 und für die einzelne Determinante —385.

I. Tabelle der eigentlich primitiven positiven ternären Formen für alle negativen Determinanten von —1 bis —100.

D	Anzahl	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante —*D*.
1	1	$\begin{pmatrix}1, 1, 1\\0, 0, 0\end{pmatrix}$. $\delta=24$
2	1	$\begin{pmatrix}1, 1, 2\\0, 0, 0\end{pmatrix}$. $\delta=8$
3	2	$\begin{pmatrix}1, 1, 3\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$, $\begin{pmatrix}1, 2, 2\\-1, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=12$.
4	2	$\begin{pmatrix}1, 1, 4\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$, $\begin{pmatrix}1, 2, 2\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$.
5	2	$\begin{pmatrix}1, 1, 5\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$, $\begin{pmatrix}1, 2, 3\\-1, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$.
6	2	$\begin{pmatrix}1, 1, 6\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$, $\begin{pmatrix}1, 2, 3\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$.
7	3	$\begin{pmatrix}1, 1, 7\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$, $\begin{pmatrix}1, 2, 4\\-1, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$, $\begin{pmatrix}2, 2, 3\\1, 1, 1\end{pmatrix}$ $\delta=6$.
8	4	$\begin{pmatrix}1, 1, 8\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$, $\begin{pmatrix}1, 2, 4\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$, $\begin{pmatrix}1, 3, 3\\-1, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$, $\begin{pmatrix}2, 2, 3\\-1, -1, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$.
9	4	$\begin{pmatrix}1, 1, 9\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$, $\begin{pmatrix}1, 2, 5\\-1, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$, $\begin{pmatrix}1, 3, 3\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$, $\begin{pmatrix}2, 2, 3\\0, 0, -1\end{pmatrix}$ $\delta=12$.
10	3	$\begin{pmatrix}1, 1, 10\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$, $\begin{pmatrix}1, 2, 5\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$, $\begin{pmatrix}2, 2, 3\\0, -1, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$.

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante $-D$.
11	3	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 11\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 6\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 3, & 4\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$.
12	6	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 12\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 6\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 3, & 4\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 4, & 4\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=12$; $\begin{pmatrix}2, & 2, & 3\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 3\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=4$.
13	4	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 13\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 7\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 2, & 5\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=6$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 3\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=2$.
14	3	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 14\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 7\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 3, & 5\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$.
15	6	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 15\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 8\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 3, & 5\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 4, & 4\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 2, & 5\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=12$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 3\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=4$.
16	7	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 16\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 8\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 4, & 4\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 4, & 5\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 2, & 5\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 3\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}3, & 3, & 3\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=24$.
17	4	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 17\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 9\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 3, & 6\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 4\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=2$.
18	6	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 18\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 9\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 3, & 6\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 2, & 5\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 3\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 4\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=2$.
19	5	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 19\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 10\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 4, & 5\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 2, & 7\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=6$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 4\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$.
20	8	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 20\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 10\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 3, & 7\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}1, & 4, & 5\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 4, & 6\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 2, & 5\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 4\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}3, & 3, & 3\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=6$.
21	7	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 21\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 11\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 3, & 7\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 5, & 5\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 2, & 7\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=12$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 4\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}3, & 3, & 3\\ 0, & -1, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=2$.

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante —*D*.
22	4	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 22\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 11\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 3, 4\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 3, 5\\ 1, 1, 1\end{pmatrix}}$.
23	5	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 23\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 12\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 3, 8\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 4, 6\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 3, 5\\ -1, 0, -1\end{pmatrix}}$.
24	10	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 24\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 12\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 3, 8\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 4, 6\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 4, 7\\ -2, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 5, 5\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, 2, 7\\ -1, -1, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 3, 4\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, 3, 3\\ 0, 0, -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, 3, 4\\ -1, -1, -1\end{pmatrix}}$.
25	6	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 25\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 13\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 5, 5\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, 2, 9\\ 1, 1, 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 3, 5\\ -1, -1, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 3, 5\\ 0, 0, -1\end{pmatrix}}$.
26	5	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 26\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 13\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 3, 9\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 5, 6\\ -2, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 2, 7\\ 0, -1, 0\end{pmatrix}}$.
27	9	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 27\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 14\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 3, 9\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 4, 7\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}1, 6, 6\\ -3, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}2, 2, 9\\ 0, 0, -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 3, 5\\ 0, -1, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 3, 6\\ 1, 1, 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 4, 5\\ 2, 1, 1\end{pmatrix}}$.
28	9	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 28\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 14\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 4, 7\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 4, 8\\ -2, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, 2, 7\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 3, 5\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 3, 6\\ -1, 0, -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 4, 5\\ -2, -1, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, 3, 4\\ 1, 1, 1\end{pmatrix}}$.
29	5	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 29\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 15\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 3, 10\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 5, 6\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, 3, 4\\ 0, -1, -1\end{pmatrix}}$.
30	7	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 30\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 15\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 3, 10\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 5, 6\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 3, 5\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 3, 6\\ 0, 0, -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, 3, 4\\ -1, -1, 0\end{pmatrix}}$.
31	7	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 31\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 16\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 4, 8\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 5, 7\\ -2, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, 2, 11\\ 1, 1, 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 3, 6\\ -1, -1, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 4, 5\\ 1, 1, 1\end{pmatrix}}$.

