

**16. Über die Analogie zwischen  
absoluter Temperatur und elektrischem Potential  
(Erwiderung an F. W. Adler);  
von G. Lippmann.**

1. Im 22. Bande dieser Annalen hat Hr. F. W. Adler einen Aufsatz<sup>1)</sup> veröffentlicht, in welchem er die von E. Mach und später von mir hervorgehobene Analogie zwischen absoluter Temperatur und elektrischem Potential bestreitet.

„Die Mach-Lippmannsche Analogie“<sup>2)</sup>, sagt Hr. Adler, „zeigt eine merkwürdige Unsymmetrie, die mir einer Erklärung zu bedürfen scheint. Während nach ihr im zweiten Hauptsatz die Temperatur dem Potential entspricht,

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}, \quad \frac{W_1}{W_2} = \frac{V_1}{V_2},$$

entspricht in den Energieänderungen des ersten Hauptsatzes die Temperatur  $T$  dem *Quadrat* des Potentials  $V$

$$c T, \quad C V^2.$$

Ich möchte mir erlauben obigen Einwand hier zu beantworten.

Die zwischen den Produkten  $c T$  und  $C V^2$  hervorgehobene Unsymmetrie ist nur eine scheinbare, weil die zwischen  $T$  und  $V^2$  bestehende Unsymmetrie durch die zwischen den Koeffizienten  $c$  und  $C$  andererseits bestehende Unsymmetrie kompensiert wird, welche letztere von Hrn. Adler nicht beachtet worden ist.

Durch die Gleichheit der Benennung (Kapazität) darf man nämlich sich nicht dazu verleiten lassen,  $c$  und  $c'$  als korrespondierende Größen zu betrachten.  $c$  ist gleich dem Differentialquotienten  $\partial Q / \partial T$ , während  $C$  gleich ist dem Differentialquotienten  $\partial m / \partial V$ . Nun bedeutet aber  $Q$  Energie, während  $m$  (Elektrizitätsmenge) nicht Energie bedeutet; sondern müßte  $m$

1) F. W. Adler, Ann. d. Phys. **22.** p. 587. 1907.

2) F. W. Adler, l. c. p. 588.

erst mit  $V$  multipliziert werden, um Energie vorzustellen. Wenn man jenen verdeckten Faktor  $V$  in Betracht zieht, so wird die Symmetrie der Formeln evident.

Die thermische und die elektrische Energie,  $Q$  und  $W$ , sind korrespondierende Größen. Dem Quotienten  $Q/T = S$  (Entropie) entspricht der Quotient  $W/V = m$  (Elektrizitätsmenge). Dem Differentialquotienten  $\partial m / \partial V = C$  entspricht folglich der Differentialquotient  $\partial S / \partial T = \gamma$ ; dieser trägt in der Physik keinen besonderen Namen, hat aber eine bestimmte Bedeutung; übrigens ist  $\gamma = c/T$ .

Innerhalb solcher Grenzen, wo man die Koeffizienten  $C$  und  $\gamma$  als Konstanten betrachten kann, ist die Zunahme der Energie

$$\frac{1}{2} \gamma T^2, \quad \frac{1}{2} C V^2.$$

2. Die Analogie zwischen thermischen und elektrischen Vorgängen ist zwar eine rein formelle; die oben gemachte Bemerkung hat aber den besonderen Nutzen, daß sie auf einen Satz aufmerksam macht, der in der Elektrizitätslehre dieselbe Rolle spielt, wie der Carnot-Clausius'sche Satz in der Wärmelehre. Letzterer wird bekanntlich durch die Gleichung ausgedrückt

$$\int dS = 0$$

für einen geschlossenen umkehrbaren Kreisprozeß; folglich muß  $dS$  ein vollständiges Differential sein.

Dem entspricht für Elektrizität der Satz

$$\int dm = 0$$

für einen geschlossenen umkehrbaren Kreisprozeß; statt des Satzes der Erhaltung der Entropie hat man den Satz der Erhaltung der Elektrizitätsmenge aufzustellen. In jedem besonderen Problem hat man die Integrabilitätsbedingungen für  $dm$  auszudrücken. Analytisch besteht also zwischen dem zweiten Hauptsatze der Wärmelehre und jenem Satze der Erhaltung der Elektrizität ein vollkommener Parallelismus mit ganz analogen Anwendungen.

Im allgemeinen hat diese Analyse denselben Nutzen wie in der Wärme: sie erlaubt es, wenn ein umkehrbarer Vorgang gegeben ist, aus demselben die Existenz und auch die Größe

eines zweiten, dem ersteren reziproken Vorgang abzuleiten. So läßt sich z. B. aus den Änderungen der Kapillarspannung des Quecksilbers bei Polarisation die Strombildung bei Vergrößern der Quecksilberfläche vorherberechnen.

Es sei mir erlaubt an ein zweites Beispiel zu erinnern. Man denke sich einen Kondensator, dessen Dielektrikum nicht aus Glas oder Luft, sondern aus einer senkrecht zur Achse geschnittenen Quarz- oder Turmalinplatte, also aus einer piezoelektrischen Substanz gebildet sei. Ein solcher Kondensator arbeitet nicht allein als Kondensator, sondern als Elektrizitätsquelle, da bei variierendem Drucke — und zwar variiert derselbe schon durch die gegenseitige Anziehung der Metallplatten — Piezoelektrizität entwickelt wird. Es ist also nicht unbedingt selbstverständlich, daß  $\int dm$  gleich Null sein soll, wenn man diesen Satz nicht als Prinzip aufgestellt hat.

Tut man dies, so gelangt man zu folgendem Schlusse. Die Dimensionen des Kristalles verändern sich im elektrischen Felde. Es findet Verlängerung statt in der Richtung der Achse in dem Falle, wo dasjenige Ende der Achse, welches sich beim Zusammendrücken des Kristalles positiv laden würde, dem positiven Belage am nächsten steht. Es findet Verkürzung statt im entgegengesetzten Falle. Die Größe der Verkürzung läßt sich übrigens berechnen. Bekanntlich ist es P. Curie gelungen, diese Schlüsse nachträglich durch den Versuch qualitativ und quantitativ zu verifizieren.

Durch diese und durch andere Beispiele<sup>1)</sup> scheint es mir bewiesen, daß die von Hrn. Adler bestrittene Analogie nicht allein bestehe, sondern daß dieselbe, obgleich nur rein formell, zu Schlüssen führt, welche ihr einen gewissen Wert verleihen.

---

1) Annales de Physique et Chimie. 1881.

(Eingegangen 2. August 1907.)

---