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante $-D$.					
32	12	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 32\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$	$\begin{pmatrix}1, & 2, & 16\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, & 3, & 11\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$	$\begin{pmatrix}1, & 4, & 8\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, & 4, & 9\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, & 6, & 6\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$
		$\begin{pmatrix}2, & 2, & 9\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$	$\begin{pmatrix}2, & 3, & 7\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, & 4, & 5\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}3, & 3, & 4\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}3, & 3, & 5\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}3, & 4, & 4\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}$. $\delta=2$
33	9	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 33\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$	$\begin{pmatrix}1, & 2, & 17\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, & 3, & 11\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, & 6, & 7\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 11\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=12$	$\begin{pmatrix}2, & 3, & 6\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$
		$\begin{pmatrix}2, & 3, & 7\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, & 4, & 5\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=2$	$\begin{pmatrix}3, & 3, & 4\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}$. $\delta=2$			
34	6	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 34\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$	$\begin{pmatrix}1, & 2, & 17\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, & 5, & 7\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 9\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}2, & 3, & 6\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, & 4, & 5\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}$. $\delta=2$
35	9	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 35\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$	$\begin{pmatrix}1, & 2, & 18\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, & 3, & 12\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$	$\begin{pmatrix}1, & 4, & 9\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$	$\begin{pmatrix}1, & 5, & 7\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, & 6, & 6\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$
		$\begin{pmatrix}2, & 3, & 7\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}2, & 4, & 5\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}3, & 4, & 4\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}$. $\delta=2$			
36	14	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 36\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$	$\begin{pmatrix}1, & 2, & 18\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, & 3, & 12\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, & 4, & 9\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, & 4, & 10\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, & 5, & 8\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$
		$\begin{pmatrix}1, & 6, & 6\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 9\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$	$\begin{pmatrix}2, & 3, & 6\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}2, & 4, & 5\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}2, & 5, & 5\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}3, & 3, & 4\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$
		$\begin{pmatrix}3, & 3, & 5\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=2$	$\begin{pmatrix}3, & 4, & 4\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$. $\delta=12$				
37	7	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 37\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$	$\begin{pmatrix}1, & 2, & 19\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 13\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=6$	$\begin{pmatrix}2, & 3, & 7\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}$; $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, & 3, & 8\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, & 5, & 5\\ -2, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=2$
		$\begin{pmatrix}3, & 3, & 5\\ 0, & -1, & -1\end{pmatrix}$. $\delta=1$					
38	6	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 38\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$	$\begin{pmatrix}1, & 2, & 19\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, & 3, & 13\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$	$\begin{pmatrix}1, & 6, & 7\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, & 3, & 8\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, & 4, & 5\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$. $\delta=2$
39	10	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 39\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$	$\begin{pmatrix}1, & 2, & 20\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, & 3, & 13\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, & 4, & 10\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$	$\begin{pmatrix}1, & 5, & 8\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$	$\begin{pmatrix}1, & 6, & 8\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante —*D*.
39	s. o.	$\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 13\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 7\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 5\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 4\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}.$
40	14	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 40\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 20\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 10\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 11\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 8\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 7, & 7\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 11\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 7\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 8\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 5\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 5\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 5\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 6\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 4\\ 0, & -1, & -1\end{pmatrix}}.$
41	7	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 41\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 21\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 14\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 9\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 7\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 7\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 4\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}.$
42	9	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 42\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 21\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 14\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 7\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 11\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 7\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 9\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 5\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 5\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}.$
43	8	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 43\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 22\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 11\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 15\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 8\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 9\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 5\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 5\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}}.$
44	13	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 44\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 22\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 15\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 11\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 12\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 9\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 8\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 11\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 7\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 6\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 4\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 5\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}4 & 4, & 5\\ 2 & 2, & 2\end{pmatrix}}.$
45	15	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 45\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 23\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 15\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 9\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 9\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 7, & 7\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}},$

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante $-D$.
45	s. o.	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 15\\0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=12$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 8\\0, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 9\\0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 4, & 7\\1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 5, & 5\\0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 5, & 6\\2, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}3, & 3, & 5\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}3, & 3, & 6\\0, & -1, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=1$; $\begin{pmatrix}3, & 4, & 4\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$.
46	6	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 46\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 23\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 5, & 10\\-2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 8\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 5, & 6\\-2, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}3, & 4, & 5\\-1, & -1, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=1$.
47	9	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 47\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 24\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 3, & 16\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}1, & 4, & 12\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}1, & 6, & 8\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}1, & 7, & 8\\-3, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 10\\1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 4, & 7\\-1, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 5, & 6\\-2, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$.
48	20	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 48\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 24\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 3, & 16\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 4, & 12\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 4, & 13\\-2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 6, & 8\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 7, & 7\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 8, & 8\\-4, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=12$; $\begin{pmatrix}2, & 2, & 13\\-1, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 8\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 10\\-1, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 4, & 7\\-2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 5, & 5\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}3, & 3, & 6\\-1, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}3, & 3, & 6\\0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}3, & 3, & 7\\-1, & -1, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}3, & 4, & 4\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}3, & 4, & 5\\-2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}4, & 4, & 5\\-2, & -2, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}4, & 4, & 5\\1, & 2, & 2\end{pmatrix}$, $\delta=4$.
49	9	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 49\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 25\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 5, & 10\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}1, & 7, & 7\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}2, & 2, & 17\\1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=6$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 9\\-1, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 4, & 7\\0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 5, & 6\\1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}3, & 5, & 5\\-2, & -1, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=6$.
50	10	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 50\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 25\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 3, & 17\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}1, & 5, & 10\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 6, & 9\\-2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 2, & 13\\0, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 10\\0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 4, & 7\\-1, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 5, & 5\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}3, & 4, & 5\\1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=1$.

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante $-D$.
51	11	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 51\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 26\\-1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 3, 17\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 4, 13\\-1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 5, 11\\-2, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 6, 10\\-3, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}2, 2, 17\\0, 0, -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 3, 9\\0, -1, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, 3, 6\\0, -1, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, 4, 5\\0, -1, -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, 4, 5\\2, 2, 1\end{pmatrix}}$.
52	13	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 52\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 26\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 4, 13\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 4, 14\\-2, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 7, 8\\-2, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, 2, 13\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 3, 9\\-1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 3, 11\\1, 1, 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 4, 7\\0, -1, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 5, 6\\-2, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 5, 6\\-1, 0, -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, 3, 7\\1, 1, 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, 4, 5\\-1, 0, -1\end{pmatrix}}$.
53	8	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 53\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 27\\-1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 3, 18\\-1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 6, 9\\-1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 3, 11\\-1, 0, -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 5, 6\\-1, -1, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, 3, 7\\0, -1, -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, 4, 5\\-1, -1, 0\end{pmatrix}}$.
54	11	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 54\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 27\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 3, 18\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 5, 11\\-1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 6, 9\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 7, 9\\-3, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 3, 9\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 4, 7\\-1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 5, 6\\0, 0, -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 5, 7\\2, 1, 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, 4, 6\\2, 1, 1\end{pmatrix}}$.
55	13	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 55\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 28\\-1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 4, 14\\-1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 5, 11\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 7, 8\\-1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 8, 8\\-3, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, 2, 19\\1, 1, 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 3, 10\\-1, -1, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 3, 11\\0, 0, -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 4, 9\\2, 1, 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 5, 6\\0, -1, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 5, 7\\-2, 0, -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, 4, 5\\0, 0, -1\end{pmatrix}}$.
56	16	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 56\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 28\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 3, 19\\-1, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 4, 14\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 4, 15\\-2, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 5, 12\\-2, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 6, 10\\-2, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 7, 8\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 8, 9\\-4, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, 2, 15\\-1, -1, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 4, 7\\0, 0, 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, 3, 7\\0, 0, -1\end{pmatrix}}$,

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante $-D$.
56	s. o.	$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 8\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 5\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 6\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 5\\ 1, & 1, & 2\end{pmatrix}}$.
57	12	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 57\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 29\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 19\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 11\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 19\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 10\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$,
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 12\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 7\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 7\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 5\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 6\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 5\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}}$.
58	8	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 58\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 29\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 15\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 10\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 12\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 6\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$,
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 7\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 5\\ -2, & 0, & -1\end{pmatrix}}$.
59	10	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 59\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 30\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 20\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 15\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 12\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 10\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$,
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 7, & 9\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 9\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 7\\ 3, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 5\\ 1, & 2, & 1\end{pmatrix}}$.
60	22	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 60\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 30\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 20\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 15\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 16\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 12\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$,
		$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 10\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 8, & 8\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 15\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 10\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 12\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 9\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}}$,
		$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 6\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 7\\ -3, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 7\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 8\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 5\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 6\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$,
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 5\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 5\\ -1, & -2, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 5\\ 0, & 0, & -2\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}4, & 5, & 5\\ 2, & 2, & 2\end{pmatrix}}$.
61	10	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 61\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 31\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 13\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 7, & 10\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 21\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 11\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$,
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 9\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 7\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 8\\ 0, & -1, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 6\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$.
62	8	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 62\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 31\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 21\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 11\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 7, & 9\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 13\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$,

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante —*D*.
62	s. o.	$\begin{pmatrix}2, & 5, & 7\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}3, & 4, & 6\\ 0, & -1, & -1\end{pmatrix}_{\delta=1}$.
63	19	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 63\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=8}$, $\begin{pmatrix}1, & 2, & 32\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 3, & 21\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 4, & 16\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}1, & 6, & 12\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 7, & 9\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$,
		$\begin{pmatrix}1, & 8, & 8,\\ -1, & 0, & 0,\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 8, & 9\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}2, & 2, & 21\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=12}$, $\begin{pmatrix}2, & 3, & 11\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}2, & 3, & 13\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}2, & 4, & 9\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=4}$,
		$\begin{pmatrix}2, & 5, & 7\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}2, & 5, & 7\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}2, & 5, & 8\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}3, & 3, & 7\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=8}$, $\begin{pmatrix}3, & 4, & 6\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=1}$, $\begin{pmatrix}3, & 5, & 5\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$,
		$\begin{pmatrix}3, & 5, & 6\\ -2, & -1, & -1\end{pmatrix}_{\delta=2}$.
64	17	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 64\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=8}$, $\begin{pmatrix}1, & 2, & 32\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 4, & 16\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 4, & 17\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 5, & 13\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}1, & 8, & 8\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=8}$,
		$\begin{pmatrix}1, & 8, & 10\\ -4, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}2, & 2, & 17\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}_{\delta=8}$, $\begin{pmatrix}2, & 3, & 11\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}2, & 4, & 9\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}2, & 5, & 8\\ -2, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}3, & 3, & 8\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=4}$,
		$\begin{pmatrix}3, & 3, & 9\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}3, & 5, & 5\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}4, & 4, & 5\\ 0, & -2, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}4, & 5, & 5\\ -2, & 0, & -2\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}4, & 5, & 5\\ 1, & 2, & 2\end{pmatrix}_{\delta=8}$.
65	12	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 65\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=8}$, $\begin{pmatrix}1, & 2, & 33\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 3, & 22\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}1, & 5, & 13\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 6, & 11\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}1, & 9, & 9\\ -4, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$,
		$\begin{pmatrix}2, & 3, & 13\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}2, & 5, & 7\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}3, & 4, & 6\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}_{\delta=1}$, $\begin{pmatrix}3, & 4, & 7\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}_{\delta=1}$, $\begin{pmatrix}3, & 5, & 5\\ 0, & -1, & -1\end{pmatrix}_{\delta=2}$,
		$\begin{pmatrix}4, & 4, & 5\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}_{\delta=2}$.
66	12	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 66\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=8}$, $\begin{pmatrix}1, & 2, & 33\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 3, & 22\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 5, & 14\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}1, & 6, & 11\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 7, & 10\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$,
		$\begin{pmatrix}2, & 2, & 17\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}2, & 3, & 11\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}2, & 4, & 9\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}2, & 6, & 7\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}3, & 3, & 8\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}3, & 4, & 6\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=2}$.
67	11	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 67\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=8}$, $\begin{pmatrix}1, & 2, & 34\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 4, & 17\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}2, & 2, & 23\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}_{\delta=6}$, $\begin{pmatrix}2, & 3, & 12\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}2, & 3, & 14\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}_{\delta=2}$,

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante $-D$.
67	s. o.	$\begin{pmatrix}2, & 5, & 8\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 5, & 8\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 6, & 7\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}3, & 5, & 5\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=1$; $\begin{pmatrix}4, & 5, & 5\\ 2, & 1, & 2\end{pmatrix}$, $\delta=1$.
68	17	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 68\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 34\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 3, & 23\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}1, & 4, & 17\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 4, & 18\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 6, & 12\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$;
		$\begin{pmatrix}1, & 7, & 11\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}1, & 8, & 9\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 2, & 17\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 14\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 4, & 9\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 5, & 7\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$;
		$\begin{pmatrix}3, & 3, & 9\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}3, & 4, & 6\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}3, & 4, & 7\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}3, & 4, & 7\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=1$; $\begin{pmatrix}4, & 4, & 7\\ 2, & 2, & 2\end{pmatrix}$, $\delta=6$.
69	14	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 69\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 35\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 3, & 23\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 5, & 14\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}1, & 6, & 13\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 7, & 10\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$;
		$\begin{pmatrix}2, & 2, & 23\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=12$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 12\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 4, & 11\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 6, & 7\\ -2, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}3, & 3, & 8\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}3, & 3, & 9\\ 0, & -1, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=1$;
		$\begin{pmatrix}3, & 4, & 6\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}4, & 4, & 5\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=2$.
70	12	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 70\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 35\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 5, & 14\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 7, & 10\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 12\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 14\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=4$;
		$\begin{pmatrix}2, & 4, & 9\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 5, & 7\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 5, & 8\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 6, & 7\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}3, & 5, & 5\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}4, & 5, & 5\\ -2, & -1, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=2$.
71	11	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 71\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 36\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 3, & 24\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}1, & 4, & 18\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}1, & 5, & 15\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}1, & 6, & 12\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$;
		$\begin{pmatrix}1, & 8, & 9\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}1, & 8, & 10\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 6, & 7\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}3, & 5, & 6\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=1$; $\begin{pmatrix}4, & 4, & 5\\ 0, & -1, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=1$.
72	28	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 72\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}1, & 2, & 36\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 3, & 24\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 4, & 18\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 4, & 19\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 6, & 12\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$;
		$\begin{pmatrix}1, & 8, & 9\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 8, & 11\\ -4, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}1, & 9, & 9\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 2, & 19\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 12\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 3, & 15\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=2$;
		$\begin{pmatrix}2, & 4, & 9\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 5, & 8\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 5, & 8\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}2, & 5, & 9\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=2$; $\begin{pmatrix}2, & 7, & 7\\ 3, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\delta=4$; $\begin{pmatrix}3, & 3, & 8\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}$, $\delta=8$,

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante $-D$.
72	s. o.	$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 9\\0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 10\\-1, & -1, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 6\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 7\\-2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 7\\1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 5\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 6\\-2, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 5\\-1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 7\\1, & 2, & 2\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}5, & 5, & 5\\-1, & -2, & -2\end{pmatrix}}$.
73	12	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 73\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 37\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 7, & 11\\-2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 25\\1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 13\\-1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 15\\-1, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 11\\1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 8\\-1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 9\\-2, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 7, & 7\\-3, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 7\\0, & -1, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 6\\-2, & -1, & 0\end{pmatrix}}$.
74	9	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 74\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 37\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 25\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 15\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 13\\-2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 9, & 10\\-4, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 19\\0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 7\\-1, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 6\\-1, & -1, & -1\end{pmatrix}}$.
75	19	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 75\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 38\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 25\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 19\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 15\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 14\\-3, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 7, & 12\\-3, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}1, & 10, & 10\\-5, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 25\\0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 13\\0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 15\\0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 11\\-1, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 8\\0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 7\\-1, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 9\\-1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 5\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 6, & 6\\3, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 5\\0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}4, & 5, & 5\\1, & 1, & 2\end{pmatrix}}$.
76	18	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 76\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 38\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 19\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 20\\-2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 16\\-2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 7, & 11\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 8, & 10\\-2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 19\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 13\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 11\\-2, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 9\\1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 7\\-2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 7\\-1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 10\\1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 8\\2, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 5\\0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 5, & 5\\-1, & 0, & -2\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 5, & 6\\2, & 2, & 2\end{pmatrix}}$.

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante $-D$.
77	14	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 77\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 39\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 26\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 13\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 7, & 11\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 9, & 9\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 16\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 11\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 9\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 7\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 10\\ 0, & -1, & -1\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 7\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 7\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 7\\ -2, & -1, & -1\end{pmatrix}}.$
78	12	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 78\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 39\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 26\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 13\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 13\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 16\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 8\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 7\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 9\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 6\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 6\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 5, & 5\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}}.$
79	12	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 79\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 40\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 20\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 16\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 8, & 10\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 8, & 11\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 27\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 14\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 9\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 8\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 6\\ 0, & -1, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}4, & 5, & 5\\ -2, & 0, & -1\end{pmatrix}}.$
80	28	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 80\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 40\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 27\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 20\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 21\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 16\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 14\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 7, & 12\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 8, & 10\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 8, & 12\\ -4, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 9, & 9\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 21\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 16\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 11\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 8\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 7, & 7\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 7, & 7\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 10\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 11\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 7\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 8\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 6, & 6\\ -2, & -1, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 5\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 7\\ -2, & -2, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 7\\ 1, & 1, & 2\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}4, & 5, & 5\\ 0, & 0, & -2\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 5, & 6\\ -2, & 0, & -2\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}4, & 5, & 6\\ 1, & 2, & 2\end{pmatrix}}.$
81	16	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 81\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 41\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 27\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 17\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 15\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 9, & 9\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}},$

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante —*D*.
81	s. o.	$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 9, & 10\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 27\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 14\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 9\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 10\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 9\\ 3, & 1, & 1\end{pmatrix}}$,
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 7\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 6\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 7\\ 2, & 2, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}5, & 5, & 5\\ 2, & 2, & 2\end{pmatrix}}$.
82	11	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 82\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 41\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 7, & 13\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 21\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 14\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 17\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$,
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 11\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 9\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 10\\ -2, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 7\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 6\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$.
83	13	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 83\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 42\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 28\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 21\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 14\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$,
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 7, & 12\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 9, & 11\\ -4, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 17\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 13\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 9\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$,
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 7, & 7\\ -2, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 8\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}4, & 5, & 6\\ 2, & 1, & 2\end{pmatrix}}$.
84	26	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 84\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 42\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 28\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 21\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 22\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 17\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$,
		$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 14\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 7, & 12\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 8, & 11\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 10, & 10\\ -4, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 21\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 14\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$,
		$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 11\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 7\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 9\\ -3, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 7, & 7\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 10\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 11\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$,
		$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 7\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 8\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 8\\ 0, & -1, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 6\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 7\\ 0, & 0, & -2\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}4, & 5, & 5\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$,
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 5, & 5\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 5, & 6\\ -2, & -2, & 0\end{pmatrix}}$.
85	15	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 85\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 43\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 17\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 10, & 11\\ -5, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 29\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 15\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$,
		$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 17\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 9\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 10\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 7, & 8\\ 3, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 11\\ 0, & -1, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 8\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}$,

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante $-D$.
85	s. o.	$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 6\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 7\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}5, & 5, & 5\\ 0, & -2, & -2\end{pmatrix}}$.
86	10	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 86\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 43\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 29\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 18\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 15\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 9, & 10\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 11\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 7, & 8\\ -3, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 7\\ -2, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}4, & 5, & 6\\ 2, & 2, & 1\end{pmatrix}}$.
87	17	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 87\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 44\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 29\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 22\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 16\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 7, & 13\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 8, & 11\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 8, & 12\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 29\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 15\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 18\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 13\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 10\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 7, & 8\\ -3, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 10\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 9\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 6\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$.
88	20	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 88\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 44\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 22\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 4, & 23\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 8, & 11\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 8, & 13\\ -4, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 23\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 15\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 3, & 18\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 11\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 9\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 5, & 10\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 11\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, & 3, & 12\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 8\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 7\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 5, & 7\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, & 6, & 6\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 5, & 5\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}5, & 5, & 5\\ 1, & 2, & 2\end{pmatrix}}$.
89	13	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 89\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 45\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 30\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 18\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 15\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 7, & 14\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 9, & 10\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 13\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 9\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 7, & 7\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, & 4, & 8\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 7\\ 1, & 2, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}4, & 5, & 6\\ -2, & -1, & -1\end{pmatrix}}$.
90	21	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 90\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 2, & 45\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 3, & 30\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 5, & 18\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, & 6, & 15\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, & 7, & 13\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$,

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante $-D$.					
90	s. o.	$\begin{pmatrix}1, 9, 10\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, 9, 11\\-3, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, 2, 23\\0, -1, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}2, 3, 15\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}2, 3, 18\\0, 0, -1\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}2, 5, 9\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$
		$\begin{pmatrix}2, 5, 10\\0, 0, -1\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}2, 5, 11\\2, 1, 1\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, 6, 9\\-3, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}2, 7, 7\\-2, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}3, 3, 10\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$	$\begin{pmatrix}3, 4, 9\\-1, -1, -1\end{pmatrix}$ $\delta=1$
		$\begin{pmatrix}3, 5, 6\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}3, 6, 6\\-2, 0, -1\end{pmatrix}$ $\delta=1$	$\begin{pmatrix}4, 5, 5\\0, -1, -1\end{pmatrix}$ $\delta=2$			
91	17	$\begin{pmatrix}1, 1, 91\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$	$\begin{pmatrix}1, 2, 46\\-1, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, 4, 23\\-1, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}1, 5, 19\\-2, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}1, 7, 13\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, 10, 10\\-3, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$
		$\begin{pmatrix}2, 2, 31\\1, 1, 1\end{pmatrix}$ $\delta=6$	$\begin{pmatrix}2, 3, 16\\-1, -1, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, 4, 13\\0, 0, -1\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}2, 5, 11\\-2, 0, -1\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, 6, 9\\-2, 0, -1\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, 7, 7\\0, 0, -1\end{pmatrix}$ $\delta=4$
		$\begin{pmatrix}3, 5, 8\\-2, -1, -1\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}3, 6, 6\\-1, -1, -1\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}4, 5, 5\\-1, 0, -1\end{pmatrix}$ $\delta=1$	$\begin{pmatrix}4, 5, 6\\1, 1, 2\end{pmatrix}$ $\delta=1$	$\begin{pmatrix}5, 5, 5\\-1, -1, -2\end{pmatrix}$ $\delta=2$	
92	21	$\begin{pmatrix}1, 1, 92\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$	$\begin{pmatrix}1, 2, 46\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, 3, 31\\-1, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}1, 4, 23\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, 4, 24\\-2, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, 6, 16\\-2, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$
		$\begin{pmatrix}1, 8, 12\\-2, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}1, 9, 12\\-4, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, 2, 23\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$	$\begin{pmatrix}2, 3, 19\\1, 1, 1\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, 4, 13\\-2, -1, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}2, 5, 10\\-2, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$
		$\begin{pmatrix}3, 3, 12\\1, 1, 1\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}3, 4, 8\\0, -1, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}3, 4, 9\\-2, -1, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}3, 5, 7\\1, 1, 1\end{pmatrix}$ $\delta=1$	$\begin{pmatrix}3, 6, 7\\3, 1, 1\end{pmatrix}$ $\delta=1$	$\begin{pmatrix}4, 4, 7\\-1, -2, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$
		$\begin{pmatrix}4, 4, 9\\2, 2, 2\end{pmatrix}$ $\delta=6$	$\begin{pmatrix}4, 5, 6\\-1, 0, -2\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}4, 5, 7\\2, 2, 2\end{pmatrix}$ $\delta=2$			
93	17	$\begin{pmatrix}1, 1, 93\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$	$\begin{pmatrix}1, 2, 47\\-1, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, 3, 31\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, 6, 17\\-3, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}2, 2, 31\\0, 0, -1\end{pmatrix}$ $\delta=12$	$\begin{pmatrix}2, 3, 16\\0, -1, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$
		$\begin{pmatrix}2, 3, 19\\-1, 0, -1\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, 5, 10\\-1, -1, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, 6, 9\\1, 1, 1\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, 7, 8\\2, 1, 1\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}3, 3, 11\\-1, -1, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}3, 3, 12\\0, -1, -1\end{pmatrix}$ $\delta=1$
		$\begin{pmatrix}3, 4, 8\\-1, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}3, 5, 7\\-2, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}3, 5, 7\\0, -1, -1\end{pmatrix}$ $\delta=1$	$\begin{pmatrix}3, 6, 7\\-3, -1, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}5, 5, 6\\-1, -2, -2\end{pmatrix}$ $\delta=2$	
94	11	$\begin{pmatrix}1, 1, 94\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=8$	$\begin{pmatrix}1, 2, 47\\0, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=4$	$\begin{pmatrix}1, 5, 19\\-1, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}1, 7, 14\\-2, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}1, 10, 11\\-4, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$	$\begin{pmatrix}2, 3, 16\\-1, 0, 0\end{pmatrix}$ $\delta=2$

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante $-D$.
94	s. o.	$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 5, 11\\ 1, 1, 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 6, 9\\ -2, -1, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 7, 8\\ -3, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, 4, 9\\ 1, 1, 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}4, 5, 6\\ 1, 2, 1\end{pmatrix}}.$
95	17	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 95\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 48\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 3, 32\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 4, 24\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 5, 19\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 6, 16\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 8, 12\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 8, 13\\ -3, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 9, 11\\ -2, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 10, 12\\ -5, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 3, 19\\ 0, 0, -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 5, 10\\ 0, -1, 0\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, 4, 9\\ 0, -1, -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, 5, 7\\ -1, 0, -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, 6, 6\\ 1, 1, 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, 4, 7\\ -1, -1, -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, 5, 5\\ 0, 0, -1\end{pmatrix}}.$
96	33	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 96\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 48\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 3, 32\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 4, 24\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 4, 25\\ -2, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 5, 20\\ -2, 0, 0\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 6, 16\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 7, 15\\ -3, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 8, 12\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 8, 14\\ -4, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 10, 10\\ -2, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 11, 11\\ -5, 0, 0\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, 2, 25\\ -1, -1, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 3, 16\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 4, 13\\ -2, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, 7, 7\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 7, 8\\ -2, 0, -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, 3, 11\\ 0, -1, 0\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, 3, 12\\ 0, 0, -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, 3, 13\\ -1, -1, -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, 4, 8\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, 4, 9\\ -2, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, 4, 9\\ -1, 0, -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}3, 6, 6\\ -2, 0, 0\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}3, 6, 6\\ 0, -1, -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}4, 4, 7\\ 0, -2, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}4, 4, 9\\ 1, 2, 2\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}4, 5, 5\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, 5, 6\\ -1, -2, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}4, 5, 6\\ 0, 0, -2\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, 5, 7\\ -2, 0, -2\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}4, 5, 7\\ 1, 2, 2\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}5, 5, 6\\ -2, -2, -1\end{pmatrix}}.$
97	15	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 97\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 49\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 7, 14\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, 2, 33\\ 1, 1, 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 3, 17\\ -1, -1, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 3, 20\\ 1, 1, 1\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 4, 15\\ 2, 1, 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 5, 11\\ -2, -1, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 5, 11\\ -1, 0, -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 6, 9\\ -1, 0, -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 7, 8\\ -2, -1, 0\end{pmatrix}},$
		$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, 7, 8\\ 1, 1, 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, 5, 7\\ -1, -1, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}3, 6, 7\\ -2, -1, -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}4, 5, 6\\ 2, 1, 1\end{pmatrix}}.$
98	15	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, 1, 98\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 2, 49\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 3, 33\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 6, 17\\ -2, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}1, 7, 14\\ 0, 0, 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}1, 9, 11\\ -1, 0, 0\end{pmatrix}},$

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante $-D$.
98	s. o.	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 25\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}2, & 3, & 20\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}2, & 4, & 13\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}2, & 5, & 10\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}2, & 7, & 7\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=8}$,
		$\begin{pmatrix}2, & 7, & 9\\ 3, & 1, & 1\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}3, & 4, & 10\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}_{\delta=1}$, $\begin{pmatrix}3, & 5, & 7\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}4, & 5, & 6\\ -2, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=1}$.
99	24	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 99\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=8}$, $\begin{pmatrix}1, & 2, & 50\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 3, & 33\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 4, & 25\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}1, & 5, & 20\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$,
		$\begin{pmatrix}1, & 6, & 18\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 9, & 11\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 9, & 12\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}1, & 10, & 10\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}2, & 2, & 33\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=12}$,
		$\begin{pmatrix}2, & 3, & 17\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}2, & 5, & 11\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}2, & 5, & 12\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}2, & 6, & 9\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}2, & 7, & 9\\ -3, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=2}$,
		$\begin{pmatrix}3, & 3, & 11\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=8}$, $\begin{pmatrix}3, & 4, & 9\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}3, & 5, & 8\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}_{\delta=1}$, $\begin{pmatrix}3, & 6, & 6\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=1}$, $\begin{pmatrix}3, & 6, & 7\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}4, & 4, & 7\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}_{\delta=2}$,
		$\begin{pmatrix}4, & 5, & 6\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}_{\delta=1}$, $\begin{pmatrix}4, & 5, & 7\\ 2, & 1, & 2\end{pmatrix}_{\delta=1}$, $\begin{pmatrix}5, & 5, & 5\\ 1, & 1, & 2\end{pmatrix}_{\delta=2}$.
100	22	$\begin{pmatrix}1, & 1, & 100\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=8}$, $\begin{pmatrix}1, & 2, & 50\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 4, & 25\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 4, & 26\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 5, & 20\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}1, & 8, & 13\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$,
		$\begin{pmatrix}1, & 10, & 10\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=8}$, $\begin{pmatrix}2, & 2, & 25\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=8}$, $\begin{pmatrix}2, & 3, & 17\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}2, & 3, & 20\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}2, & 4, & 13\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}2, & 5, & 10\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$,
		$\begin{pmatrix}2, & 5, & 12\\ -2, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}2, & 6, & 9\\ -2, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}2, & 6, & 9\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}3, & 3, & 13\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}_{\delta=2}$, $\begin{pmatrix}3, & 5, & 7\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}_{\delta=2}$,
		$\begin{pmatrix}3, & 5, & 8\\ -2, & 0, & -1\end{pmatrix}_{\delta=1}$, $\begin{pmatrix}3, & 7, & 7\\ -3, & -1, & -1\end{pmatrix}_{\delta=6}$, $\begin{pmatrix}4, & 5, & 5\\ 0, & 0, & 0\end{pmatrix}_{\delta=8}$, $\begin{pmatrix}4, & 5, & 6\\ 0, & -2, & 0\end{pmatrix}_{\delta=4}$, $\begin{pmatrix}5, & 5, & 5\\ 0, & -1, & -2\end{pmatrix}_{\delta=1}$.

II. Tabelle der *uneigentlich* primitiven positiven ternären Formen für alle negativen Determinanten von —2 bis —100 *).

D	Anzahl	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante $-D$.
4	1	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 2\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$. $\delta=24$
6	1	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 2\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$. $\delta=12$
10	1	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 4\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$. $\delta=6$
12	2	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 4\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2, & 2, & 4\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$. $\delta=8$ $\delta=12$
14	1	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 4\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}$. $\delta=4$
16	1	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 6\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$. $\delta=6$
18	1	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 6\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$. $\delta=12$
20	2	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 6\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2, & 4, & 4\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}$. $\delta=8$ $\delta=4$
22	2	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 6\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2, & 2, & 8\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$. $\delta=4$ $\delta=6$
24	2	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 8\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2, & 4, & 4\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$. $\delta=12$ $\delta=4$
26	1	$\begin{pmatrix}2, & 4, & 4\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}$. $\delta=2$
28	3	$\begin{pmatrix}2, & 2, & 8\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2, & 2, & 10\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2, & 4, & 4\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}$. $\delta=8$ $\delta=6$ $\delta=4$

*) Für diejenigen Determinanten unter 100, welche in dieser zweiten Tabelle *nicht* vorkommen, finden keine *uneigentlich* primitiven Formen Statt. Es sind dies alle ungeraden Zahlen und alle ungeraden Potenzen von 2.

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante $-D$.
30	3	$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 8 \\ 0, & -1, & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=12}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 10 \\ 0, & 0, & -1 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix} 2, & 4, & 4 \\ -1, & 0, & 0 \end{pmatrix}}.$
34	2	$\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 12 \\ 1, & 1, & 1 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix} 2, & 4, & 6 \\ 2, & 1, & 1 \end{pmatrix}}.$
36	4	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 10 \\ -1, & -1, & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=12}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 12 \\ 0, & 0, & -1 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix} 2, & 4, & 6 \\ -2, & -1, & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=8}{\begin{pmatrix} 4, & 4, & 4 \\ 1, & 2, & 2 \end{pmatrix}}.$
38	2	$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 10 \\ 0, & -1, & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix} 2, & 4, & 6 \\ 1, & 1, & 1 \end{pmatrix}}.$
40	2	$\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 14 \\ 1, & 1, & 1 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix} 2, & 4, & 6 \\ -1, & 0, & -1 \end{pmatrix}}.$
42	3	$\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 14 \\ 0, & 0, & -1 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix} 2, & 4, & 6 \\ -1, & -1, & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix} 2, & 4, & 6 \\ 0, & 0, & -1 \end{pmatrix}}.$
44	3	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 12 \\ -1, & -1, & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix} 2, & 4, & 6 \\ 0, & -1, & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix} 4, & 4, & 4 \\ 1, & 1, & 2 \end{pmatrix}}.$
46	3	$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 12 \\ 0, & -1, & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=6}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 16 \\ 1, & 1, & 1 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix} 2, & 4, & 6 \\ -1, & 0, & 0 \end{pmatrix}}.$
48	3	$\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 16 \\ 0, & 0, & -1 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix} 2, & 4, & 8 \\ 2, & 1, & 1 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix} 2, & 6, & 6 \\ 3, & 1, & 1 \end{pmatrix}}.$
50	1	$\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix} 4, & 4, & 4 \\ -1, & -1, & -1 \end{pmatrix}}.$
52	4	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 14 \\ -1, & -1, & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=6}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 18 \\ 1, & 1, & 1 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix} 2, & 4, & 8 \\ -2, & -1, & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix} 2, & 4, & 8 \\ 1, & 1, & 1 \end{pmatrix}}.$
54	5	$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 14 \\ 0, & -1, & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=12}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 18 \\ 0, & 0, & -1 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix} 2, & 4, & 8 \\ -1, & 0, & -1 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=12}{\begin{pmatrix} 2, & 6, & 6 \\ -3, & 0, & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=6}{\begin{pmatrix} 4, & 4, & 4 \\ 1, & 1, & 1 \end{pmatrix}}.$
56	3	$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix} 2, & 4, & 8 \\ 0, & 0, & -1 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix} 2, & 6, & 6 \\ 2, & 1, & 1 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix} 4, & 4, & 4 \\ 0, & -1, & -1 \end{pmatrix}}.$
58	3	$\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix} 2, & 2, & 20 \\ 1, & 1, & 1 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix} 2, & 4, & 8 \\ -1, & -1, & 0 \end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix} 2, & 6, & 6 \\ -2, & 0, & -1 \end{pmatrix}}.$

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante —*D*.
60	6	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 16\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 20\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 8\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 6\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 4\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 6\\ 1, & 2, & 2\end{pmatrix}}.$
62	3	$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 16\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 8\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 10\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}}.$
64	2	$\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 22\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 6\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}.$
66	4	$\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 22\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 10\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 6\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 6\\ 2, & 2, & 1\end{pmatrix}}.$
68	4	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 18\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 10\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 10\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 6\\ 1, & 1, & 2\end{pmatrix}}.$
70	5	$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 18\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 24\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 10\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 6\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 8\\ 3, & 1, & 1\end{pmatrix}}.$
72	2	$\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 24\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 8\\ -3, & -1, & 0\end{pmatrix}}.$
74	2	$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 10\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 6\\ 1, & 2, & 1\end{pmatrix}}.$
76	5	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 20\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 26\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 10\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 12\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 6\\ -1, & -2, & 0\end{pmatrix}}.$
78	5	$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 20\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 26\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 10\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 8\\ -3, & 0, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 8\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}}.$
80	3	$\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 12\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 8\\ -2, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 6\\ -1, & -1, & -1\end{pmatrix}}.$
82	4	$\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 28\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 12\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 8\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 8\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}.$
84	7	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 22\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 28\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 12\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 12\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 6\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 8\\ 1, & 2, & 2\end{pmatrix}}, \underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}4, & 6, & 6\\ 3, & 2, & 2\end{pmatrix}}.$

D	Anz.	Reducirte positive ternäre Formen für die Determinante $-D$.
86	3	$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 22\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 8\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=1}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 6\\ 0, & -1, & -1\end{pmatrix}}$.
88	5	$\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 30\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 8\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 8\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 8, & 8\\ 4, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 6\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$.
90	6	$\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 30\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 12\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 14\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 8\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 6\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 6, & 6\\ 3, & 1, & 2\end{pmatrix}}$,
92	5	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 24\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 12\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 10\\ 3, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 6\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 8\\ 1, & 1, & 2\end{pmatrix}}$.
94	5	$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 24\\ 0, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 32\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 12\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 14\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 8\\ -1, & 0, & 0\end{pmatrix}}$.
96	4	$\underset{\delta=12}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 32\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 14\\ -1, & 0, & -1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 10\\ -3, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}4, & 4, & 8\\ 2, & 2, & 1\end{pmatrix}}$.
98	1	$\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 14\\ 0, & 0, & -1\end{pmatrix}}$.
100	6	$\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 26\\ -1, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 34\\ 1, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 4, & 14\\ -2, & -1, & 0\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=2}{\begin{pmatrix}2, & 6, & 10\\ 2, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=4}{\begin{pmatrix}2, & 8, & 8\\ 3, & 1, & 1\end{pmatrix}}$, $\underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}4, & 6, & 6\\ 1, & 2, & 2\end{pmatrix}}$.

Reducirte Formen für die Determinante $-385 = -5.7.11$.

Formen-Anzahl = 59.

15 Formen mit der Determinante -385, deren Transformationszahl $\delta = 1$ ist.

$$\begin{pmatrix}3, & 6, & 23\\0, & -1, & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3, & 7, & 20\\2, & 1, & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3, & 8, & 18\\3, & 1, & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3, & 10, & 15\\4, & 1, & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4, & 6, & 17\\0, & -1, & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4, & 8, & 15\\4, & 2, & 1\end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix}5, & 6, & 15\\-1, & 0, & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}5, & 7, & 12\\2, & 1, & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}5, & 7, & 14\\3, & 2, & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}5, & 8, & 10\\-1, & 0, & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}5, & 8, & 11\\2, & 2, & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}5, & 9, & 11\\-3, & -1, & -2\end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix}6, & 8, & 11\\3, & 1, & 3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}7, & 7, & 11\\2, & 3, & 3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}7, & 8, & 9\\-3, & -1, & -2\end{pmatrix}.$$

25 Formen, für welche $\delta = 2$.

$$\begin{pmatrix}2, & 3, & 65\\-1, & -1, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2, & 5, & 43\\-1, & 0, & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2, & 9, & 22\\-1, & -1, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2, & 10, & 21\\2, & 1, & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2, & 8, & 27\\3, & 1, & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2, & 7, & 31\\-3, & 0, & -1\end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix}2, & 13, & 16\\-3, & -1, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2, & 11, & 20\\4, & 1, & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2, & 12, & 19\\5, & 1, & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2, & 15, & 15\\-5, & 0, & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2, & 14, & 17\\6, & 1, & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3, & 4, & 35\\0, & 0, & -1\end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix}3, & 5, & 26\\0, & -1, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3, & 5, & 29\\-2, & -1, & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3, & 11, & 12\\0, & -1, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3, & 13, & 13\\6, & 1, & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4, & 7, & 14\\0, & -1, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4, & 9, & 11\\0, & 0, & -1\end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix}5, & 5, & 17\\-2, & -2, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}5, & 5, & 19\\-1, & -1, & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}5, & 6, & 13\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}5, & 10, & 11\\-5, & -2, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}7, & 7, & 8\\0, & -1, & 0\end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix}7, & 7, & 9\\-2, & -2, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}7, & 8, & 8\\1, & 2, & 2\end{pmatrix}.$$

17 Formen, für welche $\delta = 4$.

$$\begin{pmatrix}1, & 5, & 77\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1, & 7, & 55\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1, & 11, & 35\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1, & 2, & 193\\-1, & 0, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1, & 10, & 41\\-5, & 0, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1, & 14, & 31\\-7, & 0, & 0\end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix}1, & 22, & 23\\-11, & 0, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2, & 3, & 77\\0, & 0, & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2, & 4, & 55\\0, & 0, & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2, & 5, & 39\\0, & -1, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2, & 6, & 35\\0, & 0, & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2, & 7, & 28\\0, & -1, & 0\end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix}2, & 11, & 18\\0, & -1, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}5, & 7, & 11\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}5, & 9, & 9\\-2, & 0, & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}6, & 6, & 11\\0, & 0, & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}7, & 8, & 8\\-3, & 0, & 0\end{pmatrix}.$$

Je eine für welche $\delta = 6$ resp. $\delta = 8$.

$$\underset{\delta=6}{\begin{pmatrix}2, & 2, & 129\\1, & 1, & 1\end{pmatrix}}; \quad \underset{\delta=8}{\begin{pmatrix}1, & 1, & 385\\0, & 0, & 0\end{pmatrix}}.$$

(Im nächsten Hefte folgt ein Anhang zu diesen Tafeln.)

Berichtigungen in dieser Arbeit.

Seite 142 Zeile 12 v. o. *lese man* oberen Coëfficienten *statt* Coëfficienten
— 162 — 7 v. u. *lese man* $b' + 2b''$ *statt* $2b' + b''$, *und* $2b + b'$ *statt* $2b + b''$
